Pogg. Ann. Bd. 85 S. 448). Es giebt aber auch Meteor-eisenmassen, welche *activ* sind, d. h. die Fähigkeit besitzen, das Kupfer zu reduciren; und diefs scheinen diejenigen zu sein, welche durch längeres Liegen in dem Erdboden jene ursprünglich meteorische Eigenschaft verloren haben (so z. B. das Eisen von Lenarto, Bitburg, Rasgatá, Mexico, Senegal u. a. m.). *Passiv* sind dagegen die Massen von Braunau, Schwetz, Bohumilitz, Toluca, Green Co., Texas und vom Cap. —

Hiermit schliesse ich diesen *zehnten Nachtrag* und spreche nur noch den Wunsch aus, daß dieser kleine Beitrag zu der Geschichte der Feuermeteore und Meteorite einiger-maassen zur Förderung der Kenntniß dieser bis jetzt noch so räthselhaften Körper beitragen möge.

II. *Untersuchungen über den galvanischen Leitungswiderstand der Flüssigkeiten in einigen besonderen Fällen; von Dr. A. Saweljew.*

(Aus dem *Bulletin de la classe physico-math. de l'Acad. de St. Pétersbourg.*)

Erste Abhandlung.

Die Gesetze der galvanischen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten sind in gegenwärtiger Zeit nur für zwei besondere Fälle ermittelt: von Fechner wurden sie festgestellt für den Fall, wenn die Flüssigkeit sich in einem parallel-epipedischen Gefäße befindet, mit dessen Querschnitt die Elektroden zusammenfallen, und neuerdings hat Hr. Akad. Lenz diese Gesetze für den Fall gefunden, wenn die Elektroden in eine unbegranzte Flüssigkeitsschicht getaucht sind. Es schien mir nicht uninteressant, die galvanische Leitungsfähigkeit auch in einigen anderen Fällen, bei einer

bestimmten Form der Flüssigkeitsschicht, zu erforschen; und in dieser ersten Abhandlung untersuche ich zwei Fälle, für welche die Gesetze sich auch theoretisch, aus den Fechner'schen Gesetzen, ableiten lassen.

Erster Fall.

Die Flüssigkeit befindet sich in einem prismatischen Gefäße, dessen horizontaler Querschnitt (durch die ganze Höhe) ein Trapez $ABCD$ mit zwei, unter gleichen Winkeln zu AB geneigten Seiten AC und BD ist; die Elektroden nehmen den ganzen verticalen Querschnitt AB und CD ein. (Fig. 15, Taf. I. des vorigen Hefts.)

In diesem Falle, wenn der Strom sich wirklich in geraden Linien zwischen den Elektroden ausbreitet, ist es leicht, die Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Entfernung und der Fläche der Elektroden theoretisch zu ermitteln; es ist nämlich der Leitungswiderstand der ganzen Schicht $ABCD$ gleich der Summe der Leitungswiderstände der unendlich kleinen Elemente $abcd$. Wenn wir durch x die Entfernung zwischen ab und AB , oder die Länge der Schicht $ABab$, durch dx die des Elementes $abcd$ und durch y die Fläche des verticalen Querschnittes ab bezeichnen, so wird der ganze Leitungswiderstand $ABab$.

$$W = \int \frac{dx}{y},$$

wo das Integral zwischen die Grenzen $x=0$, bis $x=x$ zu nehmen ist. Verlängern wir die Seiten AC und BD bis zu ihrer Vereinigung in O und bezeichnen durch k die Entfernung OE und die Fläche AB durch s , so ist

$$y = s \cdot \frac{k+x}{k} \quad \text{und} \quad W = \frac{k}{s} \int_0^x \frac{dx}{k+x}$$

oder, wenn M den Modulus bezeichnet,

$$W = \frac{k}{s} M \log \frac{k+x}{k}$$

oder

$$W = B \log \frac{s'}{s} \quad (1)$$

wo $B = \frac{k}{s} M$ eine, für ein und dasselbe Gefäß, constante Größe s' aber die Flächen des verticalen Querschnitts bezeichnen.

Um die Richtigkeit der von uns abgeleiteten Formel (1) experimental zu prüfen, verfuhr ich folgendermaassen: Ich nahm einen prismatischen Holzkasten, dessen horizontaler Querschnitt nach der ganzen Höhe ein der Figur $ABCD$ gleiches Trapez vorstellte; das Gefäß war gut verpicht, so daß die hineingegossene Flüssigkeit nicht durch die Wände fließen konnte; der Strom wurde durch die Flüssigkeit mittelst Kupferelektroden durchgelassen, welche aus einigen viereckigen Platten von verschiedener Größe bestanden und welche in den Kasten vertical und parallel mit AB auf solche Weise eingeschaltet wurden, daß sie den ganzen verticalen Querschnitt der Flüssigkeit einnahmen. Auf diese Weise konnte die Länge der prismatischen Schicht und die ihm entsprechenden Elektrodenflächen beliebig geändert werden. Die Entfernung der Elektroden oder die Länge x der Schicht, so wie auch die Größe k konnten leicht gemessen werden.

Um den Leitungswiderstand W zu bestimmen, habe ich einen Agometer und eine Nervander'sche Tangentenbussole, ganz denjenigen ähnlich, die Hr. Lenz, *Bulletin physico-mathématique*, T. I, No. 14, 15, 16, beschrieben hatte, gebraucht. Ich liefs den Strom einer Daniell'schen Batterie durch die Flüssigkeit, das Galvanometer und den Agometer gehen und beobachtete die Anzahl der Agometerwindungen a , die in die Kette eingeschaltet wurden, um den Strom auf eine bestimmte Größe F oder die Nadel des Galvanometers auf eine bestimmte Ablenkung zu halten; dann liefs ich die Flüssigkeitszelle aus der Kette und beobachtete wieder die Anzahl der Agometerwindungen a' bei derselben Größe des Stromes. Bei der ersten Beobachtung haben wir $F = \frac{A - p}{L + W + a}$, wo A die elektromotorische Kraft, L den Widerstand der Batterie, des Galvanometers und aller Hilfsdrähte, W den gesuchten Widerstand der Flüssigkeit

sigkeit und p die Polarisation bezeichnet. Aus der zweiten Beobachtung ist $F = \frac{A}{L+a'}$, folglich

$$W = a' - a - \frac{p}{F},$$

oder, da die bei allen meinen Versuchen angewandte Flüssigkeit aus einer ziemlich gesättigten Kupfervitriollösung und die Elektroden aus Kupferplatten bestanden, so mußte $p=0$, folglich $W=a'=a$. Die Ungenauigkeit in den Werthen von W , welche daraus entstehen konnte, daß die Elektrodenplatten in Folge der Wirkung des Stromes nicht ganz homogen wurden, konnte leicht durch die Wiederholung der ersten Beobachtungen bei entgegengesetzter Richtung des Stromes eliminirt werden.

Erste Beobachtungsreihe. Der Strom von 12 Daniell'schen Elementen brachte die Ablenkung der Nadel des Galvanometers auf 15° . Die Größe $k=3$ Zoll, $AB=1$ Zoll. Die eine Elektrode blieb immer an der Wand AB stehen, die Länge der Schicht konnte von 1,5 bis 7,5 Zoll geändert werden.

Die Länge d. Schicht x	a	a'	W
1,5	23,58	29,57	5,99
3,0	18,89	29,71	10,85
4,5	15,47	29,78	14,31
6,0	13,07	29,76	16,69
7,5	10,66	29,84	19,18
6,0	13,12	29,96	16,84
4,5	15,96	30,02	14,06
3,0	19,28	30,10	10,82
1,5	23,58	30,10	6,52

Das Mittel aus den zwei Beobachtungen für jede Länge der Schicht giebt uns Werthe von W , die in der zweiten Columnne der folgenden Tabelle enthalten sind:

x	W		
	beob.	berechn.	Diff.
1,5	6,26	6,23	— 0,03
3,0	10,83	10,65	— 0,18
4,5	14,18	14,08	0,10
6,0	16,77	16,89	+ 0,12
7,5	19,18	19,26	+ 0,08

Wenn wir den Leitungswiderstand der ersten Flüssigkeitsschicht von der Länge 1,5 Zoll durch w bezeichnen, so ist

$$w = B \log \frac{k+x}{k} = B \log \frac{3+1,5}{3} = B \log 1,5.$$

Der Widerstand W bei irgend einer Länge x ist

$$W = B \log \frac{k+x}{k} = W = w \cdot \frac{\log \frac{k+x}{k}}{\log 1,5}.$$

Nach dieser Formel sind die in der dritten Columnne der vorhergehenden Tabelle enthaltenen Werthe von W berechnet; aus allen beobachteten Werthen der zweiten Columnne wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate gefunden:

$$w = 6,232.$$

Die geringen Unterschiede der beobachteten und berechneten Werthe von W , die in der letzten Columnne enthalten sind, beweisen mit hinlänglicher Genauigkeit die Richtigkeit der abgeleiteten Formel.

Zweite Beobachtungsreihe. Die Flüssigkeit wurde in ein anderes Gefäß gegossen, für welches der Werth von $k=1,5$ Zoll und $AB=1,0$ Zoll war. Bei den ersten vier Beobachtungen wurde der Strom auf 8° und bei den übrigen auf 10° gehalten. Die eine Elektrode blieb, wie bei den vorhergehenden Beobachtungen, immer bei AB stehen.

Länge d. Schicht x	a	a'	a	Mittel aus a
13,5	10,03	69,69	9,93	9,98
12,0	13,25	69,61	13,07	13,16
10,5	16,06	69,61	15,62	16,06
9,0	19,27	69,48	19,18	19,22
9,0	2,12	52,84	2,45	2,28
7,5	6,93	52,59	6,68	6,80
6,0	11,51	52,57	11,40	11,45
4,5	17,14	52,58	17,32	17,23
3,0	24,44	52,51	24,55	24,49
1,5	34,87	52,49	35,30	35,09

Länge d. Schicht x	Widerstand W		
	beob. $=a' - a$	berechn.	Diff.
13,5	59,71	59,25	- 0,46
12,0	56,45	56,54	+ 0,09
10,5	53,75	53,51	- 0,24
9,0	50,41	49,83	- 0,57
7,5	45,79	46,10	+ 0,31
6,0	41,12	41,41	+ 0,29
4,5	35,35	35,67	+ 0,32
3,0	28,02	28,27	+ 0,25
1,5	17,41	17,83	+ 0,42

Wir könnten unsere Beobachtungen auch auf andere Weise benutzen, um die Richtigkeit des aufgestellten Gesetzes zu beweisen, nämlich: wenn wir durch W den Widerstand der Schicht $ABab$ und durch W' den der Schicht $ABa'b'$ bezeichnen, so muß $W' - W$ den Leitungswiderstand der Schicht $aba'b'$ ausdrücken. Folglich wenn wir in der zweiten Columnne der letzten Tabelle die Differenzen der ersten und zweiten, der zweiten und dritten, der dritten und vierten u. s. w. Zahl nehmen, so bekommen wir die Widerstände der Schichten $aba'b'$, $a'b'a''b'$, Bezeichnen wir durch x die Entfernung der kleinsten die Flüssigkeit begrenzenden Elektrode von AB , und durch x' die der größten, so wird

$$W' - W = B \log \frac{k+x'}{k+x}.$$

Wenn wir wieder den Widerstand der ersten Schicht $ABab$ durch w bezeichnen, so ist

$$w = B \log \frac{1,5 + 1,5}{1,5} = B \log 2$$

und

$$W' - W = \frac{w}{\log 2} \log \frac{k+x'}{k+x}.$$

Nach dieser Formel sind die Zahlen der vierten Columnne der folgenden Tabelle berechnet; nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde aus den Zahlen der zweiten Columnne gefunden

$$w = 18,096.$$

x'	x	Widerstand		
		beobacht. $= W' - W$	berechn.	Diff.
13,5	12,0	3,26	2,75	— 0,51
12,0	10,5	2,70	3,07	+ 0,37
10,5	9,0	3,34	3,49	+ 0,17
9,0	7,5	4,62	4,02	— 0,50
7,5	6,0	4,67	4,76	+ 0,09
6,0	4,5	5,77	5,82	+ 0,05
4,5	3,0	7,33	7,51	+ 0,18
3,0	1,5	10,61	10,59	+ 0,02

Bei allen meinen Versuchen habe ich, wie schon früher erwähnt worden ist, immer eine ziemlich concentrirte Kupfervitriollösung gebraucht, um bei der Bestimmung der Widerstände von der Polarisation unabhängig zu seyn. Aber es konnte auch eine andere Flüssigkeit, z. B. verdünnte Schwefelsäure, gebraucht werden, nur mußte in diesem Falle eine andere Berechnungsart angewandt werden. Nämlich dann wird W nicht $a' - a$ gleich seyn, sondern

$$W = a' - a - \frac{p}{F}$$

und

$$W' = (a'_1 - a_1) - \frac{p}{F}.$$

folglich $W' - W = (a'_1 - a_1) - (a' - a)$ gleich dem Widerstande der Schicht $aba'b'$, ganz unabhängig von der Polarisation. Wenn auch p in beiden Beobachtungen nicht

denselben Werth behielte, so würde doch bei den Differenzen $W' - W$ der daraus entstehende Fehler ganz unbedeutend seyn.

Dritte Beobachtungsreihe. In demselben Gefäße, bei derselben Flüssigkeit und bei sonst ganz gleichen Umständen wurden jetzt unmittelbar die Widerstände der Schichten $ABab$, $aba'b'$ u. s. w. bestimmt. Bei den ersten zwei vertical unter einander stehenden Beobachtungsreihen wurde der Strom auf 10° , bei den drei folgenden auf 15° , und bei den vier letzten auf 12° gehalten.

x'	x	a	a'	a	Mittel aus a
1,5	0	35,04	52,42	35,55	35,29
3,0	1,5	41,65	52,14	41,53	41,59
4,5	3,0	19,46	26,67	19,12	19,29
6,0	4,5	20,40	25,81	19,73	20,06
7,5	6,0	20,58	25,01	20,43	20,50
9,0	7,5	30,92	35,08	30,78	30,85
10,5	9,0	31,37	34,88	31,17	31,27
12,0	10,5	31,52	34,61	31,34	31,43
13,5	12,0	31,76	34,38	31,35	31,55

x'	x	VWiderstand		
		a' beobacht.	a berechn.	Diff.
1,5	0	17,13	17,53	+ 0,40
3,0	1,5	10,55	10,25	— 0,30
4,5	3,0	7,38	7,27	— 0,11
6,0	4,5	5,75	5,64	— 0,11
7,5	6,0	4,51	4,61	+ 0,10
9,0	7,5	4,23	3,90	— 0,33
10,5	9,0	3,61	3,38	0,23
12,0	10,5	3,18	2,98	— 0,20
13,5	12,0	2,87	2,66	— 0,21

Zweiter Fall.

Die Flüssigkeit ist in einem cylindrisch geformten, ringförmigen Gefäße enthalten, die Elektroden ABCD und abcd sind concentrisch gestellte Cylinder. (Fig. 16, Taf. I.)

Der Leitungswiderstand in diesem Falle kann leicht aus dem Ausdrucke (1) für den ersten Fall abgeleitet

werden. Nennen wir r den Halbmesser der inneren und R den der äusseren Elektrode, so ist $k=r$, $k+x=R$, $S=2\pi rh$, wo h die Höhe der Flüssigkeit bezeichnet, folglich

$$W = \frac{k}{s} M \log \frac{k+x}{k} = \frac{r}{2\pi rh} M \log \frac{R}{r} = \frac{M}{2\pi h} \log \frac{R}{r} = C \cdot \log \frac{R}{r} \quad (2).$$

Der bekannte englische Physiker Daniell hatte schon im Jahre 1842 die Gesetze des Widerstandes in diesem Falle untersucht und glaubte aus seinen Versuchen (*Phil. Transact. f. 1842 pt. II*, Pogg. Ann. Bd. 136, S. 393), die übrigens keine messenden sind, schliessen zu können, daß der Leitungswiderstand in cylindrisch geformten Zellen dem Abstände der Elektroden direct und der Fläche des mittleren Querschnittes der Flüssigkeit umgekehrt proportional sey. Unter dem mittleren Querschnitte verstand er die Oberfläche eines Cylinders, dessen Durchmesser das arithmetische Mittel aus den Durchmessern der beiden die Flüssigkeit begrenzenden Elektroden ist. Der von Daniell aufgestellte Satz ist offenbar unrichtig und muß als eine Annäherung zu dem wahren Gesetze betrachtet werden. In der That, wenn wir in unserer Formel (2) das $\log \frac{R}{r}$ in eine Reihe entwickeln, so bekommen wir

$$W = C' \cdot 2 \left[\left(\frac{\frac{R}{r} - 1}{\frac{R}{r} + 1} \right) + \frac{1}{3} \frac{\left(\frac{R}{r} - 1 \right)^3}{\left(\frac{R}{r} + 1 \right)^3} + \dots \right]$$

Behalten wir nur das erste Glied dieser Reihe, so wird

$$W = C' \cdot \frac{R-r}{\left(\frac{1}{2} R + r \right)}$$

was von Daniell angenommen wurde.

Poggendorff, bei der Uebersetzung des Daniell'schen Aufsatzes in seinen Annalen, hatte auf diesen Irrthum in einer Anmerkung aufmerksam gemacht und hatte schon früher das wahre Gesetz (Formel 2) in seinen Annalen (Bd. 55, S. 47) angedeutet, aber bis jetzt haben weder er,
noch

noch andere Physiker eine experimentale Prüfung des Gesetzes angestellt.¹⁾

Bei meinen Versuchen verfuhr ich folgendermaßen: ich nahm einen cylindrischen Holztrog, dessen Halbmesser 4, und dessen Höhe 2 Zoll hatte; zwei cylindrische Kupferelektroden wurden in dem Gefäße befestigt: eine $ABCD$ auf der inneren Seite des Gefäßes, die andere $abcd$ von 0,5 Zoll Halbmesser auf der Oberfläche eines vertical gestellten Holzcyinders, dessen Axe mit der Axe des Gefäßes genau zusammenfiel. Sechs andere Kupfercylinder mit dünnen Wänden hatten im Durchmesser 1, 1,5, 2,0, 3,0, 3,5 Zoll und konnten der Reihe nach in das Gefäß auf solche Weise eingeschaltet werden, daß sie ganz concentrisch mit der inneren Elektrode standen. Folglich konnte die Breite der ringförmigen Schicht der Flüssigkeit, die in das Gefäß gegossen war, von 0,5 bis 4 Zoll vergrößert werden.

Die Bestimmung des Leitungswiderstandes geschah ganz nach dem vorher beschriebenen Verfahren; die angewandte Flüssigkeit bestand aus einer beinahe gesättigten Kupfervitriollösung.

Erste Beobachtungsreihe. Acht Daniell'sche Elemente. Ablenkung der Nadel 10° . Die innere Elektrode, von 0,5 Zoll Halbmesser, blieb bei allen Beobachtungen dieselbe.

Halbmesser der äußern Elektr. R.	a	a'	a	Mittel aus a	Widerstand $w = a' - a$
4	23,99	32,88	23,96	23,97	8,90
3,5	24,54	32,72	24,43	24,48	8,23
3,0	25,18	32,81	25,03	25,10	7,71
2,5	25,84	32,88	25,69	25,76	7,12

- 1) Hr. Edlund hat vor einigen Jahren eine solche Prüfung vorgenommen und darüber auf einer der skandinavischen Naturforscherversammlungen eine Mittheilung gemacht. Obwohl meines Wissens die Versuche, die übrigens das von mir aufgestellte Gesetz bestätigt haben, nicht speciell veröffentlicht worden sind, so war dieß doch für mich ein Beweggrund die von mir längst vorbereiteten nicht zu unternehmen.

P.

Halbmesser der äußern Elektr. R.	a	a'	a	Mittel aus a	Widerstand $w = a' - a$
2,0	26,89	32,88	26,58	26,73	6,15
1,5	27,95	32,92	27,89	27,92	5,00
1,0	29,60	32,91	29,44	29,52	3,39
1,0	29,50	32,83	29,78	29,64	3,19
1,5	28,07	32,89	27,91	27,98	4,90
2,0	26,45	32,90	26,61	26,53	6,37
2,5	25,63	32,98	25,61	25,62	7,36
3,0	24,81	32,85	24,86	24,83	8,02
3,5	24,04	32,77	23,86	23,95	8,82
4,0	23,51	32,93	23,46	23,49	9,44

Nach der siebenten Beobachtung wurde die Richtung des Stromes gewechselt, um den Fehler, welcher von der Ungleichartigkeit der Elektroden entstehen konnte, zu eliminiren. Gesetzt, daß die Elektroden ungleichartig geworden sind und eine elektromotorische Kraft k in die Kette eingeführt hätten, so haben wir bei der ersten Beobachtung

$$a' - a = W \pm \frac{k}{F},$$

bei entgegengesetzter Richtung des Stromes wird

$$a' - a_1 = W \pm \frac{k}{F},$$

folglich giebt das arithmetische Mittel aus beiden Beobachtungen $a' - a$ und $a' - a_1$ den Werth von W , ganz unabhängig von k .

In der nachstehenden Tabelle sind die Zahlen der zweiten Columnne die arithmetischen Mittel aus den correspondirenden Werthen von W der vorhergehenden Tabelle:

R	Widerstand W		
	beobacht.	berechn.	Diff.
4,0	9,17	9,23	+0,06
3,5	8,52	8,64	+0,12
3,0	7,86	7,91	+0,05
2,5	7,24	7,14	-0,10
2,0	6,26	6,15	-0,11
1,5	4,95	4,88	-0,07
1,0	3,24	3,08	-0,16

Aus den Zahlen der zweiten Columnne habe ich nach der Methode der kleinsten Quadrate den Werth w des Widerstandes für die Schicht, deren äußere Elektrode 1,0 Zoll Halbmesser hatte, $w=3,077$ gefunden und aus diesem Werthe sind die Zahlen der dritten Columnne nach der Formel

$$W = \frac{w}{\log 2} \log \frac{R}{r}$$

berechnet.

Zweite Beobachtungsreihe. Gleich nach Beendigung der eben angeführten Reihe von Beobachtungen wurde mit derselben Batterie und bei sonst ganz denselben Umständen eine zweite Reihe angestellt, wo für jede Schicht die Werthe von a zweimal, bei entgegengesetzter Richtung des Stromes, bestimmt wurden.

R	a	a'	a	Mittel aus a	Widerstand W		
					a' - a		Diff.
					beobacht.	berechn.	
4,0	23,40	32,86	23,30	23,35	9,51	9,54	+0,03
3,5	23,91	32,80	24,01	23,96	8,84	8,92	+0,08
3,0	24,81	32,78	24,73	24,77	8,01	8,21	+0,25
2,5	25,07	32,83	25,43	25,25	7,58	7,38	-0,20
2,0	26,38	32,81	26,35	26,36	6,45	6,36	-0,09
1,5	27,68	32,88	27,92	27,80	5,08	5,04	-0,04
1,0	29,59	32,81	29,42	29,50	3,31	3,18	-0,13

Die kleinen Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von W , in allen von mir angestellten Beobachtungen, lassen keinen Zweifel über die Genauigkeit der von uns abgeleiteten Gesetze für prismatische, sowie auch für cylindrisch geformte Flüssigkeitszellen übrig; nur sind die Differenzen bei den letzten Beobachtungen (für ringförmige Zellen) kleiner als bei den ersten, was dem Umstande zuzuschreiben ist, daß die Batterie, während der letzten Beobachtungen (wie man aus den Werthen von a' sieht) viel beständiger wirkte.