thut, einen flachen Ring, etwa einen Kupfer-Streifen, zu nehmen.

Die im Vorhergehenden entwickelte Berechnungsweise reicht für die gewöhnlichen galvanischen Messungen aus; wo aber besondere Genauigkeit nöthig ist, müssen noch einige Correctionen angebracht, und bei dem Instrumente selbst sowohl als bei der Beobachtungsweise einige Bedingungen erfüllt werden, die ich bei einer künftigen Gelegenheit näher darzulegen mir vorbehalte.

V. *Ueber Friedr. v. Hagenow's Patent-Dicatopter; von Dr. H. Emsmann in Stettin.*

In dem Dicatopter von v. Hagenow haben diejenigen, welche sich mit Abbildungen von Naturkörpern — sey es in natürlicher Gröfse oder im vergrößerten oder verkleinerten Maafsstabe — beschäftigen, einen Apparat erhalten, welcher an Treue der Darstellung und an Bequemlichkeit bei der Ausführung alle bisher zu ähnlichen Zwecken construirten Zeichen-Apparate übertrifft. Da dieser Apparat die allgemeinste Beachtung verdient, die Annalen aber noch nichts über denselben geliefert haben, so werden hoffentlich die folgenden Zeilen, welche eine nähere Untersuchung über die Construction desselben enthalten, nicht unzeitgemäfs erscheinen.

Fig. 2 Taf. III. Die Fufsplatte *a* trägt die hohle Säule *b*; die in ihr verschiebbare Röhre *c* wird durch eine Schraube *d*, welche durch einen Schlitz in *b* geht, in der verlangten Höhe festgestellt; an *c* ist oben das horizontale Stück *e* befestigt, welches dem auf demselben verschiebbaren Objectträger *f* und dem ringförmigen federnden Halter *g*, welcher durch die Schraube *h* befestigt wird, zum Träger dient. In dem federnden Ringe *g* steckt eine Röhre *i*, welche oben einen horizontal vorspringenden Arm trägt,

an welchem der durch eine gemeinschaftliche Axe verbundene Lupen- und Spiegel-Apparat an einer längsgeschlitzten und dadurch verschiebbaren Zunge, welche durch die Handschraube *i* festzustellen ist, hängt.

Der Spiegel-Apparat besteht aus einer Platte *k*, in deren Mitte ein kleiner im Centrum durchbohrter Stahlspiegel in geneigter Lage befestigt ist; über demselben liegt, ebenfalls in geneigter Lage, ein viereckiger Stahl- oder Glasspiegel. Beide Spiegel sind so gestellt, daß das unter dem zweiten Spiegel mit der Fußplatte in einer Ebene liegende Zeichenpapier durch doppelten Reflex gesehen wird, während das Auge in der horizontalen Richtung *m—n* durch die Oeffnung im ersten Spiegel nach dem Objecte *o* schaut. Hinter der Spiegelplatte liegen zwei Lupen von verschiedener Stärke. Sie können beliebig bei Seite geschlagen, und ihre Fassung kann leicht so eingerichtet werden, daß man auch andere Gläser einsetzen kann. An der Röhre *l* ist außerdem ein in *p* befestigter Vorsprung angebracht, der so weit dem Spiegel-Apparate entgegentritt, daß dieser genau eingestellt ist, wenn er an demselben anliegt.

Dies ist im Wesentlichen die Beschreibung des Apparates, wie der Hr. Erfinder dieselbe selbst geliefert hat, nur angepaßt auf das vervollkommnete Instrument, welches dem Verfasser dieser Zeilen zu Gebote steht.

Soll der Apparat gebraucht werden zur Abbildung eines Objectes — z. B. des Gepräges einer Münze —, so befestigt man dasselbe auf dem Objectträger *f* mittelst eines Stückchen Wachs oder dergleichen, und stellt — nachdem man die Lupen zurückgeschlagen hat — den Spiegel-Apparat durch Verschieben in dem Ringe *g* so ein, daß man die Mitte des Objects oder die Mitte der zu zeichnenden Stelle in der horizontalen Richtung *m—n* durch die Oeffnung des geneigten Spiegels sieht. »Hierauf schiebt man am besten eine doppelte Lage Zeichenpapier unter die Fußplatte und bringt das Dicotpter selbst in eine solche Stellung, daß das Object von der linken Seite gut be-

leuchtet ist.“ — („Um dasselbe scharf zu begrenzen, ist es zweckmässig ein Papier oder einen anderen Gegenstand von entgegengesetzter Farbe dahinter zu hängen oder zu stellen.“) — „Indem man jetzt, durch die Oeffnung des Spiegels schauend, eine gut geschärfte Bleifeder vertical unter den Spiegel auf das Papier führt, erblickt man dieselbe durch Reflex auf dem Mittelpunkte des Objects und beginnt nun die Zeichnung, indem man das Schattenbild der Bleifeder auf die zu zeichnenden Theile des Objectes umherführt, zugleich aber die Bleifeder selbst *leise* über das Papier gleiten läßt.“

»Hierbei treten dem Anfänger jedoch zuweilen einige Schwierigkeiten entgegen, indem er mitunter das Bild der Bleifeder plötzlich aus dem Auge verliert. Man findet es jedoch sogleich wieder, wenn man mit dem Auge ein wenig vor dem Spiegel hin und her wankt. Diesem Uebelstande beugt man dadurch vor, daß man sich gleich anfänglich daran gewöhnt, bei gröfseren Bewegungen der Bleifeder nach rechts oder links, den Kopf stets *in entgegengesetzter Richtung* ein wenig zu bewegen. Es kommt ferner zuweilen vor, daß das Bleifederbild durch zu grelle Beleuchtung gleichsam überstrahlt und undeutlich wird. Man darf in diesem Falle nur durch Erhebung der linken Hand ein wenig Schatten auf dem Zeichnenpapiere verursachen, und das Bild wird sofort wieder deutlich erscheinen. Sehr gut anwendbar ist ein farbiges Zeichnenpapier, ja selbst ein mattes schwarzes bei Benutzung eines weissen Stiftes. Es ist freilich unmöglich, das Object und das Bleifederbild *zu gleicher Zeit* in *völliger Schärfe* zu sehen: es reicht jedoch hin, daß beide Theile deutlich genug erscheinen, um auch die zartesten Gegenstände mit Leichtigkeit abbilden zu können.“

Unterwerfen wir nun die Principien, nach welchen das Dicatopter gebaut ist, und die dabei sonst zur Erscheinung kommenden Verhältnisse einer Untersuchung.

1. Steht vor zwei unter einem Winkel α zu einander geneigten Spiegeln ein Gegenstand, so liegen bekanntlich

dieses und das nach zweimaligem Reflex entstandene Bild zu einander stets unter einem Winkel von $180^\circ - 2\alpha$. Wenn man aus dem unter der Einsparung horizontal liegenden Papiere durch Reflex von dem undurchbohrten Spiegel und von diesem nach dem durchbohrten in diesem ein verticales Bild erblicken, so muß $180^\circ - 2\alpha = 90^\circ$, also α selbst $= 45^\circ$ seyn. *Bedingung ist also für das Dicopter, daß die beiden Spiegel unter 45° zu einander geneigt sind.*

2. Daß die Entfernung des in dem durchbohrten Spiegel erscheinenden Bildes von dem Durchschnittspunkte der beiden Spiegel stets gleich ist der Entfernung des Papiers von eben demselben Punkte ist ebenfalls eine bekannte Sache, hier aber insbesondere hervorzuheben, um das Größenverhältniß zwischen dem Objecte und dem zu entwerfenden Bilde festzustellen.

3. Soll man, horizontal durch die Oeffnung des durchbohrten Spiegels schauend, die Mitte eines auf dem Objectträger befestigten Objectes sehen, so muß der Spiegel-Apparat verschiebbar seyn, um die Höhe der Oeffnung des Spiegels je nach der Größe des Objectes einstellen zu können. An dem Apparate wird dieß bewerkstelligt durch die Verschiebung der Röhre l in dem federnden Ringe g .

4. Es sey Fig. 3 Taf. III. ac der undurchbohrte Spiegel; in der Richtung aq liege der durchbohrte Spiegel mit der Oeffnung v ; ede' sey der Durchschnitt der Papierfläche; ad ein Perpendikel von dem Durchschnittspunkte beider Spiegel auf die Papierfläche; $\angle daq = \beta$: so liegt das Bild des Punktes d in d' und zwar so, daß $\angle d'ad = 90^\circ$ und $ad' = ad$ ist. Ist vkf' der durch die Oeffnung v gehende horizontale Strahl, so ist f' das Bild für den Punkt f , wenn $df = d'f' = av \cdot \cos \beta$. Da in der Richtung vkf' die Mitte des zu zeichnenden Objectes liegen muß, so liegt mithin die Mitte der Zeichnung soweit vor dem Durchschnittspunkte der beiden Spiegel, — wenn wir die Richtung von d nach e hin als vorn, die von d nach e' hin aber als hinten bezeichnen, —

als die Oeffnung des durchbohrten Spiegels in verticaler Richtung von diesem Durchschnittspunkte entfernt ist.

5. Wird die Zeichnung auf ee' größer als $2.d \sin \beta = 2.av \cos \beta$, so reicht sie noch weg über d nach e' hin; folglich muß das horizontale Stück e (Fig. 2 Taf. III) über das Fußgestell herausspringen, und deshalb wird auch zweckmäßig das Fußgestell nach der Seite der zu entwerfenden Zeichnung hin, wie es Fig. 2 Taf. III. zeigt, ausgeschweift, um dadurch noch mehr Raum zu gewinnen. An dem uns zu Gebote stehenden Apparate springt e über die Säule b $3\frac{1}{2}$ Zoll hervor.

6. Steht auf dem Objectträger ein Object (Fig. 3 Taf. III.) xoy , so erscheint dies einem Auge vor der Oeffnung v unter einem Winkel xvy . Führt man nun die auf dem Papiere ede' aufliegende Bleistiftspitze so, daß das Bild derselben auf alle abzuzeichnende Stellen des Objects xoy zu liegen kommt, so zeichnet man hierdurch ein Bild, welches in $x'f'y'$ zu stehen scheint, unter demselben Winkel $x'vy' = xvy$. Die erhaltene Zeichnung $x'fy'$ ist $= x'f'y'$.

7. Bezeichnen wir die Entfernung des Durchschnittspunktes der beiden Spiegel von der Papierfläche, also ad , mit E , die Entfernung des Objectes von ad , also ko , mit e und die Entfernung der Oeffnung v von dem Durchschnittspunkte der Spiegel, also av , mit z ; so erhalten wir

$$x'y':xy = E + z \sin \beta : e + z \sin \beta,$$

also:

$$\text{Bild} = \text{Object} \cdot \frac{E + z \sin \beta}{e + z \sin \beta}.$$

Dies wäre das Größenverhältniß zwischen Bild und Object. Ist $\beta = 0$, steht also der durchbohrte Spiegel nicht schief, so ist das Bild $= \text{Object} \cdot \frac{E}{e}$. Wenn $E > e$ ist, wird mithin das Bild soviel mal größer als das Object, als die Entfernung des Durchschnittspunktes beider Spiegel von der Papierfläche größer ist, als die Entfernung des Objectes von dem durchbohrten Spiegel; wenn $e < E$ ist, wird das Bild soviel mal kleiner als das Object, als die Entfernung

des Objectes von dem durchbohrten Spiegel größer ist als die Entfernung des Durchschnittspunktes beider Spiegel von der Papierfläche, und endlich wenn $E=e$ ist, wird das Bild von der natürlichen GröÙe des Objectes.

Ist $E > e$, so ist bekanntlich $\frac{E+z.\sin\beta}{e+z.\sin\beta} < \frac{E}{e}$, und ist $E < e$, so ist $\frac{E+z.\sin\beta}{e+z.\sin\beta} > \frac{E}{e}$; folglich wird durch die schiefe Stellung des durchbohrten Spiegels in dem einen Falle die Vergrößerung, und in dem anderen die Verkleinerung beeinträchtigt. Da aber das Verhältniß $\frac{E}{e}$ sowohl für Vergrößerung als für Verkleinerung das Maximum darstellt, überdies auch der Werth von $\frac{E+z.\sin\beta}{e+z.\sin\beta}$ nicht sehr verschieden von dem von $\frac{E}{e}$ ausfallen kann, so wird man im Allgemeinen das GröÙenverhältniß durch $\frac{E}{e}$ ausdrücken können.

Der Hr. Erfinder spricht in seiner Ankündigung bei der Angabe des GröÙenverhältnisses zwischen Bild und Object von der Höhe vom Spiegel bis auf das Papier. Dafs unter dieser Höhe die Entfernung des Durchschnittspunktes der beiden Spiegel und nicht etwa der Oeffnung des schiefen Spiegels von dem Papiere zu verstehen ist, ergibt sich aus dem Vorhergehenden. Um den Apparat auf eine bestimmte Vergrößerung einzustellen, wird übrigens von Hrn. v. Hagenow ein sehr einfaches und sicheres Verfahren angegeben. »Es wird z. B. die Stellung für 4malige Vergrößerung gesucht. — Man sticht mittelst des Zirkels nach irgend einem Maafsstabe $\frac{1}{4}$ Zoll auf ein Stückchen steifen Papiers oder eine Visitenkarte ab, und klebt dasselbe an der Stelle, welche das Object einnehmen soll, mittelst Wachs auf den Objectschieber, so dafs die Zirkelstiche vertical über einander liegen. Dann faßt man — wegen der viermaligen Vergrößerung — 4mal $\frac{1}{4}$ '' oder 1'' in den Zirkel und legt denselben so aufgesperrt unter die Spiegel auf untergelegtes weifses Papier und bringt die re-

flectirten Zirkelspitzen mit den beiden gestochenen Punkten auf dem Kartenstücke zur Deckung. Liegen die Punkte noch zu eng für die Zirkelspitzen, so erhöht man das Stativ so weit, bis die Zirkelspitzen genau in die Stiche passen; im entgegengesetzten Falle wird das Stativ niedriger geschoben.« — An dem Apparate sind übrigens für eine bestimmte Stellung der Röhre *l* in dem federnden Ringe die Vergrößerungen für die erste, für die zweite und für beide Lupen vereint angezeichnet und zwar an der verschiebbaren Röhre *c*. (Fig. 2 Taf. III.) Diefs kann beim Gebrauche der Lupen ein für allemal geschehen, weil für diese das Object eine bestimmte Entfernung einnimmt, wenn es deutlich gesehen werden soll.

8. Unter No. 7 haben wir gesehen, das zur Berechnung des Gröfsenverhältnisses zwischen Bild und Object der bequemste Fall der ist, wenn der durchbohrte Spiegel nicht geneigt ist. Warum hat nun der Hr. Erfinder diesem Spiegel eine schiefe Stellung gegeben?

Es kommt darauf an, von der Zeichnung auf der Papierfläche in dem durchbohrten Spiegel ein Bild in horizontaler Richtung zu sehen (No. 1.) Der Winkel β hat hierauf gar keinen Einfluß. Diefs Bild entsteht durch Reflexion von dem undurchbohrten Spiegel auf den durchbohrten. Da es nun bloß auf diefs Bild ankommt, so ist auch nur erforderlich, daß das von der Zeichnung oder der Bleistiftspitze ausgehende Licht direct auf den undurchbohrten und nicht auf den durchbohrten Spiegel falle. Um diefs directe Auftreffen des Lichtes auf den durchbohrten Spiegel unmöglich zu machen, giebt man ihm eine schiefe Stellung, so daß die für die Zeichnung bestimmten Stellen des Papiers noch hinter der Spiegelfläche des durchbohrten Spiegels liegen. Es würde zwar auch das Licht nicht störend wirken, welches direct auf den durchbohrten Spiegel fiel, indem die entstandenen kaleidoskopischen Bilder bei der Stellung des Auges doch nicht wahrgenommen würden; aber da bei der schiefen Stellung des durchbohrten Spiegels zugleich die Lage des undurchbohrten

für die von dem Papiere ausgehenden Lichtstrahlen noch günstiger für die Reflexion wird, indem die Strahlen weniger schief auf denselben fallen, so ist auch aus diesem Grunde eine Stellung des durchbohrten Spiegels in der angegebenen Weise vorzuziehen. Welche Neigung wird man nun dem durchbohrten Spiegel zu geben haben? — Ehe wir diese Frage beantworten, müssen wir uns klar machen, wie weit das Dicatopter höchstens ausgezogen werden darf.

9. Da das Bild im durchbohrten Spiegel in der Entfernung des deutlichen Sehens stehen muß; die Entfernung des Bildes aber von dem Durchschnittspunkte der beiden Spiegel gleich der Entfernung dieses Punktes von der Papierfläche ist (No. 2); so folgt ohne Weiteres, daß die *größte Höhe des Dicatopters die Entfernung des deutlichen Sehens nicht überschreiten*, also höchstens 10 bis 12" betragen darf. Dazu kommt noch, daß die Höhe des Auges über der Papierfläche eine zum Zeichnen auf dieser bequeme seyn muß, was mit voriger Angabe stimmt. An dem zur Fig. 2 benutzten Apparate geht die Ausziehung bis 12" und die Zusammenschiebung bis 9".

10. Zu den größten Zeichnungen gehört die größte Ausziehung des Apparates. Eine Zeichnung von 8" Durchmesser dürfte als das Maximum der mit diesem Apparate anzufertigenden Zeichnungen anzunehmen seyn. Ist nun die Entfernung der Oeffnung des durchbohrten Spiegels von dem Durchschnittspunkte beider Spiegel, also z , $= \frac{1}{2}$ Zoll; so reicht die Zeichnung von d nach vorn $4\frac{1}{2}$ und nach hinten $3\frac{1}{2}$ Zoll. Verlängern wir die Ebene des durchbohrten Spiegels bis zum Durchschnitte mit der Papierfläche in n (Fig. 3); so darf mithin dn $4\frac{1}{2}$ " nicht überschreiten, wenn alle Stellen der Zeichnung hinter der Spiegelfläche liegen sollen (No. 8). Da nun $ad = 12$ " seyn soll, so ergibt sich

$$dn = ad \cdot \operatorname{tgs} \beta, \text{ d. h. } \operatorname{tgs} \beta = 0,375;$$

$$\text{also } \beta = 20^\circ 33'.$$

11. Ist $\beta = 20^\circ$ und liegt die Oeffnung des durch-

bohrten Spiegels $0,5''$ vertical unter dem Durchschnittspunkte beider Spiegel, so ergibt sich für die Entfernung der Oeffnung v von dem Durchschnittspunkte der Spiegel, also für z , $0,53''$.

12. Nehmen wir (Fig. 3) $ak=0,5''$, $\beta=20^\circ$, $ad=12''$ und $x'y'=8''$; so erhalten wir $\angle xvy=36^\circ 20'$. Man kann also mit einem so eingerichteten Apparate Gegenstände zeichnen, welche unter einem Sehwinkel bis 36° erscheinen.

13. Ist (Fig. 3) $x'y'$ das größte Bild, welches mit dem Apparate gezeichnet werden kann, so ist für $\beta=20^\circ$ und $\angle xvy=36^\circ 20'$ der Winkel $avh=91^\circ 50'$. Folglich darf der undurchbohrte Spiegel ac noch nicht $=1,46 \cdot z$ seyn, wenn der Strahl $y'vh$ noch ins Auge soll gelangen können. Aus No. 11 ergibt sich also $ac=0,77''$, wofür wir $\frac{3}{4}''$ als Normalmaafs des undurchbohrten Spiegels nehmen können.

14. Der unter No. 13 gefundene Werth für den undurchbohrten Spiegel ist das Maximum; das Minimum ergibt sich daraus, dafs von dem äufsersten Punkte k'' des größten Bildes noch Licht auf den Spiegel treffen muß, welches von diesem auf den durchbohrten Spiegel reflectirt, von diesem parallel mit $x'v$ zurückgeworfen werden muß. Für $\beta=20^\circ$ und $\angle xvy=36^\circ 20'$ erhält man $0,417''$. Es reicht also eine Spiegelfläche von $\frac{1}{2}$ Zoll Breite unter allen Umständen aus, in welchem Falle dieselbe von dem Durchschnittspunkte beider Spiegel noch $\frac{1}{4}''$ absteht.

15. Nennen wir den größten Sehwinkel, unter welchen das abzuzeichnende Object erscheinen kann, 2σ , so muß der von dem äufsersten Punkte x'' ausgehende Lichtstrahl, damit er von dem durchbohrten Spiegel parallel mit $x'v$ reflectirt werde, so auf den undurchbohrten Spiegel auffallen, dafs es mit der Spiegelfläche einen Winkel $=45^\circ + \beta + \sigma$ bildet. Da nun nach No. 10 $\beta=20^\circ$, so folgte hieraus für das Object ein möglicher Sehwinkel von 50° . Insofern $\beta + \sigma$ nicht gröfser als 45° werden kann, so ergänzt sich hier das unter No. 10 und 12 über die Neigung des durchbohrten Spiegels und über die Gröfse des Seh-

winkels Gesagte. Je größer die Neigung des durchbohrten Spiegels, desto kleiner wird der Schwinkel.

16. Damit von dem äußersten Punkte x'' des größten Bildes Licht auf den undurchbohrten Spiegel treffen könne, darf der durchbohrte Spiegel nicht zu weit herabreichen. Als Maximum ergibt sich, wenn $\beta = 20^\circ$ und $\angle xvy = 36^\circ 20' = 2\sigma$ ist, $aq = 0,67$ Zoll. Es würde also der durchbohrte Spiegel, da nach No. 11 die Oeffnung desselben $0,53'$ von dem Durchschnittspunkte beider Spiegel entfernt ist, einen Halbmesser $= 0,14''$ höchstens haben dürfen, so daß für die Ausführung ein Halbmesser von $\frac{1}{8}$ Zoll sich als zweckmäßigstes Maafs ergeben würde.

17. Ebenso wie der durchbohrte Spiegel nicht zu weit herabreichen darf, ist auch der Halter desselben, welcher in der Richtung ad hängen soll und einer Lupenfassung ähnlich ist, in seiner Gröfse beschränkt, damit er nicht die von x'' ausgehenden auf den undurchbohrten Spiegel fallenden Lichtstrahlen hindere. Für die von a aus gemessene Entfernung ergibt sich für $\beta = 20^\circ$ ein Werth von $1,329''$ oder $1\frac{1}{3}$ Zoll als Maximum.

18. Ist der Apparat bis auf $12''$ ausgezogen, die Oeffnung des schiefen Spiegels $0,5''$ vertical unter dem Durchschnittspunkte beider Spiegel, haben β und σ die angenommene Bedeutung und ist b die Gröfse der Zeichnung, so ist

$$\frac{1}{2}b = (12 + 0,5 \operatorname{tg} \beta) \operatorname{tg} \sigma.$$

Setzen wir hier $\beta = 25^\circ$, so ist nach No. 15 höchstens $\sigma = 20^\circ$, und berechnen wir hieraus b , so finden wir $\frac{1}{2}b = 4,452$, so daß das Maximum der Zeichnung noch nicht $9''$ beträgt. Ist $\beta = \sigma = 22\frac{1}{2}^\circ$, so wird $\frac{1}{2}b = 5''$ und also das Maximum der Zeichnung $= 10''$. Für den Winkel β könnte man also 20 bis 25° setzen, wodurch No. 10 vollständigere Erledigung fände.

19. Bis jetzt ist immer angenommen, daß der Apparat ohne Lupen gebraucht werde. Schiebt man zwischen Auge und Object hinter dem schiefen Spiegel eine Lupe ein, so ändert sich in der ganzen Untersuchung nichts weiter,

als dafs der Schwinkel des Objectes vergrößert wird; folglich wird die Zeichnung in demselben Verhältnisse größer, als dieser Winkel vergrößert worden ist.

VI. *Beitrag zur Dioptrik optisch einaxiger Krystalle; von Beer in Bonn.*

Wir behandeln hier die Frage, welches die Bewegung, des in einem einaxigen Krystalle außerordentlich gebrochenen Strahles sey, wenn der einfallende Strahl um das Einfallslot rotirt. Man denke sich in Fig. 4 Taf. III die Huyghens'sche Construction ausgeführt. XX' ist die brechende Fläche der nach unten liegenden Krystallmasse, PQ die einfallende, RT die außerordentlich gebrochene Welle, also SP der einfallende, PT der außerordentliche Strahl. Wir legen ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu Grunde, dessen Z -Axe in das Loth AL , und dessen X -Axe in den Durchschnitt der Einfalls- und der brechenden Ebene fällt. Gehen wir von der Lage aus, wo die Einfallsebene dem Hauptschnitte der Platte parallel ist, so hat man, unter u, v, w die Cosinus der Winkel verstanden, welche die optische Axe mit den Coordinatenachsen einschließt, $v=0$, und die Gleichung der außerordentlichen Wellenfläche wird:

$$W \equiv a(x^2 + y^2 + z^2) + b(ux + wz)^2 - 1 = 0.$$

Bezeichnen wir mit x', y', z' die Coordinaten des Berührungspunktes der Wellenebene und der Wellenfläche, so ist die Gleichung jener:

$$\frac{dW}{dx'}(x - x') + \frac{dW}{dy'}(y - y') + \frac{dW}{dz'}(z - z') = 0.$$

Der Durchschnitt dieser Ebene und der brechenden Ebene hat im Systeme XY die Gleichung: