Four tables for $\varphi = 39^\circ 8' 10''$.

This particular latitude is that on which a certain number of stations is to be settled for the international work of determining the latitude-variation. And Prof. Albrecht at Potsdam has kindly told me that it will be quite desirable to give here the four tables for the above latitude, in order to make use of the preceding formulae. Hence I give them in the following.

(Especially in the following table III, besides the natural numbers, their logarithms are also tabulated so as each computer can choose according to his will; and ε is taken as $23^\circ 27' 7''$).

Table I			Table III						Table IV		z_0
$\pm \Delta\alpha_0$ or $\pm N\Delta\alpha_0$	$\log \cos \Delta\alpha_0$ or $\log \cos N\Delta\alpha_0$		z_0	$\lg \varepsilon \cos \varphi \cos z_0$	Diff.	$\lg \varepsilon \cos \varphi \cos z_0$	Diff.	$\log \sin \varphi \cos z_0$	Diff.		z_0
0^m	—0.0000		0°	0.3365	— 1	9.5270	— 1	9.8002	— 1		0°
1	—0.0000		1	0.3364	— 1	9.5269	— 2	9.8001	— 2		1
2	—0.0000		2	0.3363	— 3	9.5267	— 3	9.7999	— 3		2
3	—0.0000		3	0.3360	— 3	9.5264	— 5	9.7996	— 5		3
4	—0.0001		4	0.3357	— 5	9.5259	— 6	9.7991	— 6		4
5	—0.0001		5	0.3352	— 6	9.5253	— 7	9.7985	— 7		5
6	—0.0001		6	0.3346	— 6	9.5246	— 9	9.7978	— 9		6
7	—0.0002		7	0.3340	— 8	9.5237	— 10	9.7969	— 10		7
8	—0.0003		8	0.3332	— 9	9.5227	— 11	9.7959	— 11		8
9	—0.0003		9	0.3323	— 9	9.5216	— 13	9.7948	— 13		9
10	—0.0004		10	0.3314	— 11	9.5203	— 14	9.7935	— 14		10
			11	0.3303	— 12	9.5189	— 15	9.7921	— 15		11
			12	0.3291	— 12	9.5174	— 17	9.7906	— 17		12
			13	0.3279	— 14	9.5157	— 18	9.7889	— 18		13
			14	0.3265	— 15	9.5139	— 20	9.7871	— 20		14
			15	0.3250	— 16	9.5119	— 21	9.7851	— 21		15
			16	0.3234	— 16	9.5098	— 22	9.7830	— 22		16
			17	0.3218	— 18	9.5076	— 24	9.7808	— 24		17
			18	0.3200	— 18	9.5052	— 26	9.7784	— 26		18
			19	0.3182	— 20	9.5026	— 26	9.7758	— 27		19
			20	0.3162	— 21	9.5000	— 29	9.7731	— 28		20
			21	0.3141	— 21	9.4971	— 30	9.7703	— 30		21
			22	0.3120	— 23	9.4941	— 31	9.7673	— 31		22
			23	0.3097	— 23	9.4910	— 34	9.7642	— 33		23
			24	0.3074	— 25	9.4876	— 34	9.7609	— 35		24
			25	0.3049	— 25	9.4842	— 36	9.7574	— 36		25
			26	0.3024		9.4806		9.7538			26

Table II		
z_0	N	Diff. for 1°
0°	0.00	2.2
5	0.11	2.2
10	0.22	2.2
15	0.33	2.4
20	0.45	2.4
25	0.57	2.8
30	0.71	

Correction
for $\Delta\varphi$

$-0.00008 \Delta\varphi$ $-0.00010 \Delta\varphi$ $+0.00016 \Delta\varphi$

Correction
for $\Delta\varphi$

—0.00008 $\Delta\varphi$

—0.00010 $\Delta\varphi$

+0.00016 $\Delta\varphi$

Tokyo, Astronomical Observatory, 1898 October.

H. Kimura.

Bemerkung zu dem Aufsatz von Herrn Dziobek in A. N. 3514.

Von Dr. S. Oppenheim.

In Nr. 3514 der Astr. Nachr. entwickelt Prof. Dziobek die allgemeinsten Differentialgleichungen für Relativbewegungen und kommt hierbei in specieller Anwendung auf den Fall, dass zwei sich gegenseitig anziehende Massenpunkte gegeben sind, und ausserdem eine Drehung der Bahnebene um die Z-Axe stattfindet, zu dem bemerkenswerthen Satze, dass dann »die Relativbewegung so vor sich geht, als ob die einwirkende Centrkraft nicht

$$= \frac{\mu}{R^2}, \quad \text{sondern} = \frac{\mu}{R^2} + \frac{\alpha}{R^3}$$

wäre«, oder mit anderen Worten, »wird bei der unter dem Einfluss der allgemeinen Schwere ($\mu : R^2$) erfolgenden elliptischen, parabolischen oder hyperbolischen Bahn der Radius-vector R beibehalten, aber statt der Länge v in der Bahn eine andere v' durch die Gleichung $v' = \beta v + \gamma$ eingeführt, wo β und γ zwei Constante sind, so erhält man eine Bewegung für die Centrkraft

$$\frac{\mu}{R^2} + \frac{\alpha}{R^3}.$$

Es versteht sich von selbst, dass man diesen Satz auf irgend

eine Centrakraft $\varphi(r)$ anwenden kann, wobei das Zusatzglied gleichfalls die Form $\alpha:R^3$ erhält.«

Prof. Dziobek bemerkt dazu, dass ihm dieser Satz bisher nirgends begegnet ist. In der That findet sich derselbe in den neueren Lehrbüchern der Mechanik nicht vor, dagegen aber ist er schon in den Newton'schen Principia mit voller Klarheit und allen aus ihm sich ergebenden Konsequenzen enthalten. Im I. Buch, Abschnitt IX, welcher von der Bewegung der Körper in beweglichen Bahnen und der Bewegung der Apsiden handelt, heisst es im § 84 (nach der deutschen Ausgabe von Wolfers) Lehrsatz: Der Unterschied der Kräfte, durch deren eine ein Körper in einer ruhenden, durch deren andere ein zweiter Körper in derselben aber bewegten Bahn, sich auf gleiche Weise bewegen kann, ist dem Cubus der gemeinschaftlichen Höhe (d. i. nach dem gegenwärtigen Sprachgebrauch dem Cubus des Radiusvector) umgekehrt proportional.

Aus dem Beweise des Satzes folgt auch, dass dieser Unterschied positiv oder negativ ist, je nachdem Drehungs- und Bewegungsrichtung gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind.

Im Zusatz 2 zu diesem Paragraphen heisst es weiter: Es ist also die ganze Kraft, vermöge welcher ein Körper eine bewegliche Ellipse in derselben Zeit durchlaufen kann, in welcher er unter der Einwirkung der Kraft

$$\frac{F^2}{R^2}$$

dieselbe feste Ellipse durchlaufen würde, gegeben durch

$$\frac{F^2}{A^2} + \frac{R G^2 - R F^2}{A^3}$$

und darin bedeuten A den Radiusvector, R den Parameter der Ellipse und F und G zwei den Flächengeschwindigkeiten in den beiden Ellipsen proportionale Grössen, genau so, wie bei Dziobek die Constante β dem Quotienten $c_2^2:c_1$ gleich ist.

Arnau (Böhmen), 1898 Oct. 18.

Ja selbst als Princip zur Herleitung neuer Centralbewegungen aus bekannten alten wird der Satz schon von Newton verworther, denn im Zusatz 6 desselben Paragraphen wird der folgende Schluss gezogen: Ist daher die Bewegung eines Körpers in einer festen Bahn gegeben, so kann seine Winkelbewegung um das Centrum der Kräfte in einem gegebenen Verhältniss vergrössert oder verkleinert werden und man kann so feste Bahnen finden, in denen die Körper sich vermöge neuer Centrakräfte bewegen.

Ein ähnlicher Satz findet sich ferner in dem Lehrbuch »Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes« von Otto Hesse. Ich citire dabei nach der von Dr. Gundelfinger revidirten Ausgabe, Leipzig, Teubner, 1876. In einem Anhang, der die Bewegung der Planeten behandelt, findet sich folgende Stelle (pag. 532): »Wenn man auf dem Radiusvector eines Planeten lebte, ohne eine Vorstellung von der Bewegung des Radiusvector um die Sonne zu haben, so könnte man die Bewegung des Planeten auf dem Radiusvector nicht durch das Newton'sche Gesetz, dass die Anziehung geschehe umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung der Planeten von der Sonne, erklären; es müsste noch die umgekehrte dritte Potenz der Entfernung zu Hülfe genommen werden.«

Es ergibt sich dieser Satz hier einfach durch Interpretation der Differentialgleichung für den Radiusvector, die nicht, wie bei den Differentialgleichungen für die Coordinaten

$$x'' = -\frac{k^2 x}{r^3}, \quad y'' = -\frac{k^2 y}{r^3}$$

wie man denken sollte,

$$r'' = -\frac{k^2 r}{r^3} = -\frac{k^2}{r^2}$$

lautet, sondern

$$r'' = -\frac{k^2}{r^2} + \frac{c^2}{r^3}$$

wird, wie eine einfache Rechnung zeigt.

Dr. S. Oppenheim.

Observations of the Satellites of Saturn

made with the 26 inch refractor of the Leander Mc Cormick Observatory of the University of Virginia by *Ormond Stone*.

The angles given are each the mean of two comparisons. The distances were obtained from measures of double distances. Corrections have been applied for refraction.

1897	Eastern T.	ρ	Eastern T.	s
Enceladus—Tethys.				
June 10	10 ^h 6 ^m 58 ^s	4° 45'	10 ^h 17 ^m 43 ^s	21° 82'
	10 28 42	12.34	10 20 40	21.94
21	9 27 40	280.48	9 35 38	12.04
	9 51 41	281.87	9 40 36	11.70
22	9 38 1	60.85	9 46 46	26.94
	10 5 59	65.03	9 52 25	27.14
26	8 49 32	155.34	8 55 13	5.42
	9 2 23	155.10	8 58 36	5.61

1897	Eastern T.	ρ	Eastern T.	s
July 2	8 ^h 38 ^m 30 ^s	113° 52'	8 ^h 55 ^m 50 ^s	27° 42'
	9 7 42	116.38	9 3 10	27.04
3	9 20 1	359.38	9 27 39	29.28
	9 36 14	4.87	9 31 4	29.03
Enceladus—Dione.				
June 10	11 6 25	328.04	11 15 16	23.35
	11 29 16	332.85	11 17 23	22.98
	12 19 20	341.68	12 35 32	19.00
	12 25 50	343.54	12 37 49	19.16