**11. Über die Wirkung einer permanenten
mechanischen Ausdehnung auf die optischen
Konstanten einiger Metalle;
von S. Nakamura.**

Die Problemstellung.

Die Wirkung einer mechanischen Deformation auf den Brechungsexponent eines durchsichtigen Körpers ist schon mehrfach untersucht worden.¹⁾ Ein isotroper Körper wird durch die Deformation doppelbrechend, und man hat diese Erscheinung akzidentielle Doppelbrechung genannt. Eine experimentelle Untersuchung über die Änderung der optischen Konstanten der Metalle, welche durch eine mechanische Deformation hervorgerufen wird, fehlt noch. Ein Versuch, welcher mit dem eben genannten in engem Zusammenhang steht, ist der von Mousson, Tomlinson etc.²⁾ ausgeführte, über die Änderung des elektrischen Widerstandes eines Drahtes, wenn er gedehnt wird. Hier nimmt der elektrische Widerstand mit dem mechanischen Zug zu; aber wie er sich in der Ebene senkrecht zur Spannung verhält, konnte man natürlich bei einem Draht nicht feststellen.

Die Untersuchung, welche ich hier mitteilen werde, bezieht sich auf die Wirkung einer permanenten mechanischen Ausdehnung auf die optischen Konstanten einiger Metalle. Hr. Prof. Voigt hat mir die Veranlassung gegeben, diesen Versuch durch die Reflexionsmethode zu machen, und er hat mir dazu zwei Polarisationspektrometer des Göttinger Institutes zur Verfügung gestellt. Die Genauigkeit in meiner Untersuchung ist nicht groß, aber es haben sich doch einige interessante Resultate ergeben, die ich mitteilen möchte. Die genaue Bestimmung der optischen Konstanten der Metalle ist überhaupt

1) H. Winkelman, Handb. d. Physik 6. p. 1231. 1906.

2) G. Wiedemann, Elekt. u. Magn. 1. p. 520.

eine schwierige Frage, weil man dazu mit einer Metallfläche völlig frei von Kratzen und Oberflächenschichte arbeiten muß¹⁾; und wenn es sich um eine Differentialwirkung handelt, ist die Schwierigkeit noch bedeutend größer. Wenn der zu untersuchende Metallspiegel über acht Tage lang auf dem Spektrometer bleiben muß, was gelegentlich bei mir der Fall war, kann man gar nicht behaupten, daß der Oberflächenzustand des Spiegels während dieser Zeit ungeändert geblieben ist. Im Gegenteil, man muß zugeben, daß sich die Oberfläche erheblich geändert hat, selbst wenn, wie bei einigen Versuchen, die Luft in der Nähe des Spiegels mit einer Schale Chlorcalcium getrocknet wird.

Daneben kommt noch die wichtige Frage in Betracht, wie man den zu untersuchenden Spiegel herstellen soll. Wenn man genau wissen will, welcher Art die Wirkung der mechanischen Deformation auf das Metall ist, muß man selbstverständlich zwei Versuche machen; einmal mit einem Spiegel in seinem natürlichen spannungslosen Zustand, und dann mit einem Spiegel aus ausgedehntem Metall. Man kann so verfahren: man schneidet aus einem dicken Metallblech einen Streifen von etwa 30 cm Länge heraus, glüht ihn in einem Ofen mit Holzkohle aus und läßt ihn sehr langsam abkühlen, so daß er von der anfangs vorhandenen Spannung befreit wird. Nun schneidet man ein Stück von einem Ende des Streifens ab und poliert es. Der übrige Streifen wird jetzt gedehnt, und daraus wird der zweite Spiegel hergestellt. Aber es fragt sich, ob der erste Spiegel wirklich imstande ist, uns die optische Konstante des Metalles in absolut spannungsfreiem Zustand zu geben. Worin besteht überhaupt das Polieren. Ich glaube, beim Polieren wie auch beim Feilen, werden die weichen Metallteilchen an der Oberfläche immer wieder durch eine härtere Substanz, das Poliermittel, mitgenommen und lösen sich schließlich ab. Wenn beim Polieren die Druckkraft, welche auf den Spiegel ausgeübt wird, groß ist, wird die Oberfläche des Metalles nicht in normalem, sondern in gespanntem Zustande sein. Besonders wenn man einen Polierstahl benutzt und damit über den Spiegel streicht, um eine hochglänzende

1) P. Drude, Wied. Ann. **39**. p. 481. 1890.

Fläche zu erhalten, ist die Oberfläche nicht ganz spannungsfrei, weil ja dieses Verfahren durchaus ähnlich ist dem Ausrollen des Teiges mit einem Rollholz. Man muß deshalb auch befürchten, daß bei der Herstellung des zweiten Spiegels der gewünschte Spannungszustand durch das Polieren sehr viel verschleiert wird. Ich habe daher vorgezogen, statt eines Polierstahles feinen Schmirgel, Zinnasche etc. zu gebrauchen und beim Polieren die Spiegel in allen möglichen Richtungen zu bewegen.

Um möglichst direkt die Wirkung der mechanischen Ausdehnung zu studieren, ist es an sich vielleicht besser, so zu verfahren, wie ich auch beim Silber und Kupfer getan habe. Ich habe da einen Metallstreifen zuerst ausgeglüht, ihn abkühlen lassen, dann in der Mitte poliert, und damit eine Beobachtungsreihe ausgeführt. Dann habe ich den Streifen ausgedehnt und abermals beobachtet. Aber hier stören wieder andere Nachteile; in der ersten Beobachtung für den ungespannten Zustand muß man mit einem langen Streifen arbeiten und kann deshalb nicht einen günstigen Einfallswinkel nehmen, der gewöhnlich etwa 70° oder 80° sein soll. Und noch schlimmer ist die Tatsache, daß die Oberfläche des Spiegels durch den Zug so sehr verschlechtert wird, daß man ohne nochmaliges, allerdings leichteres Polieren den Spiegel kaum benutzen kann.

Für die Ausdehnung der Streifen habe ich die Festigkeitsmaschine im hiesigen technisch-physikalischen Institut benutzt, für deren Gebrauch ich verpflichtet bin, den Herren Prof. Lorentz und Prof. Prandtl meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Die Beobachtungsmethode.

Das eine von den zwei Polarispektrometern, welches ich weiter mit (I) bezeichnen werde, ist das seinerzeit von Prof. Drude¹⁾ benutzte. Es war früher mit einem Babinetschen Kompensator versehen, aber dieser ist jetzt weggenommen und statt dessen ist ein Glimmerkompensator angebracht. Die Teilkreise des Polarisators, des Analysators und des Kompensators haben

1) P. Drude, l. c.

einen gleichen Durchmesser von 8 cm; sie sind in $\frac{1}{2}$ Grad geteilt und mit einem Nonius kann man bis zu einer Bogenminute ablesen. Wenn man von der Seite des Ablesefernrohres an die Teilkreise sieht, wächst die Ziffer im Kompensator wie in dem Uhrenzifferblatt, aber bei den beiden Nikolkreisen ist es umgekehrt. Das zweite Spektrometer (II) ist neulich nach Angaben von Prof. Voigt von Fuess angefertigt und von ausgezeichnete Konstruktion. Auch dieses ist mit einem Glimmerkompensator versehen. Die Teilkreise haben einen Durchmesser von 12,5 cm, sind in $\frac{1}{4}$ Grade geteilt und haben zwei Nonien, welche bis zu einer Bogenminute ablesen lassen. Die Ziffern in allen drei Kreisen wachsen entgegengesetzt wie die einer Uhr, wenn man sie vom Fernrohr aus sieht. Der einzige Fehler des Apparates ist der, daß die beiden Endflächen des Glan-Thomsonschen Prisma im Polarisator nicht ganz genau parallel sind. Wenn dieser gedreht wird, bewegt sich das Bild des Kollimatorloches in einem kleinen Kreise, dessen Mittelpunkt aber genau auf den Kreuzfaden kommt. Beide Spektrometer sind mit einem gewöhnlichen und auch einem Gauss'schen Okular versehen.

Die Nullpunkte des Polarisators und des Analysators sind folgendermaßen bestimmt. Erst wurde der Kompensator weggenommen und das Fernrohr mit dem Analysator dem Kollimator direkt gegenüber eingestellt. Ein Glan-Thomsonsches Prisma wurde auf den Spektrometertisch derart gelegt, daß seine Polarisationssebene beinahe vertikal und seine Endfläche genau senkrecht zur Sehlinie steht (mit dem Gauss'schen Okular). Die Polarisationssebene des Polarisators wurde auch beinahe vertikal gemacht. Dann wurde der Analysator in die gekreuzte Lage gebracht und seine Lage abgelesen. Nun wurde das Prisma um 180° gedreht und die gekreuzte Lage des Analysators wieder abgelesen. Das Mittel der beiden Ablesungen gibt uns den Nullpunkt a_0 des Analysators. Das Hilfsprisma wurde dann weggenommen und der Nullpunkt p_0 des Polarisators bestimmt. Unter der Nulllage c_0 des Kompensators wollen wir diejenige Lage verstehen, wo die Polarisationssebene der langsameren Wellen im Glimmer parallel zur Einfallsebene ist. Diese Lage läßt sich ohne weiteres feststellen, wenn a_0 und p_0 bestimmt sind. Im Spektrometer (II)

war die Fassung für den Kompensator etwas locker, und jedesmal, wenn ich ihn berührt hatte, mußte ich c_0 erneut bestimmen.

Was die Beleuchtung des Spektrometers anbetrifft, so benutzte ich im Spektrometer (I) einen Linnemannschen Leuchtgas-Sauerstoffbrenner mit Natriumkarbonatperlen. Die Flamme war dicht vor dem Kollimatorrohr angebracht, welches nicht mit einem kreisrunden Loch, sondern mit einem Webskischen Spalt versehen war. Die Lichtstärke dieser Lichtquelle erwies sich als nicht genügend, um sehr genaue Einstellungen zu ermöglichen, und daher habe ich mit dem Spektrometer II einen Wülfingschen Monochromator¹⁾ benutzt und mit Sonnenlicht gearbeitet. Von dem Spektrum, welches durch die Monochromatorprismen erzeugt wird, wurde durch einen vertikalen justierbaren Spalt ein sehr schmales Bündel in der Nähe der *D*-Linien abgesondert. Das Lichtbündel ging durch eine Linse von langer Brennweite, welche auf einem horizontalen Spalt des Kollimators ein Bild des vertikalen Monochromatorspaltes abbildete. Hierdurch erhielt ich eine Lichtquelle, die sehr klein und doch hell genug war. Durch die innere Reflexion an verschiedenen Flächen sieht man immer mehrfache Bilder im Gesichtsfelde; das richtige Bild kann man nur dadurch von den anderen trennen, daß man eine *kleine* Lichtquelle benutzt. Aus demselben Grunde habe ich beim Spektrometer I einen Webskischen Spalt benutzt. Wenn man dort ein rundes Loch klein genug nahm, so war die Lichtstärke so gering, daß man dadurch viel mehr verlor, als man durch die Absonderung des richtigen Bildes gewinnen konnte. Mit einem Webskischen Spalt verbindet man einigermaßen die beiden Vorteile, indem man gerade mit Hilfe des außerhalb des Mittelpunktes vorhandenen Lichtes selbst in der Nähe der kritischen Lage seine Augen sehr leicht auf dem Kreuzfaden haften lassen kann (eine physiologische Frage) und doch für die Feststellung der kritischen Lagen das richtige Bild von anderen Bildern getrennt hat. Bei den Versuchen mit gedehnten Metallplatten habe ich hinter der Kollimatorlinse eine Blende eingeschaltet, um nur einen kleinen Flächenteil des Spiegels zu benutzen.

1) A. Wülfing, N. Jahrb. für Miner. Beil.-Bd. 12. 1898.

Die Lichtstärke wurde hierdurch erheblich vermindert, aber ich war gezwungen dies zu tun, weil die reflektierende Fläche nicht völlig homogen war.

Der Spiegel war mit einer den gewöhnlichen Kristallträgern ähnlichen Vorrichtung auf dem Spektrometer angebracht. Mit drei Stellschrauben und mit Hilfe des Gauss'schen Okulars wurde der Spiegel zunächst so justiert, daß seine Fläche genau senkrecht zur horizontalen Drehachse des Trägers stand, und dann wurde diese letzte Drehachse mit andern Stellschrauben parallel zur Einfallsebene gemacht. Alsdann wurde der Träger als ganzes so weit vorwärts oder rückwärts gerückt, daß die Spiegelfläche genau auf den Mittelpunkt des Spektrometers fiel; seine Höhe ließ sich gleichfalls justieren, so daß die Drehachse in der Ebene der Fernrohr- und Kollimatorachsen d. h. in der Einfallsebene lag. Die obengenannte Blende hinter dem Kollimator war so eingestellt, daß das kleine Lichtbündel den Spiegel in seinem Mittelpunkt traf. Es ist wichtig, daß man nur ein bestimmtes kleines Gebiet des Spiegels benutzt, weil man nur dann sicher ist, daß irgend eine Verschiedenheit, welche man in verschiedenen Azimuten des Spiegels beobachtet, nicht der Inhomogenität des Spiegels, sondern seiner Anisotropie zuzuschreiben ist. Der Spiegelträger ist mit einem Teilkreise versehen, um das Azimut des Spiegels festzustellen und zu variieren.

Theoretisches.

Die Theorie der Bestimmung der optischen Konstanten durch Reflexionsmethode ist wohl bekannt.¹⁾ Ich werde hier die Formeln zusammenstellen, die direkt mit den gegenwärtigen Versuchen zusammenhängen und für deren Verständnis nötig sind. Es soll linear polarisiertes Licht, dessen Polarisations-ebene unter $\pm 45^\circ$ gegen die Einfallsebene geneigt ist, unter dem Einfallswinkel φ auf den Spiegel auffallen. Durch die Reflexion an dem Spiegel werden die Amplituden der in der Einfallsebene liegenden p -Komponente wie auch die der senkrecht zur Einfallsebene liegenden s -Komponente geschwächt und zwar in verschiedenen Verhältnissen. Die Phasen der

1) P. Drude, Lehrb. d. Optik. p. 334.

beiden Komponenten werden auch gegeneinander verschoben, und wir bekommen ein elliptisch polarisiertes Licht. Wenn das Verhältnis der Amplituden der p - und s -Komponente des reflektierten Lichtes gleich $\tan \psi$ gesetzt wird, und wenn die relative Phasendifferenz der beiden Komponenten durch δ bezeichnet wird, wobei die p -Komponente gegen die s -Komponente als *beschleunigt* angenommen wird, und wenn ferner $\delta=0$ für $\varphi = \pi/2$, d. h. für streifende Inzidenz und $\delta = \pi/2$ für $\varphi = 0$, d. h. für senkrechte Inzidenz angenommen wird, dann ergeben sich für einen isotropen Spiegel die Beziehungen

$$(1) \quad \begin{cases} n = \sin \varphi \cdot \tan \varphi \cdot \frac{\cos 2 \psi}{1 + \cos \delta \cdot \sin 2 \psi} \\ n \kappa = k = \sin \varphi \cdot \tan \varphi \cdot \frac{\sin \delta \cdot \sin 2 \psi}{1 + \cos \delta \cdot \sin 2 \psi}, \end{cases}$$

wobei n den Brechungsindex, κ den Absorptionsindex und k den Absorptionskoeffizient bedeutet.

Für einen Spiegel aus gedehntem Metall ändern sich ebenso ψ wie δ mit dem Azimut ζ der Spannungsrichtung gegen die Einfallsebene. Hier muß man annehmen, daß der Spiegel sich wie ein einachsiger Kristall verhält. Der Zusammenhang zwischen ψ , δ und ζ ist für diesen Fall zuerst von Drude gegeben.¹⁾ Er lautet

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{\cos 2 \psi}{1 - \cos \delta \cdot \sin 2 \psi} + i \frac{\sin \delta \cdot \sin 2 \psi}{1 - \cos \delta \cdot \sin 2 \psi} \\ = \frac{\cos^2 \zeta \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\cos \varphi} - \sqrt{\beta} \cdot \cos \varphi \right) + \sin^2 \zeta \left(\frac{\sqrt{\beta}}{\cos \varphi} - \sqrt{\alpha} \cdot \cos \varphi \right)}{1 - (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}) \cdot \sin 2 \zeta}, \end{cases}$$

wo α und β beide komplexe optische Konstanten sind, und zwar bedeutet

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = n_1 (1 - i \kappa_1) = n_1 - i k_1, \\ \frac{1}{\sqrt{\beta}} = n_2 (1 - i \kappa_2) = n_2 - i k_2. \end{cases}$$

Dabei sind n_1, n_2 die beiden Hauptbrechungsindizes und k_1, k_2 die beiden Hauptabsorptionskoeffizienten.

1) P. Drude, Wied. Ann. 34. 1888.

Wir setzen weiter

$$(4) \quad \begin{cases} M = \frac{\cos 2\psi}{1 - \cos \delta \cdot \sin 2\psi}, \\ N = \frac{\sin \delta \cdot \sin 2\psi}{1 - \cos \delta \cdot \sin 2\psi}, \end{cases}$$

welche beide Funktionen von ζ sind. Wenn wir die Werte von M und N für $\zeta = 0$ und $\zeta = \pi/2$ bez. durch M_1, N_1 und M_2, N_2 bezeichnen, dann folgt aus den Gleichungen (2) und (3)

$$(5) \quad \begin{cases} n_h = \sin \varphi \cdot \tan \varphi \frac{M_h}{M_h^2 + N_h^2}, \\ k_h = n_h x_h = \sin \varphi \cdot \tan \varphi \frac{N_h}{M_h^2 + N_h^2}, \end{cases} \quad h = 1, 2.$$

Es braucht nicht bemerkt zu werden, daß diese Beziehungen völlig im Einklang mit den Gleichungen (1) stehen.

Wir haben gemäß dem Vorstehenden nach der Beobachtung von ψ und δ für verschiedene Azimute ζ zweierlei zu tun. Erst müssen wir ermitteln, ob M und N die Beziehung (2) bez. (4) bestätigen, und dann müssen wir die Hauptkonstanten n_h und k_h nach (5) bestimmen.

Die Formel (2) lehrt uns eine merkwürdige Tatsache. Wegen des Vorhandenseins des Faktors $\sin 2\zeta$ im Nenner, sind ψ und δ , und folglich auch M und N nicht symmetrische Funktionen von ζ . Aber dies steht keineswegs im Widerspruch zur angenommenen physikalischen Symmetrie des Spiegels, sondern die Erklärung dafür ist in der unsymmetrischen Lage der Polarisationssebene des einfallenden Lichtes zu finden.¹⁾ Man muß daher berücksichtigen, daß wenn man, um die Variation der optischen Eigenschaften des Spiegels in verschiedenen Azimuten ζ zu studieren, eine Beobachtungsreihe mit dem Polarisator $+45^\circ$ gegen die Einfallsebene mit einer anderen Reihe, in welcher der Polarisator unter -45° gegen die Einfallsebene geneigt ist, kombinieren will, man nur die Beobachtung für $\zeta = +\alpha$ und $\zeta = \pi + \alpha$ in der ersten Lage des Polarisators, mit denen für $\zeta = -\alpha$ und $\zeta = -\pi - \alpha$ in der zweiten Lage kombinieren darf.

1) E. C. Müller, N. Jahrb. f. Miner. Beil.-Bd. 17. 1903; F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik p. 437. 1906.

Der Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (2) läßt sich folgendermaßen umformen:

$$\frac{\sin \varphi \cdot \tan \varphi}{2} \cdot \frac{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) + (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}) \cos 2 \zeta}{1 - (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}) \sin 2 \zeta},$$

und da

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} \text{ klein gegen } \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$$

ist, kann man ihn annäherungsweise gleich

$$\frac{\sin \varphi \cdot \tan \varphi}{2} \left\{ (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) + (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}) \cos 2 \zeta + (\alpha - \beta) \sin 2 \zeta \right\}$$

setzen. Durch die Trennung des reellen und des imaginären Bestandteiles erhält man schließlich die Gleichungen von der Form

$$(6) \quad \begin{cases} M = P + Q \cos 2 \zeta + R \sin 2 \zeta, \\ N = P' + Q' \cos 2 \zeta + R' \sin 2 \zeta; \end{cases}$$

hierbei bestehen, wie leicht zu zeigen ist, unter den reellen Konstanten folgende Beziehungen:

$$(6') \quad \begin{cases} R \cdot \sin \varphi \cdot \tan \varphi = 2 (P Q - P' Q'), \\ R' \sin \varphi \cdot \tan \varphi = 2 (P Q' + P' Q). \end{cases}$$

Bei meinen Versuchen habe ich aus dem beobachteten Wert von ψ und δ für die verschiedenen ζ die Konstanten P, Q, R und P', Q', R' bestimmt, und daraus die optischen Konstanten berechnet. Aber die Beziehungen (6') konnte ich nicht befriedigend konstatieren, einmal vielleicht weil die Beobachtungen nicht gut genug und sodann weil die oben angenommenen Annäherungen nicht zulässig sind.

Allgemeines über die Beobachtungen.

Die Bestimmung von ψ und δ mittels eines Glimmerkompensators und eines Analysators geschieht in bekannter Weise; die ausführliche Theorie findet man in den Arbeiten von G. Horn¹⁾ und von E. C. Müller.²⁾ Wir wollen annehmen, daß das durch die Reflexion hervorgerufene elliptisch-polarisierte Licht seine große Achse um einen Winkel θ gegen

1) G. Horn, N. Jahrb. f. Miner. Beil.-Bd. 12. 1899.

2) E. C. Müller, l. c.

die Einfallsebene geneigt hat, und sein Achsenverhältnis gleich $\tan J$ ist, dann ergibt sich

$$(7) \quad \begin{cases} \cos 2\psi = \cos 2J \cdot \cos 2\Theta, \\ \tan \delta = \frac{\tan 2J}{\sin 2\Theta}. \end{cases}$$

J und Θ werden direkt aus den Ablesungen am Kompensator und am Analysator berechnet.

Wenn der Kompensator eine gewisse geeignete Lage einnimmt, wird sich das elliptisch polarisierte Licht wieder in ein linear polarisiertes Licht verwandeln, und daher wird es uns möglich, durch die Drehung des Analysators das Gesichtsfeld völlig dunkel zu machen. Wo dies der Fall ist, gibt es *zwei* solcher Lagen des Kompensators und dementsprechend *zwei* Lagen des Analysators. Diese Lagen für den Kompensator mögen durch Winkel ξ_1 und ξ_2 bestimmt sein. Diese Winkel liegen zwischen der Polarisationssebene der langsameren Welle im Glimmer und der großen Achse der Ellipse. Wenn die entsprechenden Ablesungen des Kompensators bez. des Analysators durch c_1, c_2 bez. a_1, a_2 bezeichnet werden, so haben wir

$$(8) \quad \begin{cases} \xi_1 - \xi_2 = c_1 - c_2, \\ \eta_1 - \eta_2 = (a_1 - a_2) - (c_1 - c_2), \end{cases}$$

$$(9) \quad \begin{cases} \begin{cases} 2\Theta = (a_1 + a_2) - 2a_0 + \pi \\ \quad = (c_1 + c_2) - 2c_0 + \frac{\pi}{2} \end{cases} & \text{wenn } \Delta < \frac{\pi}{2} \\ \begin{cases} = (a_1 + a_2) - 2a_0 \\ \quad = (c_1 + c_2) - 2c_0 - \frac{\pi}{2} \end{cases} & \text{wenn } \Delta > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

und

$$(10) \quad \begin{cases} \cos 2J = \frac{\sin(\eta_1 - \eta_2)}{\sin(\xi_1 - \xi_2)}, \\ \tan \Delta = \pm \frac{\tan 2J}{\cos(\xi_1 - \xi_2)}, \end{cases} \quad \begin{array}{l} + \text{ wenn } \Delta < \frac{\pi}{2}, \\ - \text{ wenn } \Delta > \frac{\pi}{2}, \end{array}$$

wobei Δ die Phasendifferenz der zwei Wellen im Glimmer ist.

Wenn Δ des Kompensators für die benutzte Lichtart bekannt ist, braucht man nicht a_1 und a_2 abzulesen. Aber ich habe es vorgezogen, durch die Ablesungen des Kompensators und des Analysators den Wert des zu einer Serie der Messungen

gehörenden Δ zu berechnen und das arithmetische Mittel zu nehmen; dieser Mittelwert des Δ ist benutzt für die Berechnung des J . Für Θ habe ich immer das Mittel von den zwei Werten aus c_1, c_2 und aus a_1, a_2 genommen.

In der Tab. I ist der Wert vom Δ angegeben mit dem wahrscheinlichen Fehler ε und dem Termin der Beobachtung. Ob die ziemlich große Änderung des Δ in dem Kompensator I im Monat Juni der Temperaturschwankung oder einer anderen Ursache zuzuschreiben ist, kann ich nicht bestimmt sagen.

Tabelle I.
Phasendifferenz Δ des Kompensators für D-Licht.

	Δ	ε	Datum
Kompensator I	$\pi = 88^\circ 41,4'$	2,7'	8.—11. April
	„ 88 30,5	4,4	14.—16. Mai
	„ 88 1,0	3,3	30. Mai — 2. Juni
	„ 86 3,9	3,6	13.—14. Juni
	„ 85 54,2	2,6	21.—22. „
	„ 85 51,3	4,3	29. Juli — 3. Aug.
	„ 86 2,3	1,4	4.—10. August
	„ 85 52,1	3,9	7.—13. „
	„ 85 29,9	2,7	18.—27. Nov.
Kompensator II	$\pi = 83^\circ 34,4'$	5,9'	22. Juni
	„ „ 15,4	1,6	28. „
	„ „ 15,1	10,0	29. Juni — 1. Juli
	„ „ 43,8	9,0	8. Juli
	„ „ 44,1	2,1	17.—27. Juli
	„ „ 50,0	10,5	1.—4. August

Die Beobachtungsergebnisse.

Ich werde jetzt zu der Beschreibung der einzelnen Versuche übergehen. Die von mir untersuchten Metalle sind Kupfer, Silber und Stahl. Sämtliche Spiegel sind von Schmidt und Haensch poliert.

Kupfer.

1. Spannungsfreies Kupfer.

Die Beobachtung ist mit dem Spektrometer II gemacht. Der Polarisator ist in vier Lagen eingestellt, und es sind jedesmal 20 Ablesungen von c_1, c_2 und a_1, a_2 genommen worden.

Es möge hier eine Reihe solcher Ablesungen als ein Beispiel wiedergegeben werden, um die Genauigkeit der einzelnen Einstellungen zu zeigen. Der Nullpunkt des Polarisators ist $p_0 = 79^\circ 32'$, und seine Einstellung bei der Messung war $304^\circ 32'$; das einfallende Licht ist also wie ↗ polarisiert.

Tabelle II.

c_1	a_1	c_2	a_2
$31^\circ 20'$	$53^\circ 55'$	$125^\circ 49'$	$202^\circ 3'$
1 16	3 55	5 42	2 4
1 28	4 9	5 53	1 52
1 7	3 43	5 40	2 13
1 5	3 42	6 2	2 19
1 10	3 50	6 18	2 16
1 31	3 59	6 28	2 50
1 39	4 9	6 13	2 9
1 33	4 0	6 11	2 24
1 29	4 12	5 54	1 55
211 59	234 39	306 16	22 21
1 27	3 50	5 58	1 50
1 41	4 34	6 25	2 11
1 11	3 51	6 11	2 26
1 0	3 21	6 20	2 23
1 12	4 14	6 28	2 30
1 27	3 51	6 34	2 12
1 25	4 12	6 10	2 17
1 26	4 0	6 15	2 43
1 26	4 12	6 28	2 30
Mittel $31^\circ 23,6'$	$54^\circ 0,9'$	$306^\circ 9,8'$	$22^\circ 16,4'$

Der Mittelwert für die vier Lagen des Polarisators ist:

Tabelle III.

Polarisator	Einfallendes Licht	c_1	c_2	a_1	a_2
$304^\circ 32'$	↗	$31^\circ 24'$	$306^\circ 10'$	$54^\circ 1'$	$22^\circ 16'$
214 32	↘	142 31	227 54	128 46	160 38
124 32	↗	33 37	308 29	54 59	26 25
34 32	↘	140 0	225 36	128 17	156 44

$$c_0 = 87^\circ 7'$$

$$a_0 = 91 34$$

$$\varphi = 45$$

$$\text{Temp. } 21,8^\circ$$

Daraus folgt

$$\begin{array}{ll} \xi_1 - \xi_2 = 85^\circ 20' & n_0 = 0,7083 \\ \eta_1 - \eta_2 = 55 \ 11 & k_0 = n_0 \kappa_0 = 1,9904 \\ 2 \Theta = 75 \ 52 & \kappa_0 = 2,815. \\ 2 J = 34 \ 30 & \\ 2 \psi = 78 \ 23 & \\ \delta = \pi - 35^\circ 20' & \end{array}$$

Der Index 0 soll bedeuten, daß die betreffende GröÙe zum spannungsfreien Zustand gehört.

Die Konstanten für Kupfer, gefunden von Drude mittels eines Babinetschen Kompensators, sind

$$\begin{array}{l} n_0 = 0,64, \\ n_0 \kappa_0 = 2,62, \\ \kappa_0 = 4,10. \end{array}$$

Nach Drude sind die Wirkungen einer Oberflächenschicht und einer matten Politur die folgenden: Wenn man den Einfallswinkel, für welchen $\delta = \pi/2$ beträgt durch φ und den dementsprechenden Wert von ψ durch $\bar{\psi}$ bezeichnet, dann *verkleinert* die Oberflächenschichte φ und *vergrößert* $\bar{\psi}$; die matte Politur *verkleinert* φ ein *wenig* und $\bar{\psi}$ *bedeutend*. Man hat die Beziehungen

$$\kappa = \tan 2 \bar{\psi},$$

$$\sin \bar{\varphi} \cdot \tan \bar{\varphi} = n \sqrt{1 + \kappa^2} = n \sec 2 \bar{\psi},$$

oder

$$n = \sin \bar{\varphi} \cdot \tan \bar{\varphi} \cdot \cos 2 \bar{\psi}.$$

Durch Beobachtung eines Spiegels mit einer Oberflächenschichte bekommen wir also zu großes κ und zu kleines n ; und mit einem Spiegel matter Politur bekommen wir zu kleines κ und vielleicht zu großes n . Wenn man die Drudeschen Zahlen zugrunde legt und gleiche Substanz voraussetzt, würde mein Spiegel nicht blank genug gewesen sein.

2. Gedehtes Kupfer.

Der oben benutzte Spiegel wurde gedehnt. Aber durch den Zug war das Metall geflossen und seine Fläche sehr schlecht geworden. Ich habe mir viele Mühe gegeben, um einige brauchbare Ablesungen zu erhalten, aber es kam schließ-

lich heraus, daß sie zu unzuverlässig waren und ich sie verwerfen mußte.

Mit einem anderen Spiegel, der erst gedehnt und dann poliert war, konnte ich eine Reihe Ablesungen machen. Das Spektrometer I wurde benutzt. Der Polarisator war eingestellt in zwei Lagen $+45^\circ$ und -45° , und in jeder dieser Lagen wurden je acht Ablesungen für jede der acht Lagen des Spiegelträgers gemacht. Die Ablesungen des Teilkreises des Trägers sind

$$A = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ.$$

Da bei $A_0 = 110^\circ$ die Spannungsrichtung des Spiegels der Einfallsebene parallel war, so entsprechen diese Lagen

$$\zeta = 250^\circ, 295^\circ, 340^\circ, 25^\circ, 70^\circ, 115^\circ, 160^\circ, 205^\circ.$$

Wenn man die Beobachtung auf die Lage $+45^\circ$ des Polarisators reduzieren will, darf man nicht ohne weiteres die Zahlen für die beiden Lagen kombinieren. Wie ich schon früher hervorgehoben habe, ist $\zeta = +\alpha$ für die Lage -45° gleichwertig mit $\zeta = -\alpha$ für die Lage $+45^\circ$. Auf die Lage $+45^\circ$ reduziert, sind also

$$A = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ$$

für $+45^\circ$ gleichwertig mit

$$\zeta = 250^\circ, 295^\circ, 340^\circ, 25^\circ, 70^\circ, 115^\circ, 160^\circ, 205^\circ,$$

aber für -45° sind sie gleichwertig mit

$$\zeta = 110^\circ, 65^\circ, 20^\circ, 335^\circ, 290^\circ, 245^\circ, 200^\circ, 155^\circ.$$

Die Tab. IV ist konstruiert aus dem Mittelwert der acht Ablesungen für die acht Azimute des Spiegels in den beiden Lagen des Polarisator. ζ bezieht sich auf die Lage $+45^\circ$ des Polarisators.

Tabelle IV.

Gedehntes Kupfer, $\frac{A l}{l} = 0,026$.
 $\varphi = 75^\circ$.

Pol.	A	ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ
$+45^\circ$	$0^\circ - 180^\circ$	70	$87^\circ 58'$	$39^\circ 38'$	$61^\circ 2'$
$\nearrow$	$45 - 225$	115	88 7	38 48	61 34
	$90 - 270$	160	87 44	38 36	61 25
	$135 - 315$	25	88 16	39 29	61 19

Tabelle IV (Fortsetzung).

Pol.	A	ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2 Θ
-45° ↙	0°—180°	110	88°34'	38°30'	60°29'
	45 —225	65	88 10	37 35	61 4
	90 —270	20	87 30	37 20	60 47
	135 —315	155	88 14	38 15	61 1

Daraus erhalten wir:

Tabelle V.

ζ	2 ψ	δ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Diff.
20°	72°46'	56°19'	0,630	0,658	-0,028	1,690	1,719	-0,029
25	72 13	54 7	691	659	+ 32	1,747	1,719	+ 28
65	72 50	56 1	634	669	- 35	1,700	1,722	- 22
70	72 0	54 2	700	669	+ 31	1,745	1,722	+ 23
110	72 8	55 19	669	668	+ 1	1,707	1,723	- 16
115	72 38	54 42	665	667	- 2	1,736	1,723	+ 13
155	72 32	55 23	655	658	- 3	1,713	1,720	- 7
160	72 37	54 56	661	657	+ 4	1,730	1,720	+ 10

Aus dem beobachteten Wert des M und N bekommen wir durch die Methode der kleinsten Quadrate

$$\left. \begin{aligned} M &= 0,6632 - 0,0074 \cdot \cos 2\zeta + 0,0009 \cdot \sin 2\zeta \\ N &= 1,721 - 0,0022 \cdot \cos 2\zeta - 0,0007 \cdot \sin 2\zeta \end{aligned} \right\} \varphi = 75^\circ,$$

daraus erhalten wir für $\zeta = 0$ und für $\zeta = \pi/2$

$$\begin{aligned} M_{\parallel} &= 0,6558, & M_{\perp} &= 0,6706, \\ N_{\parallel} &= 1,719, & N_{\perp} &= 1,723, \\ n_{\parallel} &= 0,6982, & n_{\perp} &= 0,7073, \\ k_{\parallel} &= 1,830, & k_{\perp} &= 1,817, \\ \kappa_{\parallel} &= 2,621, & \kappa_{\perp} &= 2,569. \end{aligned}$$

Die Dehnung des Spiegels ist mit einem Komparator gemessen und sie beträgt

$$\frac{\Delta l}{l} = 0,026.$$

Da die Differenzen zwischen den beobachteten und den berechneten Werten des M und N ziemlich groß sind, habe ich

die Beobachtung wiederholt unter demselben Zustande des Apparates. Es wurde in beiden Lagen des Polarisators beobachtet.

Tabelle VI.

Ausgedehntes Kupfer, $\frac{\Delta l}{l} = 0,026$.

$\varphi = 75^\circ$.

ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ	δ	2ψ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Diff.
10°	88° 36'	38° 22'	60° 54'	55° 19'	72° 26'	0,6584	0,6688	-0,0104	1,713	1,719	-0,006
30	88 2	38 50	61 35	54 40	72 37	6662	6727	- 65	1,737	1,726	+ 11
50	88 50	39 15	59 55	54 43	71 30	7016	6800	+ 216	1,712	1,737	- 25
70	88 10	39 35	62 51	53 38	73 5	6724	6821	- 97	1,780	1,746	+ 34
90	88 29	39 2	60 30	54 46	71 55	6871	6799	+ 72	1,720	1,750	- 30
110	88 12	38 59	62 51	54 13	73 18	6528	6745	- 217	1,766	1,746	+ 20
130	88 26	39 6	60 40	54 40	72 0	6869	6684	+ 185	1,725	1,737	- 12
150	88 18	38 45	61 39	54 44	72 42	6627	6667	- 40	1,737	1,726	+ 11
170	88 22	38 38	60 49	55 5	72 16	6699	6648	+ 51	1,718	1,719	- 1

$$\left. \begin{aligned} M &= 0,6731 - 0,0068 \cdot \cos 2\zeta + 0,0059 \cdot \sin 2\zeta \\ N &= 1,734 - 0,0160 \cdot \cos 2\zeta + 0,0005 \cdot \sin 2\zeta \end{aligned} \right\} \varphi = 75^\circ,$$

$$\begin{aligned} M_{\parallel} &= 0,6663, & M_{\perp} &= 0,6799, \\ N_{\parallel} &= 1,718, & N_{\perp} &= 1,750, \\ n_{\parallel} &= 0,6913, & n_{\perp} &= 0,6952, \\ k_{\parallel} &= 1,824, & k_{\perp} &= 1,789, \\ \alpha_{\parallel} &= 2,638, & \alpha_{\perp} &= 2,574, \end{aligned}$$

Trotzdem die einzelnen Beobachtungsreihen in sich nicht gut stimmen, fallen die aus ihnen folgenden Parameter leidlich zusammen, so daß über den Sinn der Anisotropie kein Zweifel bleibt.

Silber.

Bei Silber hatte ich das Glück, mit demselben Stück die beiden Versuchsreihen ausführen zu können. Es wurde ausschließlich mit dem Spektrometer II beobachtet. Für den spannungsfreien Zustand habe ich 20 Ablesungen des c_1 , c_2 und des a_1 , a_2 für jede der vier Lagen des Polarisators genommen. Als den Mittelwert für $\varphi = 45^\circ$ habe ich gefunden:

$$\begin{aligned} \xi_1 - \xi_2 &= 87^\circ 3' & 2J &= 23^\circ 28' \\ \eta_1 - \eta_2 &= 66 22 & 2\psi &= 88 1 \\ 2\Theta &= 87 50 & \delta &= \pi - 23^\circ 28'. \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$\left. \begin{array}{l} n_0 = 0,2934 \\ k_0 = 3,368 \\ \kappa_0 = 11,48 \end{array} \right\} \text{Temp. } 22^\circ.$$

Nach Drude gilt

$$\begin{array}{l} n_0 = 0,18, \\ k_0 = 3,67, \\ \kappa_0 = 20,39, \end{array}$$

Die Differenz weist, bei Voraussetzung gleichen Materiales, wieder darauf hin, daß mein Spiegel wahrscheinlich nicht blank genug war.

Das Metallstück wurde gedehnt, und die Elongation $\Delta l/l$ gemessen; sie betrug 0,0027. An einigen Stellen der Fläche konnte man deutlich die Unebenheit des Spiegels sehen, aber im ganzen war die Fläche ziemlich gut geblieben. Die Stelle, wo die Fläche am besten aussah, wurde auf der Verlängerung der Druckachse des Spiegelträgers gebracht, und mit Hilfe der Blende konnte ich den folgenden Versuch ausführen. Der Polarisator wurde in seinen vier Lagen eingestellt, und für jede Lage des Polarisators und des Spiegels wurden vier Ablesungen gemacht.

Tabelle VII.

Gedehntes Silber, $\frac{\Delta l}{l} = 0,0027.$

$$\varphi = 70^\circ.$$

ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ	$\pi - \delta$	2ψ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Diff.
0°	72° 16'	18° 58'	80° 10'	70° 27'	86° 41'	0,0434	0,0475	-0,0041	0,7051	0,7087	-0,0036
30	71 55	17 54	77 32	70 57	85 52	543	519	+ 24	7103	7145	- 42
60	70 53	17 53	73 47	72 9	84 54	680	681	- 1	7265	7209	+ 56
90	71 42	18 13	71 40	71 38	84 2	790	799	- 1	7186	7215	- 29
120	72 5	18 58	72 55	71 10	84 20	747	755	- 8	7128	7157	- 29
150	72 46	19 8	76 4	70 13	85 12	626	593	+ 33	7176	7093	+ 83

$$\left. \begin{array}{l} M = 0,0637 - 0,0162 \cdot \cos 2\zeta - 0,0043 \cdot \sin 2\zeta \\ N = 0,7151 - 0,0064 \cdot \cos 2\zeta + 0,0028 \cdot \sin 2\zeta \end{array} \right\} \varphi = 70^\circ.$$

Wir haben daraus

$$\left. \begin{aligned} M_{\parallel} &= 0,0475, & M_{\perp} &= 0,0799 \\ N_{\parallel} &= 0,7087, & N_{\perp} &= 0,7215 \\ n_{\parallel} &= 0,2431, & n_{\perp} &= 0,3915, \\ k_{\parallel} &= 3,627, & k_{\perp} &= 3,535, \\ \kappa_{\parallel} &= 14,92, & \kappa_{\perp} &= 9,03. \end{aligned} \right\} \varphi = 70^{\circ},$$

Stahl.

Bei Stahl konnte ich mit fünf Spiegeln arbeiten, welche ich durch die Buchstaben *A, B, C, D, E* voneinander unterschieden habe. Der Spiegel *E* ist spannungsfrei, die anderen sind aus gedehntem Metall, und zwar sind sie nach der Elongation poliert worden. Die Größe der Elongationen sind in der nebenstehenden kleinen Tabelle gegeben.

Spiegel	$\frac{\Delta l}{l}$
<i>A</i>	0,021
<i>B</i>	0,108
<i>C</i>	0,055
<i>D</i>	0,013

1. Spannungsfreier Stahlspiegel *E*.

Da der Spiegel *E* scheinbar sehr gut poliert war, habe ich versucht, in verschiedenen Einfallswinkeln zu beobachten, um zu sehen, ob die Gleichungen (1) mit dem Versuch übereinstimmen. Der Spektrometer I wurde benutzt, dessen Polarisator immer in der Lage -45° eingestellt blieb. Vier Ablesungen sind gemacht für verschiedene φ .

Tabelle VIII.
Spannungsfreier Stahl.

φ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ	$2J$	$\Delta - \pi$	2ψ	δ	n	k	κ
88°	89°38'	76°57'	-81° 8'	13° 2'	88°25'	81°22'	13°12'	2,187	3,287	1,503
85	89 11	59 3	-65 4	30 56	88 38	68 48	41 23	423	4,129	705
80	88 22	40 30	-30 11	49 29	88 36	55 50	66 45	350	3,181	354
77	87 54	36 0	- 6 45	53 58	88 28	54 16	85 7	306	3,193	385
76	87 39	36 32	+ 2 30	53 26	88 15	53 28	91 51	378	3,209	349
75	88 36	36 30	+12 8	53 29	88 58	54 26	98 51	397	3,311	382
70	87 46	44 7	+36 37	45 50	87 50	56 0	120 5	470	3,169	283
65	89 7	51 50	+52 51	38 9	88 52	61 39	135 25	474	3,218	301
Mittel					88°30'			2,373	3,337	1,395

Durch den glatten Verlauf des ψ und δ , und durch die gute Übereinstimmung der n , k und κ untereinander (ausgenommen die Zahlen für $\varphi = 88^\circ, 85^\circ$) sind die Gleichungen (1) konstatiert. Wir erhalten also den Mittelwert

$$n_0 = 2,373, \quad k_0 = 3,337, \quad \kappa_0 = 1,395.$$

Drude erhielt $n_0 = 2,41$, $k_0 = 3,40$, $\kappa_0 = 1,41$.

2. Gedehnter Stahlspiegel D.

Der Spiegel ist eingestellt für $\zeta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$, mit dem Einfallswinkel φ gleich 77° , und der Polarisator für seine vier Lagen. Vier Ablesungen wurden jedesmal genommen. Das Resultat ist in der Tabelle gegeben.

Tabelle IX.

Gedehnter Stahl, $\frac{\Delta l}{l} = 0,013$.
 $\varphi = 77^\circ$.

		⊥
$\xi_1 - \xi_2$	$84^\circ 53'$	$85^\circ 19'$
$\eta_1 - \eta_2$	38 6	39 34
2Θ	7 47	9 1
2ψ	52 8	50 51
δ	83 54	82 38
n	2,390	2,424
k	3,056	2,953
κ	1,279	1,219

Um die Variationen von ψ und δ für verschiedene Azimute des Spiegels zu studieren, wurde der folgende Versuch mit demselben Spiegel gemacht. Der Einfallswinkel φ war, wie früher, 77° und der Polarisator wurde eingestellt in seinen vier Lagen. Die Spannungsrichtung im Spiegel war parallel zur Einfallsebene, wenn die Ablesung des Spiegelträgers $A_0 = 110^\circ$ war, und da die sukzessiven Lagen des Trägers

$$A = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, \dots 330^\circ$$

waren, wenn wir die Beobachtungen auf die ↗ Lage des Polarisators reduzieren, entsprachen sie

$$\zeta = 70^\circ, 100^\circ, 130^\circ, 160^\circ, 190^\circ, 220^\circ,$$

für die ↗ Lage, während für die ↖ Lage sie entsprachen

$$\zeta = 110^\circ, 80^\circ, 50^\circ, 20^\circ, 170^\circ, 140^\circ$$

Vier Ablesungen wurden jedesmal genommen.

Tabelle X.

Gedehnter Stahl, $\frac{\Delta l}{l} = 0,013$.

$$\varphi = 77^\circ.$$

Pol.	A	ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ
↗	$0^\circ - 180^\circ$	70°	$87^\circ 53'$	$39^\circ 42'$	$8^\circ 52'$
	$30 - 210$	100	87 58	39 12	8 21
	$60 - 240$	130	88 36	39 28	8 50
	$90 - 270$	160	88 36	38 44	8 31
	$120 - 300$	10	88 17	38 35	7 54
	$150 - 330$	40	88 7	39 22	7 56
↖	$0^\circ - 180^\circ$	110°	$86^\circ 32'$	$39^\circ 44'$	$8^\circ 50'$
	$30 - 210$	80	86 57	39 50	8 8
	$60 - 240$	50	86 31	39 0	7 40
	$90 - 270$	20	86 54	38 12	7 36
	$120 - 300$	170	87 3	38 36	8 2
	$150 - 330$	140	87 5	39 12	7 59

Daraus erhalten wir:

Tabelle XI.

ζ	2ψ	δ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Diff.
10°	$51^\circ 49'$	$83^\circ 44'$	0,6620	0,6715	-0,0095	0,8542	0,8538	+0,0004
20	52 7	84 3	6686	6727	- 39	8548	8524	+ 24
40	51 3	83 32	6889	6797	+ 92	8470	8497	- 27
50	51 19	83 57	6810	6845	- 35	8460	8487	- 27
70	50 50	82 42	7005	6943	+ 62	8532	8478	+ 54
80	50 34	83 15	6983	6979	+ 4	8437	8482	- 45
100	51 16	83 14	6890	7007	- 117	8530	8500	+ 30
110	50 45	82 42	7018	6995	+ 23	8522	8514	+ 8
130	51 5	82 47	6963	6925	+ 38	8554	8541	+ 13
140	51 11	83 31	6872	6877	- 5	8487	8551	- 64
160	51 45	83 12	6824	6779	+ 45	8597	8560	+ 37
170	51 47	83 37	6778	6743	+ 35	8555	8556	1

$$M = 0,6861 - 0,0140 \cdot \cos 2\zeta - 0,0041 \cdot \sin 2\zeta,$$

$$N = 0,8519 + 0,0030 \cdot \cos 2\zeta - 0,0028 \cdot \sin 2\zeta,$$

$$M_{\parallel} = 0,6721, \quad M_{\perp} = 0,7001,$$

$$N_{\parallel} = 0,8549, \quad N_{\perp} = 0,8489,$$

$$n_{\parallel} = 2,399, \quad n_{\perp} = 2,441,$$

$$k_{\parallel} = 3,052, \quad k_{\perp} = 2,959,$$

$$\kappa_{\parallel} = 1,272, \quad \kappa_{\perp} = 1,212,$$

Obwohl die Differenzen zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von M und N ziemlich groß sind, stimmt das Endresultat mit demjenigen des letzten Versuches sehr gut überein.

3. Gedehnter Stahlspiegel C .

Mit dem Spiegel C wurde eine ähnliche Reihe Beobachtungen gemacht. Es wurde beobachtet in allen vier Lagen des Polarisators. Das Schlußergebnis ist in der Tab. XII zusammengebracht.

Tabelle XII.

Gedehnter Stahl, $\frac{\Delta l}{l} = 0,055$.

$\varphi = 77^{\circ}$.

$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ	δ	2ψ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Dif.
$84^{\circ}14'$	$35^{\circ}11'$	$11^{\circ}4'$	$82^{\circ}14'$	$55^{\circ}22'$	0,6394	0,6398	-0,0004	0,9172	0,9189	-0,0017
84 14	35 14	11 20	82 2	55 21	6414	6414	0	9194	9200	-6
84 14	35 19	11 34	81 51	55 18	6443	6444	-1	9210	9198	+12
83 58	35 26	11 25	81 55	55 9	6460	6458	+2	9188	9185	+3
84 11	35 26	11 2	82 11	55 7	6436	6442	-6	9150	9174	-24
84 0	35 11	11 27	81 58	55 24	6418	6412	+6	9210	9176	+34

$$M = 0,6428 - 0,0030 \cdot \cos 2\zeta + 0,0001 \cdot \sin 2\zeta,$$

$$N = 0,9187 + 0,0002 \cdot \cos 2\zeta + 0,0013 \cdot \sin 2\zeta.$$

$$M_{\parallel} = 0,6398, \quad M_{\perp} = 0,6458,$$

$$N_{\parallel} = 0,9189, \quad N_{\perp} = 0,9185,$$

$$n_{\parallel} = 2,139, \quad n_{\perp} = 2,161,$$

$$k_{\parallel} = 3,077, \quad k_{\perp} = 3,076,$$

$$\kappa_{\parallel} = 1,438, \quad \kappa_{\perp} = 1,423.$$

4. Gedehnter Stahl A.

Mit dem Spiegel A unter derselben Versuchsanordnung, habe ich das folgende Resultat bekommen.

Tabelle XIII.

Gedehnter Stahl, $\frac{\Delta l}{l} = 0,021$.

$\varphi = 77^\circ$.

ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ	δ	2ψ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Diff.
0°	84° 17'	35° 44'	2° 40'	88° 4'	54° 6'	0,6027	0,6027	+ 0,0000	0,8320	0,8312	+ 0,0008
30	84 26	35 47	2 34	88 8	54 4	6028	6033	— 5	8305	8306	— 1
60	84 9	35 56	2 34	88 7	53 53	6053	6033	+ 20	8295	8293	+ 2
90	84 18	35 50	2 16	88 21	53 59	6020	6025	— 5	8283	8286	— 3
120	84 19	35 44	2 21	88 18	54 6	6007	6019	— 12	8300	8292	+ 8
150	84 19	35 49	2 24	88 15	54 1	6023	6019	+ 4	8293	8305	— 12

$$M = 0,6026 + 0,0001 \cdot \cos 2 \zeta + 0,0008 \cdot \sin 2 \zeta,$$

$$N = 0,8299 + 0,0013 \cdot \cos 2 \zeta + 0,0001 \cdot \sin 2 \zeta,$$

$$M_{\parallel} = 0,6027, \quad M_{\perp} = 0,6025,$$

$$N_{\parallel} = 0,8312, \quad N_{\perp} = 0,8286,$$

$$n_{\parallel} = 2,413, \quad n_{\perp} = 2,423,$$

$$k_{\parallel} = 3,328, \quad k_{\perp} = 3,332,$$

$$\alpha_{\parallel} = 1,379, \quad \alpha_{\perp} = 1,375.$$

4. Gedehnter Stahlspiegel B.

Die Beobachtung mit dem Spiegel B ergab folgendes:

Tabelle XIV.

Gedehnter Stahl, $\frac{\Delta l}{l} = 0,108$.

$\varphi = 77^\circ$.

ζ	$\xi_1 - \xi_2$	$\eta_1 - \eta_2$	2Θ	δ	2ψ	$M_{\text{beob.}}$	$M_{\text{ber.}}$	Diff.	$N_{\text{beob.}}$	$N_{\text{ber.}}$	Diff.
0°	84° 50'	36° 48'	1° 45'	88° 41'	53° 3'	0,6124	0,6108	+ 0,0016	0,8135	0,8152	— 0,0017
30	84 36	36 36	2 6	88 26	53 15	6118	6120	— 2	8190	8165	+ 25
60	84 51	36 44	1 55	88 34	53 7	6124	6144	— 20	8157	8165	— 8
90	84 41	37 0	2 5	88 25	52 50	6177	6156	+ 21	8145	8152	— 7
120	84 49	36 49	1 56	88 33	53 2	6137	6144	— 7	8148	8139	+ 9
150	84 36	36 42	1 40	88 45	53 8	6105	6120	— 15	8135	8139	— 4

$$\begin{aligned}
 M &= 0,6132 - 0,0024 \cdot \cos 2 \zeta, \\
 N &= 0,8152 + 0,0015 \cdot \sin 2 \zeta, \\
 M_{\parallel} &= 0,6108, & M_{\perp} &= 0,6156, \\
 N_{\parallel} &= 0,8152, & N_{\perp} &= 0,8152, \\
 n_{\parallel} &= 2,485, & n_{\perp} &= 2,490, \\
 k_{\parallel} &= 3,317, & k_{\perp} &= 3,298, \\
 \varkappa_{\parallel} &= 1,335, & \varkappa_{\perp} &= 1,325.
 \end{aligned}$$

Ergebnisse.

Das ganze Ergebnis der Versuche ist in der Tab. XV zusammengestellt, wo das Zeichen 0 bedeutet, daß die Größe sich auf den normalen, spannungsfreien Zustand, und die Zeichen $\parallel$ bez. $\perp$, daß sie sich auf den gedehnten Zustand, und zwar auf die Richtung parallel und senkrecht zur mechanischen Spannung beziehen. n ist der Brechungsindex, k der Absorptionskoeffizient und $\varkappa$ der Absorptionsindex, wobei $k = n\varkappa$ ist.

Tabelle XV.

		$\frac{\Delta l}{l}$	n_0	$n_{\parallel}$	$n_{\perp}$	k_0	$k_{\parallel}$	$k_{\perp}$	$\varkappa_0$	$\varkappa_{\parallel}$	$\varkappa_{\perp}$
1	Kupfer		0,7083			1,990			2,815		
2	„	0,026		0,6982	0,7073		1,830	1,817		2,621	2,569
3	„	„		0,6913	0,6952		1,824	1,789		2,638	2,574
4	Silber		0,2934			3,368			11,48		
5	„	0,0027		0,2431	0,3915		3,627	3,535		14,92	9,03
6	Stahl		2,373			3,337			1,395		
7	„ D	0,013		2,399	2,441		3,052	2,959		1,272	1,212
8	„ D	„		2,390	2,424		3,056	2,953		1,279	1,219
9	„ A	0,021		2,413	2,423		3,323	3,332		1,379	1,375
10	„ C	0,055		2,139	2,161		3,077	3,076		1,438	1,423
11	„ B	0,108		2,485	2,490		3,317	3,298		1,335	1,325

Man zieht sogleich aus der Tabelle die folgenden Schlußfolgerungen.

1. In allen von mir untersuchten Fällen ist

$$n_{\parallel} < n_{\perp}.$$

2. Nur einen einzigen Fall von dem Stahlspiegel *A* ausgenommen, ist

$$k_{\parallel} > k_{\perp}.$$

Aber da der Unterschied in diesem Falle sehr klein ist, ist es sehr wahrscheinlich, daß die Regel $k_{\parallel} > k_{\perp}$ allgemeine Gültigkeit besitzt.

3. In allen Fällen ist

$$\kappa_{\parallel} > \kappa_{\perp}.$$

4. Was das Verhältnis zwischen den normalen und gespannten Zuständen betrifft, haben wir

$$\text{im Kupfer} \quad n_{\parallel} < n_{\perp} < n_0,$$

$$,, \text{ Silber} \quad n_{\parallel} < n_0 < n_{\perp},$$

$$,, \text{ Stahl} \quad n_0 < n_{\parallel} < n_{\perp}.$$

Der Spiegel *C* bietet die einzige Ausnahme dar, wo die letzte Beziehung nicht erfüllt ist; aber das gesamte Resultat in ihm weicht sehr viel von dem allgemeinen Verlauf ab, und es liegt die Vermutung nahe, daß die Oberflächenbeschaffenheit im Spiegel *C* nicht einwandfrei war. Leider gestattete mir die für meinen Aufenthalt in Göttingen begrenzte Zeit nicht, die Messung zu wiederholen.

5. Für den Absorptionskoeffizient gelten die Beziehungen

$$\text{im Kupfer und Stahl} \quad k_0 > k_{\parallel} > k_T,$$

während

$$\text{im Silber} \quad k_{\parallel} > k_{\perp} > k_0,$$

abgesehen von der kleinen Abweichung im Stahlspiegel *A*.

6. Endlich für den Absorptionsindex sehen wir

$$\text{im Kupfer und Stahl} \quad \kappa_0 > \kappa_{\parallel} > \kappa_{\perp},$$

$$,, \text{ Silber} \quad \kappa_{\parallel} > \kappa_0 > \kappa_{\perp}.$$

Soviel über die qualitativen Beziehungen. Wenn man die quantitativen Verhältnisse ins Auge faßt, findet man gleichfalls einige interessante Resultate. Hier ist das Verhalten von Silber sehr auffallend, wie es in bezug auf den Sinn der Änderung singulär war. Obwohl das Probestück am wenigsten

von allen gedehnt ist, findet man beim Silber doch eine kolossale Änderung der Konstanten, und zwar gilt

$$n_0 : n_{\parallel} : n_{\perp} = 1 : 0,83 : 1,33,$$

$$k_0 : k_{\parallel} : k_{\perp} = 1 : 1,08 : 1,05,$$

$$\kappa_0 : \kappa_{\parallel} : \kappa_{\perp} = 1 : 1,30 : 0,79.$$

Bei den anderen Metallen sind die Änderungen viel kleiner; sogar im Stahlspiegel *B*, wo das Metall beinahe bis zu seiner Grenze der Ausdehnung gespannt war, haben wir nur

$$n_0 : n_{\parallel} : n_{\perp} = 1 : 1,047 : 1,049,$$

$$k_0 : k_{\parallel} : k_{\perp} = 1 : 0,994 : 0,988,$$

$$\kappa_0 : \kappa_{\parallel} : \kappa_{\perp} = 1 : 0,957 : 0,950.$$

In bezug auf die numerische Beziehung zwischen den Größen der mechanischen Elongation und der Änderungen in den optischen Konstanten, kann man leider nicht etwas Bestimmtes feststellen. Die Beobachtungen sind nicht genau genug, oder vielmehr die Herstellung der Spiegel müßte noch sorgfältiger möglich sein.

Am Schluß möchte ich gern noch auf eine Frage aufmerksam machen. Woran liegt eigentlich die beobachtete Anisotropie der optischen Konstanten in gedehnten Metallen? Ist sie von molekularer Ursache, oder von größerem Charakter? Wir haben oben gesehen, daß man bei einem gewöhnlichen Spiegel durch die matte Politur einen zu *großen* Brechungsexponenten *n* und einen zu *kleinen* Absorptionsindex *κ* erhalten würde. Durch den Zug bekommt ein isotroper Metallspiegel eine faserige Struktur, wie man sie leicht mit einem Mikroskope konstatieren kann. Es liegt die Vermutung nahe, daß durch diese faserige Struktur der Spiegel sich so verhalten wird, als ob seine Politur in der Richtung der Spannung besser wäre wie senkrecht dazu. Daraus folgt ohne weiteres, daß

$$n_{\parallel} < n_{\perp},$$

$$\kappa_{\parallel} > \kappa_{\perp}$$

sein würde. Ob die beobachtete Anisotropie sich *völlig* durch diese Annahme erklären läßt, kann man nicht sagen. Vielleicht ist es in Wirklichkeit der Fall, daß die optischen Eigenschaften

des ausgedehnten Metallspiegels wirklich anisotropisch sind, aber die oben gesagten Umstände auch mitspielen. Es wird sehr lehrreich sein, eine ähnliche Beobachtung auszuführen mit einem sonst isotropischen Metallspiegel, der, z. B. wie mit einem Gitter, mit genau nach einer Richtung laufenden Kratzen bedeckt ist. Daß durch die Dehnung eine wirkliche optische Anisotropie hervorgerufen worden ist, wird dadurch plausibel, daß man durch die faserige Struktur *allein* die Differenz zwischen n_0 und $n_{\parallel}$ oder $n_{\perp}$ nicht erklären kann. Auch kommen offenbar noch die spezifischen Eigenschaften des betreffenden Metalles in bezug auf die Größe und die Richtung der Änderung in Betracht.

Göttingen, math.-phys. Laboratorium, Mai 1906.

(Eingegangen 15. Juni 1906.)