erhaltenen concav gegen die x -Axe, sie weichen von denselben aber wesentlich ab in Betreff der Lage ihres Maximums.

Zufolge der Gleichung:

$$\frac{d\mu}{dx} = p + 3qx^2 = 0$$

liegt dieses für μ_1 bei:

$$x_m = 150,34,$$

für μ_2 bei

$$x_m = 155,61.$$

Bei Schaper's Curven liegt dagegen das Maximum in der Nähe des Axenendes. Aus dieser Abweichung ist wiederum der auch von Schaper gemachte Schluss zu ziehen, dass für jede specielle Wirkung des Magnetismus auch eine besondere axiale Vertheilung angenommen werden muss.

Die mitgetheilten Versuche wurden im physikalischen Laboratorium zu Göttingen ausgeführt, dessen Apparate mir Hr. Prof. Riecke freundlichst zur Verfügung stellte; auch sonst unterstützte mich derselbe bei der Ausführung der vorliegenden Arbeit durch Rath und That. Ich bin daher diesem Herrn zu grösstem Danke verpflichtet.

XV. *Beobachtungen zur Prüfung der Theorie der Nobili-Guébhard'schen Ringe; besprochen von W. Voigt.*

(Mittheilungen aus dem math.-phys. Laboratorium in Königsberg Nr. 7.)

Messungen von Nobili'schen, nach der Methode Guébbard's hergestellten Ringen hatte ich gleichzeitig mit der Veröffentlichung meiner darauf bezüglichen Formeln¹⁾ Hrn. stud. math. Werner als Arbeitsobject empfohlen. Diese Beobachtungen wurden zuerst durch die Sommerferien und später durch andere Umstände verzögert, von denen weiter unten gesprochen werden wird. Die Angriffe des Hrn. Guébbard²⁾ gegen meinen Aufsatz veranlassten mich, zur Beschleunigung des Abschlusses auch meinerseits einige

• 1) W. Voigt, Wied. Ann. 17. p. 257. 1882.

2) A. Guébbard, Wied. Ann. 18. p. 366. 1883.

Messungen auszuführen; die Resultate der wichtigeren unserer beiderseitigen Versuche erlaube ich mir im Folgenden mitzutheilen und zu besprechen.

Die Farbenringe wurden zuerst auf Stahlplatten von $1\frac{1}{2}$ mm Dicke und 230 mm im Quadrat Fläche erzeugt. Wir überzeugten uns durch Rechnung und Beobachtung, dass Ringsysteme von etwa 80 mm grösster Ausdehnung in der Mitte dieser Platten hervorgebracht sich behandeln liessen, als wäre Platte und Flüssigkeitstrog seitlich unendlich ausgedehnt. Wir haben uns auch auf diesen Fall beschränkt, da es sich gezeigt hatte, dass seitliche Begrenzungen nur schwer in einer solchen Weise anzubringen wären, dass sie vollständig den Bedingungen der Theorie entsprechen. Legt man in einen Trog mit verticalen Wänden eine Platte ein, so ist ein genaues Anschliessen derselben an die Wände nicht zu erreichen, und stellt man auf eine Platte einen Rahmen (etwa von Glasplatten) um ein gewisses Bereich der Flüssigkeit abzugrenzen, so bleibt stets zwischen Rahmen und Platte noch eine Spur Flüssigkeit zurück, wie aus der Ausdehnung der Farbencurven in diesen Raum hinein erhellt; infolge dessen findet man auch den Satz, dass die Farbencurven senkrecht zur Begrenzung stehen, nur schwer völlig bestätigt.¹⁾ Da man aber zur Prüfung einer Theorie nur die Fälle benutzen wird, wo ihre Voraussetzungen sich am vollständigsten erfüllt finden, so wird man unser Verfahren wohl gut heissen.

Die Beobachtungen zeigten bald, selbst bei der Benutzung von 18 Bunsen'schen Tauchelementen, einen grossen Einfluss der Polarisation der Platte auf die Gestalt der Farbencurven. Da deren Gesetze unbekannt sind, so gebot es sich, ein Mittel zu suchen, ihren Einfluss wenigstens zu verringern. Bekanntlich steht Bleisuperoxyd ausserordentlich weit nach der negativen Seite der Spannungsreihe²⁾, darum war wenigstens im Bereich positiver Stromdichte eine vollständigere Constanz des Poten-

1) Vgl. H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 133. 1883.

2) Faraday, Exp. Res. Ser. XVII. § 2012. 1840. Schönbein, Pogg. Ann. 43. p. 95. 1838. vgl. G. Wiedemann, „Die Lehre vom Galvanismus.“ 1. p. 59. 1874.

tials zu erwarten, wenn wir die Platten vergoldet oder platinirt anwendeten. Die Versuche, solche Platten zu erhalten, beziehentlich herzustellen, haben hauptsächlich die oben erwähnten Verzögerungen veranlasst. Ein hiesiger Goldschmied hat wiederholt eine 5 mm dicke Messingplatte galvanisch vergoldet, aber die Vergoldung hatte doch keine solche Dichtigkeit erreicht, dass nicht bei wiederholter Benutzung die Wirkung des unter dem Goldüberzug liegenden Messings hervorgetreten wäre. Wie ich früher¹⁾ gezeigt habe, müssen an der Grenze zweier Metalle die Nobili'schen Ringe dieser parallel verlaufen. Diese Thatsache bewährte sich hier und liess die kleinsten Lücken in der Vergoldung störend auf die Bildung der Ringe wirken.

Bei einer nach der ersten Vergoldung vorgenommenen Politur der Platte mit dem Polirstahl waren einige feine Linien in den Goldüberzug gerissen worden, die auch bei öfterer Neuvergoldung sich nur lose schlossen. Die Ringssysteme, welche über eine solche feine Spalte hinweg erzeugt wurden, waren aufs Gröbste verzerrt, indem alle Ringe — sehr dicht voneinander gedrängt — längs dieser Risse hinliefen und sie nirgends überschritten. (Hierin liegt ein Beweis für die von mir gezogene Folgerung, dass eine Brechung der Farbencurven bei wirklicher Berührung verschiedener Metalle im allgemeinen nicht möglich ist.) Aehnlich waren punktförmige Lücken in der Vergoldung die Veranlassung zu ringförmigen Unterbrechungen der Farbencurven. Nicht bessere Erfolge als mit der Vergoldung hatten wir mit dem Platiniren von Messingplatten nach dem Böttger'schen Verfahren.

Indess ergaben die wenigen möglichen Beobachtungen doch soviel, dass ein erheblicher Vorthail durch die Vertauschung der Stahlplatten mit vergoldeten nicht zu erzielen wäre, indem nämlich die Wirkung der Polarisation nicht merklich geringer erschien, — woraus folgen würde, dass in der Lösung von essigsauerm Blei und Kupfer, Bleisuperoxyd auch selbst gegen Gold noch sehr stark negativ ist.

Als Electroden benutzten wir, wie Hr. Guébhard,

1) W. Voigt, l. c. p. 262.

Stahlnadeln oder aber kleine Platinkügelchen von etwa 1 mm Durchmesser, im Knallgasgebläse an einem Draht von $\frac{1}{8}$ mm Dicke angeschmolzen; der die Kügelchen tragende Draht war seinerseits in ein dünnes nach dem Ende spitz gezogenes Glasrohr geschmolzen.

Wir haben zumeist mit nur zwei Electroden operirt, da ich es für interessanter hielt, einen einfachen Fall in allen Variationen zu verfolgen, als vom einfachen zum complicirten fortzuschreiten. Meine Formeln geben eine bemerkenswerthe Verschiedenheit der Erscheinungen, wenn die Höhe der Flüssigkeit über der Platte gegen den Abstand der Electroden entweder gross ist, mit ihm vergleichbar, oder aber klein. Ich werde demgemäss für diese drei Fälle die Beobachtungen getrennt mittheilen.

I. Die Höhe der Flüssigkeit über den Platten ist sehr gross.

Man überzeugt sich leicht durch die Rechnung, dass eine Höhe von 100 mm etwa vollauf genügt, um die obere Begrenzung ganz zu ignoriren, wenn die Electroden, die ich zunächst als punktförmig annehme, nicht über 10 mm von der Platte entfernt sind.

Meine Erweiterung der Riemann'schen Formeln führt in diesem Falle darauf, dass, abgesehen vom Einfluss der Polarisation, die Strömdichtigkeit sein muss¹⁾:

$$j = 2 \sum_h m_h \gamma_h \frac{1}{\sqrt{\varrho_h^2 + \gamma_h^2}},$$

wenn γ_h den Abstand der h . Electrode von der Platte und ϱ_h der ihrer Projection auf die Platte von der betrachteten Stelle ist, m_h aber eine der Electroden individuelle Constante bezeichnet, die der ganzen durch sie austretenden Strommenge proportional ist. Für die Stellen einer isochromatischen Curve ist $j = K$, d. h. constant. Beobachtet man im Natriumlicht die dunkeln Ringe, so müssten, wenn die gebräuchlichen Vorstellungen völlig richtig wären, diese Constanten miteinander im Zusammenhang stehen, so nämlich, dass für den n . Ring von aussen $K = (2n - 1) k$, worin k allen Ringen gemeinsam ist.

1) Vgl. W. Voigt, l. c. p. 267.

Die Beobachtung ergab nur in wenigen Fällen eine völlig befriedigende Uebereinstimmung mit der Relation $K = (2n - 1)k$; zumal die äusseren Ringe zeigten starke Abweichungen, wie bereits Hr. Beetz bemerkt hat, welcher die Wirkung der Polarisation der Platte als Ursache dafür anführt und die äusseren Ringe von vornherein von der Vergleichung mit der Riemann'schen Formel ausschliesst.¹⁾ Nun hat seit Beetz's Untersuchungen Herr H. Weber die Wirkung der Polarisation theoretisch untersucht und gezeigt²⁾, dass, wenn dieselbe der Stromdichte proportional ist, die Ringe sich weiter ausbreiten, als ohne sie; was zur Folge hat, dass die Constante k sich aus den äusseren Ringen kleiner berechnen muss, als aus den inneren. Die Beobachtungen des Hrn. Beetz zeigen nun zunächst, dass die Weber'sche Annahme nur für die äussersten Ringe gültig sein kann, da für die inneren fünf bis sechs die Constante k sehr nahe dieselbe ist, und sie haben mich veranlasst, die Annahme einzuführen, dass von einer gewissen kleinsten Stromdichte an die Polarisation als constant angesehen werden kann.

Indessen zeigen die jetzt angestellten Beobachtungen, dass unsere beiderseitigen Annahmen zusammen immer noch die Erscheinungen nicht völlig erklären, denn sie ergaben unter Umständen Zahlwerthe k , die von aussen nach innen nicht wuchsen, sondern abnahmen.

Diese unerwartete Erscheinung an dem einfachsten Problem zu verfolgen, habe ich einige Beobachtungen mit nur einer punktförmigen Electrode angestellt, die mit dem Zinkpol der Batterie verbunden war, während die Stahlplatte mit dem Kohlenpol zusammenhing.

Die Batterie bestand aus 17 Elementen. Es war $\gamma = 8,5$ mm.

Dann fand sich, nachdem bei einem Versuch die Schliessung ungefähr 25 Secunden gedauert hatte, das System Ringradien:

$\varrho = 22,0$	13,45	10,15	8,25	6,75	5,5 mm
------------------	-------	-------	------	------	--------

1) Beetz, Pogg. Ann. 97. p. 22. 1862.

2) Weber, Crelle's Journ. 75. p. 95. 1872.

Hieraus berechnet sich das mit K proportionale $C = 1/\sqrt{\varrho^2 + \gamma^2}$ in Millionteln:

$$C = 76 \quad 249 \quad 435 \quad 604 \quad 785 \quad 967^1),$$

und wenn man dies resp. = 1.c, 3.c, 5.c.... setzt:

$$c = 76 \quad 83 \quad 87 \quad 86,3 \quad 87,2 \quad 87,9.$$

Es ist also c oder das mit ihm proportionale k schon vom dritten Ring an merklich constant, — für die äusseren aber kleiner.

Ein zweiter Versuch mit der Schliessungsdauer von 60 Sekunden ergab:

$$\begin{array}{cccccccc} q = 29,9 & 19,6 & 15,95 & 13,35 & 11,85 & 10,6 & 9,65 & 8,9 & 8,1. \\ C = 33,3 & 103 & 170 & 253 & 324 & 400 & 471 & 540 & 621. \\ c = 33,3 & 34,2 & 34,0 & 36,1 & 36,0 & 36,4 & 36,2 & 36,0 & 36,5. \end{array}$$

Wieder nimmt c zu, aber viel weniger als zuvor.

Endlich Schliessungsdauer 120 Sekunden.

$$\begin{array}{cccccccc} q = 33,9 & 25,0 & 20,7 & 18,1 & 16,4 & 15,1 & 14,0 & 13,1. \\ C = 23,2 & 54,3 & 89,3 & 119 & 159 & 192 & 228 & 263. \\ c = 23,2 & 18,1 & 17,9 & 17,0 & 17,6 & 17,5 & 17,6 & 17,5. \end{array}$$

Hier zeigt sich c abnehmend.

Nebenbei bemerke man, dass, während die Schliessungsdauern sich verhalten wie 5:12:24, die Constanten c für die innersten Ringe sich nahe wie die Reciproken $1/5:1/12:1/24$ verhalten.

Um zu zeigen, wie gross bei langer Schliessung die Abweichungen der Werthe c voneinander werden können, gebe ich noch die Zahlen an, die ich mit vier Elementen bei einer Schliessungsdauer von mehreren Minuten erhalten habe.

$$\begin{array}{cccccc} q = 11,35 & 8,25 & 6,7 & 5,4 & 4,15 & 3,0 \\ C = 35,0 & 58,4 & 79,1 & 98,6 & 119 & 137 \\ c = 35,0 & 19,5 & 15,8 & 14,1 & 13,2 & 12,5. \end{array}$$

1) Nach Weber l. c. p. 99 ist unter Umständen erlaubt:

$$\frac{1}{\varrho_n^3} \left(1 - \frac{\alpha}{\varrho_n^2} \right) = (2n - 1) c$$

zu setzen. Bestimmt man für diese Reihe α und c , so findet sich $c = 80,4$, $\alpha = 0,0921$ und hieraus $1/\varrho_n^3$ berechnet, die folgende Reihe 82, 250, 425, 604, 785, 967. Die starke Abweichung des ersten und dritten Werthes nach entgegengesetzten Seiten zeigt, dass die Weber'sche Annahme den Thatsachen nicht völlig entspricht.

Mit dieser Veränderung der Relation zwischen den Constanten c oder k hängt die mehrfach beobachtete Erscheinung zusammen, dass in der ersten Zeit nach erfolgter Schliessung die Ringe sich ziemlich schnell und gleichmässig ausbreiten, bald aber die Geschwindigkeit des ersten merklich abnimmt, und die folgenden ihm näher und näher rücken, endlich der äusserste fast völlig still steht, während die inneren sich ihm noch weiter nähern, und das in einer Lage, welche noch weit entfernt von der Stelle ist, wo theoretisch die Stromdichte verschwindet.

Meiner Ansicht nach erklärt sich diese complicirte Erscheinung durch die Zusammenwirkung zweier Ursachen. Die erste ist die Polarisation, welche bei den geringeren Stromdichten, die bei den äusseren Ringen stattfinden, nahe der Weber'schen Annahme folgen mag. Die zweite sehe ich darin, dass, gleichviel auf welche Weise¹⁾, nicht die ganze Stromdichte j zum Niederschlagen des Bleisuperoxyds wirksam wird, sondern nur ihr Ueberschuss über einen gewissen kleinsten Werth j_0 , sodass also die abgeschiedene Menge nicht mit j , sondern mit $j - j_0$ proportional ist. Acceptirt man diese Hypothese, so erklärt sich die Erscheinung bis ins letzte Detail. Die Dicke der abgeschiedenen Schicht ist $\Delta = a(j - j_0)t$, wenn t die Dauer der Schliessung bedeutet. Ist t noch kleiner, so wird Δ einen merklichen Werth nur für grosse Differenzen $j - j_0$ haben, d. h. an Stellen, wo j_0 neben j klein ist; j_0 wird also nicht sehr merklich influiren. Mit wachsendem t breiten sich die Ringe aus, gelangen mehr und mehr auch an Stellen, wo j_0 nicht mehr klein gegen j ist, und werden in ihrem Gesetz mehr und mehr von j_0 abhängig; sie werden endlich auch bei unendlicher Schliessungsdauer die Stellen, wo $j = j_0$ ist, nicht erreichen, geschweige überschreiten.

Hieraus folgt, dass bei hinreichend grossem t der Einfluss der Polarisation geringer sein wird, als der von j_0 , und bei noch weiter wachsendem selbst unmerklich werden kann; es müssen sich dann die Werthe C darstellen lassen durch:

$$C = (2n - 1) c_1 + c_0.$$

1) Vgl. hierüber z. B. Helmholtz, Pogg. Ann. 150. p. 488. 1873.

Wie vollständig dies der Fall sein kann, zeige die zuletzt mitgetheilte auffälligste Beobachtung. Man findet für sie $c_0 = 26,9$, $c_1 = 10,16$ und folgende Zusammenstellung der beobachteten und berechneten Werthe für C :

beob.	35,0	58,4	79,1	98,6	119	137
ber.	37,1	57,4	77,7	98,0	118	139.

Bedenkt man, dass die Formel für C die Fehler der Beobachtungen von ρ verdreifacht enthält und diese Grössen nur bis auf 0,1 mm sicher sind, so wird man die Uebereinstimmung vollkommen befriedigend finden.

Genau dieselbe Erscheinung wie bei Stahlplatten habe ich auch bei Goldplatten gefunden; ich gebe, da später eine Beobachtungsreihe anderer Art mit kurzer Schliessungsdauer angeführt werden wird, hier nur eine mit längerer.

Es fand sich mit 18 Elementen, während $\gamma = 8,5$ mm war,

ρ	= 19,85	13,6	10,6	8,65	7,2	6,0	4,9	3,8
C	= 10,0	24,4	39,8	56,5	73	89	106	124
c	= 10,0	8,1	8,0	8,1	8,1	8,1	8,2	8,3.

Hier ist nahezu der Moment getroffen, wo die beiden Einflüsse sich gegenseitig aufheben.

Nach dem Gesagten ist nicht nöthig, wenn sich bei den weiteren Beobachtungen bald wachsende, bald abnehmende Werthe k oder c ergeben, auf die Erklärung dieser Thatsache zurückzukommen. —

Hr. Werner hat zuerst Beobachtungen mit zwei gleichen Electroden angestellt. Sie eignen sich von den complicirteren am meisten zu exacter Messung, da man bei ihnen nicht die schwer genau bestimmbaren Projectionspunkte der Electroden auf die Platte zu kennen braucht, sondern nur ihre gegenseitige Entfernung. Führe ich für die verschiedenen in Fig. 1 hervorgehobenen gut messbaren Längen die Bezeichnungen 2ε , 2η , 2ζ , 2ϑ , für den Abstand der Electroden, wie bisher, 2α ein, und nenne die Radienvectoren von den beiden Polen nach den mit a , i , m , n bezeichneten Stellen ρ_1^i , ρ_2^i , ρ_1^a , ρ_2^a, so ist:

$$\begin{aligned} \rho_1^i &= \alpha - \eta & \rho_2^i &= \alpha + \eta \\ \rho_1^a &= \varepsilon - \alpha & \rho_2^a &= \varepsilon + \alpha \\ \rho_1^m &= \vartheta & \rho_2^m &= \sqrt{4\alpha^2 + \vartheta^2} & \rho_1^n &= \rho_2^n = \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}. \end{aligned}$$

Die Fehler der Messungen von 2ϵ , 2η , 2ζ kommen nur mit halber, die von 2ϑ nur mit Viertelstärke in ϱ vor. Da $2a$ verhältnissmässig viel Einfluss hat, ist bei diesen ersten Beobachtungen α als unbekannt eingeführt, nämlich $= \alpha_0 + \alpha_1$ gesetzt, wo α_0 den gemessenen Werth, α_1 den Fehler bezeichnet.

Fig. 1.

1. System. $2\alpha_0 = 34,7$ mm, $\gamma' = \gamma'' = 7$ mm.

1. Ring (breit und verwaschen)

	$2\zeta = 50,6$ mm		$2\epsilon = 81,3$ mm
2. "	$2\vartheta = 23,2$	$2\vartheta = 31,8$ mm	$= 65,7$
3. "	$2\eta = 4,1$	$= 25,2$	$= 59,3$
4. "	$= 11,1$	$= 21,4$	$= 55,7$
5. "	$= 14,5$	$= 18,8$	$= 53,1$
6. "	$= 17,1$	$= 16,8$	$= 51,1$
7. "	$= 18,7$	$= 15,6$	$= 49,8$

Nur die ersten beiden Ringe flossen noch in eins zusammen. Berechnet man hier aus $C = 1/\sqrt{\varrho_1^2 + \gamma^2} + 1/\sqrt{\varrho_2^2 + \gamma^2}$ das betreffende α_1 , so gibt sich:

$$\alpha_1 = 0,2$$

und folgende Vergleichung der gefundenen Werthe C für die Stellen i , a , m , n :

i	n oder m	a	Mittel	c	i	n oder m	a	Mittel	c
—	6,4	7	6,7	6,7	64	64	62	63	7,0
21	19	21	20	6,7	79	79	78	79	7,2
35	35	33	34	6,7	89	89	91	90	6,9
49	50	47	49	7,0					

c ist sehr nahe constant. Im übrigen stimmen die Werthe C für dieselbe Curve gut überein. Zur Beurtheilung der Abweichungen hebe ich nochmals hervor, dass weil wir C und nicht die ϱ aus den Formeln berechnet haben, die Beobachtungsfehler in dreifacher Grösse auf die mitgetheilten Werthe influiren. Dies ist hier und ähnlich weiterhin (z. B. bei Vergleichung mit den Beob-

achtungen Hrn. H. Meyer's) zu berücksichtigen. Dass für den äussersten Ring an der Stelle n sich C besonders klein ergibt, ist, wie sich aus Weber's Arbeit ergibt, eine nothwendige Folge der Wirkung der Polarisation, die an den Stellen a die C am grössten, an den Stellen n (und i) am kleinsten werden lässt.

2. System. $2\alpha_0 = 43,3$ mm, $\gamma' = \gamma'' = 7$ mm.

1. Ring (verwaschen)

2.	„	$2\eta = 0$ mm	$2\vartheta = 32,0$ mm	$2\varepsilon = 74,5$ mm
3.	„	= 16,2	= 25,2	= 67,8
4.	„	= 21,4	= 21,1	= 64,0
5.	„	= 23,9	= 18,6	= 61,7
6.	„	= 26,0	= 16,6	= 59,5
7.	„	= 27,9	= 15,0	= 57,7

Hieraus $\alpha_1 = -0,3$ mm und das System der C und c :

i	m	a	Mittel	c	i	m	a	Mittel	c
18	19	20	19	6,3	64	65	62	64	7,1
33	35	35	34	6,8	81	79	78	79	7,2
49	49	50	49	7,0	96	94	93	94	7,2

c zeigt im Wachsen also deutliche Wirkung der Polarisation.

Hieran füge ich eine dritte (spätere) Beobachtungsreihe des Hrn. Werner mit der vergoldeten Messingplatte.

3. System. $2\alpha = 33$ mm, $\gamma' = \gamma'' = 6,7$ mm.

1.	Ring	$2\eta = ?$	$2\vartheta = 44,2$ mm	$2\varepsilon = 75,0$ mm
2.	„	= 0 mm	= 25,2	= 58,1
3.	„	= 12,7	= 19,1	= 52,1
4.	„	= 17,0	= 15,7	= 48,6
5.	„	= 19,7	= 13,2	= 46,1
6.	„	= 21,9	= 11,0	= 44,0
7.	„	= 23,6	= 9,3	= 42,1
8.	„	= 25,2	= 7,7	= 40,3

Hieraus C und c :

i	m	a	Mittel	c	i	m	a	Mittel	c
—	9,6	10,0	9,8	9,8	123,9	123,5	123,1	123,5	13,7
35,4	36,7	35,8	36,0	12,0	156,2	155,4	155,2	155,6	14,1
63,0	65,8	64,3	64,4	12,9	186,5	188,0	190,0	188,2	14,5
93,8	94,0	93,0	93,6	13,4	218	220	227	221,7	14,8

Die Uebereinstimmung ist hier sehr bedeutend, was einerseits von der regelmässig ebenen Gestalt der Messingplatte, andererseits vielleicht von ihrer erheblichen Dicke herrühren dürfte. c wächst, also ist die Polarisation von merklichem

Einfluss; dasselbe zeigen die kleinen Werthe bei i für die äusseren Ringe.

Mit zwei punktförmigen Electroden entgegengesetzter Art wollte es nicht gelingen, Ringsysteme von einiger Ausdehnung zu erhalten. In der That ist es begreiflich, dass in dem Falle einer sehr hohen Flüssigkeitsschicht hier nur wenig Electricität ihren Weg durch die Platten nimmt und überdies die Stromstärke durch den doppelten grossen Widerstand beim Eintritt und Austritt durch je eine so kleine Kugelfläche sehr geschwächt sein muss. Um doch eine Beobachtung mit zwei entgegengesetzten Electroden anzustellen, schlug ich Hrn. Werner vor, stählerne Nadeln als Electroden zu wählen, die in ihrer ganzen Länge, von der Oberfläche der Flüssigkeit bis nahe an die Platte, mit der Flüssigkeit in leitender Berührung waren. So gelang es, Ringsysteme von 60 mm Durchmesser zu erhalten. Ein Gesetz für dieselben ist einfach abzuleiten, wenn man annimmt, es könne auch in jeder Nadel (wie in der Bodenplatte) das Potential constant gesetzt werden, eine Annahme, über deren Zulässigkeit am besten die Beobachtung entscheidet.

Denkt man sich die Nadeln so gebildet, dass auf der Länge Eins die Anzahl ν Punktelectroden liegen, also auf $d\gamma_h$ die Anzahl $\nu d\gamma_h$, so erhält man die Formel für nadelförmige Electroden, indem man die Gleich. (7) meiner früheren Arbeit von γ_h bis γ'_h (vom unteren bis zum oberen Ende der Nadel) integrirt. Ist γ'_h (hier = δ) einigermaßen gross, so kann der von ihm herrührende Term ignorirt werden, und man erhält in unserem Fall von nur zwei Electroden, falls man $m\nu = \mu$ setzt und die Polarisation nach meinen früheren Angaben ¹⁾ berücksichtigt:

$$K = 2\mu \left(\frac{1}{V\varrho_1^2 + \gamma_1^2} - \frac{1}{V\varrho_2'^2 + \gamma_2'^2} \right) - \frac{2b}{\pi x},$$

wenn man x von der Mittellinie zwischen den beiden Electroden rechnet. Dabei setze ich weiterhin $K/2\mu = C$ und $b/\pi\mu = \varphi$.

Nicht nur die nicht ganz wahrscheinliche Annahme über das Potential der Nadeln lässt die Prüfung dieser Formel unsicherer erscheinen, sondern ausserdem das hypothetische

1) W. Voigt, l. c. p. 271.
Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XIX,

Glied φ/x wegen der Polarisirung und der Umstand, dass die Grössen ϱ sich bei zwei verschiedenen Electroden

Fig. 2.

viel ungenauer beobachten lassen, als bei zwei gleichen; hier braucht man nämlich die Projection der Electroden auf die Platte als Ausgangspunkt für die Messungen der Grössen ϱ_1 , und ein Fehler in seiner Bestimmung wirkt auf alle Resultate stark ein. Nach Fig. 2 folgen aus den gemessenen ϱ_1^i , ϱ_1^m , ϱ_1^a , die übrigen durch die Relationen:

$$\begin{aligned} \varrho_2^i &= 2\alpha - \varrho_1^i, & \varrho_2^m &= \sqrt{4\alpha^2 + (\varrho_1^m)^2}, & \varrho_2^a &= 2\alpha + \varrho_1^a, \\ x_i &= \alpha - \varrho_1^i, & x_m &= \alpha, & x_a &= \alpha + \varrho_1^a. \end{aligned}$$

4. System. $2\alpha = 50$ mm, $\gamma_1 = \gamma_2 = 6,3$ mm.

1. Ring	$\varrho_1^i = 13,8$ mm	$\varrho_1^m = 23$ mm	$\varrho_1^a = 39$ mm
2. "	= 11,3	= 14,8	= 18,3
3. "	= 9,0	= 10,6	= 12,8
4. "	= 7,1	= 8,2	= 9,7
5. "	= 5,6	= 6,4	= 7,2
6. "	= 4,2	= 5,0	= 5,5
7. "	= 3,1	= 3,6	= 4,2

Hieraus folgt $\varphi = 0,412$ und folgendes System der C und c (in Tausendstel) durch Einsetzen dieses Werthes für die Stellen i, m, a :

i	m	a	Mittel	c	i	m	a	Mittel	c
3	8	8	6	6	74	76	74	75	8,3
29	28	28	28	9,3	90	88	89	89	8,1
42	46	44	44	8,8	101	102	99	101	7,8
58	61	56	58	8,3					

5. System. $2\alpha = 38$ mm, $\gamma_1 = \gamma_2 = 5$ mm.

1. Ring	$\varrho_1^i = 11,7$ mm	$\varrho_1^m = 21,5$ mm	$\varrho_1^a = ?$ mm
2. "	= 9,9	= 13,6	= 17,0
3. "	= 8,0	= 9,7	= 11,0
4. "	= 6,4	= 7,4	= 8,0
5. "	= 5,1	= 5,6	= 6,1
6. "	= 3,9	= 4,4	= 4,7
7. "	= 2,8	= 3,1	= 3,2

Hieraus $\varphi = 0,183$ und folgendes System der C und c (in Tausendstel).

<i>i</i>	<i>m</i>	<i>a</i>	Mittel	<i>c</i>	<i>i</i>	<i>m</i>	<i>a</i>	Mittel	<i>c</i>
13	18	?	15,5 (?)	15,5	97	98	97	97	10,8
35	35	33	34	11,3	116	115	114	115	10,5
56	57	57	57	11,4	135	135	136	135	10,4
77	77	77	77	11,0					

Die Uebereinstimmung der Werthe *C* für die Stellen desselben Ringes ist, zumal bei der letzten Beobachtung, überraschend gross, besonders wenn man bedenkt, dass die ρ_1 kaum bis auf 0,1 mm zu verbürgen sind. Die Werthe *c* sind in System 4, (bis auf den ersten nicht recht erklärlichen) wie in 5 abnehmend, entsprechend dem Umstand, dass bei diesen Versuchen immer eine ziemlich grosse Schliessungsdauer nöthig war.

II. Mässige Höhe der Flüssigkeitsschicht über der Platte.

In diesem Fall, wo δ 20 mm nicht überstieg, hat die Annahme, dass innerhalb der nadelförmigen Electroden (von 1 mm Dicke) das Potential merklich constant sei, noch weniger Bedenkliches als im vorigen. Aber die Formeln für die Berechnung der Beobachtungen werden hier viel unbequemer, da die Einwirkung der oberen Grenze der Flüssigkeit jetzt bedeutend ist. Man erhält, abgesehen von dem Einfluss der Polarisation, hier als Gleichung der isochromatischen Linien:

$$K = \sum_h \mu_h \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{\sqrt{\rho_h^2 + (2k\delta + \gamma_h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\rho_h^2 + (2k\delta - \gamma_h)^2}} \right),$$

da das von der oberen Grenze ($\gamma_h = \delta$) der Integration nach γ Herrührende verschwindet.

Wählt man γ_h hinreichend klein, so kann man (um so mehr als es in den beiden Gliedern mit entgegengesetztem Vorzeichen vorkommt) schreiben:

$$K = \sum_h \mu_h \left[\frac{2}{\rho_h} + \sum_1^{\infty} (-1)^k \frac{4}{\sqrt{\rho_h^2 + (2k\delta)^2}} \right].$$

Diese Reihe haben wir für ein System von Werthen ρ/δ berechnet und zur Berechnung der Beobachtungen graphisch interpolirt.

Ist ϱ/δ kleiner als Eins, so kann man die Wurzel entwickeln und erhält für die Klammer:

$$\frac{2S}{\varrho_h} = \frac{2}{\varrho_h} \left[1 - \frac{\varrho_h}{\delta} 0,693 + \left(\frac{\varrho_h}{\delta} \right)^3 0,112 - \left(\frac{\varrho_h}{\delta} \right)^5 0,023 + \left(\frac{\varrho_h}{\delta} \right)^7 0,005 - \left(\frac{\varrho_h}{\delta} \right)^9 0,001 \pm \dots \right].$$

Für grosse Werthe ϱ/δ bleibt nichts übrig, als die Reihe in der ursprünglichen Form zu berechnen, wobei man das letzte berücksichtigte Glied nur halb zu nehmen hat.

Die von uns berechneten Werthe der Klammer S theile ich mit, weil unter ihrer Benutzung die Berechnung von Beobachtungen mit beliebig vielen nadelförmigen Electroden sehr bequem ist.

Es ist nämlich für:

$\varrho/\delta = 0,25$	0,30	0,35	0,40	0,50	0,65	0,75	0,90
$S = 0,830$	0,792	0,749	0,722	0,658	0,566	0,510	0,430
$\varrho/\delta = 1,00$	1,15	1,25	1,35	1,50	1,70	2,00	
$S = 0,382$	0,317	0,278	0,240	0,192	0,130	0,096	

Hr. Werner hat zunächst Beobachtungen mit einer Electrode, vier Elementen und $\delta = 20$ mm bei verschiedener Schliessungsdauer T angestellt, die das eingangs des ersten Theiles Gesagte völlig bestätigen und zugleich noch einen Beweis dafür liefern, dass es erlaubt ist, an der Nadel das Potential constant zu setzen. Wieder nehme ich $K/2\mu = C$ und gebe die dafür berechneten Werthe immer in Tausendsteln.

1. $T = 20$ Sec.

$\varrho = 22,0$	11,8	8,3	6,2	5,1	
$C = 15,2$	50,8	86,0	124	164	
$c = 15,2$	16,9	17,2	17,7	18,2.	

2. $T = 40$ Sec.

$\varrho = 27,5$	16,6	12,0	9,1	7,5	6,3
$C = 8,4$	28,4	49	75	97	123
$c = 8,4$	9,5	9,8	10,7	10,8	11,2.

3. $T = 80$ Sec.

$\varrho = 32,7$	22,3	17,8	14,5	12,5	11,0	9,6
$C = 4,4$	14,8	24,5	36,0	46,4	56	70
$c = 4,4$	4,9	4,9	5,1	5,2	5,1	5,4

4. $T = 120$ Sec.

$q = 35,8$	27,3	22,7	19,4	17,3	15,4	14,3
$C = 3,3$	8,5	14,0	20,0	26,0	32,5	37
$c = 3,3$	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	2,9

5. $T = 180$ Sec. (14 Tage später bei geschwächter Batterie angestellt.)

$q = 30,2$	24,8	21,8	19,2	17,5	16,0	14,7	13,7
$C = 6,2$	11,2	15,2	20,7	25,5	30,5	36,5	42,2
$c = 6,2$	3,7	3,0	3,0	2,8	2,8	2,8	2,7

Da diese Beobachtungen nicht unmittelbar hinter einander stattfanden, sind die erhaltenen Werthe c nicht von allen unter sich vergleichbar.

Ich habe mehrere Beobachtungen mit zwei nadelförmigen Electroden angestellt. Sind beide mit dem Zinkpol verbunden, so ist wiederum die Polarisation nahezu zu vernachlässigen und einfach für die Punkte derselben Curve:

$$C = \frac{1}{q_1} S\left(\frac{q_1}{\delta}\right) + \frac{1}{q_2} S\left(\frac{q_2}{\delta}\right).$$

6. System. (Stahlplatte, 4 Elemente).

$\delta = 20$ mm, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ mm, $2\alpha = 39,2$ mm.

1. Ring	$2\zeta = 41,0$ mm	$2\vartheta = 42,2$ mm	$2\varepsilon = 80,0$ mm
2. "	= 12,5	= 27,9	= 67,2
3. "	$2\eta = 14,5$	= 21,2	= 60,8
4. "	= 20,6	= 17,4	= 57,0
5. "	= 23,6	= 14,9	= 54,4
6. "	= 26,0	= 12,9	= 52,2
7. "	= 27,4	= ?	= 51,0

Hieraus berechnet sich C und c .

i	m	a	Mittel	c	i	m	a	Mittel	c
16,0	17,7	18,9	17,6	17,6	98,0	98,2	97,0	97,7	10,9
38,4	39,3	38,9	38,9	13,0	121	120	120	120,3	10,9
57,5	60,1	58,1	58,5	11,7	140	?	137	138,5	10,7
80,5	81,2	79,6	80,4	11,5					

Führt man wie oben ein $C = (2n + 1)c_1 + c_0$, so wird $c_0 = 8,1$, $c_1 = 10,1$ und:

C berechnet =	18,1	38,3	58,5	78,7	98,9	119,1	139,3
C beobachtet =	17,6	38,9	58,5	80,4	97,7	120,3	138,5

Wie oben als nothwendig erwähnt, ist für den äussersten Ring C an der Stelle i am kleinsten, sonst stimmen alle Werthe in sich befriedigend.

Für das Problem zweier verschiedener Electroden fehlt bei geringer Höhe der Flüssigkeitsschicht noch eine Formel, die den Einfluss der Polarisation angibt. Ich habe in meiner früheren Arbeit¹⁾ die Ansicht ausgesprochen, dass sie durch eine unendliche Reihe gegeben sein würde. Herr H. Weber hat mir aber mitgetheilt, dass sich die betreffende Reihe summiren lässt zu dem Ausdruck für das Potential:

$$V' = \frac{2b}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}}}{2 \sin \frac{\pi z}{2\delta}} \right).$$

In der That genügt diese Formel, wie man leicht durch Rechnung zeigen kann, den für das Potential der Wirkung der polarisirten Platte gültigen Relationen, denn es ist überall:

$$\frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V'}{\partial z^2} = 0,$$

$$\text{für } z = 0 \text{ und } x \geq 0, \quad V' = \pm b,$$

$$\text{für } z = \delta, \quad \frac{\partial V'}{\partial z} = 0.$$

An der Platte selbst wird hiernach:

$$\frac{\partial V'}{\partial z} = - \frac{2b}{\delta \left(e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}} \right)},$$

und dies Glied kommt als Correction wegen der Polarisation zur obigen Formel, welche nun lautet:

$$K = \frac{2\mu_1}{\varrho_1} S\left(\frac{\varrho_1}{\delta}\right) - \frac{2\mu_2}{\varrho_2} S\left(\frac{\varrho_2}{\delta}\right) - \frac{2b}{\delta \left(e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}} \right)}.$$

Setzt man hier wieder $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, $K/2\mu = C$ und $b/\delta\mu = \varphi_1$, so ist die Formel zur Anwendung fertig.

7. System. (Stahlplatte, 18 Elemente.)

$\delta = 20 \text{ mm}$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2 \text{ mm}$, $2\alpha = 53,5 \text{ mm}$.

1. Ring	$\varrho_1^i = 16,6 \text{ mm}$	$\varrho_1^m = 23,0 \text{ mm}$	$\varrho_1^{a.} = 26,0 \text{ mm}$
2. „	= 14,4	= 16,7	= 17,8
3. „	= 12,0	= 13,3	= 13,6
4. „	= 10,4	= 10,8	= 11,0

1) W. Voigt, l. c. p. 271.

Hieraus bestimmt sich $\varphi_1 = 26,3$ und für die vier Ringe C und c .

i	m	a	Mittel	c
11,4	10,1	9,7	10,3	10,3
22,7	24,3	23,2	23,3	7,8
39,0	38,3	38,4	38,6	7,7
51,8	54,1	54,0	53,2	7,6

Die Abweichungen sind zwar grösser, als im vorigen Falle, aber so regellos, dass aus ihnen kaum etwas gegen die Formel zu schliessen ist; der äusserste Ring ist am meisten durch die Polarisation beeinflusst und gibt daher hier wie überall die ungenauesten Resultate.

III. Die Flüssigkeitsschicht ist von sehr geringer Dicke.

Dieser Fall ist für die Beobachtung am ungünstigsten. Die Dicke der Schicht influirt erheblich auf die Erscheinung und ist nicht mit Genauigkeit zu messen, ja wenn sich die Flüssigkeit durch Capillarität an den Electroden emporzieht und die Metallplatte nicht eben ist, gar nicht definirbar, ein sicheres Resultat also nicht zu erhalten. Trotzdem habe ich eine Anzahl von Beobachtungen auch hier angestellt, um zu zeigen, wie die Formeln die bei der Verminderung der Flüssigkeitsdicke eintretenden Veränderungen der Curven richtig angeben. Diese Veränderungen fallen bei geeigneten Umständen ohne Messung ins Auge. Nimmt man nur zwei Nadelelectroden gleicher Art und bringt mit denselben bei sonst unveränderten Umständen Ringe hervor, so erhält man bei einer Flüssigkeitshöhe von 100 mm bis ∞ Curven, die entfernt Lemniskaten ähneln; je mehr man die Dicke verringert, um so mehr verliert sich diese Aehnlichkeit, und bei einer Dicke von etwa 5 mm und einem Abstände der Electroden von 30—40 mm bilden die Curven, bis sie sich berühren, um jede Electrode fast völlig regelmässige Kreise.

Für diesen letzteren Fall, dass die Länge δ klein gegen ϱ ist, formen sich die Summen in meiner Gleichung (7)¹⁾ nach Riemann's²⁾ Angaben für Punkt- und Nadelelectroden um in:

1) Vgl. W. Voigt, l. c. p. 26.

2) Riemann, Pogg. Ann. **95**. p. 136. 1855.

$$K = \sum_h \mu_h \frac{e^{\frac{\pi q_h}{2\delta}}}{\sqrt{\frac{q_h}{\delta}}} \sum_1^m \left(\frac{\pi q_h}{\delta} + 1 \right) \frac{(1 \cdot 3 \dots (2m-1))^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} \cdot \left(-\frac{\delta}{4\pi q_h} \right)^m = \sum_h \mu_h P_h.$$

Dabei sind vernachlässigt Glieder von der Ordnung:

$$e^{-\frac{3\pi q}{2\delta}} \quad \text{gegen} \quad e^{-\frac{\pi q}{2\delta}}.$$

Ich habe den Factor P_h von μ_h für eine Reihe von Werthen q_h/δ berechnet (der geringen Genauigkeit der betreffenden Beobachtungen wegen aber nur für wenige), sie in einem Coordinatennetz construiert und durch eine Curve verbunden, um so die den einzelnen Beobachtungen entsprechenden Werthe ablesen zu können. Es fand sich für:

$q/\delta = 1,0$	1,2	1,4	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	4,0
$P = 474$	270	158	95,3	37,0	15,8	6,4	2,8	0,5

wobei P in Hunderttausendsteln gegeben ist.

Ich benutzte zunächst zwei gleiche Nadelelectroden.

8. System. (Stahlplatte, 10 Elemente).

$$\delta = 5,0 \text{ mm} \quad 2\alpha = 35,4 \text{ mm.}$$

1. Ring	$2\zeta = 16,0 \text{ mm}$,	$2\vartheta = 29,3 \text{ mm}$,	$2\varepsilon = 64,2 \text{ mm}$
2. „	$2\eta = 10,4$	= 23,6	= 58,8
3. „	= 14,1	= 20,8	= 56,2
4. „	= 16,1	= 19,0	= 54,4
5. „	= 17,7	= 17,6	= 53,0

Hieraus folgt C und c :

$n \text{ od. } i$	m	α	Mittel	c	$n \text{ od. } i$	m	α	Mittel	c
3	4	5	4,0	4,0	45	47	47	46,3	6,6
13	16	17	15,3	5,1	64	65	65	64,7	7,2
29	32	35	31,0	6,2					

Die Werthe n oder i sind, wie nöthig, am kleinsten. Abnorm ist das starke Wachsen von c ; ich vermute, dass ein Fehler in der Bestimmung der Dicke der Flüssigkeitsschicht vorliegt.

Für zwei entgegengesetzte Electroden ist zu obiger Formel $C = P_1 - P_2$ noch das Glied wegen der Polarisirung hinzuzunehmen:

$$-\frac{\pi x}{e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}}},$$

wo φ_1 , als mit δ und μ umgekehrt proportional, hier gross werden muss.

9. System. (Stahlplatte, 14 Elemente).

$$\delta = 5,0 \text{ mm} \quad 2a = 52 \text{ mm.}$$

1. Ring	$\varphi_1^i = 10,9 \text{ mm,}$	$\varphi_1^m = 11,6 \text{ mm,}$	$\varphi_1^a = 12,0 \text{ mm}$
2. "	$= 9,7$	$= 10,0$	$= 10,1$
3. "	$= 9,0$	$= 9,2$	$= 9,2$
4. "	$= 8,2$	$= 8,5$	$= 8,5$
5. "	$= 7,8$	$= 8,0$	$= 7,9$

Hieraus folgt $\varphi_1 = 1300$ und folgende Werthe C und c :

i	m	a	Mittel	c	i	m	a	Mittel	c
13	18,6	15	15,0	15,0	78	73,4	74	75	10,7
34	36,6	35	35,3	11,8	101	95	99	98	10,9
52,5	53,6	54	53,3	10,7					

Die Abweichungen der Werthe von C für verschiedene Stellen desselben Ringes sind also nicht unbeträchtlich, aber vollständig regellos und demgemäss wohl nach dem oben Gesagten völlig unbedenklich.

Von complicirteren Ringsystemen haben wir z. B. dasjenige mit der Theorie verglichen, welches durch vier gleichartige, in den Ecken eines Quadrates befestigte, nadelförmige Electroden bei einer Flüssigkeitshöhe von 20 mm hervorgerufen wird. Bei einer grösseren Anzahl Electroden wächst die Schwierigkeit, in praxi der Bedingung zu genügen, dass sich alle völlig gleich verhalten, also gleiche Leitungsfähigkeit und gleichen Abstand von der Platte haben. Die Figuren werden demgemäss leichter ein wenig unregelmässig ausgebildet — zwar nicht so, dass es der blosse Anblick, aber doch so, dass es die Messung zeigt. Derartige Probleme eignen sich demgemäss auch weniger zu einer eigentlichen Prüfung der Theorie. Ein Ringsystem der erwähnten Art hat Hr. Werner ausgemessen und berechnet, zwar etwas grössere Differenzen gefunden, als die oben mitgetheilten Beobachtungsreihen ergaben, doch keine irgendwie regelmässig vertheilt.

Die aus den Principien Riemann's durch eine einfache Erweiterung seiner Methode unter Zuziehung einer Hilfsannahme über das Gesetz der Polarisation gewonnenen For-

meln haben sich also in allen untersuchten Fällen bewährt und dürfen demgemäss als nahe zutreffender Ausdruck der Thatsachen angesehen werden.

Aus dem vorstehend Mitgetheilten ist ersichtlich, dass in dem Wesentlichsten die von Hrn. Guébhard¹⁾ gegen meine Theorie gerichteten Angriffe sicher ungerechtfertigt sind, denn dieselbe ist mit der Beobachtung im Einklang. Ich würde demgemäss das Detail seiner „Berichtigung“ mit Stillschweigen übergehen können, wäre dieselbe nicht in einer Art abgefasst, die vielleicht ein Vorurtheil gegen meine Entwicklungen hervorrufen könnte. Ich füge demnach noch eine Erörterung einiger von Hrn. Guébhard angeregten Punkte an.

1. Hr. Guébhard spricht a. a. O. aus, dass er die Identität seiner Farbencurven mit den „Kirchhoff'schen“ — ich wende die frühere Bezeichnung der Kürze halber wieder an — „rein experimentell“ abgeleitet habe, und nennt dieselben zweimal „die Nobili'schen, nach seiner Methode erzeugten.“ Ich constatiere, dass in diesen Worten sich ein wesentlich anderer Standpunkt documentirt, als ihn Hr. Guébhard vor der Veröffentlichung meines Aufsatzes einnahm, und betone, dass Hr. Guébhard damals eine auf innerer Verwandtschaft beruhende Identität vertheidigte.²⁾ Dies wolle man zu gerechter Beurtheilung meiner Polemik nicht übersehen. Hat Hr. Guébhard aber jetzt diese Ansicht, so liegt für ihn gar kein Grund vor, meine Theorie, die nichts ist, noch sein will, als eine einfache Erweiterung der allgemein anerkannten Riemann'schen Theorie der Nobili'schen Ringe, anzugreifen. Am wenigsten ist begreiflich, dass er

2. behauptet, meine „abstracte“ Theorie habe mit seinen Experimenten „gar nichts zu thun“, weil er cylindrische Electroden, ich „punktförmige oder die Platte berührende“ voraussetze. Letzteres ist ein vollständiges Missverständniss, in ersterem liegt aber unzweifelhaft kein wesentlicher

1) A. Guébhard, Wied. Ann. 17. p. 257. 1882.

2) Vgl. hierzu H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 139. 1883.

Unterschied. Zudem hat Riemann¹⁾ bereits bewiesen, dass bei geringer Höhe der Flüssigkeit die Gestalt der Electroden keinen Einfluss auf das Gesetz der Farbencurven (höchstens auf ihre absolute Ausdehnung) haben kann, und endlich habe ich im Vorstehenden gezeigt, wie man aus punktförmigen Electroden lineare zusammensetzen und mit der Beobachtung stimmende Gesetze erhalten kann.

3. Hr. Guébbard behauptet, ich habe in „physikalisch absolut unbegründeter“ Weise das Potential an der Metallplatte constant genommen. Hier kommt wohl, da Hr. Guébbard gegen mich die Namen Weber und Ditscheiner citirt, ein Doppeltes in Betracht: die Vernachlässigung der Dicke der Platten und der Wirkung der Polarisation.

Erstere ist, wie schon das Kirchhoff'sche Brechungsgesetz ergibt, unzweifelhaft bei gewisser Dicke der Platte erlaubt, und eben die gegen mich citirten Arbeiten bringen hierfür ihrerseits Belege bei²⁾; dass sie für jede kleinste Dicke zulässig wäre, habe ich nirgends behauptet. Da aber Hr. Guébbard selbst mitunter sehr dicke Platten (bis 4 mm) angewandt hat und bei Aufstellung einer Theorie unnöthige Complicationen vermieden werden dürfen, so liegt in meiner Annahme nichts Unzulässiges. Zudem lassen sich die von Hrn. Ditscheiner angestellten Betrachtungen genau in derselben Weise auf den Fall mehrerer Electroden und gewisser geradliniger Begrenzungen der Platten verallgemeinern, wie ich es mit den Riemann'schen gethan habe, sodass also der Fall dünner Platten dadurch auch erledigt ist³⁾.

Dass ich die Wirkung der Polarisation vernachlässigt habe, deutet merkwürdiger Weise auch Hr. H. Meyer an.⁴⁾

1) Riemann, Pogg. Ann. 95. p. 137. 1855.

2) Vgl. H. Weber, Crelle's Journ. 75. p. 7. 1873; Ditscheiner Wien. Ber. 78. p. 94. 1878. Die Wild'sche Arbeit war mir nicht zugänglich.

3) Hr. Quincke hat mir mitgetheilt, dass er auf einer aus zwei dünnen, aber verschieden dicken Messingplatten zusammengesetzten Platte Farbencurven mit einer Brechung in der Grenze erhalten hätte. Dies steht nicht im Widerspruch mit meiner Theorie, obgleich die Endformeln für diesen Fall noch nicht abgeleitet sind.

4) H. Meyer, l. c. p. 136.

Doch bin ich folgendermassen verfahren. Seite 260 bis 269 meines Aufsatzes leite ich allerdings zunächst allgemeine Gesetze ab unter Vernachlässigung der Polarisirung, bemerke aber, dass dergleichen selbst im günstigsten Falle sehr grosser Potentialdifferenz der Kette nur angenähert erlaubt wäre. Darauf gedenke ich der Theorie des Herrn H. Weber, welcher die Polarisirung der Stromdichte proportional setzt, und gebe an, wie seine Formeln für die Guébbhard'schen Fälle verallgemeinert werden können, führe dann aber selbst — veranlasst durch gewisse mitgetheilte Beobachtungen — die mir passender scheinende Annahme ein, dass die Polarisirung von einer gewissen kleinsten Stromdichte an als constant angesehen werden kann. Diese Annahme lässt die im ersten Theile erhaltenen Resultate in vielen Fällen für die ganze Platte, in den anderen für einzelne Theile in Gültigkeit, was deren Vorausschicken wohl rechtfertigt. Aber weder habe ich in allen Fällen das Potential an der Platte constant gesetzt, noch die Polarisirung vernachlässigt; ja nach dem gegenwärtigen Stande der Analysis dürfte Weber's und meine Annahme über die Polarisirung die einzigen streng durchführbaren sein. Wie beide zusammen die Erscheinungen erklären, ist oben gezeigt.

4. Hr. Guébbhard behauptet, entgegen meiner darauf bezüglichen Bemerkung¹⁾, ein Gesetz für die Farbencurven auch in dem Falle gegeben zu haben, dass die Metallplatte im Endlichen in beliebiger Weise begrenzt und mit dem Kohlenpol der Batterie verbunden ist, während eine beliebige Anzahl mit dem Zinkpol verbundener Electroden in der Flüssigkeit stehen. Der von ihm als Beleg citirte Aufsatz²⁾ gibt aber nur eine (sehr bedenkliche) Methode an, um bei grossen Platten diejenigen Curvensysteme zu erhalten, die unter sonst gleichen Umständen bei unendlich ausgedehnten eintreten würden, darin bestehend, dass man den Kohlenpol nicht mit der Platte verbinden soll, sondern mit einem Blechstreifen, welcher in der Form einer, dem betreffenden Fall entsprechenden, Kirchhoff'schen Niveaucurve gebogen und

1) W. Voigt, l. c. p. 268. Anm.

2) Guébbhard, C. R. 94. p. 851. 1882.

als Electrode in einer kleinen Entfernung von der Platte befestigt ist.¹⁾ Ich halte demgemäss meine frühere Behauptung in vollem Umfange aufrecht: die Regel des Hrn. Guébhard ist als physikalisches Gesetz schon deshalb unhaltbar, weil sie für eine ganze Classe von Erscheinungen jeden Sinn verliert, indem für jene gar kein entsprechendes Kirchhoff'sches Stromverzweigungsproblem existirt.

5. Wenn Hr. Guébhard weiter sagt, ich habe nur die zwei Fälle zweier gleich- oder ungleichartiger Electroden „zur Lösung gebracht“, so genügt es, dieser offenbaren Unrichtigkeit gegenüber auf meine bezügliche Arbeit zu verweisen.

6. Hr. Guébhard widerlegt meine Theorie, indem er constatirt, dass bei gewissen Plattenformen, die sämmtlich krummlinige Begrenzung haben, meine Formel:

$$\varrho_1^{-3} \pm \varrho_2^{-3} = K$$

durch die Beobachtung nicht bestätigt wird. Freilich habe ich sie auch gar nicht für diese Fälle aufgestellt!

Hierbei will ich nicht unerwähnt lassen, dass ich in meinem Aufsätze, im Bestreben die Discussion an eine möglichst einfache Formel anzuknüpfen, eine Gleichung der Kirchhoff'schen $C = \varrho_1 \cdot \varrho_2^{\pm 1}$ gegenüber gestellt habe, die auf den Guébhard'schen Fall linearer Electroden und dünner Flüssigkeitsschicht nicht streng passt. Es wäre die im Vorstehenden p. 195 angeführte am Platze gewesen, die indess für geringe Flüssigkeitshöhen der benutzten recht ähnlich verläuft. Dies ist eine Ungeschicklichkeit meinerseits gewesen, die ich ebenso, wie die daran geknüpften Folgerungen bedaure. Indess ist sie wohl einigermaßen entschuldigt durch Aeusserungen des Hrn. Guébhard, wie die im *l'Electricien* 1882, Sept. p. 2 sich findende, nach welcher alle Dimensionen „vom Einfachen bis zum Zehnfachen“ geändert werden könnten, ohne dass sich andere Resultate ergäben, sowie durch die oben (p. 203) citirte von Riemann bewiesene Behauptung.

7. An verschiedenen Stellen führt Hr. Guébhard die „grosse Aehnlichkeit“ seiner Curven mit den Kirchhoff-

1) Ob dergl. nöthig ist, zeigen die vorstehenden Beobachtungen.

schen als Grund gegen meine Theorie an. Hierin liegt eine völlige Verkennung der Sachlage. Ich habe jene Aehnlichkeit nie geleugnet (am wenigsten, wie Hr. Guébbard sagt, ohne die Curven gesehen zu haben!), sie vielmehr zugestanden und sogar theoretisch begründet, nur aber eine auf inneren Gründen beruhende Identität (die Hr. Guébbard jetzt selbst aufgegeben hat) nachdrücklich bestritten. Eine gleichviel wie grosse Aehnlichkeit beweist nicht das Geringste gegen meine Theorie, welche dieselbe zulässt, um so weniger als ihr keine Theorie gegenübersteht, welche die Identität mit den Kirchhoff'schen Curven fordert.

Meine Theorie ist vielmehr nur dann als falsch erwiesen, wenn in einem Falle, wo die ausdrücklich¹⁾ als unsicher bezeichnete Hilfsannahme über das Gesetz der Polarisation durch eine directe Prüfung als angenähert gültig gefunden ist, dennoch unter den von mir angenommenen Umständen Farbencurven auftreten, die meinen Formeln widersprechen. Bis jetzt ist mir nichts Derartiges bekannt, und ich kann demgemäss auch die Nothwendigkeit angenäherter Theorien, wie sie von Hrn. H. Meyer²⁾ und E. Mach³⁾ versucht sind, nicht anerkennen.

8. Endlich erlaube ich mir, darauf hinzuweisen, dass die von Hrn. Guébbard so oft betonte Aehnlichkeit seiner Curven mit den Kirchhoff'schen oft sehr gering ist. Dass Hr. H. Meyer⁴⁾ eine leidliche (Hrn. Guébbard völlig befriedigende) Uebereinstimmung erhält, liegt unzweifelhaft an dem völlig willkürlichen Verfahren des Hrn. Guébbard, Platte oder Flüssigkeit in gewisser Weise (s. p. 204) zu begrenzen und die dann erhaltenen Curven als die zu bezeichnen, die der unbegrenzten Platte entsprechen.⁵⁾ Wir haben uns bei unseren Beobachtungen überzeugt, dass die Begrenzung der Platte nicht auf die Erscheinung

1) W. Voigt, l. c. p. 269.

2) H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 106. 1883.

3) E. Mach, Wied. Ann. 17. p. 858. 1882.

4) H. Meyer, l. c.

5) Ausserdem bewirkt bei verschiedenartigen Electroden die Polarisation, dass die Farbencurven den Kirchhoff'schen etwas ähnlicher werden, als ohne sie stattfinden würde.

wirkte; gingen wir nämlich mit den Electroden von der von der Mitte der Platte um mehrere Centimeter zur Seite, so behielten die Farbencurven ihre Symmetrie.¹⁾ Das als sechstes mitgetheilte System entspricht der Versuchsanordnung des Hrn. Guébhard; sollte die Flüssigkeitshöhe $\delta = 20$ mm gross erscheinen, so bemerke ich, dass eine geringere die Sache nur verschlimmern würde (vgl. System 8). Nach Hrn. Guébhard soll hier für jede Curve $\rho_1 \cdot \rho_2 = C$ sein; im Folgenden sind die aus den Beobachtungen für die Stelle i, m, a berechneten Werthe zusammengestellt; die Zahlen jeder Horizontalreihe sollen nach Hrn. Guébhard constant sein.

	i od. n	m	a		i od. n	m	a
1. Ring	81,2	93,6	121	4. Ring	27,9	35,1	42,8
2. „	42	58,5	74,5	5. „	24,5	30,1	35,8
3. „	33,1	43,3	54,0	6. „	21,1	26,1	29,7

Königsberg i. Pr., März 1883.

XVI. Messung der Schallschwächung im Telephon; von K. Vierordt.

In den zahlreichen mit Telephonen verschiedener Einrichtung in den letzten Jahren angestellten Versuchen ist die durch die Fortleitung im Apparat bedingte Schallschwächung nicht zu messen versucht worden. Die einzigen mir bekannt gewordenen Bemühungen der Art rühren von Siemens her, welcher eine gewöhnliche Spieldose zu seinen Versuchen benutzte. Er gibt an, dass ein Bell'sches Telephon etwa $\frac{1}{10000}$ der Schallmasse, von der es getroffen wird, auf das andere Telephon überträgt.²⁾ Nach meinen phonometrischen Erfahrungen darf aber (wie ich bei dieser Gelegenheit freilich nicht ausführlich nachweisen kann) der

1) Ein Operiren mit einem „unbegrenzten“ Bereich ist hiernach also keineswegs „unausführbar“, wie Hr. G. meint.

2) Jahrbuch der Erfindungen von Gretscher und Wunder. 14. p. 89. Leipzig 1878.