der *Proceedings of the Royal Society of London* ersche, daß Hr. Guthrie ähnliche Versuche angestellt hat, so finde ich mich jetzt zu dieser vorläufigen Mittheilung veranlaßt.

XII. Ueber die durch Muskelcontractionen geleistete Beugungsarbeit; von Dr. R. Most.

Ist ein Muskel AB (Fig. 10 Taf. II), z. B. der *m. brachialis internus*, in der Contraction begriffen, um die Knochen AC und BC einander zu nähern, so ist das Drehungsmoment, welches derselbe ausübt, wegen des veränderlichen Abstandes CD des Muskels vom Gelenk C , selbst veränderlich; wichtiger als die Frage nach diesem Drehungsmoment, auf welches in den anatomischen Lehrbüchern aufmerksam gemacht wird ¹⁾, erscheint uns die Frage danach, wie die in den Muskeln disponible Arbeit zur Verwendung komme. Bezeichnen wir die augenblickliche Länge des in der Contraction begriffenen Muskels AB mit u , so wird die Kraft K , welche er in diesem Zustande zu leisten fähig ist, offenbar eine Function von u seyn; da es sich hier nur um eine Schätzung handelt, soll die Kraft K in den nachfolgenden Rechnungen constant angenommen werden; für die unendlich kleine Contraction du ist die Arbeit gleich $K du$. Bezeichnet man nun die größte Länge des Muskels, bei welcher er also in keiner Weise tetanisirt ist, mit a , seine kleinste Länge, bei der er vollständig contrahirt ist, mit b , so ist die durch eine vollständige Contraction disponibel

gemachte Arbeit: $\int_b^a K \cdot du = K(a - b)$; setzen wir voraus,

daß in dem Gelenk C eine Beugung von 180° möglich sey,

1) Vergl. Hermann Meyer, Physiologische Anatomie S. 155 u. 156.

so ergeben sich für die Entfernungen der Ansatzstellen A und B von dem Gelenk C die Gleichungen:

$$AC = \frac{a+b}{2} \qquad BC = \frac{a-b}{2}.$$

Zunächst soll nun die Verwendung der disponiblen Arbeit beurtheilt werden, unter der Voraussetzung, daß die Anheftungsstelle A fixirt sey, und also nur der Knochen CB bewegt werde; die in B angreifende Kraft $K = BE$ wird in die beiden Componenten BF parallel mit BC , und BG senkrecht dazu zerlegt; da nun bei der Fixirung der Ansatzstelle A , d. h. des Knochens AC in der Richtung der Componente BF keine Bewegung, also auch keine Arbeit entstehen kann, andererseits aber Arbeit nicht verloren gehen kann, so muß in diesem Falle die ganze disponible Arbeit zur Beugung verwendet werden. Man überzeugt sich davon auch in folgender Weise. Es ist:

$$BG = K \cdot \frac{DC}{BC},$$

verkleinert sich nun $\angle ACB = \varphi$ durch Contraction des Muskels um $d\varphi$, so macht der Punkt B in der Richtung BG den Weg $BC \cdot d\varphi$; die in B geleistete Arbeit ist also $K \cdot DC \cdot d\varphi$; nun ist aber

$$DC = \frac{AC \cdot BC \cdot \sin \varphi}{\sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \varphi}}$$

also

$$DC \cdot d\varphi = d \cdot \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \varphi} = du,$$

also ist die in B geleistete Arbeit gleich der durch Contraction disponibel gemachten Arbeit $K \cdot du$. Der günstigste Fall für die Beugungsarbeit ist also der, daß einer der Knochen vollkommen fixirt ist; findet das nicht statt, sondern bewegt sich etwa der Knochen AC um ein oberes Gelenk H , so tritt auch in der Richtung der Componente BF Bewegung ein und ein Theil der disponiblen Arbeitskraft wird hier verwendet. Bildet HC (Fig. 11 Taf. II) mit einer festen Axe HX den Winkel ψ , so verändere sich dieser um $d\psi$, während gleichzeitig der Winkel φ um $d\varphi$ geändert wird. Bei der Contraction des Muskels greift in A

und B die Kraft K an als AH und BE ; bezeichnet man die Winkel bei A und B mit α und β , so sind die Componenten der Kraft BE zu bestimmen durch die Gleichungen $BG = K \cdot \sin \beta$ und $BF = K \cdot \cos \beta$; BG bewirkt die Bewegung des Knochens CB ; BF denke man sich nach C als CL verlegt und parallel und senkrecht zu AC in CM und CN zerlegt, so wirkt $CN = K \cdot \cos \beta \cdot \sin \varphi$ auf den Knochen HC , während gleichzeitig in A die Componente $AC = K \cdot \sin \alpha$ angreift. Um nun die Wege der Angriffspunkte in der Richtung dieser Kräfte zu bestimmen, denke man sich zunächst mit constantem φ den Winkel ψ um $d\psi$ geändert, so dass HCB in die Lage HC_1B_1 übergeht und dann erst trete die Veränderung von φ um $d\varphi$ ein. Für die auf den Knochen HC verwendete Arbeit A_1 erhält man somit:

$$1) \quad dA_1 = K \cdot \cos \beta \cdot \sin \varphi \cdot HC \cdot d\psi - K \cdot \sin \alpha \cdot HA \cdot d\psi;$$

um nun die Projection von BB_1 auf BG zu bestimmen, verlängere man BC und B_1C_1 bis zum gemeinsamen Schnitt in P , dann überzeugt man sich leicht, dass der $\angle P = d\psi$ ist; macht man also CB_2 gleich und parallel C_1B_1 , so ist $BB_2 = CB \cdot d\psi$ und $B_2B_1 = CC_1 = HC \cdot d\psi$; danach ergibt sich für die auf CB verwendete Kraft A_2 :

$$1_a) \quad dA_2 = K \cdot \sin \beta [-BC d\varphi - BC \cdot d\psi + \cos \varphi \cdot HC \cdot d\psi];$$

nennt man die Gesamtarbeit A , so ist:

$$dA = dA_1 + dA_2 = -K \cdot \sin \beta \cdot BC \cdot d\varphi = -K \cdot du,$$

wie es seyn muss. — Um die Anwendung der Gleichungen 1) und 1_a) zu zeigen, soll die Vertheilung der Arbeitskraft auf beide Knochen bestimmt werden unter der Voraussetzung, dass sich der Muskel AB selbst parallel bleibe, dann ist $d\psi = d\alpha$, also, indem man für die sinus von β und φ bekannte Werthe einsetzt:

$$2) \quad \begin{cases} dA_1 = K \cdot \cos \beta \cdot \frac{HC}{BC} \cdot u \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha - K \cdot HA \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \\ dA_2 = -K du - K \cdot AC \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \\ \quad \quad \quad + K \cdot \frac{HC \cdot AC}{BC} \cos \varphi \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha; \end{cases}$$

führt man durch die Gleichungen:

$$d \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2AC} \left(1 - \frac{ab}{u^2}\right) du$$

$$\cos \beta = \frac{u^2 - ab}{2uBC} \quad \cos \varphi = \frac{AC^2 + BC^2 - u^2}{2AC \cdot BC}$$

die Ausdrücke auf u und integrirt, entsprechend der Kraftentwicklung von a bis b , so erhält man:

$$3) \quad A_1 = \frac{K}{3} \cdot \frac{HC}{AC} (a - b)$$

$$A_2 = K(a - b) - \frac{K}{3} \cdot \frac{HC}{AC} (a - b);$$

liegt also die Ansatzstelle A dem Gelenk H nahe, so daß man $\frac{HC}{AC}$ gleich 1 setzen kann, so wird $\frac{1}{3}$ der disponiblen Arbeitskraft auf den ersten Knochen HC , $\frac{2}{3}$ auf den zweiten verwandt.

Bei diesen Rechnungen ist vorausgesetzt, daß die Knochen bei ihrer Bewegung, wie eine Maschine im umkehrbaren Proceß, nur Widerstände finden, welche den wirkenden Kräften gleich sind oder doch nur unendlich wenig von ihnen verschieden sind. Freilich erscheinen die wirkenden Kräfte wenig constant, so durchläuft z. B. das Drehungsmoment, welches den Knochen BC (Fig. 10 Taf. II) beugt, die Werthe von Null bis $K \cdot BC = K \cdot \frac{a-b}{2}$. Berechnet man aber den Durchschnitt aller Drehungsmomente:

$$\frac{\int_a^b K f DC \cdot du}{\int_a^b du} = \frac{K f DC}{2(a-b)} \int_a^b \sqrt{(a^2 - u^2)(u^2 - b^2)} \frac{du}{u} = \frac{\pi}{4} \frac{K}{2} (a - b),$$

so erkennt man, daß derselbe dem Maximum sehr nahe liegt; berücksichtigt man nun noch, daß der Apparat bei Arbeitsverrichtungen selten aus der vollen Strecklage seine Bewegung beginnt und ebenso wenig in die letzte Beugelage übergeht, daß überhaupt die Knochendicke die Minimalwerthe des Drehungsmomentes gar nicht eintreten läßt, so erkennt

man, daß der Muskel, welcher bei seiner Contraction die Kraft K entwickelt, fähig ist, annähernd einen Widerstand mit dem Drehungsmoment $\frac{\pi}{8}K(a - b)$ zu überwinden.

Nekrolog.

Abermals haben Physik und Chemie, haben diese Annalen einen herben Verlust erlitten, der auch in weiten Kreisen empfunden werden wird. Gustav Magnus, noch einer jener Männer, die aus der Schule von Berzelius hervorgegangen sind, ist leider, nach mehr als 40jähriger ruhmvoller Thätigkeit für beide Wissenschaften, am 4^{ten} dieses Monats einer langwierigen und schmerzhaften Krankheit zum Opfer gefallen. Wer dem Verewigten näher gestanden hat, wer da weiß, wie viel er, neben seinen eigenen gediegenen Forschungen, zur Förderung und Belebung des physikalischen Studiums in Berlin beigetragen hat und ohne Zweifel auch fernerhin noch beigetragen haben würde, der wird mit einstimmen in die gerechten Klagen seiner zahlreichen Freunde und Schüler, denen er viel, viel zu früh entrissen worden ist. Gleichwie er durch die Humboldt's-Stiftung, die hauptsächlich sein Werk ist, dem grofsen Naturforscher ein immerwährendes Denkmal errichtet hat, so wird auch sein Name für immer in der Wissenschaft fortleben, und denen ein Vorbild seyn, die berufen werden mögen, die durch seinen Tod eingetretene sehr fühlbare Lücke auszufüllen.

Berlin, 24. April 1870.

Poggendorff.