**8. Nachtrag zu meiner Arbeit
über die „Fortpflanzung magnetischer Wellen
in Eisenzylindern“¹⁾; von J. Zenneck.**

Erst als der Druck der genannten Mitteilung schon beendet war, bemerkte ich, daß die Fortpflanzung magnetischer Wellen in Eisenzylindern schon von J. J. Thomson²⁾, wenn auch in wesentlich anderer Weise, behandelt worden ist.

a) Der *Ansatz* von Hrn. Thomson ist der strenge Maxwellsche; die einzige Voraussetzung dabei ist konstante Permeabilität auch für den Eisenzylinder. Bei meinem Ansatz handelt es sich um eine Übertragung von Beziehungen, deren Richtigkeit nur für den geschlossenen magnetischen Kreis nachgewiesen werden kann, um Beziehungen, in denen der magnetische Widerstand (w_m bez. w'_m) und Selbstinduktionskoeffizient (p_m) pro Längeneinheit und eine Größe c_m , die der elektrischen Kapazität pro Längeneinheit analog ist, eine Rolle spielt. Der Ansatz von Hrn. Thomson verhält sich also zu dem meinigen wie etwa auf elektrischem Gebiet der Ansatz von Sommerfeld³⁾ für die Fortpflanzung elektrischer Wellen längs Drähten zu dem an Kirchhoff sich anschließenden häufig gebrauchten Ansatz, in dem mit Widerstand, Selbstinduktionskoeffizienten und Kapazität pro Längeneinheit operiert wird.

b) Hr. Thomson hat die Berechnung durchgeführt für zwei Fälle, die mit zwei von mir behandelten Spezialfällen im wesentlichen übereinstimmen. Sie sind charakterisiert durch den Betrag der Größe

$$\begin{aligned} \kappa &= r \sqrt{\frac{\pi n \lambda \mu}{8 V^2}} \\ &= r \sqrt{\frac{\pi \cdot \pi n \lambda \mu}{2}} \text{ C.G.S.-Einheiten,} \end{aligned}$$

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. **10**. p. 845. 1903.

2) J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism p. 303. Oxford 1893.

3) A. Sommerfeld, Wied. Ann. **67**. p. 243. 1898.

worin

r = Zylinderradius $\equiv a$ bei Thomson,

n = Wechselzahl $\equiv \frac{p}{\pi}$ „ „

λ = Leitvermögen des Zylinders $\equiv \frac{1}{\sigma}$ „ „

μ = Permeabilität des Zylinders,

μ = Permeabilität des Zylinders, bezogen auf Luft $\equiv \frac{\mu}{4\pi}$ „ „

V = vom Maßsystem abhängige Konstante.

c) Im *ersten Grenzfall*, κ klein gegen 1, findet Hr. Thomson

$$\beta^1) = \frac{2}{r \sqrt{\mu}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log(g^2 \mu)}}^2),$$

$$\gamma^1) = 0.$$

Mein Ansatz lieferte

$$\beta = \sqrt{c_m \cdot w_m'},$$

$$\gamma = \frac{\pi n p_m}{2 w_m'} \sqrt{c_m w_m'},$$

oder, da in diesem Falle annähernd

$$w_m' = w_m = \frac{1}{\pi r^2 \mu} = \frac{4}{r^2 \mu} \text{ C.G.S.-Einheiten,}$$

$$\pi n p_m = \kappa^2 w_m^3),$$

so folgte:

$$\beta = \frac{2}{r \sqrt{\mu}} \cdot \sqrt{c_m},$$

$$\gamma = \frac{\kappa^2}{2} \cdot \beta.$$

Der Wert für β wird also mit dem Thomsonschen identisch, wenn man setzt:

$$(1) \quad c_m = \frac{1}{\log(g^2 \mu)}.$$

1) Die Bedeutung von β und γ ergibt sich daraus, daß der magnetische Induktionsfluß Q der in der positiven X-Richtung fortschreitenden Welle in der Form

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\beta x} \cdot e^{i(\pi n t - \gamma x)}$$

angesetzt wurde.

2) $\log g$ = Gauss'sche Konstante = 0,577. $\log$ hier und im folgenden $\equiv \log_{\text{nat}}$.

3) Die Gleichung

$$\pi n p_m = \frac{r^2 \alpha}{4} \cdot w_m$$

(l. c. p. 848) steht aus Versehen für

$$\pi n p_m = \frac{r^2 \alpha}{8} \cdot w_m.$$

Daß bei Hrn. Thomson $\gamma = 0$ wird, rührt davon her, daß in seiner Berechnung Größen von der Ordnung κ^2 , in meiner erst von der Ordnung κ^4 gegen 1 vernachlässigt sind.

d) Im zweiten Grenzfall, κ groß gegen 1, erhält Hr. Thomson

$$\beta = \frac{2}{r} \cdot \frac{\left[\frac{r^2 \pi \cdot \pi n \lambda}{\mu} \right]^{1/4}}{\left\{ \log \left[g^2 \left(\frac{\mu}{\pi r^2 \cdot \pi n \lambda} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/2}} \cdot \cos \frac{\pi}{8},$$

$$\gamma = \frac{2}{r} \cdot \frac{\left[\frac{r^2 \pi \cdot \pi n \lambda}{\mu} \right]^{1/4}}{\left\{ \log \left[g^2 \left(\frac{\mu}{\pi r^2 \cdot \pi n \lambda} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/2}} \cdot \sin \frac{\pi}{8}.$$

Das kann auf die Form gebracht werden

$$\beta = \frac{2}{r \sqrt{\frac{\mu}{\kappa \sqrt{2}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log \left(g^2 \cdot \frac{\mu}{\kappa \sqrt{2}} \right)}} \cdot \cos \frac{\pi}{8},$$

$$\gamma = \frac{2}{r \sqrt{\frac{\mu}{\kappa \sqrt{2}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log \left(g^2 \cdot \frac{\mu}{\kappa \sqrt{2}} \right)}} \cdot \sin \frac{\pi}{8}.$$

Mein Ansatz ergab:

$$\beta = \sqrt{\pi n p_m} \cdot \sqrt{c_m} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}},$$

$$\gamma = \sqrt{\pi n p_m} \cdot \sqrt{c_m} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}},$$

oder, da in diesem Falle

$$\pi n p_m = \kappa \cdot w_m,$$

da ferner

$$\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \frac{\pi}{8},$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \frac{\pi}{8}.$$

ist, so wird

$$\beta = \frac{2}{r \sqrt{\frac{\mu}{\kappa \sqrt{2}}}} \cdot \sqrt{c_m} \cdot \cos \frac{\pi}{8},$$

$$\gamma = \frac{2}{r \sqrt{\frac{\mu}{\kappa \sqrt{2}}}} \cdot \sqrt{c_m} \cdot \sin \frac{\pi}{8}.$$

Das Resultat geht in das Thomsonsche über, wenn man

$$(2) \quad c_m = \frac{1}{\log \left(g^2 \cdot \frac{\mu}{\pi \sqrt{2}} \right)}$$

in dasselbe einsetzt. Es bestätigt sich also vollkommen, daß in diesem Grenzfall $\beta : \gamma = \operatorname{ctg} \pi/8 = \text{ca. } 2,4$ wird, unabhängig von Permeabilität, Leitvermögen und Radius des Zylinders und der Wechselzahl der Schwingung.

e) Der Vergleich mit den Thomsonschen Formeln zeigt also, daß der einfache Ansatz in den beiden Grenzfällen alles das, was er überhaupt liefern kann, auch wirklich richtig liefert. Die Behandlung von Hrn. Thomson besitzt aber außer dem strengen Ansatz auch noch den praktischen Vorteil, daß sie die Größe c_m , von der die Streuung abhängt, ermittelt, während diese beim einfachen Ansatz unbestimmt bleibt.

Dieser praktische Vorteil darf aber nicht überschätzt werden. Denn einmal ist auch eine angenäherte Berechnung auf Grund des strengen Ansatzes nur in den besprochenen beiden Grenzfällen einigermaßen leicht durchführbar. Sobald π nicht sehr groß oder sehr klein gegen 1 ist, werden die mathematischen Schwierigkeiten sehr bedeutend. Und dann gilt der Thomsonsche Ansatz überhaupt nur für einen *einzelnen* Eisenzylinder. Bei Versuchen aber, bei denen es sich um dünnere Drähte handelt, ist es zum mindesten vorteilhaft, *Bündel* von Drähten, nicht einzelne Drähte zu verwenden. Dann aber werden die Grenzbedingungen so kompliziert, daß eine Durchführung der Rechnung auf Grund des strengen Ansatzes kaum möglich erscheint. Dann versagt der strenge Ansatz also vollkommen.

In diesen Fällen aber ist der einfache Ansatz ebenso leicht durchzuführen, wie in den besprochenen Grenzfällen.¹⁾ Da er selbst bei so komplizierten Verhältnissen, wie sie in dem I. c., § 3 c, behandelten Falle vorlagen, jedenfalls qualitativ richtige Resultate lieferte, so ist er in allen den Fällen,

1) Die Werte von $\pi n p_m = w'_m$, die in den Gleichungen (6) I. c. auftreten, sind aus den Kurven der demnächst erscheinenden Arbeit „Elektrischer und magnetischer Widerstand bei Schwingungen“ zu entnehmen. Davon, ob es sich um einen einzelnen Draht oder ein Bündel handelt, hängt nur die Größe c_m ab.

in denen der strenge Ansatz auf sehr große oder unüberwindliche Schwierigkeiten führt, als bequemes Aushülfsmittel zu betrachten.

f) Noch auf einen Punkt möchte ich aufmerksam machen. Die Größe c_m ergab sich im zweiten Grenzfall als

$$c_m = \frac{1}{\log \left(g^2 \cdot \frac{\bar{\mu}}{\kappa \sqrt{2}} \right)}.$$

Die Größe $\kappa \sqrt{2}$, mit der $\bar{\mu}$ dividiert erscheint, ist in diesem Fall nichts anderes als das Verhältnis der magnetischen Impedanz $\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}$ zum Ohmschen magnetischen Widerstand w_m . Die Gleichung (2) sagt also aus, daß die Streuung um so größer wird, je größer die magnetische Impedanz des Eisenkernes ist. Das gilt aber für *geschlossene* magnetische Kreise ganz allgemein. Es liegt deshalb nahe zu vermuten, daß es auch hier allgemein gilt und daß man demnach den allgemeinen Ausdruck für c_m aus dem speziellen in Gleichung (2) erhält, wenn man in Gleichung (2) den speziellen Wert $\kappa \sqrt{2}$ durch den allgemeinen $\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2} : w_m$ ersetzt. Man würde dann für einen einzelnen Eisenzylinder erhalten:

$$c_m = \frac{1}{\log \left(g^2 \cdot \bar{\mu} \cdot \frac{w_m}{\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}} \right)}.$$

Für den ersten Grenzfall (c) ergibt diese Gleichung bis auf Größen von der Ordnung κ^2 .

$$c_m = \frac{1}{\log (g^2 \bar{\mu})}$$

im Einklang mit dem oben festgestellten.

Straßburg i. Els., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 2. April 1903.)