VI. Ueber eine neue Methode zur Bestimmung des Elasticitätsmoduls; von Arthur König.

(Aus den Verh. d. physikal. Ges. in Berlin vom 26. Juni 1885.)

(Hierzu Taf. I Fig. 10.)

Ein gewöhnlich zur Bestimmung des Elasticitätsmoduls benutztes Verfahren besteht darin, dass man eine Stange von dem zu untersuchenden Material an den Enden auf zwei feste Schneiden auflegt und nun vermittels eines Kathetometers die Senkung bestimmt, welche durch eine in der Mitte des Stabes aufruhende Belastung an dieser Stelle verursacht wird. Wenn man hierbei sicher innerhalb der Grenzen vollkommener Elasticität bleiben will, so hat man im allgemeinen sehr kleine Senkungen zu messen, sodass die hierbei unvermeidlichen Fehler manchmal nicht unerheblich das Resultat beeinflussen. Dazu kommt noch, dass jede mit der Belastung des Stabes eintretende Senkung der beiden als Auflagen dienenden Schneiden an dem Kathetometer als Durchbiegung gemessen wird, und die letztere somit fast immer grösser erscheint, als sie wirklich ist. Dieser Uebelstand ist bei der von Hrn. Pscheidl¹⁾ beschriebenen und ausgeführten Methode, der ein zuerst von Hrn. Kirchhoff²⁾ angewandtes Princip zu Grunde liegt, vermieden. Es wird hierbei nicht die Senkung in der Mitte des Stabes gemessen, sondern die Neigungsänderung an den Enden. Zu diesem Zwecke sind auf dem Stabe über den Schneiden zwei Spiegelchen horizontal aufgekittet, sodass ihre spiegelnde Fläche nach oben sieht. Vermittels zweier Fernrohre und Scalen wird die bei der Belastung eintretende Neigung der Spiegel bestimmt, und man hat hierbei den Vorthail, dass eine infolge der Belastung etwa eintretende Neigung des ganzen Stabes sich völlig eliminirt, da die in den Fernrohren beobachteten, durch die Biegung verursachten Neigungsänderungen an den beiden Enden nach verschiedenen Seiten erfolgen.

Eine Vereinfachung dieser Methode bietet ein seit eini-

1) W. Pscheidl, Rep. d. Physik. **19**, p. 178. 1883.

2) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. **108**, p. 369. 1859 und Gesammelte Abhandlungen. p. 316. Leipzig 1882.

ger Zeit in dem physikalischen Institute der Universität Berlin benutztes Verfahren.

In der Figur 10 auf Tafel I bezeichnet AB den zu untersuchenden Stab von rechteckigem Querschnitt. Derselbe ruht auf den beiden Stahlschneiden s_1 und s_2 , welche auf dem festen gusseisernen Gestell CCC angebracht sind. An den Enden des Stabes tragen die fest aufgeschobenen Hülzen H_1 und H_2 die fast senkrecht stehenden Spiegel p_1 und p_2 . Durch das Fernrohr F , welches auf den Spiegel p_1 gerichtet ist, erblickt man in diesem die bereits in p_2 schon einmal gespiegelte Scale S . In der Mitte zwischen s_1 und s_2 (die Richtigkeit dieser Einstellung wird durch eine in der Figur nicht angegebene mechanische Auslösungs- und Arretirungsvorrichtung gewährleistet) liegt auf dem Stabe die Stahlschneide r , welche vermöge einer passend angehängten Wagschale mit dem Gewichte Q belastet werden kann und dadurch eine Biegung des Stabes bewirkt.

Bei einer solchen Biegung wird die Neigung der Spiegel p_1 und p_2 sich ändern und demnach ein anderer Scalentheil von S am Fadenkreuze des Fernrohres F eintreten.

Ich bezeichne die Entfernung zwischen der Scale S und dem Spiegel p_2 mit D , diejenige zwischen den beiden Spiegeln p_1 und p_2 mit d , ferner mit v die infolge der Durchbiegung in dem Fernrohr beobachtete Scalenverschiebung und endlich mit φ die hierbei eintretende Aenderung in der Neigung der Spiegel p_1 und p_2 , welche für beide dieselbe ist.

Aus einer einfachen geometrischen Betrachtung ergibt sich dann mit Rücksicht auf die geringe Grösse des Winkels φ , dass:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v}{4D + 2d}$$

Nennen wir noch l die in Betracht kommende Länge des untersuchten Stabes, d. h. den Abstand zwischen den Schneiden s_1 und s_2 , ferner E den Elasticitätsmodul, a die senkrechtstehende und b die horizontalliegende Kante des rechteckigen Stabes, so ist:

$$E = \frac{3}{4} \frac{l^2 \cdot Q}{a^3 b \cdot \operatorname{tg} \varphi},$$

oder, wenn wir für $\operatorname{tg} \varphi$ seinen obigen Werth einsetzen:

$$E = \frac{3}{2} \frac{Q l^2 (2D + d)}{v a^3 b}$$

Die mit diesem Verfahren in unserem Institute zuerst von den Hrn. A. Bertling und E. Sieg mit grosser Sorgfalt und Geschicklichkeit ausgeführten Bestimmungen ergaben eine höchst befriedigende Genauigkeit. So fand Hr. A. Bertling für eine Gussstahlstange (spec. Gew. bei 0° gleich 7 821, Kantenlänge $a = 9,365$ mm, $b = 9,299$ mm), je nachdem a oder b vertical stand,

$$E = 21141,1, \text{ resp. } 21143,1 \text{ kg/mm}^2.$$

Für eine gegossene Messingstange (spec. Gew. bei 0° gleich 8,308, $a = 9,005$ mm, $b = 9,365$) erhielt Hr. E. Sieg:

$$E = 8094,5, \text{ resp. } 8093,8 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}.$$

Es zeigten also diese Metalle nach den beiden Richtungen hin eine ganz gleichartige Structur. Anders war es bei gewalzten Stangen, wo nach den verschiedenen Richtungen hin sich verschiedene Werthe für den Elasticitätsmodul ergaben. Es wurde u. a. erhalten für:

Gewalztes Kupfer.

Spec. Gew. = 8,935.

$a = 9,120$

$b = 9,312$

$E_1 = 12800,0$

$E_2 = 12561,1$

Gewalztes Messing.

Spec. Gew. = 8,440.

$a = 9,038$

$b = 9,318$

$E_1 = 10427,2$

$E_2 = 10245,0$

Die angegebenen Werthe von a und b sind überall die Mittel von vielen über die ganze Länge des Stabes vertheilten Messungen.

Der Abstand zwischen den beiden Schneiden s_1 und s_2 betrug 498 mm, zwischen den Spiegeln 527 mm. Als Entfernung der Scale von dem Spiegel p_2 war ungefähr 4,5 m gewählt. Was bei weiterem Abgehen mit der Scale durch die Vergrösserung des Ausschlages gewonnen worden wäre, hätte man wieder durch eine ungenauere Ablesung eingebüsst, die ohnehin, weil durch die doppelte Spiegelung die Deutlichkeit des Bildes litt, einiges zu wünschen übrig liess.

Ich bemerke zum Schlusse noch, dass der Apparat zu unserer vollen Zufriedenheit von dem Mechaniker Hrn. P. Stückrath, hierselbst, ausgeführt worden ist.

Physikal. Inst. der Univ. Berlin.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 16.

Fig. 4.

Fig. 7.

Fig. 9.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 8.

Fig. 13.

Fig. 12.

Fig. 11.

Fig. 15.

Fig. 17.