von 67 (29) bis 362 (80), das Maximum liegt dann bei 251 (61).

Geht das erregende Licht durch blaues Cobaltglas (No. 3), so ist die Farbe des Fluorescenzlichtes schön grün.

Geht endlich das erregende Licht durch ein violettes Glas (No. 5), so ist das Fluorescenzlicht schön hellblau.

Sandarak fluorescirt auch im festen Zustande, wie dies auch bei anderen Harzen z. B. Copal der Fall ist.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

IV. Ueber das Wärmeleitungsvermögen von Eisen und Neusilber; von Heinrich Weber in Braunschweig.

Eine Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens verschiedener Metalle ist, wenn man die älteren und unzureichenden Versuche von Péclet abrechnet, erst in neuerer Zeit namentlich durch F. Neumann, Ångström und Forbes ausgeführt worden. Die von ihnen gefundenen Werthe zeigen unter einander nicht unbeträchtliche Abweichungen, welche nicht *allein* auf die Verschiedenheit der angewandten Metallsorten zurückgeführt werden können. Es scheint vielmehr, daß diese Abweichungen zum großen Theil darauf zurückzuführen sind, daß die Erscheinungen, aus deren Beobachtung das Wärmeleitungsvermögen hergeleitet worden ist, von sehr verwickelter Art waren, woraus große Schwierigkeiten erwuchsen. Es kann außerdem noch geltend gemacht werden, daß die zur Berechnung der Beobachtungen benutzte Theorie streng genommen eine nur approximative Geltung habe. In der That nimmt weder die von Fourier noch die von Poisson aufgestellte

Theorie auf die zur Ausdehnung verbrauchte Wärme und auf die Aenderungen der specifischen Wärme und der Dichtigkeit mit der Temperatur Rücksicht. Auch ist die der ganzen Fourier'schen Theorie zu Grunde liegende Annahme in Zweifel gezogen worden, daß nämlich die durch eine im stationären Zustand befindliche Platte in der Zeiteinheit hindurchgehende Wärmemenge *blos der Temperaturdifferenz* der Gränzflächen proportional sey; wahrscheinlich ist diese Wärmemenge außerdem noch von der *absoluten Temperatur* der Platte abhängig. Fast noch größere Bedenken können endlich gegen die Anwendung des Newton'schen Abkühlungsgesetzes erhoben werden. Indessen die aus genau ausgeführten Beobachtungen abgeleiteten Resultate dürften doch immer eine für viele wichtige Zwecke genügende approximative Geltung besitzen, insbesondere für viele mit der mechanischen Wärmetheorie in nächstem Zusammenhange stehende Aufgaben. Denn nur einen nähern Einblick in die betreffenden Wärmeerscheinungen zu erhalten, sind solche approximative Resultate oft ganz unentbehrlich.

Bei Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens ist daher die Aufmerksamkeit vorzüglich auf die *Einfachheit der Erscheinungen* zu richten, aus deren Beobachtung dasselbe hergeleitet werden soll. Diese Einfachheit scheint aber durch eine Methode, welche F. Neumann in seinen Vorlesungen gegeben hat, in weit höherem Grade erreicht zu werden, als durch alle anderen bisher angewandten Methoden, auch noch in höherem Grade als durch die von Ångström gebrauchte, in Pogg. Ann. Bd. 114, S. 513 beschriebene Methode, zu welcher die Neumann'sche in nächster Beziehung steht.

Die folgenden nach dieser Methode mit möglichster Sorgfalt ausgeführten Beobachtungen zu einer genauen Bestimmung sowohl des *inneren als auch des äußeren Leitungsvermögens von Eisen und Neusilber* haben den ihr hier zugeschriebenen Vorzug vollkommen bestätigt.

Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens nach der Neumann'schen Methode.

Ångström bediente sich bei seinen Versuchen eines Stabes von überall gleichem Querschnitte und von einer solchen Länge, daß sich die Temperatur des einen Ende nicht merklich änderte, wenn das andere Ende verschiedenen hohen Temperaturen ausgesetzt wurde. Das eine Ende wurde nun in gleichen Zeitintervallen abwechselnd auf zwei verschieden hohe Temperaturen gebracht und dadurch ein periodischer Temperaturzustand in dem Stabe hervorgerufen, aus dessen Beobachtung sich schliesslich der Werth des inneren Leitungsvermögens ergab. Um den mathematischen Ausdruck für jenen periodischen Temperaturzustand des Stabes abzuleiten, verfuhr Ångström so, daß er den Temperaturzustand des abwechselnd erwärmten und abgekühlten Endes mit Hülfe einer Sinusreihe als Function der Zeit darstellte. Bezeichnen wir dieselbe mit $\varphi(t)$, mit u_0 und u_1 die Temperaturen, welche die Endfläche abwechselnd annimmt, mit T das Zeitintervall, nach welchem ein jedesmaliger Wechsel eintritt, so ist

$$\varphi(t) = \frac{u_0 + u_1}{2} + \frac{u_0 - u_1}{2} \frac{4}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi}{T} t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi}{T} t + \dots \right\}$$

Neumann hat nun gezeigt, daß sich dieselbe Aufgabe auf eine zweite, für die Beobachtung noch günstigere Weise behandeln läßt, und daß es zur Bestimmung der beiden Leitungsvermögen zweckmäßiger sey, nicht blos das *eine* Ende eines als unbegrenzt angesehenen Stabes, sondern *beide* Enden eines Stabes von endlicher Länge der gleichen periodischen Temperaturänderung zu unterwerfen und zwar der Art, daß wenn die beiden Enden in der nullten Periode die Temperaturen u_0 und u_1 besitzen, sie in der nächst folgenden die Temperaturen u_1 und u_0 annehmen, in der zweiten Periode dagegen sich in demselben Zustande wie in der nullten, in der dritten wie in der ersten u. s. f. befinden. Um den Temperaturzustand zu be-

stimmen, der sich nach Verlauf einer Reihe von Perioden hierdurch für die verschiedenen Stellen des Stabes ergibt, bestimmt man zunächst den Temperaturzustand, den der Stab bei einem beliebigen Anfangszustand annimmt, wenn seine Enden plötzlich auf die Temperaturen u_0 und u_1 gebracht werden. Hieraus ergibt sich der Zustand des Stabes am Ende der nullten Periode. Man löst dieselbe Aufgabe für die erste Periode, in welcher die Stabenden die Temperaturen u_1 und u_0 besitzen, indem man als Anfangszustand den Zustand des Stabes am Schlusse der nullten Periode annimmt. Hieraus findet sich der Zustand des Stabes am Ende der ersten Periode, welcher den Anfangszustand der nächst folgenden Periode bildet. Führt man auf diese Weise fort, so überzeugt man sich leicht, daß sich die Temperaturvertheilung in dem Stabe sehr bald zwei verschiedenen Gränzzuständen nähert, die sich immer wiederholen und von denen der eine den geraden, der andere den ungeraden Perioden zukommt. Beide Gränzzustände sind von der willkürlichen Temperaturvertheilung zu Anfang der nullten Periode gänzlich unabhängig.

Im Folgenden geben wir das Resultat dieser Betrachtungen, und führen zu dem Ende folgende Bezeichnungen ein, es sey

- x der Abstand eines beliebigen Punktes des Stabes, von demjenigen Ende gerechnet, welches in der nullten Periode die Temperatur u_0 besaß.
- T Die Dauer einer Periode
- ϑ die Zeit innerhalb der laufenden Periode; für $\vartheta = 0$ beginnt die Periode, für $\vartheta = T$ schließt dieselbe.
- u_0 u. u_1 Die abwechselnden Temperaturen der Endflächen des Stabes.
- $V_{2\mu}$ u. $V_{2\mu+1}$. Die Temperatur eines beliebigen Punktes zur Zeit ϑ in einer geraden und ungeraden Periode
- l die Länge des Stabes
- U die Temperatur der umgebenden Luft

K und H das innere und äußere Leitungsvermögen
 P und Q der Umfang und der Querschnitt des Stabes
 C die specifische Wärme
 D die Dichtigkeit

endlich setzen wir zur Abkürzung

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad k = \frac{K}{CD}, \quad h = \frac{HP}{QCD}.$$

Dann ist

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} V_{2\mu} &= U + \left(\frac{u_0 + u_1}{2} - U \right) (Z_0 + Z_1) - \frac{u_0 - u_1}{2} (Z_0 - Z_1) \\ &\quad - \frac{8\pi k}{l^2} (u_0 - u_1) \sum_1^{\infty} \frac{n}{p_n} \sin \frac{2n\pi}{l} x \frac{e^{-p_n \vartheta}}{1 + e^{-p_n T}} \\ V_{2\mu+1} &= U + \left(\frac{u_0 + u_1}{2} - U \right) (Z_0 + Z_1) + \frac{u_0 - u_1}{2} (Z_0 - Z_1) \\ &\quad + \frac{8\pi k}{l^2} (u_0 - u_1) \sum_1^{\infty} \frac{n}{p_n} \sin \frac{2n\pi}{l} x \frac{e^{-p_n \vartheta}}{1 + e^{-p_n T}} \end{aligned} \right.$$

wobei zur Abkürzung

$$Z_0 = \frac{e^{x\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-x\sqrt{\frac{h}{k}}}}{e^{l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-l\sqrt{\frac{h}{k}}}} \quad Z_1 = \frac{e^{(l-x)\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-(l-x)\sqrt{\frac{h}{k}}}}{-e^{l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-l\sqrt{\frac{h}{k}}}}$$

$$p_n = \frac{4k\pi^2}{l^2} n^2 + h$$

gesetzt worden ist. Setzt man in dem Ausdrucke für $V_{2\mu} \vartheta = T$, indem für $V_{2\mu+1} \vartheta = 0$, so werden beide einander gleich. Dasselbe findet statt, wenn in dem Ausdrucke für $V_{2\mu+1} \vartheta = T$, indem für $V_{2\mu} \vartheta = 0$ gesetzt wird, und mithin bildet in der That der Endzustand des Stabes in der einen Periode den Anfangszustand der folgenden¹⁾.

Aus den obigen Ausdrücken ergibt sich nun zunächst,

1) Man überzeugt sich hiervon leicht mit Anwendung der Reihe

$$\frac{8\pi k}{l^2} \sum_1^{\infty} \frac{n}{p_n} \sin \frac{2n\pi}{l} x = -(Z_0 - Z_1),$$

welche für alle Werthe von x , die zwischen 0 und l liegen, convergirt.

daß die Temperatur in der Mitte des Stabes im Laufe jeder Periode constant bleibt und daß sie für gerade oder ungerade Perioden denselben Werth behält. Für $x = \frac{l}{2}$ ergibt sich nämlich aus den Gleichungen (2) für jede der beiden Perioden, wenn V_m die Temperatur der Stabmitte bezeichnet

$$V_m = U + \left(\frac{u_0 + u_1}{2} - U \right) \frac{2}{e^{\frac{1}{2} l \sqrt{\frac{h}{k}}} + e^{-\frac{1}{2} l \sqrt{\frac{h}{k}}}}$$

Beobachtet man nun V_m , und sind U , u_0 und u_1 gegeben, so läßt sich hieraus das Verhältniß $\frac{h}{k}$ sehr leicht ableiten. Denn setzt man zur Abkürzung

$$\frac{\frac{u_0 + u_1}{2} - U}{V_m - U} = d$$

so wird

$$(3) \quad \frac{h}{k} = \frac{4}{l^2} \left[\frac{\lg d + \sqrt{d^2 - 1}}{\lg e} \right]^2$$

Hiermit ist *eine* Gleichung zwischen den Größen h und k gegeben, es bleibt noch übrig eine *zweite* zwischen denselben Größen aufzustellen. Eine solche zweite Gleichung läßt sich auf verschiedene Weise aus den Gleichungen (2) ableiten. Bei näherer Betrachtung ergibt sich jedoch, daß es bei weitem am zweckmäßigsten ist, aus den Gleichungen (2) die Temperaturdifferenz zweier Punkte des Stabes abzuleiten, von denen der eine den Abstand $x = \frac{1}{6} l$, der andere den Abstand $x = \frac{4}{6} l$ besitzt. In diesem besonderen Falle nämlich verschwinden aus der in beiden Ausdrücken vorkommenden Reihe alle Glieder, bei denen n durch 2 und 3 theilbar ist, und sie nimmt hierdurch eine so convergente Form an, daß schon das zweite Glied verschwindend klein wird gegen das erste, sobald die Zeit ϑ einen gewissen Werth erreicht hat. Wenn daher mit den Beobachtungen erst nach Verlauf einer gewissen Zeit ϑ , von Anfang jeder Periode an ge-

rechnet, begonnen wird, braucht nur das erste Glied jener Reihe in Rücksicht gezogen zu werden.

Bezeichnet $D_{2\mu}$ die Temperaturdifferenz in einer geraden Periode zwischen zwei Punkten, deren Abstand $x = \frac{1}{2}l$ und $x = \frac{1}{2}l$ vom Ende beträgt, und ebenso $D_{2\mu+1}$ denselben Werth in einer ungeraden Periode, so findet sich aus den Gleichungen (2)

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} D_{2\mu} &= \left(\frac{u_0 + u_1}{2} - U \right) (A - B) + \frac{u_0 - u_1}{2} (A + B) \\ &\quad - \frac{8\pi k \sqrt{3}}{p^2} \frac{u_0 - u_1}{1 + e^{-pT}} e^{-p\phi} \\ D_{2\mu+1} &= \left(\frac{u_0 + u_1}{2} - U \right) (A - B) - \frac{u_0 - u_1}{2} (A + B) \\ &\quad + \frac{8\pi k \sqrt{3}}{p^2} \frac{u_0 - u_1}{1 + e^{-pT}} e^{-p\phi} \end{aligned} \right.$$

Hierin ist

$$(5) \quad \dots \dots p = \frac{4\pi^2}{l^2} k + h$$

$$A = \frac{\left(e^{\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} \right) - \left(e^{\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} \right)}{e^{l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-l\sqrt{\frac{h}{k}}}}$$

$$B = - \frac{\left(e^{\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} \right) - \left(e^{\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-\frac{1}{2}l\sqrt{\frac{h}{k}}} \right)}{e^{l\sqrt{\frac{h}{k}}} - e^{-l\sqrt{\frac{h}{k}}}}$$

Die beiden ersten Glieder in den vorstehenden Ausdrücken (4) sind constante Größen. Dasselbe gilt für den Factor von $e^{-p\phi}$, und folglich haben die Ausdrücke von $D_{2\mu}$ und $D_{2\mu+1}$ die Form

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} D_{2\mu} &= M - N e^{-p\phi} \\ D_{2\mu+1} &= -M' + N e^{-p\phi} \end{aligned} \right.$$

Gelingt es daher für eine Reihe verschiedener Werthe ϑ in derselben Periode, die zu diesen Zeiten zugehörigen Temperaturdifferenzen $D_{2\mu}$ oder $D_{2\mu+1}$ zu beobachten, so erhält man hieraus eine Reihe von Gleichungen, aus denen sich M und N oder M' und N eliminiren lassen, und damit ist die GröÙe p gegeben. Nach (5) erhält man hierdurch eine zweite Gleichung zwischen h und k , welche in Verbindung mit Gleichung (3) zur Kenntniß von h und k und damit auch zu der von H und K führt ¹⁾.

Beschreibung des Apparates.

Um die in der Theorie gemachten Voraussetzungen streng zu erfüllen, wurde von folgenden Einrichtungen Gebrauch gemacht. Die Erwärmung und Abkühlung der Enden des Stabes wurde dadurch hervorgebracht, daß über die Enden abwechselnd Wasserdampf von nahezu einer Atmosphäre Spannung und Wasser von bestimmter Temperatur weggeleitet wurden. Die Zuleitung von Dampf oder Wasser geschah durch die vier Hähne A, B, C, D (Fig. 1, Taf. VI). Die Hähne A und B dienten zur Zuleitung von Dampf. Jeder von ihnen besaß drei kleine Ansatzröhren α, β, γ welche den Dampf zu- und ableiteten. Von zwei Wasserkesseln, in denen sich der Dampf entwickelte, wurde derselbe durch Röhren nach den Ansatzröhren α geleitet, von wo er je nach Stellung der Dorne entweder durch die Röhre γ in die Röhren δ ein-

- 1) Wollte man sich nicht mit dem ersten Gliede der oben besprochenen Reihe begnügen, so könnte man noch das zweite Glied in Rücksicht ziehen. Für dasselbe ergibt sich nämlich

$$\frac{k\pi\sqrt{3}}{l^2} \quad \frac{u_0 - u_1}{\frac{100\pi^2}{l^2}k + h} - \frac{e - \left[\frac{100\pi^2}{l^2}k + h \right] \vartheta}{1 + e - \left[\frac{100\pi^2}{l^2}k + h \right] T}$$

welches dem oben angeführten Ausdrucke für $D_{2\mu}$ mit positiven, dem Ausdrucke $D_{2\mu+1}$ dagegen mit negativen Vorzeichen hinzuzufügen wäre. Sein Werth beträgt jedoch bei den folgenden Beobachtungen noch nicht den millionsten Theil des ersten Gliedes.

trat und durch dieselben über die Enden des Stabes MN geleitet wurde oder durch die Röhrenansätze β in andere Röhren übergang, durch die er in die freie Luft ausströmte. Während den Beobachtungen wurden also zwei von einander unabhängige Ströme von Wasserdampf continuirlich unterhalten, und durch die beschriebene Vorrichtung konnte in jedem Augenblicke durch passende Stellung der Dorne den Enden des Stabes Dampf zugeführt werden. Fig. 2, Taf. VI zeigt die horizontalen Querschnitte der Hähne A und B . Die durchgezogene Linie p giebt die eine Normalstellung, die punktirte q dagegen die andere des Dornes an. Die Hähne C und D sind gewöhnliche einmal durchbohrte Hähne. Befinden sie sich in der einen Normalstellung, so communiciren die Röhren ε und δ , in der zweiten Normalstellung dagegen sind die Röhren ε verschlossen. Die Ansatzröhren ε standen mit der städtischen Wasserleitung in Verbindung, durch welche viele Stunden hindurch Wasser von beinahe constanter Temperatur geliefert wurde. Die kleinen Behälter (Fig. 3 u. 4, Taf. VI) endlich, in welche die Enden des Stabes eingelöthet wurden, waren aus sehr dünnem Messingblech angefertigt. Im Innern der oberen Ansatzröhren k war ein schaufelartiges Messingblech eingelöthet, welches den Zweck hatte, das von oben eintretende Wasser der Endfläche des Stabes auszuführen. Bei den Versuchen waren die Enden k mit den Röhren δ , die Enden λ mit Röhren, welche Dampf oder Wasser wegführten, durch Stücken von Kautschukschläuchen in Verbindung gebracht.

Aus der oben gegebenen Theorie ergibt sich, daß die günstigsten Verhältnisse zur Bestimmung von K dann eintreten, wenn die Enden M und N des Stabes in derselben Zeit verschiedene Temperaturen besitzen, in der Weise, daß wenn in der ersten Periode M erhitzt wird, N während derselben Periode sich abkühlt, in der folgenden Periode M sich abkühlt und N erhitzt wird u. s. f.

Um den Zufluß des Wassers und des Dampfes einer solchen Anordnung gemäß leicht reguliren zu können, wa-

ren die Hebel, welche die Dorne der Hähne drehten, von den Wasserhähnen *C* und *D* einerseits und den Dampf-
hähnen *A* und *B* andererseits durch eine Stange mit ein-
ander verbunden, so daß durch die Bewegung der beiden
Stangen die vier Dorne in ihre richtige Stellung gebracht
werden konnten. Sämmtliche Hähne waren mit Hemmun-
gen versehen und konnten sich in Folge davon nur inner-
halb ihrer Normalstellungen drehen. Es ist bei dieser
Einrichtung leicht zu übersehen, wie sich die vier Hähne
aus der Ferne reguliren ließen. Es brauchten nur an den
Enden der Verbindungsstangen Schnuren befestigt zu wer-
den, von denen zwei durch Gewichte gespannt wurden, wo-
durch die Dorne eine ihrer Normalstellungen einnahmen.
Wurden die Schnuren an den andern Enden angezogen,
so gingen die Dorne in ihre zweite Normalstellung über.
Um den Hähnen eine feste Aufstellung geben zu können,
waren je zwei *A* und *D* und *C* und *B* in Holzstücken ein-
gelassen, wodurch jede Wärmestrahlung nach dem Stabe
hin vermieden wurde.

Anstatt vier Hähne in Anwendung zu bringen, hätte
man sich auch mit zwei Hähnen, sogenannten Vierweg-
hähnen, begnügen können, wie sie Ångström bei seinen
Untersuchungen angewandt hat. Allein ein solcher Hahn
würde dann gleichzeitig von Dampf und Wasser durch-
flossen werden und es würde einerseits dadurch Dampf
condensirt, andererseits die Temperatur des Wassers er-
höht werden. Dieser Uebelstand ist durch die obige Ein-
richtung vermieden. Die Temperatur des Wassers wurde
durch ein in das Wasserleitungsrohr eingefügtes Thermo-
meter gemessen.

Um die Temperaturvertheilung in dem Stabe zu beob-
achten, wurden zunächst in der Mitte *L* desselben ein
dünner Eisendraht und ein dünner Neusilberdraht, jeder
von etwa zwei Fuß Länge, einander gegenüber mit Sil-
berloth in den Stab eingelöthet. Die beiden Enden dieser
Drähte waren ferner mit zwei Kupferdrähten verlöthet,

welche zu einem Galvanometer führten und bildeten mit den Kupferdrähten Spitzen in der Art, wie es Fig. 5, Taf. VI zeigt. Zwischen den Spitzen befand sich die Kugel eines empfindlichen Thermometers. Die Drähte und das Thermometer wurden durch einen passenden Halter aus Holz in dieser Lage festgehalten. Haben nun die Stabmitte und die in der umgebenden Luft befindlichen Spitzen verschiedene Temperaturen, so entsteht ein Thermoström, dessen Intensität der Temperaturdifferenz zwischen der Temperatur der Stabmitte und den Spitzen proportional gesetzt werden darf. An den Stellen *H* und *I* in den Entfernungen $\frac{1}{8}l$ und $\frac{4}{8}l$ vom Ende des Stabes wurden ferner im Falle, daß der Stab ein Eisenstab war, zwei Neusilberdrähte, im Falle er aus Neusilber bestand, zwei Eisendrähte mit Silberloth eingelöthet, deren Enden in der Entfernung von etwa einem halben Fuß vom Stabe mit zwei Kupferdrähten verlöthet wurden, welche zu demselben Galvanometer, wie die vorher genannten Drähte, führten. Vor dem Galvanometer befand sich ein Stöpsel-Umschalter von der Art, daß bald die Leitung nach der Stabmitte, bald die Leitung nach den Stellen *H* und *I* mit dem Galvanometer in Verbindung gesetzt werden konnten. Jeder der in den beiden Leitungen circulirenden Thermoströme liefs sich in entgegengesetzten Richtungen durch das Galvanometer leiten, und endlich war es auch möglich, das Galvanometer in sich abzuschließen und damit den Ruhestand der Nadel in jedem Augenblicke zu bestimmen. Wurde die Leitung nach den Stellen *H* und *I* mit dem Galvanometer in Verbindung gesetzt, so war die Intensität des in diesem Stromkreise circulirenden Thermoströmes offenbar proportional mit der Temperaturdifferenz der Stellen *H* und *I*. Der Stab und die Hähne befanden sich in einem Zimmer für sich, das Galvanometer und die beiden Dampfkessel dagegen in zwei anstoßenden Zimmern. Die Zuleitungsröhren für Dampf und Wasser waren durch die trennende Mauer geführt und dicht mit

Tuchstreifen und Hede umwickelt. Auf diese Weise wurde eine erhebliche Aenderung der Temperatur der den Stab umgebenden Luft im Laufe der Versuche vermieden.

Das Galvanometer und seine Anwendung.

Das bei den Versuchen angewandte Galvanometer war nach den Vorschriften ¹⁾ construirt, welche zur Erreichung des Maximum der Empfindlichkeit dienen. Die Länge der Nadel betrug 100^{mm}, und der Multiplicator besaß den Widerstand $0,59064 \cdot 10^{10} \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ bei einer Temperatur von 10° C. Wurde das Galvanometer in sich abgeschlossen, so zeigte sich die Dämpfungskraft so groß, daß die Nadel bei Ablenkungen von 12° aus der Ruhelage schon nach zwei Schwingungen in diese zurückkehrte. Das logarithmische Decrement λ ließ sich daher aus der Abnahme der Schwingungsbogen nicht unmittelbar bestimmen, sondern mußte aus einer Reihe von Beobachtungen, bei denen verschiedene bekannte Widerstände eingeschaltet wurden, abgeleitet werden. Es fand sich für dasselbe der Werth

$$\lambda = 4,2458.$$

Die Schwingungsdauer bei offner Kette war 4",466.

Für alle nach den oben erwähnten Vorschriften construirte Galvanometer läßt sich nun das Drehungsmoment bestimmen, welches der Multiplicator auf die um einen Winkel φ aus der Meridianebene abgelenkte Nadel ausübt, wenn derselbe von einem Strom von der Intensität 1 durchflossen wird.

Bezeichnen wir nämlich dieses Moment, die sogenannte *Galvanometerfunction*, mit $f(\varphi)$, so läßt sich nachweisen, daß

$$f(\varphi) = f(0) \cos \varphi (1 + a \sin \varphi^2 + b \sin \varphi^4 + c \sin \varphi^6 + \dots)$$

ist, wo $a, b, c \dots$ constante Größen bedeuten. Diese Reihe convergirt um so stärker je kleiner der Winkel φ

1) Diese Annalen Bd. 137, S. 121.

ist, und bei Beobachtungen, wo φ immer klein bleibt, kann man sich mit den beiden ersten Gliedern der Reihe begnügen, so daß man hat ¹⁾

$$(7) \quad f(\varphi) = f(0) \cos \varphi (1 + a \sin \varphi^2).$$

Wird das Galvanometer mit Hülfe des Stöpselumschaltens mit der Leitung nach der Stabmitte verbunden, so wird die Nadel durch den Thermostrom, dessen Intensität i seyn möge, um einen Winkel φ aus der Meridianebene abgelenkt, und für diese neue Ruhelage gilt dann die Gleichung

$$i f(\varphi) = T m \sin \varphi,$$

wenn m das magnetische Moment, T die horizontale Componente des Erdmagnetismus bezeichnet. Mit Hülfe der Gleichung (7) findet sich hieraus

$$(8) \quad i = \frac{T m}{f(0)} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 + a \sin \varphi^2}.$$

Auf der andern Seite ist aber die Intensität des Thermostromes auch proportional mit der Differenz der Temperaturen der Stabmitte und den Spitzen A (Fig. 5, Taf. VI), von denen letztere die Temperatur der umgebenden Luft besitzen. Bezeichnen wir daher mit W den Widerstand des ganzen Stromkreises, mit V_m und U wie früher die Temperatur der Stabmitte und der umgebenden Luft, so ist

$$(9) \quad i = \frac{\alpha (V_m - U)}{W}$$

wo α die elektromotorische Kraft bezeichnet, die einer Temperaturdifferenz von 1°C. entspricht. Aus (8) und (9) ergibt sich daher, wenn wir zur Abkürzung

1) Die GröÙe $f(0)$ ist das Drehungsmoment, welches der von der Strom-einheit durchflossene Multiplikator auf die in der Meridianebene befindliche Nadel ausübt. In der vorher erwähnten Abhandlung (diese Annalen Bd. 137, S. 134) ist sie mit D bezeichnet worden. Es fand sich daselbst

$$f(10) = 2,8884 \frac{m}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{W}{k}}$$

$$(10) \quad R = \frac{W T_m}{\alpha f(0)}$$

setzen

$$(11) \quad V_m - U = R \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 + a \sin^2 \varphi}.$$

Sind demnach die Größen R und a bekannt, φ und U beobachtet, so ist damit die Temperatur der Stabmitte gegeben. Die GröÙe a war nach der von Poggendorff¹⁾ gegebenen Methode bestimmt worden. Da das obige, selbst construirte, Galvanometer ganz regelmäÙige Windungen besaÙ, und für eine gute Centrirung des Multiplicators gesorgt war, so zeigten die aus verschiedenen Drehungswinkeln des Multiplicators berechneten Werthe von a eine befriedigende Uebereinstimmung. Ein Satz solcher Beobachtungen ergab z. B. für a

$$- 0,6328$$

$$- 0,6259$$

$$- 0,6265$$

$$- 0,6316$$

$$- 0,6274$$

$$\text{Mittel} = - 0,6288.$$

Ein zweiter Satz lieferte ähnliche Resultate. Für die folgenden Beobachtungen reicht vollständig der Werth

$$a = - 0,63$$

aus. Die GröÙe R hängt von dem Widerstand der Kette W und damit von der Temperatur des Galvanometerdrahtes ab. Eine Aenderung dieser Temperatur hätte sich leicht nach dem bekannten Gesetze der Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur berücksichtigen lassen.

wo L die Länge der Nadel, k den specifischen Widerstand, W den Gesamtwiderstand des Galvanometerdrahtes bezeichnet. Für das obige Galvanometer wurde aus directen Beobachtungen $f(0) = 48,09 . m$ gefunden, nach der mitgetheilten Formel dagegen ergibt sich $f(0)$

$$= 47,41 . m, \text{ wenn } k = 219274 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}} \text{ gesetzt wird. Wahrscheinlich}$$

ist der der Rechnung zu Grunde liegende Werth von k etwas zu groß.

1) Diese Annalen Bd. 57. S. 324.

Da sich jedoch die Temperatur des Galvanometerdrahtes doch nicht genau bestimmen läßt, wurde es vorgezogen, die GröÙe R vor jeder Beobachtungsreihe besonders zu bestimmen.

Zu Anfang jeder Versuchsreihe, bevor noch die Enden des Stabes einer Erwärmung oder Abkühlung ausgesetzt waren, besaß der Stab genau die Temperatur der umgebenden Luft. Die Controle hierfür war, daß bei Einschaltung der Leitung nach der Stabmitte die Nadel keine Ablenkung zeigte. Es wurde nun den Spitzen und dem zwischen ihnen befindlichen Thermometer (Fig. 5, Taf. VI) von unten ein Gefäß mit erwärmtem Oel so weit genähert, bis sie sich in der Mitte des Oeles befanden. Das Gefäß mit dem Oel war in einem cylindrischen Holzgefäß von 1 Zoll Dicke frei aufgehangen (Fig. 6, Taf. VI) und über demselben befand sich ein mit einer kreisrunden Oeffnung versehener Holzdeckel. Durch letztere wurden Spitzen und Thermometer in das Oel eingeführt und hierauf die Oeffnung durch Baumwolle verschlossen. Auf diese Weise wurde erreicht, daß das Oel sich äußerst langsam abkühlte, in 45 Minuten betrug die Abkühlung im Mittel etwa 5°C. , und daß die Temperatur von Oel, Spitzen und Thermometer in jedem Augenblicke als gleich angenommen werden konnten. Neben dem Stabe war ein zweites Thermometer aufgehangen, welches die Temperatur der umgebenden Luft und mithin die des Stabes angab. Die Temperatur der Luft blieb während der Versuche fast constant. Beide Thermometer wurden mit Hülfe eines Fernrohres abgelesen. Aus gleichzeitiger Beobachtung der Temperatur des Oeles, des Stabes und der dabei eintretenden Ablenkung der Nadel ließ sich nun leicht nach Gleichung (11) der Werth von R ableiten. Es hätte zwar hierzu eine einzige gleichzeitige Beobachtung ausgereicht, es wurden jedoch zur Controle immer mehrere solcher Beobachtungen angestellt. Als Beispiel diene die Bestimmung von R bei der ersten Versuchsreihe mit dem Eisenstab.

Ablenkung der Nadel	Temperatur des Oels	Temperatur der Stabmitte	Differenz	<i>R</i>	Differenz berechnet
5° 19',3	29°,16 C.	4°,85 C.	24,31	259,5	24°,32 C.
4° 22',2	24°,70	4°,80	19,90	259,4	19°,92
3° 24',5	20°,32	4°,78	15,54	260,3	15°,50

hieraus ergibt sich der Mittelwerth

$$R = 259,7$$

$$(12) \quad . \quad . \quad V_{\infty} - U = 259,7 \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 - 0,63 \sin \varphi^2}.$$

Berechnet man aus den beobachteten Winkeln φ die entsprechenden Temperaturdifferenzen, so erhält man die Zahlen der sechsten Columnne. Bei den Versuchen, bei denen die Enden des Eisenstabes abwechselnd erwärmt und abgekühlt wurden, besaßen die Spitzen *A* (Fig. 5, Taf. VI) die tiefere, die Stabmitte die höhere Temperatur, und der Strom hatte demnach die entgegen gesetzte Richtung wie bei den obigen Versuchen. Mit Hülfe des Stöpselumschalters ließ es sich aber leicht erreichen, daß die Ablenkung der Nadel in demselben Sinne erfolgte. Auf die Ablenkung der Nadel in gleichem Sinne brauchte überdies kein besonderes Gewicht gelegt zu werden, da die Multiplicatorwindungen vor den Versuchen mit der magnetischen Meridianebene parallel gestellt wurden, und die Ablenkungen der Nadel, wenn ein constanter Strom den Multiplicator in directer oder entgegengesetzter Richtung durchfloß, nach beiden Seiten von der Ruhelage sich gleich groß ergaben.

Um die Größe p den Gleichungen (6) entsprechend zu bestimmen, wurde, nachdem der Stab den periodischen Gränzzustand angenommen hatte, die Leitung nach den Stellen *H* und *I* mit dem Galvanometer in Verbindung gesetzt. Die Nadel nimmt dann eine mit der Zeit ϑ veränderliche Bewegung an. Die Kräfte, von denen diese Bewegung abhängt, sind 1) die horizontale Componente des

Erdmagnetismus, 2) die Dämpfungskraft, 3) die Kraft, welche durch den Thermostrom auf die Nadel ausgeübt wird. Die Drehungsmomente, welche die beiden erstgenannten Kräfte auf die Nadel bei einer Ablenkung φ ausüben, sind

$$-Tm \sin \varphi, \quad -\frac{[f(\varphi)]^2}{w} \frac{d\varphi}{dt},$$

wo T die horizontale Componente des Erdmagnetismus, m das magnetische Moment der Nadel und w den Widerstand der Kette bezeichnet. Um auch das Drehungsmoment der dritten Kraft zu bestimmen, muß man berücksichtigen, daß die Intensität des Thermostromes eine mit der Zeit veränderliche GröÙe ist, wodurch eine Induction des Stromes auf sich selbst veranlaßt wird, welche eine Verringerung der Intensität zur Folge hat. Bezeichnen wir nämlich mit i die Intensität des Thermostromes, welcher zur Zeit ϑ den Stromkreis wirklich durchfließt, mit i_1 dagegen die Intensität, welche beobachtet werden würde, wenn der Strom constant bliebe, so ist

$$i = i_1 - \gamma \frac{d i_1}{d \vartheta} + \gamma^2 \frac{d^2 i_1}{d \vartheta^2} - \gamma^3 \frac{d^3 i_1}{d \vartheta^3} + \dots,$$

wo γ eine von dem Widerstande und der Form des Stromkreises abhängige Constante ist. Nach den Gleichungen (6) ist aber in einer geraden Periode

$$i_1 = \frac{\alpha (M - N e^{-P \vartheta})}{w}$$

in einer ungeraden

$$i_1 = \frac{\alpha (-M' + N e^{-P \vartheta})}{w}.$$

Es geht hieraus hervor, daß die zur Zeit ϑ wirklich im Stromkreise vorhandene Intensität i sich durch einen Ausdruck von der Form

$$i = \frac{\alpha (A + B e^{-P \vartheta})}{w}$$

darstellen läßt, wo A und B constante GröÙen bezeichnen. Das Drehungsmoment der dritten Kraft wird daher

$$+ \frac{\alpha (A + B e^{-p \vartheta})}{w} f(\varphi)$$

und man erhält für die Bewegungsgleichung der Galvanometernadel, wenn κ das Trägheitsmoment der Nadel und der Aufhängung bedeutet

$$\frac{d^2 \varphi}{d \vartheta^2} + \frac{[f(\varphi)]^2}{\kappa w} \frac{d \varphi}{d \vartheta} + \frac{T_m}{\kappa} \sin \varphi - \frac{\alpha (A + B e^{-p \vartheta})}{\kappa w} f(\varphi) = 0.$$

Die Integration dieser Gleichung läßt sich in geschlossener Form nur für kleine Winkel φ ausführen. Unter Voraussetzung kleiner Winkel geht dieselbe in die folgende über

$$\frac{d^2 \varphi}{d \vartheta^2} + \frac{[f(0)]^2}{\kappa w} \frac{d \varphi}{d \vartheta} + \frac{T_m}{\kappa} \varphi - \frac{\alpha (A + B e^{-p \vartheta})}{\kappa w} f(0) = 0$$

woraus sich durch Integration

$$\begin{aligned} \varphi = & \frac{\alpha f(0)}{w T_m} A + \frac{\alpha f(0)}{\kappa w} \frac{B e^{-p \vartheta}}{p^2 - \frac{[f(0)]^2}{w \kappa} p + \frac{T_m}{\kappa}} \\ & + C e^{-\frac{1}{2} \frac{[f(0)]^2}{m \kappa} \vartheta} \sin \left\{ (C' - \vartheta) \sqrt{\frac{T_m}{\kappa} - \frac{1}{4} \left(\frac{[f(0)]^2}{w \kappa} \right)^2} \right\} \end{aligned}$$

ergiebt. C und C' bedeuten hierin zwei Integrationsconstante. Man ersieht hieraus, daß die Bewegung der Nadel aus zwei Bewegungen zusammengesetzt ist, die einander superponirt sind, einmal aus der Bewegung, welche die Nadel haben würde, wenn gar kein Thermostrom vorhanden wäre, sodann aus der Bewegung, welche die Nadel besitzen würde, wenn der periodische Theil gänzlich wegfiel.

Construirt man nun ein Galvanometer mit großer Dämpfungskraft, so daß sich die Nadel dem aperiodischen Zustand nähert, wie dies im vorliegenden Falle geschehen war, und macht die Schwingungsdauer der Nadel t und den Widerstand außerhalb des Galvanometers klein, so besitzt das logarithmische Decrement $\lambda = \frac{1}{2} \frac{[f(0)]^2}{w \kappa} t$ einen großen Werth, und der periodische Theil in der Bewegung der Nadel wird schon nach Verlauf einer sehr kurzen Zeit verschwindend klein seyn. Läßt man mithin zu Anfang

jeder Periode eine gewisse Zeit verstreichen, ehe man mit der Beobachtung der den verschiedenen Zeiten ϑ entsprechenden Ablenkungen q der Nadel beginnt, was ohnehin schon nöthig ist, damit die vereinfachten Ausdrücke $D_{2\mu}$ und $D_{2\mu+1}$ Gleichung (6) in Anwendung kommen dürfen, so fällt der periodische Theil der Bewegung der Nadel ganz fort, und man erhält für q einfach einen Ausdruck von der Form

$$p = P + Q' e^{-p \vartheta}$$

wo P und Q' Constanten bezeichnen. Werden nun diese Beobachtungen mit Spiegel und Scale angestellt, so ist es bequemer statt der Ablenkungen q selbst die Bogen der doppelten Ablenkungswinkel einzuführen. Ist r der Abstand des Spiegels von der Scale s der dem Winkel q entsprechende Bogen, so ist $s = 2rq$, und es wird

$$(13) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad s = P + Q e^{-p \vartheta}$$

wo P und Q dieselben Constanten wie vorher bezeichnen, nachdem sie mit $2r$ multiplicirt worden sind. An der Scale werden zwar nicht unmittelbar die Bogen s beobachtet, sondern die ihnen zugehörigen Tangenten, allein letztere lassen sich durch eine bekannte Reduction auf die entsprechenden Bogen zurückführen. Bezeichnen σ die unmittelbar dem Winkel q entsprechenden an der Scale beobachteten Scalentheile, und ist r in Scalentheilen ausgedrückt, so ist der entsprechende Bogen s

$$s = \sigma - \frac{\sigma^3}{3r^2}$$

Aus einer Reihe beobachteter Werthe σ , welche bestimmten Zeiten ϑ entsprechen, läßt sich hiernach p finden.

Für das logarithmische Decrement ergab sich nun, wenn die Leitung nach den Stellen H und I des Stabes mit dem Galvanometer in Verbindung stand.

$$\lambda = 3,704$$

bei einer Schwingungsdauer t

$$t = 6'',904$$

woraus folgt, daß schon nach Verlauf von 15 Secunden der periodische Theil der Bewegung der Nadel selbst bei den größten Ablenkungen verschwunden war. Die Empfindlichkeit des Galvanometers war jedoch der Art, daß die Ablenkungen der Nadel zu groß ausfielen. Diesem Uebelstande kann man auf doppelte Weise abhelfen, entweder dadurch, daß man den Widerstand des Stromkreises vergrößert, allein dann verringert sich in gleichem Verhältniß die Dämpfung, was für die Beobachtungen ungünstig seyn würde, oder dadurch, daß man die horizontale Componente des Erdmagnetismus T durch geeignete in der Meridianebene angebrachte Magnete verstärkt. Im letzteren Falle bleibt die Dämpfung ungeändert, und die Empfindlichkeit läßt sich in beliebiger Weise reguliren. Bei den folgenden Beobachtungen wurde das letztere Verfahren in Anwendung gebracht.

Beobachtungen.

Nach den vorbereitenden Beobachtungen, welche die Bestimmung der Größe R bezweckten, wurden die Enden des in Untersuchung stehenden Stabes in gleichen Zeitintervallen T abwechselnd erhitzt und abgekühlt. Nach Verlauf von etwa $\frac{3}{4}$ Stunden trat der periodische Gränzzustand ein, was daran erkannt wurde, daß die Temperatur der Stabmitte nicht mehr zunahm. Vor der ersten Beobachtungsreihe und zwischen je zwei aufeinander folgenden wurden die Temperatur U der Umgebung, die Temperatur u_0 des Wassers, der Ruhestand der Nadel und der Scalentheil, welcher der Temperatur V_0 der Stabmitte entsprach, abgelesen. Die Temperatur des Dampfes ergab sich aus dem Barometerstand. Es zeigte sich hierbei, daß die Temperaturdifferenz zwischen Stabmitte und der Umgebung nicht völlig constant war, wie es nach der Theorie seyn sollte, sondern daß Schwankungen eintraten, welche Abweichungen von einem halben Grad vom Mittelwerthe zur Folge haben konnten. Die Ursache hiervon kann in dem Nichtübereinstimmen der Grundlagen der

Theorie mit dem wirklichen Vorgange in der Natur zu suchen seyn oder darin, daß die Löthstellen der Drähte nicht genau mit der Mitte des Stabes zusammenfielen. In diesem Falle hätte sich jedoch eine gewisse Regelmäßigkeit in den Schwankungen ergeben müssen, welche aber nicht wahrgenommen wurde. Es ist daher wahrscheinlich, daß sie durch Luftströmungen verursacht wurden, welche trotz aller Vorkehrungen sich nicht gänzlich vermeiden ließen.

Jede Beobachtungsreihe bestand aus einer geraden Anzahl Ablesungen $s_0 s_1 \dots s_{2n-1}$, welche in regelmäßigen Zeitintervallen $\delta = 15''$ gemacht wurden, von denen die erste auf $\vartheta_0 = 45''$ fiel. Um aus diesem Beobachtungsmaterial den Werth p nach Gleichung (13) zu berechnen, scheint es am einfachsten die Differenzen $(s_0 - s_1)$, $(s_1 - s_2)$, $(s_2 - s_3) \dots$ zu bilden und diese in einander zu dividiren. Eine leichte Ueberlegung zeigt jedoch, daß hierbei die nicht zu vermeidenden Beobachtungsfehler einen sehr bedeutenden Einfluß auf das Resultat gewinnen müssen. Folgendes Verfahren führt zu genaueren Resultaten.

Man bilde zunächst die Differenzen $(s_0 - s_n)$, $(s_1 - s_{n+1}) \dots (s_{n-1} - s_{2n-1})$, so erhält man eine Reihe Gleichungen von der Form

$$\begin{aligned} s_0 - s_n &= Q (e^{-p\vartheta_0} - e^{-p\vartheta_n}) \\ s_1 - s_{n+1} &= Q (e^{-p\vartheta_0} - e^{-p\vartheta_n}) e^{-p\delta} \\ s_2 - s_{n+2} &= Q (e^{-p\vartheta_0} - e^{-p\vartheta_n}) e^{-2p\delta} \\ &\dots \end{aligned}$$

Nimmt man auf beiden Seiten die Logarithmen und bezeichnet $\lg (s_0 - s_n)$, $\lg (s_1 - s_{n+1}) \dots$ durch m_0 , $m_1 \dots$ und setzt zur Abkürzung

$$\lg Q (e^{-\vartheta_0} - e^{-p\vartheta_n}) = x, \lg e^{-p\delta} = y,$$

so ergeben sich Gleichungen von der Form

$$\begin{aligned} m_0 &= x \\ m_1 &= x + y \\ m_2 &= x + 2y \\ &\dots \end{aligned}$$

woraus nach der Methode der kleinsten Quadrate x und y und damit p und Q gefunden werden. Mit Hülfe dieser Werthe kann man schließlicb zur Controle die jedem s entsprechende Constante P berechnen, die für sämmtliche Werthe gleich groß ausfallen muß.

Alle folgende Beobachtungen sind auf diese Weise berechnet worden. Die ihnen zu Grunde liegenden Maafseinheiten sind *Millimeter*, *Milligramm* und *Secunde*, und demnach ist die Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge, welche die Temperatur eines Milligramm Wasser von 0°C . bis auf 1°C . zu erhöhen vermag.

I. Eisenstab (ausgeglüht).

Länge	$l = 230^{\text{mm}},35$	$D = 7,761$
Durchmesser	$= 7^{\text{mm}},5168$	$C = 0,1125$
Abstand des Spiegels		$T = 5'$
von der Scale	$r = 2927^{\text{mm}} = 2952,4$	Scalentheile.

Die Dichtigkeit und die specifische Wärme wurden besonders bestimmt, letztere nach der von Neumann angegebenen Methode. Die Temperaturformel ist bereits Gl. (12) mitgetheilt worden.

Gerade Periode.

ϑ	σ	$\frac{\sigma^2}{3r^2}$	s	s berechnet	Diff.	P
0' 45"	— 440	3,2	— 436,8	— 441,5	+ 4,7	729,8
1 0	— 215	0,4	— 214,6	— 213,9	— 0,7	724,4
15	— 32	0,0	— 32,0	— 30,6	— 1,4	723,7
30	+ 117	0,1	+ 116,9	+ 116,9	— 0,0	725,1
45	+ 235	0,5	+ 234,5	+ 235,5	— 1,0	724,1
2 0	+ 331	1,4	+ 329,6	+ 331,1	— 1,5	723,6
15	+ 410	2,6	+ 407,4	+ 408,0	— 0,6	724,5
30	+ 475	4,1	+ 470,9	+ 469,8	+ 1,1	726,2
45	+ 526	5,6	+ 520,4	+ 519,7	+ 0,7	725,8
3 0	+ 567	7,0	+ 560,0	+ 559,7	+ 0,3	725,4
15	+ 601	8,3	+ 592,7	+ 592,0	+ 0,7	725,8
30	+ 627	9,4	+ 617,6	+ 618,0	— 0,4	724,7
45	+ 648	10,4	+ 637,6	+ 638,9	— 1,3	723,8
4 0	+ 667	11,3	+ 655,7	+ 655,7	— 0,0	725,1
15	+ 681	12,1	+ 668,9	+ 669,2	— 0,3	724,8
30	+ 693	12,7	+ 680,3	+ 680,1	+ 0,2	725,3
Mittel						725,1

Ferner fand sich

der auf 0° C. reducirte Barometerstand 758^{mm},97

$$u_1 = 99^{\circ},96 \text{ C.} \quad U = 5^{\circ},37 \text{ C.}$$

$$u_0 = 4^{\circ},72 \text{ C.} \quad V_{\text{u}} = 33^{\circ},14 \text{ C.}$$

$K = 15,07$ Wärmeeinheiten. $H = 0,00267$ Wärmeeinheiten.

In gleicher Weise ergaben sich in den folgenden Perioden die Werthe.

Gerade Perioden.

$$u_1 = 99,96 \quad U = 5,47 \quad K = 15,09$$

$$u_0 = 4,71 \quad V_{\text{u}} = 33,22 \quad H = 0,00266$$

$$u_1 = 99,96 \quad U = 5,54 \quad K = 15,29$$

$$u_0 = 4,71 \quad V_{\text{u}} = 33,16 \quad H = 0,00271$$

$$u_1 = 99,96 \quad U = 5,59 \quad K = 15,10$$

$$u_0 = 4,52 \quad V_{\text{u}} = 33,32 \quad H = 0,00264$$

$$u_1 = 99,96 \quad U = 5,69 \quad K = 15,16$$

$$u_0 = 4,52 \quad V_{\text{u}} = 33,49 \quad H = 0,00262.$$

Ungerade Perioden.

$$u_1 = 99,96 \quad U = 5,97 \quad K = 14,39$$

$$u_0 = 4,52 \quad V_{\text{u}} = 33,03 \quad H = 0,00261$$

$$u_1 = 99,96 \quad U = 6,00 \quad K = 14,40$$

$$u_0 = 4,52 \quad V_{\text{u}} = 33,01 \quad H = 0,00261$$

$$u_1 = 99,96 \quad U = 6,04 \quad K = 14,68$$

$$u_0 = 4,54 \quad V_{\text{u}} = 32,99 \quad H = 0,00267$$

$$u_1 = 99,96 \quad U = 6,10 \quad K = 14,76$$

$$u_0 = 4,62 \quad V_{\text{u}} = 32,86 \quad H = 0,00273.$$

Nimmt man das Mittel von den Werthen K und H , welche die geraden Perioden ergeben und verfährt ebenso mit den aus den ungeraden Perioden abgeleiteten Werthen, so ergibt sich

$$K = 15,14 \quad H = 0,00266$$

$$K = 14,56 \quad H = 0,00266.$$

Der hier hervortretende Unterschied zwischen den aus den geraden und ungeraden Perioden hervorgehenden Werthen findet seine Erklärung in einem nicht absoluten Zusammenfallen der Löthstellen mit den Stellen $x = \frac{1}{6}l$ und $x = \frac{4}{6}l$. Namentlich wird eine geringe Abweichung von der erst genannten Stelle einen beträchtlichen Einfluß haben können. Das Gesamtmittel ist

$$K = 14,85 \quad H = 0,00266.$$

Da sowohl K wie H mit der Temperatur veränderlich sind, muß man, um der Veränderlichkeit soweit dies möglich Rechnung zu tragen, diese Werthe auf die mittlere Stabtemperatur beziehen. Bezeichnen wir dieselbe mit Δ , so findet sich für dieselbe

$$\Delta = \frac{1}{2lT} \int_0^l dx \int_0^T (V_{2\mu} + V_{2\mu+1}) d\vartheta.$$

Mit Hülfe der Gleichungen (2) ergibt sich hiernach, wenn wir zur Abkürzung

$$a = e^{\frac{l}{2} \sqrt{\frac{HP}{KQ}}} \quad b = e^{-\frac{l}{2} \sqrt{\frac{HP}{KQ}}}$$

setzen

$$(14) \quad \Delta = U + \frac{u_0 + u_1 - 2U}{l \sqrt{\frac{HP}{KQ}}} \cdot \frac{a - b}{a + b}$$

Führen wir in diesen Ausdruck die Mittelwerthe der Größen u_0, u_1, U, H, K ein, so folgt

$$\Delta = 39^{\circ},23 \text{ C.}$$

Wird demnach die eine Gränzfläche einer unendlich großen Eisenplatte von *ein Millimeter* Dicke auf der Temperatur 39°C. , die andere auf der Temperatur 38°C. erhalten, so gehen durch *ein Quadratmillimeter* Fläche in *einer Secunde* 14,85 *Wärmeeinheiten* von der einen Gränzfläche zur andern über¹⁾. Wird ferner aus Eisen ein Körper gebildet, dessen Oberfläche die gleiche Beschaffenheit be-

1) Man erhält das Wärmeleitungsvermögen in der von Ångström gebrauchten Einheit durch Multiplication mit 0,6.

sitzt, wie unser Eisenstab, und wird dieser Körper stets auf der Temperatur 39°C. erhalten, während die umgebende Luft die Temperatur 38°C. besitzt, so werden von *jedem Quadratmillimeter* Oberfläche in *einer Secunde* 0,00266 *Wärmeeinheiten* an die Umgebung abgegeben.

Die Oberfläche des angewandten Eisenstabes besaß nicht den höchsten Grad von Politur. Um zu untersuchen, ob die Beschaffenheit der Oberfläche einen merklichen Einfluß auf den Werth von K ausübt, wurden mit demselben Eisenstab die vorhergehenden Versuche wiederholt, nachdem seine Oberfläche gleichförmig mit dem Rufs einer Gasflamme überzogen war. Die Rufs-schicht hatte dabei etwa eine solche Dicke, daß die blanke Metalloberfläche gerade noch durch sie hindurch wahrgenommen werden konnte. Die Dauer der Perioden T betrug hierbei 10', um die Beobachtungen in geraden und ungeraden Perioden abwechselnd, nicht nacheinander wie vorher durchführen zu können.

II. Eisenstab beruht.

Gerade Perioden

$$K = 14,80 \qquad H = 0,00333$$

$$K = 15,21 \qquad H = 0,00337$$

Ungerade Perioden

$$K = 14,65 \qquad H = 0,00319$$

$$K = 14,50 \qquad H = 0,00322$$

Mittelwerthe

$$K = 14,79 \qquad H = 0,00328.$$

Man erhält demnach nahezu denselben Werth für K , was anzuzeigen scheint, daß bei dieser Methode der Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens, die Wärmeangabe an die Umgebung keinen hervorragenden Einfluß ausübt. Daß trotz des großen Ausstellungsvermögens des Rufes die Größe H keinen größeren Werth annimmt, ist auf das

schlechte Wärmeleitungsvermögen des Rufses zurückzuführen.

III. Gezogener Neusilberstab (ausgeglüht).

$$\text{Länge} \quad l = 230,4 \quad C = 0,0944$$

$$\text{Durchmesser} = 7^{\text{mm}},622 \quad D = 8,621$$

C und D waren wie vorher besonders bestimmt worden.

Ungerade Perioden

$$K = 8,404 \quad H = 0,00318$$

$$K = 8,405 \quad H = 0,00316$$

Gerade Perioden

$$K = 7,832 \quad H = 0,00291$$

$$K = 7,791 \quad H = 0,00291$$

$$K = 7,817 \quad H = 0,00295$$

Mittelwerth aus den geraden Perioden

$$K = 7,813 \quad H = 0,00292$$

Mittelwerth aus den ungeraden Perioden

$$K = 8,404 \quad H = 0,00317$$

Gesamtmittel

$$K = 8,108 \quad H = 0,00304.$$

Diese letzteren Werthe beziehen sich auf die mittlere Temperatur A des Neusilberstabes

$$A = 31^{\circ},25 \text{ C.}$$

Die Bestimmung der mittleren Temperatur, auf welche die Werthe K und H bezogen wurden, kann nur als eine grobe Annäherung betrachtet werden. Ein Schritt zu gröfserer Genauigkeit würde darin bestehen, wenn K und H bei Aufstellung der allgemeinen Gleichungen für die Wärme- fortpflanzung als Functionen der Temperatur eingeführt würden, indem man $K = K_0 (1 + \alpha t)$, $H = H_0 (1 + \beta t)$ setzte. In der That läfst sich auch unter dieser Voraus- setzung der *stationäre* Zustand in einem Stabe, dessen Enden auf constanten Temperaturen erhalten werden, all-

gemein bestimmen ¹⁾. Die Lösung besteht in einem Integral, welches sich für einen nach einer Richtung hin unbegrenzten Stab in geschlossener Form ausführen läßt. Allein einer experimentellen Ausnutzung dieser Lösung zur Bestimmung von α , β , K_0 , H_0 stellen sich große Schwierigkeiten entgegen.

Eine Kenntniß der Abhängigkeit von K und H von der Temperatur würde auch wünschenswerth seyn, um die von Wiedemann und Franz ausgesprochene Vermuthung ²⁾, daß das Wärmeleitungsvermögen der Metalle ihrem elektrischen Leitungsvermögen direct, oder ihrem specifischen Widerstande umgekehrt proportional sey, einer Prüfung zu unterwerfen. Bezeichnet K das Wärmeleitungsvermögen, w den specifischen Widerstand eines Metalles, C eine Constante, so soll

$$K = \frac{C}{w}$$

seyn. Lenz ³⁾ hat dieses Gesetz wirklich bestätigt gefunden, wenn K und w sich auf die nämliche Temperatur beziehen. Bei einer Bestimmung von K in den oben festgesetzten Wärmeeinheiten und von w nach absolutem Maafs $\frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ für einen und denselben Eisenstab ergab sich für die Constante C

$$C = 2458 \cdot 10^4$$

wobei sich die Werthe von K und w auf die Temperatur $44^{\circ},3$ C. bezogen.

1) Poisson hat eine angenäherte Lösung dieser Aufgabe gegeben, *Théorie mathématique de la chaleur* pag. 255.

2) Pogg. Ann. Bd. 89, S. 531.

3) *Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg*, T. XIV, p. 54.

Fig. 13.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 7.

Fig. 12.

Fig. 9.

Fig. 1.

Fig. 10.

Fig. 11.