6. *Ueber die Bestimmung hoher Schwingungszahlen durch Differenztöne; von C. Stumpf.*¹⁾

Auf Grund systematischer Differenztonbeobachtungen hatte ich gemeinschaftlich mit M. Meyer gefunden, dass Hr. A. Appunn's Pfeifenreihe, die bis zum Ton $gis^8 = 50880$ Doppelschwingungen reichen sollte, nur bis etwa 11000 Schwingungen reicht. Hr. Appunn stützte dagegen seine Bestimmungen durch die Berechnung aus der Pfeifenlänge. Wir wiesen aber nach, dass die Berechnung nach Helmholtz' Resonatorenformel, die bei cubischen Pfeifen allein in Betracht kommt, unsere Angaben nur bestätigt. Auf die Berechnung ist Hr. Appunn denn auch nicht wieder zurückgekommen. Dagegen glaubte er neuerdings einen optischen Nachweis seiner Bestimmungen erbringen zu können und schloss daran in einem besonderen Artikel kritische Betrachtungen über die Differenztonmethode.

Die Nachprüfung der optischen Versuche hat Hr. F. A. Schulze, Assistent am Berliner physikalischen Institut, übernommen und darüber im Vorstehenden berichtet. Wie man sieht, sind durch seine Versuche unsere Ergebnisse bestätigt worden.

Auf die Kritik der Differenztonmethode aber möchte ich gleichwohl noch besonders erwidern, da sie solchen, die nicht praktisch mit dergleichen Beobachtungen vertraut sind, doch den Eindruck hinterlassen könnte, als ob der Methode trotz ihrer diesmaligen Bewährung eine gewisse Unsicherheit anhafte, während es mir gerade vorzugsweise darauf ankommt, zu zeigen, dass wir an ihr *nicht nur ein bequemes, sondern auch ein durchaus zuverlässiges Mittel zur Bestimmung hoher Schwingungszahlen besitzen.*

1) Vgl. C. Stumpf u. M. Meyer, Wied. Ann. **61**, p. 760ff. 1897; A. Appunn, Wied. Ann. **64**, p. 409ff. 1898; C. Stumpf u. M. Meyer, l. c. **65**, p. 641ff. 1898; A. Appunn, l. c. **67**, p. 217ff. u. 222ff. 1899.

Hrn. Appunn's Einwand besteht darin, dass man leicht Differenztöne zweiter und höherer Ordnung mit solchen erster Ordnung verwechsle. Wenn man z. B. Töne vom Verhältniss 4:7 zusammen angebe, so entstehe ausser dem Differenzton 3 auch der Ton $4 - 3$ (oder $2 \cdot 4 - 7 = 1$). Diesen hätten wir für den ersten Differenzton gehalten und darnach den zu bestimmenden höheren Primärton $= 4 + 1$ statt $= 4 + 3$ gesetzt. Ferner, wenn man die Tonpaare 8000:24000 oder 8000:50000 angebe, so entstehe durch fortgesetzte Subtraction zuletzt auch der Differenzton 8000, und nun könne man dazu kommen, diesen für den ersten Differenzton zu halten und darnach den höheren Ton $= 8000 + 8000$ zu bestimmen.

Die letzten Beispiele schliessen nun freilich eine innere Unmöglichkeit ein, da man doch niemals den Differenzton 8000 beobachten kann, wenn der tiefere Primärton selbst 8000 ist. Aber auch abgesehen davon haben wir nie Differenztöne von solcher Höhe zu beobachten behauptet, und es wäre wohl entsprechender gewesen, wenn Hr. Appunn eines der zahlreichen in unseren Angaben *wirklich* vorliegenden Beispiele zu Grunde gelegt hätte. Doch nun zu der principiellen Seite des Einwandes.

Thatsächlich haben wir bei *einer* Versuchsreihe auch Differenztöne höherer Ordnung¹⁾ benutzt. Aber wir haben sie von dem Ton $h - t$ wohl unterschieden, und haben demgemäss den höheren Primärton hier *nicht* durch die Formel $h = t + D$, sondern durch $h = 2t - D$, $h = D + 2t$ etc. berechnet.²⁾

Fragt man nun: Wie ist es möglich, einen gehörten Differenzton als $h - t$ oder $2t - h$ etc. zu erkennen? — so ist die Antwort: indem man, unter Beibehaltung eines bestimmten t , mit h nur in *kleinen Stufen* aufwärts geht, auch wohl *stetige* Veränderungen mitbenutzt, und hierbei die *Bewegungsrichtung*

1) Mit diesem Ausdruck bezeichne ich hier der Kürze halber mit Hr. Appunn die Töne $2t - h$, $h - 2t$, $3t - 2h$ etc., wobei t und h der tiefere und höhere Primärton sind. Es soll aber über die Entstehungsweise dieser Töne damit nichts behauptet sein.

D bedeutet in den oben folgenden Gleichungen einen gehörten Differenzton.

2) C. Stumpf u. M. Meyer, Wied. Ann. 61. p. 771. 1897.

des bezüglichlichen Differenztones beachtet. Notenbeispiele mögen den Gang der Differenztöne, auf die es ankommt, illustrieren.¹⁾

The musical notation is divided into two main sections. The top section, labeled 'Primärtöne' on the left, shows four intervals (I, II, III, IV) in a grand staff. A wavy line labeled '8va' indicates a rising pitch. The bottom section, labeled 'Differenztöne' on the left, shows the corresponding difference tones for each interval. The intervals are labeled as follows: I (h-t, 2t-h), II (h-2t, 3t-h), III (h-3t, 4t-h), and IV (4t-h). The difference tones are shown in a grand staff with specific intervals labeled: h-t, 2t-h, h-2t, 3t-h, h-3t, and 4t-h.

Solange die Primärtöne innerhalb einer Octave liegen (bei I und II), giebt es rechnungsgemäss nur zwei Differenztöne unterhalb der Primärtöne, die vom Anfang bis zum Ende der Tonbewegung vorhanden bleiben: $h - t$ und $2t - h$. Beide sind im allgemeinen auch vernehmbar, der erste mehr bei I, der zweite mehr bei II, an der Grenze von I und II beide ziemlich gleichmässig. *Aber der eine geht in die Höhe, der andere in die Tiefe.* Bei der Quinte kreuzen sie sich. Die geringste Veränderung des variablen Primärtones (wie sie bei Galtonpfeifchen durch die Schraube, bei den Appunn'schen durch Aenderungen des Winddruckes erzeugt werden kann) lässt bereits die Bewegungsrichtung eines Differenztones aufs Deutlichste erkennen, da dieser immer viel grössere Schritte macht als der Primärton. Hiermit ist der Verwechslung beider Differenztöne vorgebeugt.

Wenn man freilich zwei beliebige Pfeifchen von vielleicht

1) Die Differenztöne sind zur grösseren Anschaulichkeit in Viertelnoten wiedergegeben; mit der Dauer hat dies natürlich hier nichts zu thun. Die Köpfe der Viertelnoten sind bei c^2 leer gelassen, weil diese Töne infolge ihres Zusammenfallens mit dem tieferen Primärton nicht als Differenztöne gehört werden.

sehr weitem Intervall herausgreift und solche Kriterien nicht benutzt, wie dies in Appunn's Beispielen vorausgesetzt ist, dann können Täuschungen vorkommen. Wir hatten aber seine 62 Pfeifchen zur Verfügung, die angeblich in der chromatischen Scala, factisch in noch kleineren Stufen, in die Höhe gingen, konnten also mit h sehr kleine Schritte machen und haben dies nach Ausweis unserer Tabellen gethan. Wir wählten eben die Schritte so aus, dass wir die Bewegungsrichtung eines gehörten Differenztones dabei allezeit deutlich im Auge behalten konnten.

Die beiden Differenztöne $h - t$ und $2t - h$ sind nun allerdings bei Intervallen innerhalb der Octave nicht die einzig möglichen. Man hört gelegentlich auch z. B. $2h - 3t$, $3t - 2h$ u. dgl. Aber diese verschwinden sehr rasch wieder, sobald die Primärtöne zum nächsten consonanten Intervall übergehen. Sie gehen dann in die Primärtöne oder in die beiden zuerst genannten Differenztöne über oder sie verschwinden in der Tiefe. Ein Beispiel mag dies wieder erläutern:

Hier könnte man, wenn das Intervall 5:7 *isolirt* angegeben wird, das tiefe $As (= 3t - 2h)$ für den Differenzton $h - t$ halten. Wenn man aber vorher durch allmähliches Aufsteigen mit dem variablen höheren Primärton den gleichfalls aufsteigenden Differenzton $h - t$ bis zum f der kleinen Octave verfolgt hat, so braucht man ihm nur in gleicher Richtung weiter zu folgen, um vor der Verwechslung geschützt zu sein. Ist die Aufmerksamkeit überhaupt einmal auf die Bewegung des $h - t$ gerichtet, so kostet es geradezu Anstrengung und intensives Suchen, um solche ausser der constanten Bewegungsrichtung noch hinzutretende, bei kleinen Intervallen meist auch viel schwächere, Differenztöne noch aufzufinden.¹⁾

1) Unrichtig wäre übrigens die Auffassung, von welcher Hr. Appunn auszugehen scheint, als ob man nur immer weiter zu subtrahiren hätte,

Wenn nun das Intervall der Primärtöne die Octave überschreitet (bei III und IV des ersten Notenbeispiels), so wird $2t - h$ negativ, $h - t$ aber fällt zwischen die Primärtöne: und solche Differenztöne, die zwischen den Primärtönen liegen, sind überhaupt nur in seltenen Fällen äusserst schwach zu hören¹⁾, in unserem Falle waren sie ganz unhörbar. Denn wenn die Primärtöne in der fünfgestrichenen Octave oder höher liegen, so sind selbst die Primärtöne im Zusammenklang nicht mehr deutlich auseinanderzuhalten, geschweige denn zwischen ihnen liegende schwächste Differenztöne. Es konnte sich also nur um die Differenztöne unterhalb der Primärtöne handeln, wie sie in dem obigen Notenbeispiel verzeichnet sind. Man sieht, dass bis zur Duodecime $h - 2t$ in die Höhe geht, $3t - h$ in die Tiefe. Von da an fällt der erstere zwischen die Primärtöne, der zweite wird negativ; es bleiben weiterhin also nurmehr $h - 3t$ und $4t - h$, die wiederum einen entgegengesetzten Gang nehmen.

Geht man also stufenweise mit h in die Höhe, so kann man jederzeit aus der Bewegungsrichtung eines gehörten Differenztones erschliessen, mit welchem der beiden in Betracht kommenden Differenztöne man es zu thun hat. In der That lassen sich unter günstigen Umständen auch bei so weiten Intervallen je zwei gleichzeitige Differenztöne beobachten, im allgemeinen wieder bis zur Duodecime mehr der aufsteigende $h - 2t$, von da ab bis zur Doppeloctave mehr der absteigende $4t - h$. Doch kommt es hierbei auch auf die Beschaffenheit der Klangquelle, ihren Bestand an Theiltönen, an. Bei unseren Versuchen mit den Appunn'schen gedackten Pfeifchen trat auch in der Region IV (für $t = 4800$) der aufsteigende Differenzton, also $h - 3t$, mehr hervor als der absteigende $4t - h$.

um die hörbaren Differenztöne zu bestimmen. Darnach würden sämtliche Töne, die der Zahlenreihe unterhalb der Verhältnisszahlen der Primärtöne entsprechen, als Differenztöne zum Vorschein kommen; also z. B. bei 15:16 alle Töne von 1 bis 14. Vielmehr hört man in diesem Fall, soweit nicht Obertöne die Erscheinungen compliciren, nur den Ton 1; und auch in anderen Fällen trifft obige Regel keineswegs zu. Vgl. M. Meyer in meinen „Beiträgen zur Akustik und Musikwissenschaft“ 2. Heft, p. 26. 1898.

1) Vgl. M. Meyer, Zeitschr. f. Psychologie 11. p. 186. 1896.

Aus dem Vorstehenden dürfte sich ergeben, dass die Differenztöne höherer Ordnung nicht als eine *Fehlerquelle* in unseren Beobachtungen wirkten, sondern vielmehr von uns als vollwerthiges *Erkenntnissmittel* neben denen erster Ordnung benutzt wurden. Hrn. Appunn's Beispiel 4:7 findet sich in obiger Notentabelle unter II: hier ist nichts leichter, als die beiden Differenztöne 3 und 1 nach ihrer wahren Natur zu bestimmen, und es bedarf nicht der Uebung von Jahren und Jahrzehnten, auf die wir uns wohl auch beziehen dürften, um so grobe Täuschungen schlechterdings auszuschliessen.

Ausserdem war dies nicht die einzige Controle, deren wir uns bedienten. Bei den Galtonpfeifchen, von denen wir ausgingen, konnten wir im strengsten Sinne *stetig* in die Höhe gehen und bei beliebig kleinen Abständen Halt machen: die Pfeife *B* wurde nur soviel über *A* = 4000 erhöht, um z. B. den Differenzton 500 zu erhalten, dann wieder *A* um ebensoviel über *B* etc. Bei so kleinen Schritten kommt überhaupt *nur* der Differenzton *h* — *t* zum Vorschein. Waren so die Theilstriche der Galtonpfeifen bestimmt, welche solchen Tonstufen entsprachen, so konnten die Appunn'schen Pfeifen auch *damit* verglichen werden, und die Ergebnisse stimmten mit den direct gewonnenen überein. Auch diesmal muss ich, wie in der ersten Erwiderung, auf die vielfachen Kreuz- und Querproben verweisen, die in unserer Abhandlung erwähnt sind, von Hrn. Appunn aber nicht weiter erörtert worden sind. —

Um die Richtigkeit der Ergebnisse und die Zuverlässigkeit der Differenztonmethode Fachmännern zu demonstrieren, habe ich noch einmal vier Appunn'sche Pfeifen von den (aufgedruckten) Tonhöhen $c^5 = 4096$, $c^6 = 8192$, $c^7 = 16384$, $c^8 = 32768$, die der Verfertiger als „mustergültig“ bezeichnete, kommen lassen, und sie einer neuen Prüfung auf doppeltem Wege unterzogen, wobei mich Hr. Dr. F. K. Schäfer, bekannt durch seine akustischen Studien, besonders über Differenztöne, sowie Hr. Dr. Abraham, der gleichfalls akustische Untersuchungen publicirt hat und ein ausgezeichnetes Gehör besitzt, unterstützten.

Hr. Orgelbauer Dinse in Berlin hat für das psychologische Seminar daselbst eine Serie offener Zinnpfeifchen geliefert, die die chromatische Leiter von f^{15}_3 bis f^6 geben. Ihre

Tonhöhe lässt sich bis c^5 leicht durch Vergleichung mit der tieferen Octave feststellen, weiter hinauf durch die Schwebungen einer Pfeife mit ihrer tieferen Octave bei Annäherung an die Reinheit. Wir haben die Pfeifen, die uns von dem rühmlich bekannten Orgelbauer bereits in guter Stimmung übergeben wurden, noch vielfach nachgeprüft und so genau gestimmt, dass auch die höchsten sich kaum mehr als $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{10}$ Ton von der intendirten Höhe entfernen (was in dieser Höhe schon 50 bis 100 Schwebungen bedingt). Das Ergebniss lässt sich aber auch dadurch verificiren, dass man einen Ton, etwa c^5 , festhält und dann in Halbtonstufen weitergeht, wobei man den aufsteigenden Gang des Differenztones aufs deutlichste erkennen und seine Höhe bestimmen kann; ferner dadurch, dass man z. B. c^5 und e^5 , e^5 und g^5 zusammen angiebt, wobei der Differenzton beide Male $= c^3$ sein muss. Der Dreiklang $c^5 e^5 g^5$ giebt diesen Differenzton sehr stark, während die drei Primärtöne selbst beim Zusammenklang nicht mehr auseinandergehalten werden können.

Mit dieser so abgestimmten Orgel (die mit einer bis f^3 reichenden durch gemeinschaftliches Gebläse getrieben wird) verglichen wir nun die vier Appunn'schen Pfeifen und kamen zu folgendem Ergebniss:

c^5	Appunn nahezu gleich unserem	$h^4 = 4000$
c^6	„ „ „ „	$es^5 = 5120$
c^7	„ „ „ „	$g^5 = 6400$
c^8	„ „ „ „	$b^5 = 7450$

Dies wurde festgestellt, indem für jedes Pfeifchen derjenige Ton unserer Serie aufgesucht wurde, der ihm am nächsten kam, und sodann beide zusammen angegeben wurden, wobei deutliche Schwebungen auftraten. Es war hierbei für Jeden, auch für weniger Musikalische, evident, dass die Pfeifchen sich in der angegebenen Weise in die Serie einordneten und nicht etwa höheren Octaven angehörten. Unser f^5 war schon völlig deutlich höher als Appunn's „ c^6 “; unser c^6 höher als Appunn's „ c^8 “.

Vergleichen wir zunächst diese Zahlen mit den früher gewonnenen.¹⁾ Bei bester Windstärke fanden wir damals

1) Vgl. die erste der oben citirten Abhandlungen p. 771.

$c^5 = 4000 \pm 100$, $c^6 = 5300$, $c^7 = 6800$, $c^8 = 8300$. Wir gaben aber auch die Veränderungen je nach der Windstärke an, die bei ein und derselben Pfeife mehrere Hunderte, ja Tausende von Schwingungen betrug. Da wir nun diesmal durchweg geringere Windstärke hatten (statt der comprimierten Luft das von Hrn. Dinse gelieferte, ebenfalls sehr constante Gebläse), so erklären sich die Differenzen leicht. Die Differenz ist aber nur bei c^8 einigermaassen beträchtlich, etwa ein Ganzton; und hier muss sie sich ja auch am meisten geltend machen, da so hohe Pfeifchen stärkeren Wind brauchen. Sobald wir dieses Pfeifchen wieder mit comprimierter Luft oder mit dem Munde stark anbliesen, ging es bis zur früheren Höhe hinauf und wurde gleich dem c^6 unserer Orgel (gleich 8400). Die früheren Bestimmungen sind also auf dem neuen Wege vollkommen bestätigt.¹⁾

Dass „ c^6 “ mit unserem h^4 zusammenfällt, rührt nur davon her, dass die Orgel für $a^1 = 440$ abgestimmt ist, die Pfeifchen Appunn's dagegen für $a^1 = 426\frac{2}{3}$. Das c^5 -Pfeifchen ist also nach wie vor richtig. Dagegen beträgt der Unterschied zwischen den vier

1) Es ist im Grunde selbstverständlich, dass die auf Labialpfeifchen angegebenen Schwingungszahlen nur für einen ganz bestimmten Winddruck gelten können, der auch mitgetheilt werden muss. Nun hat zwar Hr. Appunn nachträglich (Wied. Ann. 64. p. 413. 1898) eine Tabelle des Winddruckes für seine Pfeifchen veröffentlicht. Aber meine Beobachtungen stimmen auch hierin nicht mit ihm überein. Wir haben ein Wassermanometer mit einem Gebläse in Verbindung gebracht und letzteres bei jedem Pfeifchen so belastet, dass der Ton am besten herauskam (bei dem höchsten wird durch weitere Steigerung das Geräusch stärker als der Ton). Es zeigte sich, dass der Winddruck von „ c^6 “ bis zu „ c^8 “ etwa ums Doppelte gesteigert werden musste; während Hr. Appunn ihn in seiner Tabelle mathematisch genau mit den angeblichen Schwingungszahlen, also um das Achtfache, in die Höhe gehen lässt.

Uebrigens muss ich bemerken, dass die gleichnamigen Pfeifchen verschiedener Serien auch bei gleichem Wind nicht genau übereinstimmen. Von den Pfeifchen mit Glimmerblättchen (vgl. den vorstehenden Aufsatz des Hrn. F. A. Schulze) ist c^6 *erheblich* tiefer als das obige c^5 , und zwar auch dann, wenn man es statt durch das Glimmerblättchen durch eine feste Wand verschliesst. Die Differenz beträgt dann bei genau gleichem Wind immer noch 250 Schwingungen. Dagegen sind c^7 und c^8 *höher* als die obigen, während sie infolge des Glimmerverschlusses tiefer sein sollten; und es ist dies von einigermaassen Geübten auch direct mit blossem Ohr leicht wahrzunehmen.

Pfeifchen überall nur eine Terz, höchstens eine Quarte, statt einer Octave; und *sämmtliche vier Pfeifen liegen innerhalb einer Octave.*

Diese Versuche, wie auch die Abstimmungsmethode für unsere Orgel, habe ich den Herren Engelmann, Professor der Physiologie, F. Kohlrausch, Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, M. Planck und E. Warburg, Professoren der Physik, vorgezeigt (die zufällig alle auch ein ausgezeichnet geübtes musikalisches Gehör besitzen) und bin ermächtigt, mitzutheilen, dass sie zu den gleichen Ergebnissen gelangt sind.

Nun wurde aber auch die Differenztonmethode aufs neue und zwar mit besonderer Rücksicht auf Hrn. Appunn's Einwand in folgender Weise zur Anwendung gebracht. Die Pfeifchen „ c^5 “ und „ c^6 “ zusammen ergaben den starken Differenzton d^3 , dessen Tonhöhe nicht bloss direct durch Vergleich mit dem d^3 der Orgel, sondern auch durch Schwebungen mit einer nahezu gleichen Gabel bestimmt werden konnte. Nun wurde ein Galtonpfeifchen mit „ c^5 “ unison gestimmt und dann, während c^5 weitertönte, langsam in die Höhe geschraubt, bis der aus der Tiefe kommende Differenzton die Höhe d^3 erreicht hatte. Darauf wurde die Galtonpfeife mit „ c^6 “ zusammen angegeben und zeigte sich mit diesem unison, bez. schwebend. Damit ist bewiesen, dass auch das vorher gehörte d^3 nur der Differenzton erster Ordnung sein konnte. Denn man hat ihn ja nun mit stetig wachsender Differenz beider Töne von der unteren Tongrenze an stetig hinaufgehen hören.

Ebenso wurde dann mit „ c^6 “ und „ c^7 “, endlich mit „ c^7 “ und „ c^8 “ verfahren, wobei die Differenztöne e^3 , dann b^2 resultirten.

Auch dieses Verfahren haben die genannten Herren nachgeprüft und sich von der Richtigkeit der Sache in kurzer Zeit überzeugt.

Die Ergebnisse dieser Versuche sind, genauer beschrieben, die folgenden:

c^6 giebt mit c^5 den Differenzton d^3 = fast genau 1150, mit einer König'schen Gabel von 1152 Doppelschwingungen langsam schwebend. Bei stärkerem Anblasen des c^6 (mit dem Munde) steigt der Differenzton stetig bis zum e^3 der Orgel = 1320.

c^7 giebt mit c^6 bei gleicher Windsstärke wie vorher (Orgelgebläse) den Differenzton $e^3 =$ fast genau 1280, mit König's Gabel $e^3 = 1280$ langsam schwebend. Bei stärkerem Anblasen des c^7 steigt der Differenzton stetig bis zum g^3 der Orgel = 1590.

c^8 giebt mit c^7 bei gleicher Windstärke wie zu Anfang den Differenzton $b^2 = 920$. Bei stärkerem Anblasen des c^8 steigt derselbe stetig bis $h^3 = 2000$.

Hieraus ergibt sich, da $c^5 = 4000$ Schwingungen gefunden wurde,

$$c^6 = 5150 \text{ bis } 5320$$

$$c^7 = 6430 \text{ „ } 6740$$

$$c^8 = 7350 \text{ „ } 8430.$$

Die Werthe stimmen mit den vorher auf anderem Wege gefundenen gut überein, zumal wenn man bedenkt, dass in dieser Region eine Halbtonstufe schon 300—600 Schwingungen ausmacht.

Die *genaue* Ausführung solcher Bestimmungen erfordert natürlich wie jede exacte Beobachtung Uebung und vielfache Wiederholung. Um aber ein Urtheil darüber zu gewinnen, ob es sich bei der Differenztonmethode etwa überhaupt um sehr subtile Wahrnehmungen handle, die nur Geübten und Musikalischen zugänglich seien, habe ich auch ganz Unmusikalische herangezogen. Solche können Differenztöne bei ruhenden Primärtönen allerdings nicht leicht erkennen. Anders aber, wenn man mit der Galtonpfeife wie in obigem Versuch stetig hinaufgeht: dann hören auch sie ohne weiteres den hinaufgehenden Differenzton, und wenn er die Höhe d^3 erreicht hat und nun die Galtonpfeife mit dem „ c^6 “ zusammen angegeben wird, so hören sie auch das Schwirren der Schwebungen. Es kann also der Beweis sogar für unmusikalische Ohren in zwingender Weise geführt werden.

Ich bemerke noch, dass Geübtere beim Zusammenklang von „ c^5 “ und „ c^6 “ ausser dem d^3 noch einen etwas schwächeren Differenzton hören, nämlich $g^3 = 1560$ Schwingungen. Dieser lässt sich, nachdem das Intervall der Primärtöne durch den ersten Differenzton bestimmt ist, leicht als der Ton $3t - 2h$ berechnen, und man findet diese Interpretation bestätigt, wenn man das mit „ c^6 “ unison gestimmte Galtonpfeifchen noch ein wenig weiter in die

Höhe schraubt: die beiden Differenztöne nähern sich dann und fallen bald in dem Ton e^3 zusammen. Es ist nämlich dann die (etwas erhöhte) Terz $h^4:dis^5$ der Primärtöne in die Quarte $h^4:e^5$ übergegangen, wobei der Differenzton $3t - 2h$ den angegebenen Weg nehmen und mit dem primären Differenzton e^3 zusammenfallen muss. In Noten (das Ganze drei Octaven höher zu denken):

So giebt auch hier der secundäre Differenzton nur eine neue Controle.

Da Hr. F. Melde uns kürzlich eine seiner „Stimmplatten“ übersandte, die nach seiner rein physikalischen Methode auf $c^7 = 16384$ Schwingungen abgestimmt ist, bot sich Gelegenheit, auch mit dieser die Appunn'schen Pfeifchen zu vergleichen. Hierbei zeigte sich, dass der Ton der Stimmplatte, dessen Vorhandensein sich durch die Bewegung des aufgestreuten Sandes verrieth, für mich sowie für Hrn. Kohlrausch nicht mehr hörbar war.¹⁾ Dagegen hören wir die mit „ c^8 “ bezeichnete Appunn'sche Pfeife noch ganz kräftig tönen. Sie muss also tiefer sein als c^7 . Die übrigen Herren, die den Ton der Stimmplatte noch hören konnten, erklärten ihn denn auch für beträchtlich höher als den des Pfeifchens.

Nach allen diesen auf so verschiedenen Wegen erfolgten ausnahmslos übereinstimmenden Feststellungen lässt sich die Angabe des Hrn. Appunn, dass er im Stande sei, nach dem blossen Gehör die Intervalle seiner hohen Pfeifchen als Octaven (in anderen Fällen als Quinten, Terzen etc.) zu bestimmen,

1) Das Nämliche fand ich für meine Ohren schon früher bei König's Stimmgabel c^7 (vgl. Wied. Ann. 61. p. 777. 1897). Damals führte ich diese Gabel auch etwa 20 Mitgliedern des psychologischen Seminars vor und er suchte diejenigen, welche sie nicht hören könnten, aufzustehen. Die beiden Herren, die sich ausser mir erhoben, waren erheblich älter als die übrigen, etwa 40 Jahre. Hier scheint also in der That schon die Hörgrenze für manche ältere Personen zu liegen; wenigstens solange man nicht viel stärkere Töne als die der Gabeln und Platten anwenden kann.

nur aus der Thatsache erklären, dass von der fünfgestrichenen Octave an selbst ein geübtes Ohr starken Täuschungen ausgesetzt ist. Preyer hat darüber eine Tabelle gegeben, aus welcher hervorgeht, dass öfters ein und dasselbe Intervall von drei vorzüglichen Musikern für ebenso viele verschiedene Intervalle taxirt wurde.¹⁾

Wenn es sich um die Abstimmung ganzer Serien hoher Pfeifen oder Gabeln oder sonstiger Klangquellen handelt, die nicht allzu kurze Töne geben und nicht in der unmittelbaren Nähe der oberen Tongrenze liegen, so bleibt die Differenztonmethode wohl die einfachste und kann auch bis zu beliebiger Genauigkeit gesteigert werden, wenn man eine genügende Anzahl von zuverlässig abgestimmten tieferen Tönen, etwa ein gut gestimmtes Clavier und dazu einen Tonmesser, eine grosse Serie von Stimmgabeln und dergleichen zur Verfügung hat, um mit ihnen die beobachteten Differenztöne zu vergleichen und durch Zählung der Schwebungen die Abweichung zu bestimmen. Man kann so leicht ein Dutzend hohe Töne in einer Stunde bestimmen, ja sogar eine ganze Serie leichter als einzelne oder wenige, weil die Differenztöne nach dem oben Gesagten dann leichter verfolgt, beliebige Controlversuche eingeschaltet und etwaige Täuschungen ausgeschlossen werden können.

1) W. Preyer, Ueber die Grenzen der Tonwahrnehmung p. 62. 1876. Diese Thatsache ist unabhängig davon, dass die Intervalle von Preyer selbst meistens objectiv nicht richtig in der Tabelle angegeben sind, indem er die Appunn'sche Gabelserie des Jenenser Instituts zu Grunde legte, deren Abstimmung wir als unrichtig erwiesen haben. Uebrigens wurde auch schon die Terz $e^5 : e^5$, die noch objectiv richtig war, von dem ersten Musiker als Secunde, vom zweiten als Quinte, vom dritten als Quarte bezeichnet.

(Eingegangen 13. März 1899.)