Mitte mächtiger werden und in der Mitte selbst mit Anhydrit und Steinsalz verbunden sind.

Der Schaumkalk von Lengefeld ist deshalb nicht ohne Interesse, weil er beweist, daß nicht aller Schaumkalk die von G. Rose angegebene Dichte, von nahe 3 besitzt, und sich auch sonst wie Aragonit verhält.

IX. Ueber das gegenseitige Verhältniß des Gay-Lussac'schen Gesetzes zu dem Mariotte'schen und dem Mayer'schen Gesetze;

von L. Cohen Stuart,

Lehrer an der K. Ingenieur-Akademie zu Delft.

Die Beobachtung der Gase deutet auf einen Gränzzustand hin, bei welchem gewisse einfache Gesetze gelten, denen die sogenannten permanenten Gase schon nahe folgen. Zu diesen Gesetzen für die ideellen Gase gehören:

daß die Dichtigkeiten, bei gleicher Temperatur, sich verhalten wie die Drucke: Mariotte'sches Gesetz;

daß der Ausdehnungs-Coëfficient für alle derselbe ist: Gay-Lussac'sches Gesetz;

daß die Wärme, welche von dem Gase, bei Ausdehnung in unveränderter Temperatur, aufgenommen wird, dem Aequivalente der ausgeübten äußeren Arbeit gleich ist: Mayer'sches Gesetz.

Um die allgemeinen Grundformeln, welche die beiden bekannten Hauptsätze der mechanischen Wärmelehre, (nach Clausius »der Satz von der Aequivalenz von Wärme und Arbeit« und »der Satz von der Aequivalenz der Verwandlungen«) in ihrer Anwendung auf die Zustands-Veränderungen irgend eines elastischen Körpers, dessen Zustand durch den Werth zweier der drei Größen, Dichte, Spannung und Temperatur, bestimmt wird, ausdrücken, von spe-

cieller Anwendung auf die Theorie der ideellen Gase machen zu können, muß man von kennzeichnenden Eigenschaften dieser letzteren, welche man durch die Beobachtung für genügend erwiesen halten darf, ausgehen.

Man hat dann immer das vereinigte Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz, und zu gleicher Zeit entweder das Mayer'sche Gesetz, oder irgend Eins gewählt, welches bei anderer Ausdrucksweise, im Grunde der Sache, die nämliche Bedeutung hat.

Die Wahl dieses Ausgangspunktes scheint mir zu gleicher Zeit die Folge und die Ursache des Umstandes zu seyn, daß eine Wahrheit, welche doch auf der Hand liegt, und wohl die Aufmerksamkeit verdient, unbemerkt, oder wenigstens so viel mir bekannt ist, unveröffentlicht geblieben ist.

Jene Wahrheit ist: daß das Gay-Lussac'sche Gesetz eine nothwendige Folge ist von dem Mariotte'schen und dem Mayer'schen Gesetze, und den zwei Hauptsätzen der mechanischen Wärmelehre.

Diese nothwendige Abhängigkeit scheint mir ein merkwürdiges Resultat der mechanischen Wärmelehre zu seyn, und zeigt, daß man, bei der Anwendung dieser Lehre auf die ideellen Gase, die Definition dieser letzteren von einer überflüssigen Bedingung freimachen kann; nämlich dadurch, daß man sie bloß auf das Mariotte'sche und das Mayer'sche Gesetz zurückführt. Diese beiden letzteren Gesetze scheinen mir zur Feststellung jener Definition vorzüglich geeignet, und unter allen den Resultaten directer Beobachtung, vielleicht am nächsten und am einfachsten mit dem Wesen der Gase zusammenzuhängen.

Daß aus dem Mariotte'schen und dem Mayer'schen Gesetze, das Gay-Lussac'sche folgt, liegt, genau genommen, schon in der Formel $C = A(a + t)$, welche Clausius für die allgemeine Carnot'sche Temperatur-Function gefunden hat, wenn sie in Verbindung gestellt wird mit den eigentlichen Praemissen von welchen er ausging. Die folgende Anweisung, welche von der Art, wie die Tem-

peratur gemessen wird, durchaus unabhängig ist, ist jedoch mehr geeignet die Sache in das wahre Licht zu stellen.

Wenn eine gewisse Quantität eines elastischen Körpers der in seiner ganzen Ausdehnung die nämliche Spannung p und Temperatur t hat, ein Volum v einnimmt, so wird die Wärmemenge, welche erfordert wird, damit dieser Körper unter dem äußeren Druck p , eine Volumenänderung dv und eine Temperaturänderung dt erleide, vorgestellt werden können durch:

$$d\varphi = Mdv + Ndt.$$

Der erste Hauptsatz der mechanischen Wärmelehre wird dann bekanntlich ausgedrückt durch:

$$dU = d\varphi - A p dv \quad (I)$$

worin dU die Wärme vorstellt, welche zur Temperaturänderung und zur inneren Arbeit angewendet ist, und $\frac{1}{A}$ das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit ist.

Der zweite Hauptsatz wird ausgedrückt durch

$$\frac{\left(\frac{dp}{dt}\right)}{M} = \frac{1}{C} \quad (II)$$

worin C die bekannte Carnot'sche Temperatur-Function.

Der allgemeine Ausdruck für den Ausdehnungs-Coëfficienten ist $\alpha = \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)}{v_{t_0}}$, worin $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ der partielle Differential-Quotient, in Bezug auf t , von dem Volumen v , dieses betrachtet als Function von t und p ; v_{t_0} ist das Volumen bei der nämlichen Spannung und bei einer willkürlich angenommenen constanten Temperatur t_0 . Dieser Ausdehnungscoëfficient muß also im Allgemeinen als eine Function von t und p betrachtet werden.

Dafs ein Körper dem Mariotte'schen Gesetze folgt, kann ausgedrückt werden durch,

$$pv = T \quad (I)$$

worin T eine Temperatur-Function ist, deren Art noch unbestimmt bleibt. Folgt dieser nämliche Körper auch dem

Mayer'schen Gesetze, so ist überdies für $dt = 0$, $d\varphi = Ap \cdot dv$, und also

$$M = \alpha \cdot p \quad (2).$$

Aus (1) folgt $\frac{T}{v} = p$, und wenn man in Bezug auf t differentiirt, mit Beachtung von (11) und (2)

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{M}{C} = \frac{Ap}{C}$$

und mit Beachtung von (1)

$$\frac{dT}{T} = A \frac{dt}{C}$$

und

$$T = R \cdot e^{\int_{t_0}^t \frac{dt}{C}} = R \cdot \Theta \quad (3)$$

worin Θ für $e^{\int_{t_0}^t \frac{dt}{C}}$ und R für den Werth von T , wenn $t = t_0$, geschrieben ist.

Aus (3) folgt in Verbindung mit (1)

$$pv = R \cdot \Theta$$

also $\left(\frac{dv}{dt}\right) = \frac{R}{p} \cdot \frac{d\Theta}{dt}$, und weil für $t = t_0$ $\Theta = 1$ ist, $v_{t_0} = \frac{R}{p}$ deshalb ist der Ausdehnungscoefficient

$$\alpha = \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)}{v_{t_0}} = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{A}{C} \cdot e^{\int_{t_0}^t \frac{dt}{C}} = \frac{A}{C} \cdot \Theta \quad (4).$$

Wie aus der Bedeutung von A , C und Θ erhellt, ist dieser Werth von α gänzlich unabhängig von den besonderen Eigenschaften, welche den Körper, der (1) und (2) entspricht, übrigens unterscheiden. Mit anderen Worten: für alle Körper, für welche das Mariotte'sche und das Mayer'sche Gesetz gelten, ist der Ausdehnungscoefficient die nämliche Temperatur-Function. Nun leuchtet ein, daß diese letztere gerade die Form ist, worin das Gay-Lussac'sche Gesetz allgemein analytisch ausgedrückt werden muß,

so lange man keine besondere Annahme in Bezug auf das Maafs der Temperatur macht. Die oben genannte Function ist, so wie die Carnot'sche Function, nothwendig von diesem Maafse abhängig.

Der Werth von α wird aus der Natur der Sache unabhängig von t , und also für alle Körper, welche (1) und (2) entsprechen, (d. h. für alle ideellen Gase, wenn man die vorgestellte Definition annimmt) die nämliche constante Gröfse, sobald man, (was bei dem gewöhnlichen Luftthermometer schon annähernd der Fall ist) als das Maafs der Temperatur die Volumenänderung, bei constantem Druck, von irgend einem der ideellen Gase insbesondere annimmt. Zu diesem Falle folgt aus $d\Theta = \alpha \cdot dt$ (4), weil für $t = t_0$ $\Theta = 1$ ist, $\Theta = 1 + \alpha(t - t_0)$, so dafs man hat $p v = R(1 + \alpha(t - t_0))$, $C = \frac{A\Theta}{\alpha} = A(\frac{1}{\alpha} + t - t_0)$; und für $t_0 = 0$, $p v = R(1 + \alpha t)$ und $C = A(\frac{1}{\alpha} + t)$, also die bekannten Beziehungen.

Delft, im August 1862.

X. Bemerkung zu Hrn. Foucault's Messung der Lichtgeschwindigkeit; von F. Place.

Gleichzeitig mit der von mir ausgesprochenen Vermuthung ¹⁾, das angewandte Mikrometer könne fehlerhaft gewesen seyn, erschien eine Mittheilung des Hrn. Foucault ²⁾, in der sich am Schlusse das Zugeständniss: das Mikrometer sey in der That ungenau gewesen, dabei aber auch die Angabe eines Verfahrens findet, durch welches diese Ungenauigkeit unschädlich gemacht zu seyn scheint.

Ich sage »scheint«, denn in Wirklichkeit ist die von mir ange deutete Unsicherheit nicht minder vorhanden. Mag

1) Diese Ann., Bd. 118, S. 635.

2) Diese Ann., Bd. 118, S. 588.