SOPRA UN CASO GENERALE DI COMPENSAZIONE ANGOLARE;

Nota del prof. A. Venturi, in Palermo.

Adunanza del 22 giugno 1890.

1. Consideriamo un punto O attorno al quale sieno gli altri punti $1, 2, \dots n$; si misurino da O gli angoli che nascono dal combinare fra loro due a due in tutti i modi possibili gli n punti; si dica (rs) l'angolo fra i punti r ed s ; si indichi con p_{rs} il numero di volte che (rs) è stato misurato, e si esprima, infine, con $(rs)_i$ l' i -esima misura di (rs) , di talchè i varia fra 0 e p_{rs} .

Prendiamo come incognite della compensazione n direzioni teoriche da O a ciascuno degli n punti dati, e diciamole $l_1, l_2, \dots l_n$. Gli angoli teorici essendo allora

$$l_2 - l_1, l_3 - l_1, \dots$$

ne seguirà che l'equazione degli errori avrà la seguente forma generale:

$$\Delta'_{rs} = l_r - l_s - (rs)_i \quad (1)$$

essendo Δ'_i l'errore teorico commesso nella misura $(rs)_i$. Se ora, per comodità, si prendono dei valori $(l_1), (l_2), \dots$ tali che le loro differenze prese convenientemente, differiscano poco dagli angoli osservati, potremo porre

$$l_1 = (l_1) + \Delta_1, l_2 = (l_2) + \Delta_2, \dots l_n = (l_n) + \Delta_n \quad (2)$$

Questo sistema così scritto può sembrare molto complicato e poco opportuno per le applicazioni. Invece la legge di formazione delle singole equazioni è semplicissima e simmetrica. Si scriva infatti lo schema seguente:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & -p_{n,n-1} & -p_{n,n-2} & \dots & -p_{n,2} & -p_{n,1} & \\
 -p_{n,n-1} & & -p_{n-1,n-2} & \dots & -p_{n-1,2} & -p_{n-1,1} & \\
 -p_{n,n-2} & -p_{n-1,n-2} & & \dots & -p_{n-2,2} & -p_{n-2,1} & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 -p_{n,2} & -p_{n-1,2} & p_{2,1} & \dots & & -p_{2,1} & \\
 -p_{n,1} & -p_{n-1,1} & p_{n-2,1} & \dots & -p_{2,1} & &
 \end{array}$$

che è simmetrico; si lasci vuota la diagonale. Per formare i termini di questa, si usi la seguente legge: il termine della diagonale che si dee trovare sopra una data linea, risulta dalla somma degli elementi scritti in questa, presi col segno contrario. Formata così la diagonale, avremo una matrice completa: i termini delle linee sono i coefficienti di $A_n, A_{n-1}, \dots, A_1$ nelle equazion' normali (6).

Per formare i termini noti delle (6), si formi l'altro schema perfettamente analogo al precedente:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & [n, n-1] & [n, n-2] & \dots & [n, 2] & [n, 1] & \\
 -[n, n-1] & & [n-1, n-2] & \dots & [n-1, 2] & [n-1, 1] & \\
 -[n, n-2] & -[n-1, n-2] & & \dots & [n-2, 2] & [n-2, 1] & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 -[n, 2] & -[n-1, 2] & -[n-2, 2] & \dots & & [2, 1] & \\
 -[n, 1] & -[n-1, 1] & -[n-2, 1] & \dots & -[2, 1] & &
 \end{array}$$

La somma dei termini di una stessa linea, coi segni che hanno, dà immediatamente i termini noti delle (6). Queste dunque si possono scrivere rapidamente.

3. Si osservi ora, che il sistema normale (6) è indeterminato. Se

Nel caso del n° precedente è chiaro che

$$\Sigma p_{ii} = p \frac{n(n-1)}{2},$$

quindi

$$M^2 = 2 \frac{np \Sigma [rs]_i - \Sigma N}{np(n-1)(pn-2)} \quad (10)$$

per l'error medio unitario angolare. Se si vuole l'error medio di una direzione, siccome due direzioni entrano nella formazione di un angolo basterà divider per 2 la (9) o la (10), secondo i casi.

È facile poi vedere come, nel caso di Schreiber, il peso di una direzione compensata è

$$P = np$$

e s'intende che qui l'unità di peso è il peso d'un angolo; se si prende per unità di peso quello di una direzione, allora abbiamo:

$$P = \frac{1}{2} np.$$

Palermo, 22 giugno 1890.

A. VENTURI.