mit den Lösungen

$$V(z|x, y) = \sum_1^{\infty} \frac{z^n \mathfrak{F}^*{}^n}{n!}, \text{ bzw. } W(z|x, y) = \sum_1^{\infty} \frac{z^n \mathfrak{G}^{**}{}^n}{n!}.$$

Etwaige Additionstheoreme finden hiebei entsprechende Verallgemeinerung, wobei die Multiplikation permutabler Funktionen durch deren Komposition zu ersetzen ist.

Volterra zeigt weiterhin ausführlich, wie die Einführung der Heredität, d. h. der Annahme, daß die Veränderung eines Systems nicht allein von dem gegenwärtigen Zustande, sondern von der ganzen Vorgeschichte abhängt, dazu führt, die Probleme der mathematischen Physik mittelst Integrodifferentialgleichungen zu behandeln. Ins Detail behandelt er hiebei den Fall der isotropen homogenen elastischen Kugel. Im allgemeinen sind die Betrachtungen zu erwähnen, die der Verfasser über die Dissipation der hereditären Wirkung und über das Prinzip des geschlossenen Kreislaufes anstellt, d. h. der Annahme, daß die Heredität invariant sei gegen Verlegung des Zeitanfangspunktes. Eine allgemein gehaltene Betrachtung über die Heredität in der Physik beschließt das Buch.

Aus vorstehender gedrängter Inhaltsangabe läßt sich schon die Fülle des Stoffes ermessen, die in dem Buche behandelt ist. Daß hiebei vieles nur skizzenhaft gestreift wird, ist selbstverständlich. Es ist nur schade, daß hiedurch die Darstellung an einigen Stellen wie im Falle des Zusammenhanges zwischen der Theorie der Substitutionen und der der permutablen Funktionen etwas an Klarheit eingebüßt hat. Doch ist stets auf die Originalarbeiten hingewiesen. Auf jeden Fall aber wird die mathematische Welt dem Verfasser Dank wissen, daß er ihr den Zugang zu seinen Arbeiten durch die Herausgabe dieses sowie des vorbesprochenen Werkes derart erleichtert hat.

W. Groß.

Die Idee der Riemannschen Fläche (Mathematische Vorlesungen an der Universität Göttingen V). Von Hermann Weyl. B. G. Teubner, Leipzig 1913. 169 S. 7 Mark.

Dieses Buch, aus einer Vorlesung im Wintersemester 1911/12 erwachsen, wird den modernen Gedankengängen der Analysis situs und der Funktionentheorie vollkommen gerecht. Es zeichnet sich aus durch eine strenge, teilweise durch Arbeiten Brouwers beeinflusste Behandlung der Topologie der allgemeinen Riemannschen Mannigfaltigkeit sowie durch eine exakte Durchführung der Existenzbeweise.

Im ersten Teile definiert Weyl den Begriff der zweidimensionalen Mannigfaltigkeit; zweidimensionale Mannigfaltigkeiten, die eine Zerlegung in sogenannte Elementardreiecke zulassen, bezeichnet er sodann als Flächen. Flächen, auf denen jede unendliche Punktmenge mindestens einen Häufungspunkt haben, heißen geschlossen. Durch eine bestimmten Anforderungen genügende Definition des Begriffes „analytische Funktion auf der Fläche“ wird die Fläche zur Riemannschen Fläche. Wenn kein einfacher Streckenzug (in einer bestimmten Triangulation) die Fläche zerlegt, so heißt sie schlichtartig. Nach Einführung des so wichtigen Begriffes der Überlagerungsfläche wird eine Fläche $\mathfrak{F}$ als einfach zusammenhängend definiert, wenn jede unverzweigte, unbegrenzte Überlagerungsfläche von $\mathfrak{F}$ einblättrig ist. Eine Fläche, auf der es möglich ist, einen ein-

heitlichen Drehungssinn festzulegen, heißt zweiseitig und es wird bewiesen, daß jede Riemannsche Fläche zweiseitig ist. Den Zusammenhangsgrad führt Weyl sodann als Anzahl h der Basisfunktionen der sogenannten Integralfunktionen ein, die sich mit Hilfe einer Verallgemeinerung der Eulerschen Polyederformel ausdrücken läßt. Der Begriff des Geschlechtes und die kanonische Zerschneidung ergeben sich dann ohneweiters.

Im zweiten Teil führt sodann der Verfasser nach einigen vorbereitenden Bemerkungen über das Dirichletsche Integral den Existenzbeweis des Elementarpotentials zweiter Gattung auf Grund eines ihm eigenen Ansatzes durch. Hiebei ist die Hilbertsche Beweismethode des Dirichletschen Prinzips ganz wesentlich vereinfacht, einerseits durch Verwertung einer von B. Levi herrührenden Ungleichung, hauptsächlich aber durch den von Zaremba herstammenden Gedanken, die Tatsache, daß für eine Potentialfunktion das Integral $\frac{\iint u \, dx \, dy}{\pi a^2}$, über einen Kreis vom Radius a erstreckt, den Wert im Mittelpunkt gibt, für den Beweis nutzbar zu machen. Der Verfasser gibt dann in kurzen Zügen die Zusammenhänge zwischen den Differentialen, er baut sodann die additiven und multiplikativen Funktionen auf sowie den algebraischen Funktionenkörper, er gibt den Riemann-Rochschen Satz (in der für multiplikative Funktionen erweiterten Form) sowie das Abelsche Theorem für die Integrale erster Gattung in teils erweiterter, teils eingeschränkter Fassung und zeigt weiters die Lösbarkeit des Jakobischen Umkehrproblems.

Die früheren Entwicklungen ermöglichen es ihm, die Grenzkreisuniformisierung in wenigen Strichen zu erledigen. Im Anschluß hieran bespricht H. Weyl die Substitutionsgruppe der Uniformisierenden, weist sie als diskontinuierliche Bewegungsgruppe einer Nichteuklidischen Ebene nach, führt den Begriff des Normalpolygons ein und zeigt schließlich noch die Konvergenz der Poincaréschen Θ -Reihen:

$$\Theta = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(\alpha_i t + \beta_i)(\gamma_i t + \delta_i)^3}, \quad \Theta'(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(\alpha_i t + \beta_i)^3(\gamma_i t + \delta_i)}.$$

Mit einer ausführlichen Erörterung der konformen Abbildungen einer Riemannschen Fläche auf sich selbst, schließt das Buch.

Diese kurze Inhaltsangabe läßt schon die Fülle des Stoffes erkennen, der in durchaus strenger und überaus klarer Form in dem engen Rahmen dieses Buches dargestellt wird. Ist das Buch auch seiner ganzen Anlage nach wohl nicht für den Anfänger bestimmt, so wird jedem, der schon etwas mit der Theorie der algebraischen Funktionen vertraut ist, das Studium dieses Buch reichen Gewinn und hohen ästhetischen Genuß gewähren. *W. Groß.*

Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Schubert-Haußner. (Sammlung Götschen 81.) G. J. Götschen, Leipzig 1913. 90 Pfennig.

Diese in neuer Ausgabe vorliegenden Tafeln werden wegen ihres bequemen Formates und der dabei doch schönen Ausstattung viele Freunde finden. Die Tafeln für den Übergang vom Logarithmus zur Zahl sind eigentlich überflüssig. Von den vielen Beigaben seien nur die Tafeln der Additions- und Subtraktionslogarithmen erwähnt.