Spektrum und Bahnelemente von δ Orionis.

Von A. Hnatek.

Für eine genauere Untersuchung des Verhaltens der *Ca*-Linien habe ich im Winter 1920 mit der kleinen B-Kamera von 30 cm Brennweite des Coudé-Spektrographen der Wiener Sternwarte eine Reihe von 17 Spektren von δ Orionis aufnehmen können, die zu einer guten Verbesserung von Periode und Bahnelementen verwendet werden konnte. Da die *H*-Linie und wenn möglich auch noch die *K*-Linie des *Ca* meßbar sein sollten, mußte die Expositionszeit bei allen Aufnahmen ziemlich lang bemessen werden, und insbesondere bei den Märsaufnahmen bilden trotz der Helligkeit des Sterns von 2^m5 Expositionen von 25–30 Minuten Dauer bei seinem bereits tiefen Stande die Regel. Daß trotz der geringen Dispersion der verwendeten kleinen Kamera so relativ lange Expositionszeiten nötig waren, hat seinen Grund darin, daß das Prismenmaterial (O102 von Schott u. Gen., Jena) Violett bereits merklich absorbiert. Rechnet man dazu noch die gegen die kürzeren Wellen zu immer größer werdende Dispersion, so ist klar, daß mit einer durch entsprechende Verlängerung der Expositionszeit erzielten Ausdehnung des Spektrums bis ins Ultraviolett stets eine Überexposition der blauen Teile etwa zwischen 4200–4700 Å.E. verbunden sein muß, wo einerseits die Dispersion noch geringer, andererseits aber auch die Transparenz des Prismas größer bleibt. Die damit stets auftretende Gefahr, daß die schwächeren Linien im blauen Teile durch die Überexposition erdrückt werden, machte sich aber hier bei den Spektren von δ Orionis kaum besonders fühlbar; die Spektren blieben durchweg über das ganze Gebiet von 3900–4700 Å.E. hin gut meßbar und zeigten in allen Teilen überraschend viele Linien.

1. Spektrum von δ Orionis.

Es ließen sich fast alle 11 Linien, die von *Hartmann* in seiner Arbeit über das Spektrum und die Bahn von δ Orionis im ApJ 19.268 als besonders gut meßbar bezeichnet werden, wieder nachweisen. Zunächst selbstverständlich die Wasserstoffserie *H_β* bis *H_ζ*; *H_β* wurde aber zur Geschwindigkeitsbestimmung nicht verwendet, weil dort das Spektrum schon zu wenig Deckung zeigte, als daß eine sichere Messung möglich gewesen wäre. Von den *He*-Linien konnten λ 4026.42 und λ 4388.10 auf je 8 Platten, λ 4471.65 auf 13 Platten sicher gemessen werden, dagegen war λ 4922.10 nicht nachweisbar, jedenfalls wegen der dort, wie erwähnt, schon ungenügenden Schwärzung des Spektrums. Ebenso wurde die *Si*-Linie 4089.00 auf 6 Platten und die *Mg*-Linie 4481.38 auf fast allen Platten gemessen, letztere aber nur von 8 Platten, für welche die Messung genügend sicher ausfiel, ihrer Dopplerschen Verschiebung nach verwertet.

Von den von *Hartmann* ebendort gegebenen schwächeren

und zum Teil nicht identifizierbaren Linien fanden sich 4069.49 (?) auf 3 Platten, 4097.49 (*Si*) auf 6, 4144.94 (?) auf 2, 4649.68 (?) auf 4 und 4686.20 (?) auf 2 Platten. 4116.28 (*Si*) konnte nicht nachgewiesen werden. Die zweite Wasserstoffserie war auf 12 Platten deutlich vertreten.

Auffallend war die große Zahl weiterer Linien, die auf meinen Spektren erkennbar und teilweise auch meßbar waren und die damit anscheinend die Tatsache bestätigten, daß die zarten Metalllinien der früheren Typen bei geringerer Dispersion im allgemeinen deutlicher hervortreten. Auf einzelnen Spektren waren da im indirekten Sehen in der Kornverlagerung z.B. ganze Gruppen von *Fe*-Linien an der Gleichheit ihrer Gruppierung mit den betreffenden Linien des *Fe*-Vergleichspektrums erkennbar, aber nicht mehr direkt meßbar. Im ganzen Bereich zwischen λ 3919 und λ 4861 konnten gemessen werden nahe an 140 *Fe*-Linien, rund 30 Linien des *Ti*, 19 Linien des *Mn* und 4 Linien des *Sc*. *Sr* ist vermutlich durch die Linie 4077.89, *Al* vielleicht durch die starke Linie 3944.16 und *Mg* außer durch λ 4481 auch noch durch 4352.91 vertreten, und vielleicht rühren zwei Linien bei 4179.54 und 4474.28 von *V* her. Außer den von *Hartmann* bereits bemerkten *He*-Linien fanden sich noch weiter die Linien 3936.06, 3964.88, 3970.23, 4021.14, 4143.92, 4169.13, 4388.10 und 4437.72 des *He* auf einer größeren Anzahl von Platten, und außer den beiden Linien *H* und *K* waren von *Ca*-Linien noch nachweisbar 4005.09, 4226.90, 4299.15, 4302.69 (?), 4307.91 (?), 4425.61, 4435.13, 4435.13+4435.85, 4456.79, 4578.73, 4586.05 und vermutlich 4685.45 (?). Außerdem waren von den Linien des *Si* außer den bereits erwähnten noch die beiden Linien 4097.49 und 4416.28 identifizierbar. Einige wenige Linien blieben ihrem Ursprung nach ungewiß. Bemerkt sei noch, daß die vorgefundenen Linien besonders des *Fe* und *Ti* zumeist solche betreffen, deren Intensität im Funken etwas größer ist als im Bogen, die also gewissermaßen als »Enhanced lines« aufgefaßt werden können.

Was das Verhalten der *Ca*-Linien betrifft, so sei bezüglich desselben auf den vorletzten Abschnitt dieser Arbeit verwiesen.

2. Periode und Bahnelemente von δ Orionis.

Zunächst seien hier in der folgenden Tabelle die Aufnahmedaten für die einzelnen Aufnahmen und die aus den letzteren abgeleiteten Geschwindigkeitswerte zusammengestellt, wobei in der Kolumne »Tag der Julianischen Periode« der Kürze halber die ersten drei Ziffern 242 weggelassen und die heliozentrischen Geschwindigkeiten gleich getrennt für die *Ca*-Linien und die Linien der übrigen Elemente angesetzt worden sind.

Nr. der Platte	Aufnahmezeit			Expos. Zeit Min.	Radialgeschwindigkeit aus				Phase	
	1920	M. E. Z.	Julian. Tag		den Ca-Linien		den anderen Linien		$\zeta' =$ 5 ^d 7325	$\zeta' =$ 5 ^d 732585
					$V_{\odot}$	Zahl d. L.	$V_{\odot}$	Zahl d. Lin.		
B 1655	Febr. 8	6 ^h 54 ^m	2363.2875	14	+30.6	1	+127.1	37	1.7125	1.6151
1680	» 19	7 8	2374.2972	16	+24.0	3	+110.1	26	1.2572	1.1596
1710	» 24	8 50	2379.3681	20	+ 5.4	3	+ 52.1	33	0.5956	0.4979
1713	» 25	6 23	2380.2660	20	+26.6	2	+130.2	35	1.4935	1.3958
1724	März 1	8 16	2385.2611	20	+16.4	3	+ 75.9	35	0.7561	0.6584
1727	» 2	8 21	2386.3479	24	+ 5.5	1	+130.3	22	1.8429	1.7451
1729	» 3	9 4	2387.3778	22	+16.5	3	+ 31.5	32	2.8728	2.7750
1731	» 4	9 4	2388.3778	20	+23.2	2	— 40.9	37	3.8728	3.7751
1733	» 5	8 25	2389.3507	20	+ 3.8	1	— 71.9	18	4.8457	4.7470
1735	» 6	9 28	2390.3944	24	+28.9	1	— 5.6	18	0.1569	0.0591
1736	» 8	7 38	2392.3181	24	—	—	+ 98.8	15	2.0806	1.9828
1739	» 15	8 18	2399.3417	24	—	—	— 29.1	32	3.3717	3.2735
1740	» 17	9 5	2401.3785	20	—	—	— 39.1	22	5.4085	5.3106
1741	» 23	7 32	2407.3139	23	+20.6	2	— 25.3	38	5.6114	5.5134
1743	» 23	8 34	2407.3569	24	+16.3	4	— 19.2	35	5.6544	5.5564
1747	» 25	7 55	2409.3298	30	+14.9	3	+135.1	25	1.8948	1.7967
1750	» 26	8 6	2410.3375	30	—	—	+ 26.2	11	2.9025	2.8044

Daß der Periodenwert von 5^d7325, wie ihn *Hartmann* in der erwähnten Arbeit in ApJ 19 ermittelt, nur einer geringen Korrektur bedürftig sein werde, war gleich anfangs anzunehmen, da ja einerseits *Hartmann* für diesen Zweck noch vier alte Potsdamer Beobachtungen von *Vogel* und *Scheiner* zur Verfügung hatte, die in Bd. 7 der Potsdamer Publikationen gegeben sind und rund 9–12 Jahre gegen seine eigene Beobachtungsreihe zurückliegen, und da sich weiter meine eigenen Beobachtungen unter Verwendung dieses Periodenwertes ziemlich gut in die *Hartmannsche* Geschwindigkeitskurve einfügten. Eine Korrektur der Periode sollte nun dadurch erreicht werden, daß unter Verwendung meiner und der *Hartmannschen* Beobachtungen die Summe der Quadrate ihrer Abweichungen von einer mittleren durch sie gelegten Geschwindigkeitskurve einen Minimalwert annehme. Für die dazu nötigen Versuche war somit die Periodenlänge nur wenig zu variieren. Ich habe schließlich für fünf entsprechend verteilte Periodenwerte die folgenden Fehlerquadratsummen erhalten:

$P = 5^d7324$	$[vv] = 8024$
5.7325	4584
5.7326	3645
5.73265	3980
5.7327	4556

welche ein gutes Minimum für $P = 5.732585$ mit etwa $[vv] = 3600$ ergeben. Unter der Voraussetzung also, daß die *Hartmannsche* Periode nur einer kleinen Verlängerung bedarf und bereits soweit richtig ist, daß diese positive Korrektur in der Zwischenzeit von 17 bis 18 Jahren zwischen den *Hartmannschen* und meinen eigenen Beobachtungen, also über rund 1200 Perioden hinweg, noch keine Verschiebung um eine ganze Periodenlänge oder gar mehr bewirkt, kann somit der eben abgeleitete Wert von

$$P = 5^d732585$$

als neuer, verbesserter Periodenwert genommen werden. Daß übrigens die Annahme einer kleinen positiven Korrektur, die beträchtlich kleiner bleibt als $P/1200$, richtig ist, zeigt

sich aus dem Vergleich der mit der neuen Periode aus meinen und *Hartmanns* Beobachtungen konstruierten Geschwindigkeitskurve (siehe Figur) mit den früher erwähnten älteren Potsdamer Beobachtungen von *Vogel* und *Scheiner*. Nennt man

$$T_0 = 1920 \text{ März } 6.3619 = 2422390.3619 \text{ M. E. Z.}$$

die aus der Geschwindigkeitskurve zu entnehmende Zeit, zu der

die Radialgeschwindigkeit auf dem Wege von negativen zu positiven Werten durch den Wert $V = 0$ hindurchgeht, so erhält man für diese älteren Beobachtungen folgende Daten aus der Kurve:

1888 Dez. 10.37	$= 2410982.37 = T_0 - 10991 P + 5^d 59$	$V_{\text{beob.}} = -8.8 \text{ km}$	$V_{\text{Kurve}} = -16.0 \text{ km}$
1889 Jan. 5.34	$1008.34 = T_0 - 1886 P + 2.89$	$+3.7 \text{ »}$	$+28.0 \text{ »}$
1891 Febr. 26.26	$1790.26 = T_0 - 1750 P + 5.18$	-55.0 »	-48.0 »
1891 Febr. 27.26	$1791.26 = T_0 - 1749 P + 0.45$	$+13.3 \text{ »}$	$+54.0 \text{ »}$

Mit Rücksicht darauf, daß die Geschwindigkeitswerte bei diesen älteren Beobachtungen nur aus der $H\gamma$ -Linie abgeleitet worden sind und daß dabei noch die Linien des Vergleichspektrums des Wasserstoffs durch das Sternspektrum selbst hindurchlaufen, Umstände, die bereits *Hartmann* in ApJ 19 als für die Sicherheit der Geschwindigkeitsbestimmung ungünstig erwähnt, kann die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Kurve wohl im allgemeinen befriedigen und als Beweis genommen werden, daß in $P = 5^d 732585$ wirklich ein verbesserter Periodenwert gewonnen worden ist.

Für die Bahnelemente liegen bisher drei publizierte Bestimmungen vor: Die *Hartmannsche* Bahn in ApJ 19.268,

eine Bahnbestimmung von *Jordan* in Alleg. Publ. 3 Nr. 15, und ein in der Anmerkung zu *Ludendorffs* Zusammenstellung der Bahnelemente spektroskopischer Doppelsterne in VJS 50 gegebenes, auf einer Ausgleichung der *Hartmannschen* Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate beruhendes Elementensystem. Außerdem gibt noch *J. Stebbins* in seiner Arbeit »The eclipsing variable star δ Orionis« in ApJ 42.133 Elemente, die von *R. H. Curtiss* unter Zuziehung von zu Ann Arbor erhaltenen Beobachtungen abgeleitet, aber bisher nicht direkt veröffentlicht worden sind. Die vier Elementensysteme seien hier zum Vergleich zusammengestellt:

	<i>Hartmann</i>	<i>Jordan</i>	VJS 50	<i>Curtiss</i>
$T_0 (v = 0)$	2415792.13			
Zeit des Periastrons	2415793.35	2418981.295	2415793.756	2419806.383
P	$5^d 7325$	$5^d 7325$	$5^d 7325$	$5^d 732448$
γ	$+23.1$	$+15.2$	$+22.8$	$+20.15$
A	110.6	108.0	109.7	$K = 100.96$
B	91.1	92.0	90.5	
e	0.1033	0.08	0.10	0.0983
ω	$339^\circ 3$	$20^\circ 4$	$4^\circ 9$	$359^\circ 33$
$a \sin i$	7906600	7850000	7850000	—
$f(m_1 m_2)$	0.601 $\odot$	0.588 $\odot$	0.589 $\odot$	—

Die graphische Integration der obigen Geschwindigkeitskurve ergibt nun als Wert für die Geschwindigkeit des Schwerpunktes des Systems in guter Übereinstimmung mit den früheren Bestimmungen: $\gamma = +21.25 \text{ km}$.

Weiter läßt sich der Kurve noch

$$V_{\text{max}} = +131.9 \text{ km} \quad V_{\text{min}} = -71.2 \text{ km}$$

entnehmen, womit

$$A = 110.65 \quad B = 92.45 \quad K = 101.55 \text{ km}$$

werden. Nach der Methode von *Lehmann-Filhés* ergaben sich dann die neuen provisorischen Elemente:

$$P = 5^d 732585 \quad (\mu = 62^\circ 7986)$$

$$T_0 = 1920 \text{ März } 6.3619 = 2422390.3619 \text{ M.E.Z.}$$

$$\text{Zeit d. Periastrons} = T_0 + 1^d 25615$$

$$= 1920 \text{ März } 7.6180 = 2422391.6180 \text{ M.E.Z.}$$

$$\gamma = +21.25 \quad A = 110.65 \quad B = 92.45$$

$$e = 0.0934 \quad \omega = 343^\circ 35' 3$$

$$a \sin i = 7969800 \text{ km} \quad m_2^3 \sin^3 i / (m_1 + m_2)^2 = 0.6153 \odot$$

Diese Elemente waren nach der Methode der kleinsten Quadrate zu verbessern. Zu dem Zweck wurden zunächst alle Beobachtungen nach der Phase geordnet und der Geschwindigkeitswert für jede derselben aus den Elementen direkt gerechnet. Die drei *Hartmannschen* Werte, die schon aus dem Zug der Geschwindigkeitskurve stark herausstraten — sie sind dort durch Einklammerung gekennzeichnet —, ergaben auch hier die folgenden, ziemlich hohen Abweichungen im Sinne »B—R«:

$$1000 \text{ März } 1 \quad B-R = +22.4 \text{ km}$$

$$1901 \text{ Jan. } 5 \quad +19.2 \text{ »}$$

$$1903 \text{ Jan. } 17 \quad +18.1 \text{ »}$$

und wurden aus der weiteren Rechnung ausgeschieden.

Das ganze übrige Beobachtungsmaterial ließ sich dann zwanglos in die folgenden 9 Normalörter zusammenfassen:

	Phasen		Phasenmittel	B—R	Zahl d. Beob.	Gew.
	von	bis				
I.	—1 ^d 1970	—0 ^d 7099	—0 ^d 9636	—1.74 km	8	I
II.	—0.5977	—0.0965	—0.3502	—4.73 »	7	I
III.	+0.1397	+0.5406	+0.3131	+1.54 »	7	I
IV.	+0.7267	+1.2469	+0.9996	—2.48 »	4	1/2
V.	+1.5140	+2.0177	+1.6799	+2.88 »	6	I
VI.	+2.2249	+3.0381	+2.7338	+4.64 »	7	I
VII.	+3.4440	+3.6761	+3.5278	—1.30 »	4	1/2
VIII.	+3.7144	+4.0545	+3.8519	+2.87 »	7	I
IX.	+4.1966	+4.4094	+4.2989	—1.53 »	6	I

Unter Rücksichtnahme auf die beigesetzten Gewichte für die einzelnen Ört verbleibt also vor der Ausgleichung eine Fehlerquadratsumme von

$$[vvp] = 72.09.$$

Der Wert der Schwerpunktsgeschwindigkeit γ erscheint mit Rücksicht darauf, daß er bei *Hartmann*, *Curtiss* und mir, sowie auch bei der in VJS 50 gegebenen Ausgleichung, kaum noch verändert herauskommt, genügend sicher, sodaß lediglich die Korrekturen der eigentlichen Bahnelemente $K = \frac{1}{2}(A+B)$, e , ω und T zu ermitteln waren, wobei zuerst auch noch μ mitgenommen werden sollte. Nach den bekannten Formeln von *Lehmann-Filhés* ergaben sich unter Rücksicht auf die Gewichte folgende Bedingungsgleichungen (Koeff. logarithmisch):

$$\begin{array}{r}
0.98557 \delta K + 1.99241_n \delta e + 2.01732 \delta \omega + 2.02247_n \delta \mu + 2.07840_n \delta T = 0.24055_n \\
1.92165 \quad 1.51341 \quad 1.85615 \quad 1.45940_n \quad 1.95491_n \quad 0.67486_n \\
2.28269 \quad 1.93702 \quad 1.00936_n \quad 0.68320_n \quad 1.22735 \quad 0.18752 \\
1.66467 \quad 1.68068_n \quad 1.76262_n \quad 1.80586_n \quad 1.84586 \quad 0.24393_n \\
1.83490_n \quad 1.91198_n \quad 1.98950_n \quad 2.19668_n \quad 2.01123 \quad 0.45939 \\
1.92498_n \quad 1.94482 \quad 1.57468_n \quad 1.96257_n \quad 1.56563 \quad 0.66652 \\
1.78965_n \quad 1.63676 \quad 1.39500 \quad 1.89463 \quad 1.33695_n \quad 9.96342_n \\
1.85999_n \quad 0.42185 \quad 1.80073 \quad 2.32305 \quad 1.77720_n \quad 0.45788 \\
1.56981_n \quad 1.90472_n \quad 1.99892 \quad 2.58015 \quad 1.98662_n \quad 0.18469_n
\end{array}$$

(1)

Homogenisiert man überall mit dem jeweils größten Faktor und schreibt man mit Rücksicht darauf statt $\delta K, \delta e, \dots$ nun vorübergehend $A, B, \dots$, so ergeben sich in üblicher Weise die Eliminationsgleichungen (Koeff. logar.)

$$\begin{array}{r}
0.26800 A + 9.88438 B + 9.07824 C + 9.49944_n D + 9.12225_n E = 9.98658_n \\
0.61938 \quad 9.92497_n \quad 9.11621_n \quad 9.88926 \quad 0.16803 \\
0.59900 \quad 0.19819 \quad 0.57178_n \quad 9.15727_n \\
0.00156 \quad 9.22021 \quad 9.23419 \\
7.99344 \quad 8.65331
\end{array}$$

(2)

Damit würden sich schließlich die Korrekturen und Elemente

$$\begin{array}{l}
T = T_0 + 1^d 31298 \\
\delta K = +0.015 \text{ km} \quad \log \mu = 0.03694 \\
\delta e = +0.01294 \quad \mu^\circ = 62^\circ 38' 17'' \\
\delta \omega = +0.16807 = 9^\circ 62' 9'' \quad e = 0.1064 \\
\delta \mu = -0.00728 \quad \omega = 353^\circ 13' 2'' \\
\delta T = +0.05683 \quad K = 101.565 \\
a \sin i = 8013800 \text{ km} \\
f(m_1 m_2) = 0.6173 \odot
\end{array}$$

finden lassen, mit denen die Fehlerquadratsumme auf den

$$\begin{array}{r}
0.26800 A + 9.88438 B + 9.07824 C + 9.12225_n E = 9.98658_n \\
0.61938 \quad 9.92497_n \quad 9.88926 \quad 0.16803 \\
0.59900 \quad 0.19819 \quad 0.57178_n \quad 9.15727_n \\
8.57194_n \quad 8.86558_n
\end{array}$$

(3)

Da nun der Koeffizient von E sogar negativ geworden ist, wäre das System, in dieser Form wohl überhaupt nicht mehr brauchbar, und es war also δT unabhängig zu ermitteln. Unter vorläufiger Weglassung der letzten Eliminationsgleichung ergaben sich dazu zunächst für $\delta K, \delta e, \dots$ in Funktionen von δT die Werte:

$$\begin{array}{l}
\delta K = 8.18157_n + 7.76405 \delta T \\
\delta e = 8.13057 + 7.65066 \delta T \\
\delta \omega = 8.21581_n + 0.03386 \delta T
\end{array}
\quad (4)$$

Wie daraus ersichtlich und zu erwarten, geht die Unsicherheit von δT also noch vergrößert in $\delta \omega$ ein. Führt man diese Werte in die Bedingungsgleichungen (1) ein, so erhält man zur Bestimmung von δT allein die neuen Bedingungsgleichungen

$$\begin{array}{r}
0.88421 \delta T = 0.15981 \\
1.07484 \quad 0.43489_n \\
0.86530_n \quad 0.49362 \\
0.90002_n \quad 0.13219_n \\
0.56465 \quad 0.12706 \\
0.59264 \quad 0.19175 \\
0.69514_n \quad 0.30797 \\
0.90575_n \quad 0.44290 \\
1.01280_n \quad 9.79962
\end{array}
\quad (5)$$

die in bekannter Weise behandelt

$$\delta T = -0^d 07596$$

ergeben und aus der Gaußschen $[m]$ -Summe als zu erwartende

Wert $[vvp] = 32.22$ herabgedrückt werden würde.

Ganz abgesehen davon, daß die Korrektur von μ eine ganz unzulässige Verlängerung der Periode mit sich bringen würde, erscheint auch noch T wegen der besonderen Kleinheit des bezüglichen Koeffizienten von E in der letzten Eliminationsgleichung (2) mit einer erheblichen Unsicherheit behaftet, und das System von Elementen konnte deshalb nicht als definitiv gelten. Ich habe daher die Rechnung unter der Voraussetzung, daß die Periode genügend sicher ist, μ selbst also einer Korrektur nicht mehr bedarf, wiederholt. Die neuen Eliminationsgleichungen wurden:

übrigbleibende Fehlerquadratsumme

$$[vvp] = 34.35$$

liefern, also kaum viel mehr, als früher bei der Ausgleichung aller Elemente erhalten worden ist. Setzt man δT in die Relationen (4) ein, so erhält man als Korrekturen der Elemente

$$\begin{array}{l}
\delta K = -0.0156 \\
\delta e = +0.01317 \\
\delta \omega = -0.09856 = -5^\circ 38' 8'' \\
\delta T = -0^d 07596
\end{array}$$

und für die Elemente selbst, sowie die in bekannter Weise ermittelten mittleren Fehler derselben:

$$\begin{array}{l}
T_0 = 1920 \text{ März } 6:3619 \text{ M. E. Z.} = 2422390.3619 \text{ M. E. Z.} \\
T = T_0 + 1^d 18019 = 1920 \text{ März } 7.5421 \text{ M. E. Z.} = \\
= 2422391.5421 \text{ M. E. Z.} \quad \pm 0^d 01208 \\
P = 5^d 732585 \\
e = 0.1066 \quad \pm 0.01454 \\
\omega = 337^\circ 56' 5'' \quad \pm 0^\circ 48' 5'' \\
K = 101.53 \quad \pm 0.0114 \\
a \sin i = 7958200 \text{ km} \quad \pm 12500 \text{ km} \\
f(m_1 m_2) = 0.6126 \odot \quad \pm 0.0029
\end{array}$$

Diese nun als definitive anzusehenden Elemente lassen in fast gänzlicher Übereinstimmung mit der direkten Nachrechnung in den Bedingungsgleichungen die Reste

$$\begin{array}{llll}
\text{I} & +2.03 & \text{IV} & -2.77 & \text{VII} & -3.41 \\
\text{II} & -1.82 & \text{V} & +1.62 & \text{VIII} & +2.16 \\
\text{III} & +2.56 & \text{VI} & +1.85 & \text{IX} & -0.15
\end{array}$$

übrig, die unter Rücksicht auf die verwendeten Gewichte in Übereinstimmung mit dem oben aus den $[m]$ -Summen erhaltenen Wert $[vvp] = 34.35$ ergeben.

3. Das Verhalten der Ca -Linien.

Es erübrigt nun noch das Verhalten der Calciumlinien zu erörtern. Schon *Hartmann* weist in ApJ 19 darauf hin, daß die K -Linie des Ca an der periodischen Verschiebung der übrigen Linien nicht teilnehme und stets konstante Geschwindigkeit von im Mittel aus allen seinen Platten

$$V_K = +16 \text{ km}$$

erbe. *Hartmanns* Entdeckung hat sich in meinen Aufnahmen vollauf bestätigt, ja sie erfuhr sogar noch eine Erweiterung dahin gehend, daß nicht nur die K -Linie 3934, sondern auch die H -Linie 3969 und überhaupt alle in meinen Spektren sonst noch gemessenen Ca -Linien an der periodischen Verschiebung der anderen Linien nicht teilnehmen und durchweg denselben konstanten Geschwindigkeitswert liefern. Faßt man die in der eingangs gegebenen Tafel bereits gegebenen Geschwindigkeitswerte aus den Ca -Linien in einen Mittelwert aus allen Platten zusammen, wobei als Gewicht für die einzelne Platte die Zahl der zur Geschwindigkeitsbestimmung verwendeten Linien genommen werden soll, so erhält man

$$(V_{Ca})_{\odot} = +17.40 \text{ km.}$$

Die übrigen Linien sind also gegen die Ca -Linien um den Betrag $V_* - V_{Ca} = \gamma - V_{Ca} = +3.85 \text{ km}$

d. i. im Sinne einer Rotverschiebung verschoben.

Es lag der Gedanke nahe, auch die Linien des H , He und der zweiten Wasserstoffserie in gleicher Weise getrennt von den übrigen Metalllinien zu untersuchen, doch zeigte sich dabei überall volle Übereinstimmung mit den letzteren, sodaß es also tatsächlich lediglich das Calcium ist, welches ein von den übrigen Linien abweichendes Verhalten ergibt.

Es möge dahingestellt bleiben, ob die Annahme, diese Rotverschiebung der Sternlinien gegen die Ca -Linien sei durch eine Gravitationswirkung im Sinne des *Einsteinischen* Relativitätsprinzips bewirkt, berechtigt ist, ob also wirklich angenommen werden darf, daß die Sternmasse auf die an der Sternoberfläche zustande gekommenen Spektrallinien im Sinne einer Vergrößerung von λ verschiebend einwirke, während die den Stern weithin umgebende Calciumwolke dem stärksten Einfluß des Gravitationsfeldes bereits entrückt, die Linien an der richtigen Stelle oder doch nur minimal verschoben auftreten läßt; nur einige Folgerungen seien hier noch erwähnt, zu denen eine solche Annahme bei δ Orionis führen würde.

Sind A_* und $A_{\odot}$ die entsprechenden Verschiebungen in Kilometer für Stern und Sonne und δ_* und $\delta_{\odot}$ die bezüglichen mittleren Dichten, so ist bekanntlich die Gesamtmasse des Doppelsternsystems gegeben durch

$$m_1 + m_2 = \frac{3}{2} (A_*/A_{\odot})^{3/2} (\delta_{\odot}/\delta_*)^{1/2}$$

wo bereits berücksichtigt ist, daß in einem Doppelsystem in das Potential auf einen Oberflächenpunkt des einen Körpers nur etwa $2/3$ der Gesamtmasse des ganzen Doppelsystems eingehen.

Setzt man, wie dies *Freundlich* in AN 202.21 tut, für die Dichte der Heliumsterne nach *Shapley* (ApJ 38.168) im Mittel $\delta_* = 0.1 \delta_{\odot}$, und nimmt man, was allerdings praktisch

noch nicht bewiesen und nach *St John* (ApJ 46.249) sogar fast unwahrscheinlich geworden ist, an, der aus der *Einsteinischen* Theorie für den Betrag der Gravitationsverschiebung der Spektrallinien auf der Sonnenoberfläche folgende Wert von $+0.6 \text{ km}$ sei in Geltung, so hätte man also für die Gesamtmasse des Systems δ Orionis

$$m_1 + m_2 = 70.7 \odot$$

und unter verschiedenen Annahmen für das Verhältnis $n = m_1/m_2$ der beiden Massen könnte nun durch Zusammenhalten dieses Wertes mit dem aus der Bahnbestimmung folgenden Betrag für $m_2^3 \sin^3 i / (m_1 + m_2)^2 = 0.613 \odot$ i selbst gefunden werden.

Nun hat aber *F. Stebbins* in ApJ 42.133 seine Beobachtungen mit dem Selenphotometer an δ Orionis publiziert, aus denen hervorgeht, daß dieser Stern einen schwachen Verfinsterungslichtwechsel zeigt, dessen beide Minima und dessen Periode mit den aus der spektroskopischen Bahn folgenden Zeiten der beiden Konjunktionen und mit der spektroskopischen Periode vollständig übereinstimmen. Unter verschiedenen Annahmen findet dabei *Stebbins*, daß i zwischen die Grenzen $77^\circ 2$ und $62^\circ 6$ eingeschlossen sein dürfte. Wir sind damit in der Lage, umgekehrt mit den Grenzen für i die Grenzwerte für das Massenverhältnis n zu ermitteln und dann mit dem angenommenen Dichteverhältnis $\delta_{\odot}/\delta_*$ die Radien beider Komponenten in Einheiten des Sonnenradius zu berechnen.

Man erhält so für die hier unterliegende Annahme $\delta_* = 0.1 \delta_{\odot}$ und für die beiden *Stebbins'schen* Grenzwerte von i :

i	a	n	$m_1/\odot$	$m_2/\odot$	$r_1/\odot$	$r_2/\odot$	r_2/r_1
$77^\circ 2$	8161000 km	3.75	55.82	14.88	8.234	5.299	0.643
62.6	8963000 »	3.32	54.33	16.37	8.160	5.470	0.669

Wir gelangen also bei Mitnahme des Relativitätsprinzips für die beiden *Stebbins'schen* Grenzwerte von i mit einer mittleren Systemdichte von $0.1 \odot$ und einer ebensogroßen mittleren Dichte beider Komponenten schließlich zu fast gleichen Werten für die Radien dieser letzteren und zu einem Wert von rund 0.65 für das Radienverhältnis r_2/r_1 , zu dem auch *Stebbins* kommt, allerdings nur für $i = 62^\circ 6$ und unter der Annahme $n = 2$. *Stebbins* schließt nun auf dem umgekehrten Wege weiter auf die Dichten, erhält aber für diesen Fall $i = 62^\circ 6$ und $n = 2$ die ganz auffallend kleinen Werte $\delta_1 = 0.005 \odot$, $\delta_2 = 0.011 \odot$ für die Dichten beider Komponenten und $\delta_m = 0.0061 \odot$ für die mittlere Dichte des ganzen Systems.

Es sei daher noch versucht, die mittlere Systemdichte $\delta_m = 0.006$, zu der *Stebbins* gelangt, unterzulegen. Man würde dann auf dem gleichen Wege wie oben erhalten:

$$m_1 + m_2 = 314.7 \odot \quad \text{und weiter}$$

für $i = 77^\circ 2$	$n = 442.2$	$m_1 = 314.0 \odot$	$m_2 = 0.72 \odot$
$i = 62.6$	358.3	313.8	0.88

Schon diese Werte dürften kaum plausibel erscheinen; würde man nun noch die Radien mit den *Stebbins'schen* Dichten für die einzelnen Komponenten, also mit $\delta_1 = 0.005$, $\delta_2 = 0.011$ für $i = 62^\circ 6$ und mit $\delta_1 = 0.0036$, $\delta_2 = 0.084$ für $i = 77^\circ 2$ bestimmen, so hätte man weiter:

für $i = 77^\circ 2$	$r_1 = 44.3 \odot$	$r_2 = 2.05 \odot$	$r_1/r_2 = 21.6$
$i = 62.6$	41.5	4.31	9.6

also in beiden Fällen Werte für das Radienverhältnis, die 16–36 mal größer wären als der von *Stebbins* aus den photometrischen Messungen gefolgerte obere Grenzwert. Allerdings

ist der unvermittelte Übergang von der mittleren Systemdichte auf die Einzeldichten, wie er hier während des letzten Versuchs ausgeführt wurde, gewiß nicht einwandfrei, aber es ist wohl klar, daß das Schlußresultat kaum viel anders gelautet hätte, wenn gleich die Einzeldichten eingeführt worden wären.

Die Annahme einer mittleren Dichte des Systems und beider Komponenten von $\delta_1 = \delta_2 = \delta_m = 0.1 \odot$ würde also in Einklang bleiben mit dem Relativitätsprinzip, der spektroskopisch ermittelten Bahn und den Elementen des Lichtwechsels, während mit geringeren Dichtewerten, wie sie übrigens für die B-Sterne anderen Untersuchungen zufolge nicht ohne weiteres zurückgewiesen werden können, aus dem Relativitätsprinzip heraus Schlußwerte für das Radienverhältnis beider Komponenten folgen würden, die photometrisch angezweifelt werden könnten und vielleicht auch im Hinblick auf die spektroskopische Bahn unwahrscheinlich sein würden. Denn, wenn dann schon die hellere Komponente mit einem Radius von rund 26500000 km bei ihrer Bahnbewegung um den nur um 8.2 Millionen km in ihr exzentrisch liegenden Schwerpunkt des Systems bereits Geschwindigkeitswerte von 110 km/sec erreicht, wie exorbitant hoch müßte dann erst die Geschwindigkeit der kleineren Komponente von rund 450 mal. geringerer Masse sein, die in ebenfalls noch nicht 6 Tagen eine Bahn von mehr als $3\frac{1}{2}$ Milliarden km Radius beschreiben würde! Ob der Versuch, Relativitätsprinzip, spektroskopische und photometrische Beobachtungen gleichzeitig zu befriedigen, das größere Vertrauen verdient, oder ob die Herbeiführung der Übereinstimmung in den spektroskopischen und photometrischen Beobachtungen allein die größere Wahrscheinlichkeit für sich hat, das mag so lange dahingestellt bleiben, als nicht die Allgemeingültigkeit des Relativitätsprinzips irgendwie nachgewiesen oder wenigstens gezeigt worden ist, warum die von der Theorie geforderte und hier benutzte Verschiebung der Spektrallinien auf der Sonne noch nicht einwandfrei bewiesen werden konnte.

Man könnte übrigens die obigen Rechnungen noch weiterführen und schließlich zu Parallaxenwerten für δ Orionis gelangen. Hat man die Temperaturen T_* und $T_\odot$ der Oberflächen von Stern und Sonne und die Radien, so ergeben sich ganz einfach die Leuchtkräfte L_1 und L_2 der beiden Komponenten und $L = L_1 + L_2$, also die Leuchtkraft des Systems. Mit der absoluten Größe der Sonne $M_\odot = 5^m5$ entsprechend einer Parallaxe $\pi = 0''.1$ (siehe *Kapteyn*, Gron. Publ. Nr. 11) gibt dann

$$M_* = 5.5 - 2.5 \log L,$$

die absolute Größe des Sterns, und wenn m_* dessen scheinbare Größe ist, wird für die Parallaxe

$$5 \log \pi = M_* - m_* - 5.$$

Setzt man $T_* = 10200^\circ$, welchen Wert ich für δ Orionis aus der Tübinger Temperaturserie in AN 198.33 abgeleitet habe, und $T_\odot = 6000^\circ$, so wäre nach dem *Stefanschen* Gesetz für die Strahlung E der Flächeneinheit

$$E_* = 8.35 E_\odot.$$

Rechnet man dann für die beiden Dichten 0.1 und 0.006 weiter mit Mittelwerten aus den für beide i -Grenzen geltenden Radien, so hätte man nach und nach die beiden Reihen

δ	$r_1/\odot$	$r_2/\odot$	$L_1/\odot$	$L_2/\odot$	$L/\odot$	M_*	π_*
0.1	8.2	5.4	561	243	804	-1^m76	$0''.014$
0.006	43.0	3.2	15439	85	15524	-4.98	$0''.003$

Da beide δ -Werte wohl als Grenzwerte genommen werden dürfen, wäre also $0''.003 < \pi < 0''.014$.

Stebbins findet a. a. O. für die Parallaxe den Wert $\pi = 0''.0032$ und von anderer Seite liegen vor die Bestimmungen

<i>Kapteyn</i> (ApJ 47)	$\pi = 0''.0054$	für die Gruppe der Orionsterne
<i>Bergstrand</i> (Nova acta Upsala 1919)	0.008	
<i>Hertzsprung</i> (ApJ 47)	0.0093	für 3 Doppelsterne der Gruppe.

Der hier gefundene Parallaxenwert deckt sich also auffallend gut mit den anderen Bestimmungen. Eine Entscheidung aber, welche Dichteannahme mehr Wahrscheinlichkeit für sich hat, kann in den beiden Grenzwerten für π nicht gefunden werden.

4. Darstellung des Lichtwechsels durch die Bahnelemente.

Die Übereinstimmung zwischen *Stebbins'* Lichtkurve und der spektroskopischen Bahn ist eine vollständige.

Stebbins findet für das I. Minimum (untere Konj.) die Zeit

$$2419068.20 + nP \text{ M. Z. Greenw.}$$

und für die Zwischenzeit zwischen beiden Minima

$$\text{Min. II} - \text{Min. I} = 3^d20.$$

Rechnet man mit den Elementen der Bahn nach, so fällt der der Zeit des Min. I nach *Stebbins* zunächst liegende Durchgang durch das Periastron auf

$$T = 2419066.6428 \text{ M. E. Z.}$$

und nach den Bahnelementen findet die untere Konjunktion stets zur Zeit $T + 1^d5989$, die obere zur Zeit $T + 4^d8249$ statt. Reduziert man auf Greenwicher Zeit, so wird also, mit *Stebbins* fast vollständig gleichlautend.

Min. I: $2419068.2417 \text{ M. E. Z.} = 2419068.2000 \text{ M. Z. Gr.}$

$$\text{Min. II} - \text{Min. I} = 3^d2260.$$

Wien, Universitäts-Sternwarte, 1920 Juli.

A. Hnater.

Ableitung der Lage des galaktischen Nordpols aus photometrischen Helligkeitswerten der Milchstraße. Von *K. Graff*.

In den Astron. Abh. d. Hamburger Sternwarte Bd. II Nr. 5 ist von mir eine erste auf photometrischen Werten beruhende Isophotenkarte der Milchstraße abgeleitet und dabei bereits darauf hingewiesen worden, daß das Material trotz der einer so schwierigen Aufgabe anhaftenden Unvollkommenheiten weit besser als alle bisherigen Zeichnungen der Milchstraße eine

sichere Ableitung des Verlaufes der galaktischen Ebene gestatten müßte.

Die vorgeschlagene Rechnung habe ich nun für den in Bergedorf beobachteten Bogen der Milchstraße, der 240° umfaßt und zwischen Puppis und Sagittarius liegt, in der Weise ausgeführt, daß ich auf dem Original der a. a. O. wieder