IV. *Magnetische Untersuchungen, angestellt mit dem Diamagnetometer des Hrn. Prof. Weber; von Adam Arndtsen,*

Adjunct an der Universität zu Christiania.

Durch Versuche von W. Weber ¹⁾, J. Müller ²⁾ und Joule ¹⁾ ist bewiesen worden, daß der Magnetismus des Eisens bei immer wachsenden magnetisirenden Kräften sich zuletzt einem Gränzwert h nähert, den er nie überschreiten kann.

Dieses Factum hat, wie bekannt, dadurch ein besonderes Interesse gewonnen, daß es zur Entscheidung dienen kann, welche von den verschiedenen für den Magnetismus aufgestellten Hypothesen als die wahrscheinlichste angesehen werden müsse (nämlich Ampère's Theorie der drehbaren Molecularströme). Nun ist indessen, meines Wissens, das Eisen der einzige der zahlreichen magnetischen Körper, mit dem derartige Versuche angestellt worden sind, was gewiß darin seinen Grund hat, daß die Mehrzahl von diesen Körpern nur einen verhältnißmäßig sehr geringen Grad von Magnetismus anzunehmen fähig ist, und daß man bis zur letzten Zeit der experimentellen Hilfsmittel zur genauen Messung solcher schwachen magnetischen Kräfte entbehrte.

Dieser Mangel ist nun, wie bekannt, aufs Vollständigste entfernt durch das von Hrn. Prof. W. Weber construirte Instrument, welches, da es ursprünglich zur Untersuchung von diamagnetischen Körpern bestimmt war, den Namen *Diamagnetometer* führt, aber offenbar ebenso gut zur Messung ferromagnetischer Kräfte benutzt werden kann, sobald nur diese Kräfte schwach genug sind.

1) Elektrodynamische Maafsbestimmungen, insbesondere Diamagnetismus, S. 566.

2) Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik Bd. I, S. 494. — Pogg. Ann. Bd. 79, S. 337.

3) *The Annals of Electricity etc. by W. Sturgeon. Vol. V, p. 472.*

Da ich während meines Aufenthaltes in Göttingen durch die Güte des Hrn. Prof. Weber dieses Instrument zu studiren und benutzen Gelegenheit hatte, so habe ich mit demselben eine Reihe von Versuchen angestellt, deren Hauptziel war nachzuweisen, inwiefern jenes für Eisen constatirte Gesetz auch in Bezug auf andere magnetische Körper, sowohl im festen wie im flüssigen Aggregatzustand, seine Gültigkeit habe.

Gleich zu Anfang dieser Untersuchungen zeigte sich ein beim ersten Anblicke ganz räthselhaftes Phänomen, was indessen augenscheinlich in der eigenthümlichen Construction des Instrumentes seinen Grund hatte. Dieses Phänomen aufzuklären und zu beherrschen stellte sich also als die erste Aufgabe dar, welche zu lösen nur durch ein gründliches Studium des Instrumentes selbst zu erreichen war. Da diese Untersuchung des Instrumentes in Bezug auf die Theorie desselben ein wichtiges und neues Moment bildet, so werde ich sie hier in wenigen Worten vorausschicken.

I. Beitrag zur Theorie des Diamagnetometers.

Da die Einrichtung des Instrumentes hier als bekannt vorausgesetzt wird ¹⁾, so bringe ich nur in Erinnerung, daß dasselbe wesentlich aus zwei verticalen Magnetisirungsspiralen besteht, vor deren Mitte ein astatisches Magnetsystem angebracht ist, dessen beide Nadeln in derselben Horizontalebene schweben. Die beiden Drahtspiralen sind im entgegengesetzten Sinne gewickelt, so daß sich (wenn ein elektrischer Strom durchgeleitet wird) ihre Wirkung auf das Magnetsystem gegenseitig aufheben würde, wenn eine vollkommene symmetrische Stellung praktisch zu erreichen wäre. Da dies aber nicht möglich ist, so wird die letzte rückständige Wirkung durch eine dritte Rolle, *Correctionsrolle*, die in passender Stellung und Entfernung angebracht wird, vollständig aufgehoben, und man hat dann ein System von Leitern, durch welches der stärkste Strom circuliren kann, ohne

1) Dasselbe ist von Tyndall vollständig beschrieben in »*Philosophical Transactions*« Vol. 146, part 1, p. 240 u. s. w.

dafs dadurch eine Ablenkung des äufserst empfindlichen Magnetsystems hervorgebracht wird.

Wird dagegen in jede Spirale ein magnetischer Körper (in Form von Cylindern) hineingebracht und die Stellung so regulirt, dafs das obere Ende des einen Cylinders und das untere Ende des anderen in gleicher Höhe mit der Magnetnadel sich befinden, so werden alle vier Pole des magnetischen Systems in einem und demselben Sinne gedreht. Es versteht sich von selbst, dafs, wenn man die beiden magnetischen Cylinder in die entgegengesetzte Stellung bringt, dann auch das Magnetsystem in entgegengesetztem Sinne gedreht wird.

Ich habe oben bemerkt, dafs bei der ersten Benutzung des Instrumentes ein, wie es schien, unerklärliches Phänomen auftrat. Diefs bestand darin, dafs die Schwingungsdauer des astatischen Magnetsystems, die ungefähr 32 Sekunden betrug, wenn kein Strom durch die Spiralen circularte, bis 35, 38, 42, 45 und 51 Sekunden wuchs, wenn ein galvanischer Strom, dessen Stärke resp. gleich 17, 30, 40, 47 und 57 (nach absoluten magnetischen Einheiten) war, durch die Spiralen geleitet wurde. In diesem Fall hatte der Strom immer dieselbe in Fig. 7 Taf. IV angedeutete Richtung, wo NS und $N'S'$ die beiden Magnetisirungsspiralen bezeichnen, und ns die Correctionsrolle ist, die in einer Entfernung von ungefähr 500 Millimetern nördlich von der Magnetnadel aufgestellt war. Diese Stromrichtung ist im Folgenden als die *positive* bezeichnet.

Es lag nahe zu untersuchen, ob die Schwingungsdauer, aufser der Intensität, auch von der Richtung abhängig wäre. Der Strom wurde deshalb commutirt und ebenso eine Reihe von Bestimmungen der Schwingungsdauer bei *negativer* Stromrichtung (Fig. 8 Taf. IV) ausgeführt. Es ergab sich dann das Resultat, dafs die Schwingungsdauer jetzt, statt wie früher zu wachsen, mit zunehmender Stromstärke sehr regelmäfsig abnahm.

Um zu prüfen, inwiefern die Correctionsrolle in Bezug auf diese Veränderlichkeit der Schwingungsdauer von Ein-

fluß sey, wurde dieselbe ausgeschaltet und darauf die Schwingungsdauer wieder bei verschiedenen Stromintensitäten und Stromrichtungen gemessen. Es ergab sich dadurch wesentlich dasselbe Resultat wie früher, doch mit dem Unterschiede, daß die Schwingungsdauer bei negativer Stromrichtung etwas kleiner, bei positiver Stromrichtung dagegen etwas größer war als mit eingeschalteter Correctionsrolle.

In Fig. 9 Taf. IV ist eine graphische Darstellung von der Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Stromstärke gegeben, (die Curve *MM* bezeichnet diese Dauer *mit* Correctionsrolle, die *OO* ohne dieselbe) und in der folgenden Tafel sind die vorgenommenen Messungen der Schwingungsdauer nebst dem logarithmischen Decrement zusammengestellt. Es muß bemerkt werden, daß die Stromintensitäten, die nach absolutem Maafs ausgedrückt sind, hier wie in den folgenden Versuchen mit Hülfe einer Tangentenbussole von großen Dimensionen ermittelt wurden, deren mit Spiegel versehene Nadel mit Ferrohr und Scale beobachtet wurde.

Man ersieht aus der folgenden Tafel, wie regelmäfsig die Schwingungsdauer mit der Stromintensität zunimmt (insbesondere bei eingeschalteter Correctionsrolle) und zugleich, daß das logarithmische Decrement vollkommen proportional mit der Schwingungsdauer wächst, was man schon *a priori* wissen konnte.

Strom- intensität.	Schwingungsdauer		Decrem. log.
	mit Correc- tionsrolle.	ohne Correc- tionsrolle.	
— 54,133	—	23'',63	0,2815774
— 53,800	26'',70	—	
— 46,278	—	23,66	
— 41,808	27,90	—	
— 34,612	—	25,00	
— 30,498	28,77	—	0,3414597
— 19,071	—	27,89	
— 17,593	30,27	—	
0,000	32,37	32,37	

Strom- intensität.	Schwingungsdauer		Decrem. log.
	mit Correc- tionsrolle.	ohne Correc- tionsrolle.	
+ 17,378	35,16	—	0,3765971
+ 18,062	—	37,25	
+ 29,982	38,25	—	0,4122627
+ 30,468	—	50,50	
+ 40,521	41,91	—	0,4469645
+ 40,691	—	54,00	
+ 47,012	44,85	—	0,4625535
+ 49,133	—	60,75	
+ 57,660	50,87	—	0,5148676

Die angeführten Resultate können in folgenden fünf Punkten kurz zusammengefasst werden:

1. Bei positiver Stromrichtung (Fig. 7 Taf. IV) nimmt die Schwingungsdauer mit der Stromstärke zu.

2. Bei negativer Stromrichtung (Fig. 8 Taf. IV) nimmt die Schwingungsdauer mit wachsender Stromintensität ab.

3. Dieß findet statt, sowohl wenn die Correctionsrolle eingeschaltet, als wenn dieselbe ausgeschaltet ist, doch mit dem Unterschied, daß im letzteren Fall die Differenzen der Schwingungsdauern noch größer sind als im ersten: oder mit anderen Worten:

4. Die Correctionsrolle *verringert* die Schwingungsdauer bei *positiver* Stromrichtung.

5. Die Correctionsrolle *vergrößert* die Schwingungsdauer bei *negativer* Stromrichtung.

Zu diesen Thatsachen kommen noch die folgenden:

6. Sind die beiden Magnetstäbe, die das astatische System bilden, ungleich stark, und ist der Stab, dessen Nordende nach Norden gerichtet ist, der überwiegende, so verhält sich, wenn man einen Magnetpol dem astatischen Nadelpaar nähert, das nördliche Ende desselben wie im Nordpol, das südliche wie im Südpol, sowohl wenn man von Osten als wenn man von Westen den Magnetpol nähert.

7. Durch Abzählung der Windungen ergab sich, daß die oberen Theile der beiden Spiralen, eine größere Anzahl von Windungen hatten als die unteren.

8. Die oberen Theile der beiden Spiralen überwiegen also die unteren.

9. Bei positiver Stromrichtung hat die nördliche Spirale ihren Nordpol nach oben, also die südliche Spirale ihren Südpol nach oben; ferner hat in diesem Falle die Correctionsrolle ihren Südpol nach Süden gerichtet (Fig. 7 Taf. IV). Bei negativer Stromrichtung ist natürlich Alles umgekehrt (Fig. 8 Taf. IV).

10. Bei einem positiven Strom $= 40$ war die Schwingungsdauer $= 41$ Sek. Durch Hebung der Nadel um 5 Millimeter über den normalen Stand wurde die Schwingungsdauer auf 35,5 Sekunden verringert; wurde dagegen die Nadel 3 Millimeter unter den Normalstand gesenkt, so wuchs die Schwingungsdauer bis 53 Sekunden. Als die Nadel noch 2^{mm} tiefer gesenkt wurde, hatte sie keine stabile Gleichgewichtslage mehr, sondern stiefs entweder gegen die eine oder die andere Säule an.

Von diesen Thatsachen ausgehend, läßt sich die Sache folgenderweise erklären:

11. Die Veränderlichkeit der Schwingungsdauer setzt nothwendig Aenderungen der auf das Magnetsystem wirkenden Directionskräfte voraus. Diese sind: a) *Die Torsionskraft des Fadens*, b) *die erdmagnetische Directionskraft*, und c) *die elektromotorische Directionskraft* (theils von den beiden Spiralen, theils von der Correctionsrolle herrührend) ¹⁾. Von diesen verschiedenen Directionskräften ist es nur die letztere, die sich mit der Richtung und Stärke des Stromes ändern kann.

12. Nach 6. kann das astatische Nadelpaar als ein schwacher Magnet, mit dem Nordpol nach Norden gerichtet, betrachtet werden. Der Erdmagnetismus übt also auf dasselbe

1) Oben ist gesagt worden, daß die von den Magnetisirungsspiralen resultirende Wirkung durch die Correctionsrolle compensirt werde. Diese Compensation gilt indeß nur für die Ablenkung der Nadel, nicht für die auf dieselbe wirkende Directionskraft; denn es leuchtet ein, daß die von den Spiralen hervorgebrachte Ablenkung aufgehoben seyn kann, während sie noch eine größere oder geringere Directionskraft ausüben.

eine gewisse Directionskraft aus. Nach 9. hat bei positiver Stromrichtung die nördliche Spirale ihren Nordpol nach oben, und dieser Nordpol überwiegt nach 7. den Südpol des unteren Endes; die resultirende Wirkung mufs also die eines Nordpols seyn, der folglich die erdmagnetische Directionskraft entgegen wirkt; die Directionskraft wird also verringert und die Schwingungsdauer mufs mit wachsender Stromstärke zunehmen (s. No. 1).

Diese Wirkung wird von der südlichen Spirale unterstützt, da diese in diesem Fall einen überwiegenden Südpol besitzt.

13. Bei positiver Stromrichtung hat ferner die Correctionsrolle ihren Südpol nach Süden; dieser wird also die Directionskraft vergrößern: d. i. die Schwingungsdauer mufs mit Correctionsrolle kleiner seyn als ohne dieselbe (s. No. 4).

14. Bei negativer Stromrichtung hat die nördliche Spirale oben ihren Südpol (Fig. 8 Taf. IV), der jetzt der überwiegende ist; die Directionskraft wird also durch denselben vergrößert: d. i. die Schwingungsdauer nimmt mit der Stromintensität ab (s. No. 2).

15. Bei negativer Stromrichtung hat ferner die Correctionsrolle ihren Nordpol nach Süden und verringert also die Directionskraft: bei negativer Stromrichtung ist die Schwingungsdauer mit Correctionsrolle gröfser als ohne dieselbe (s. No. 5).

16. Wird die Nadel über den gewöhnlichen Stand gehoben, so kommt, relativ zur Nadel, eine geringere Anzahl von Windungen auf den oberen Theil der Spiralen; die überwiegende Wirkung derselben wird also verringert, wenn die Nadel gehoben wird, und umgekehrt vergrößert, wenn man die Nadel senkt. Bei positiver Stromrichtung mufs also bei Hebung der Nadel die Schwingungsdauer abnehmen, und umgekehrt (s. No. 10).

Man sieht also, dafs die ganze Erscheinung wesentlich auf folgenden zwei Verhältnissen beruht, nämlich: *erstens*, dafs die beiden Magnetnadeln, die das astatische System bil-

den, ungleich stark sind, und zweitens, daß die oberen Theile der beiden Spiralen dichter gewickelt sind als die unteren.

Ist nun hiemit die Ursache der Veränderlichkeit der Schwingungsdauer gefunden, so ist dadurch auch gegeben, wie man dieselbe vermeiden könne, was indess nicht nothwendig ist, da man ja bei jeder Beobachtung die Schwingungsdauer bestimmen, und dann alle Beobachtungen auf eine und dieselbe Schwingungsdauer reduciren kann, (wie in den folgenden Versuchsreihen geschehen ist). Es ist hierbei auch zu bemerken, daß die Schwingungsdauer sich so regelmäfsig mit der Stromintensität ändert, daß dieselbe mit vollkommener Sicherheit durch eine quadratische Gleichung von der Form

$$t = a + bi + ci^2$$

ausgedrückt werden kann, wo t die Schwingungsdauer bezeichnet, i die Stromintensität, a , b und c Constanten. Durch die Methode der kleinsten Quadrate wurde gefunden (bei positiver Stromrichtung):

$$\begin{aligned} a &= 32'',61, \\ b &= 0,04959, \\ c &= 0,004568, \end{aligned}$$

$$t = 32'',61 + 0,04959 i + 0,004568 i^2.$$

Zum Beweis, wie nahe die nach dieser Formel berechneten Werthe mit den beobachteten übereinstimmen, wird die folgende Tafel dienen:

Strominten- sität.	Schwingungsdauer		Unter- schiede.
	berechnet.	beobachtet.	
17,378	34'',85	35'',16	+ 0'',31
29,982	38 ,20	38 ,25	+ 0 ,05
40,521	42 ,12	41 ,91	— 0 ,21
47,012	45 ,03	44 ,85	— 0 ,18
57,660	50 ,66	50 ,87	+ 0 ,21

Zum Schluß will ich noch hinzufügen, daß die Veränderlichkeit der bei dem Diamagnetometer in Betracht kommenden Directionskräfte auch einen gewissen praktischen Vortheil darbietet. Hat man nämlich mit sehr schwachen

magnetischen Kräften zu thun, so läßt man den Strom in der als positiv bezeichneten Richtung circuliren, wodurch die Directionskraft verringert, also die Empfindlichkeit des Instrumentes vergrößert wird. Ist dagegen der zu untersuchende Körper stärker magnetisch, so wählt man die negative Stromrichtung, die die Empfindlichkeit verringert. Im Folgenden habe ich Gelegenheit gehabt diesen kleinen Kunstgriff mit Vortheil zu benutzen.

II. Bemerkung zu dem letzten diamagnetischen Versuche von J. Tyndall.

In den *Philosophical Transactions Vol. 146, part. 1, p. 237* liefert Hr. J. Tyndall eine längere Reihe von magnetischen und diamagnetischen Versuchen, die er angestellt hat mit einem Diamagnetometer, das ganz nach demselben Muster gebaut war, wie das von mir benutzte.

p. 244 findet man eine Versuchsreihe über Wismuth, wo der Verfasser successive einen Strom von 2, 3 und 4 Elementen in Anwendung bringt, während doch merkwürdiger Weise die beobachteten Wirkungen immer die nämlichen bleiben.

Ich glaube, dieß ist leicht zu erklären nach dem, was ich in §. I angeführt habe. Ohne Zweifel findet bei Hr. Tyndall's Apparat eine ähnliche Unsymmetrie statt wie bei dem oben beschriebenen. Zufällig hat Tyndall die oben als negativ bezeichnete Stromrichtung angewandt, wo die Directionskraft mit der Stromintensität zunimmt. Wenn nun ferner, diesem zufolge, die Empfindlichkeit des Nadel-paars in demselben Verhältniß abnimmt, wie der Wismuth-Diamagnetismus zunimmt, so leuchtet ein, daß die beobachteten Wirkungen immer die nämlichen seyn müssen.

III. Bestimmung der magnetisirenden Kraft des Diamagnetometers.

Ist die Intensität des Stromes, die durch eine Magnetisirungsspirale circulirt, nach absolutem Maafs ¹⁾ gegeben, und

1) Das von Weber eingeführte magnetische Maafs für die Stromintensitäten ist, wie bekannt, die Intensität desjenigen Stromes, welcher,

sind zugleich die Dimensionen der Spirale und die Zahl der Windungen bekannt, so kann die im Innern der Spirale wirkende magnetisirende Kraft nach absolutem magnetischem Maafs ausgedrückt werden, was den Vorthail darbietet, dafs dieselbe mit anderen bekannten magnetischen Kräften verglichen werden kann.

Bei dem hier benutzten Apparat war die Länge der Spiralen = 499,2 Millimeter; sie bestanden aus 2 Schichten, jede mit 223 Windungen; der innere Radius war 12,96^{mm}, der äufsere Radius = 17,6^{mm}.

Bezeichnet man mit r den Radius einer Windung, mit x den Abstand des Centrums derselben von der Mitte der Spirale, mit $r d\varphi$ die Länge eines Stromelementes und endlich mit i die Stromintensität, so ist, wie bekannt, die von diesem Stromelement in der Mitte der Spirale ausgeübte Kraft =

$$\frac{i r^2 d\varphi}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}};$$

die von der ganzen Windung ausgeübte Kraft ist also gleich:

$$\frac{2 \pi r^2 i}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Bezeichnet man ferner mit n die Anzahl der Windungen und mit $2a$ die Länge der Spirale, so ist die von der ganzen Spirale in der Mitte derselben ausgeübte Kraft =

$$X = 2 \pi r^2 i \cdot \frac{n}{2a} \int_{-a}^{+a} \frac{dx}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2 \pi n i}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

Da im vorliegenden Fall die Spiralen aus 2 Lagen bestehen, so erhält man, wenn man die angegebenen Dimensionen einführt:

$$X = 2 \pi i \cdot 223 \cdot \frac{2}{4,64} \int_{12,96}^{17,6} \frac{dr}{\sqrt{a^2 + r^2}} = 11,205 \times i.$$

er eine Ebene = 1 umläuft, nach den elektro-magnetischen Gesetzen die nämlichen Wirkungen in die Ferne ausübt, wie im Magnetstab dessen magnetisches Moment = 1 ist.

IV. Bestimmung des Reductionsfactors des Diamagnetometers.

Um die mit dem Diamagnetometer gemessenen Kräfte mit anderen bekannten magnetischen Kräften vergleichen zu können, hat man den Factor zu bestimmen, mit dem die in Scalentheilen oder Graden ausgedrückten Angaben des Diamagnetometers multiplicirt werden müssen, um nach absolutem magnetischem Maafs ausgedrückt zu werden.

Zu diesem Zweck wurde in die eine Magnetisirungsspirale eine kleine Drahtrolle gebracht, und durch dieselbe ein äusserst schwacher Strom geleitet. Aus den bekannten Dimensionen der Rolle, der Zahl der Windungen derselben und der gemessenen Stromintensität wurde das magnetische Moment der Rolle berechnet, und dieß, mit der auf das Diamagnetometer ausgeübten Wirkung verglichen, gab dann unmittelbar den gesuchten Factor.

Die zu diesem Zwecke benutzte Rolle war von sehr feinem Draht (dessen Durchmesser 0,15^{mm}) in 2 Schichten gewickelt und hatte übrigens folgende Dimensionen:

Länge = 141 Millimeter

äufserer Durchmesser = 21,18 "

innerer Durchmesser = 20,58 "

die innere Lage bestand aus 653 Windungen

" äufserer " " " 690 "

Daraus folgt: *Die Summe der sämmtlichen von den Windungen umschlossenen Kreisflächen*

= 46006 Quadratmillimeter.

Diese Rolle wurde in die nördliche Spirale des Diamagnetometers gebracht und ein schwacher Strom gleichzeitig durch dieselbe und durch eine Tangentenbussole mit zahlreichen (5635) Windungen geleitet. Diese Tangentenbussole ist dieselbe, die in der Abhandlung von Kohlrausch und Weber, »Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maafs«, beschrieben ist. Nach S. 259 dieser Abhandlung ist

$$\frac{D}{m} = 262,1,$$

wo m das magnetische Moment der in der Mitte der Windungen schwebenden Magnetnadel bedeutet, und D das Drehungsmoment, welches ein Strom $= 1$ auf die Nadel ausüben wird, wenn derselbe sämtliche Windungen durchläuft.

Circulirt nun ein Strom $= i$ durch den Multiplicator, und erleidet die Nadel dadurch eine Ablenkung $= \varphi$, so ist die Intensität des Stromes gleich:

$$i = \frac{1,81}{262,1} \cdot \tan \varphi,$$

(da die horizontale Componente des Erdmagnetismus jetzt in Göttingen $= 1,81$ ist).

Die mit dem Diamagnetometer ausgeführten Messungen sind beispielsweise, (da nämlich bei allen folgenden Versuchen die Messungen auf ganz dieselbe Weise angestellt worden sind), in folgender Tafel zusammengestellt:

Stellung der Drahtrolle.	Elongationen der Nadel.	Ruhestände der Nadel ¹⁾ .	Mittel.	Ablenkung.
obere	547,7	525,2	525,26	24,26
	515,0	525,3		
	530,0	525,3		
	523,1			
untere	455,0	476,6	476,73	24,18
	486,5	476,7		
	472,2	476,9		
	479,0			
obere	547,0	525,0	525,10	23,77
	515,0	525,1		
	529,7	525,2		
	523,0			
untere	456,10	477,5	477,56	23,67
	487,20	477,5		
	473,05	477,69		
	479,80			

1) Die Ruhestände sind nach der Formel:

$$p = x' - \frac{\theta}{1 + \theta} (x' - x)$$

berechnet, wo p den gesuchten Ruhestand bezeichnet, x' und x zwei

Stellung der Drahtrolle.	Elongationen der Nadel.	Ruhestände der Nadel	Mittel.	Ablenkung
obere	546,1	524,7	524,9	23,42
	515,0	525,0		
	529,5	525,0		
	522,9			
untere	456,6	478,1	478,06	23,30
	487,9	478,1		
	473,7	478,0		
	480,0			
obere	546,0	524,7	524,66	23,18
	515,0	524,6		
	529,0	524,7		
	522,7			
untere	457,1	478,3	478,3	
	487,9	478,4		
	474,0	478,2		
	480,1			

Also die mittlere Ablenkung
 $\quad \quad \quad = 23,68$ Scalentheile.

Da die Schwingungsdauer der Nadel 32,"5 betrug, und da alle in dem Folgenden angeführten Beobachtungen auf eine Schwingungsdauer $= 30''$ reducirt worden sind, so muß auch hier dieselbe Reduction vorgenommen werden. Man erhält dann die reducirte Ablenkung

$$= \frac{30^2}{32,5^2} \cdot 23,68 = 20,18 \text{ Scalentheile } ^1).$$

Unmittelbar vor und nach jeder Beobachtung des Diagnetometers wurde der Stand der Tangentenbussole aufgezeichnet. Es ergab sich die mittlere Ablenkung der Nadel

nach einander folgende Elongationen, und endlich $\log \frac{1}{\theta}$ das logarithmische Decrement, welches im vorliegenden Fall $= 0,34146$ war. (Gaußs, Resultate aus den Beob. des magn. Vereins für 1837, S. 78).

1) Der horizontale Abstand zwischen Spiegel und Scale war bei diesen wie bei den folgenden Versuchen

$$= 4145,4 \text{ Millimeter.}$$

(1000 Scalentheile waren $= 1004,3^{\text{mm}}$).

$$\varphi = 7^{\circ} 37' 54'',$$

also

$$i = \frac{1,81}{262,1} \cdot \tan 7^{\circ} 37' 54'' = 0,0009253,$$

und das magnetische Moment der kleinen Drahtrolle:

$$M = 460066 + 0,0009253 = 425,7.$$

Da nun dieses Moment einen Ausschlag $= 20,18$ Scalentheile hervorbrachte, so ergibt sich der gesuchte Reductionsfactor

$$f = \frac{425,7}{20,18} = 21,095.$$

Später wurde dieser Versuch wiederholt, und dabei

$$f = 21,263$$

gefunden; also ist im Mittel von beiden Messungen

$$f = 21,179.$$

V. Versuche mit Eisenvitriol.

Zwei cylindrische Glasröhren wurden mit einer concentrirten Lösung von Eisenvitriol gefüllt und auf die gewöhnliche Weise in die Spiralen des Diamagnetometers gebracht.

Die Länge der Flüssigkeitssäule betrug $= 141^{\text{mm}}$

der mittlere Durchmesser derselben $= 19,48^{\text{mm}}$

Die gesammte Masse der Lösung betrug:

$$102140 \text{ Milligrm.}$$

worin

$$30089 \text{ Milligrm.}$$

Eisenvitriol enthalten waren.

Mit diesen Röhren wurden nun bei verschiedenen Stromintensitäten Messungen vorgenommen, ganz auf dieselbe Weise wie die im vorigen §. angeführten. Die Resultate sind in folgender Tafel zusammengestellt:

No.	i	X	E	t	$E_{\text{red.}}$
1	3,149	35,28	5,50	32'',82	4,60
2	17,487	195,94	26,65	35 ,16	19,40
3	29,018	325,15	51,53	37 ,90	32,28
4	40,056	448,83	83,83	41 ,93	42,91
5	49,679	556,65	123,51	46 ,34	51,76
6	53,649	601,14	147,36	48 ,42	56,56

In erster Rubrik stehen die Stromintensitäten (i ¹), in zweiter Rubrik die magnetischen Kräfte, die man nach §. 3 durch Multiplication der Stromintensitäten in den Factor 11,205 erhält; in der dritten Rubrik die beobachteten Ablenkungen. In der vierten und fünften Rubrik endlich findet man die Schwingungsdauer und die auf eine Schwingungsdauer = 30 Sekunden reducirten Ablenkungen.

Wenn man die reducirten Ablenkungen mit dem Factor $f = 21,179$ (s. §. 4), multiplicirt, erhält man den Magnetismus M der Lösung nach absolutem Maafs. Dividirt man dann ferner M durch die Masse = 30089 des in der Lösung befindlichen Eisenvitriols, erhält man den zur Masseneinheit reducirten Magnetismus = m desselben.

Nach Ausführung dieser Rechnung ergeben sich folgende Werthe:

No.	X	m
1	35,28	0,0032378
2	195,84	0,013655
3	325,15	0,022721
4	448,83	0,023991
5	556,65	0,036433
6	601,14	0,039811

- 1) Die Stromstärke wurde gemessen mit Hülfe einer Tangentenbussole, deren Nadel wie ein Magnetometer mit Spiegel versehen war. Da der mittlere Radius des Ringes

$$302,75^{\text{mm}}$$

betrug, so war die Stromintensität

$$i = \frac{1,81}{2\pi} \cdot 302,75 \tan \varphi = 87,093 \tan \varphi,$$

wenn φ die Ablenkungswinkel bezeichnet. Da öfter Ströme von beträchtlicher Stärke in Anwendung gebracht wurden, mußten dieselben, ehe sie in der Tangentenbussole anlangten, getheilt werden. Der Widerstand des Zweiges, von dem die Tangentenbussole einen Theil ausmachte, verhielt sich zum Widerstand des anderen Zweiges wie

$$9 : 1.$$

Ist dann i die Intensität des ungetheilten Stroms, so ist

$$i = 10 i',$$

wenn i' den durch die Tangentenbussole gemessenen Zweigstrom bedeutet.

Dividirt man jeden Werth für m mit dem entsprechenden Werth für X , so ergibt sich:

aus No. 1	0,0000918
„ 2	0,0000696 ,
„ 3	0,0000698
„ 4	0,0000534
„ 5	0,0000654
„ 6	0,0000662
im Mittel	0,0000693.

Man sieht hieraus, daß der Magnetismus so nahe proportional mit der magnetisirenden Kraft zugenommen hat, daß die kleinen Abweichungen von vollkommener Proportionalität, die stattfinden, auf Rechnung der Beobachtungsfehler und anderer unvermeidlicher Fehler geschrieben werden müssen.

Dieses Resultat: die Proportionalität des Magnetismus mit der magnetisirenden Kraft, ist nun ein anderes als das, was man nach Analogie mit dem Eisenmagnetismus erwarten sollte; doch steht es auf der anderen Seite keineswegs in Widerspruch damit, da man ja weiß, daß auch bei Eisen bis zu einer gewissen Gränze der Magnetismus als proportional mit der Scheidekraft angesehen werden kann.

Das Mittel aus den in der letzten Tafel enthaltenen Zahlen bezeichnet den Magnetismus, der in einem Milligramm. Eisenvitriol durch eine magnetisirende Scheidekraft $= 1$ hervorgerufen wird, was man den *specifischen Magnetismus* desselben nennen kann.

VI. Versuche mit Eisenchlorid-Lösung.

Prof. Müller führt in der oben citirten Abhandlung an, es sey mit dünnen Eisenstäben leichter als mit dicken nachzuweisen, daß der Magnetismus sich einem Gränzwerthe nähert. Da man erwarten darf, daß dasselbe auch bei anderen magnetischen Körpern der Fall sey, so wurde bei diesem Versuche ein viel dünneres Glasrohr gebraucht als in dem vorhergehenden, nämlich von dem mittleren Durchmesser $= 8,66$ Millimeter.

In zwei solche Röhren wurde eine concentrirte Lösung von reinem Eisenchlorid gefüllt. Die gesammte Masse der Flüssigkeit betrug

24832 Milligrm.

Hr. Prof. Wicke hatte die Güte die Lösung analysiren zu lassen, wodurch gefunden wurde, dafs dieselbe

45,3322 Proc.

Eisenchlorid enthielt. Daraus folgt: Die Masse des in beiden Röhren enthaltenen Eisenchlorid

= 11257 Milligrm.

Das specifische Gewicht der Lösung bei $+ 16^{\circ}$ C. gegen Wasser bei $+ 4^{\circ}$ C., wurde = 1,495 gefunden, und endlich war die Länge der beiden Flüssigkeitscyliner = 141^{mm}.

Die Resultate der Messungen sind in der folgenden Tafel enthalten:

No.	<i>i</i>	<i>X</i>	<i>E</i>	<i>A</i>	<i>E_{red.}</i>
1	18,091	202,71	13,08	35,"16	9,52
2	30,498	341,73	25,72	38, 25	15,82
3	41,634	466,51	—	—	20,58
4	48,494	543,38	55,56	45, 75	23,89
5	60,532	678,26	91,18	52, 35	29,94

Hieraus ergibt sich ferner die folgende Tafel, worin *m* dieselbe Bedeutung hat wie vorher:

No.	<i>X</i>	<i>m</i>
1	202,71	0,017911
2	341,73	0,029764
3	466,51	0,038719
4	543,38	0,044947
5	678,26	0,056329

und endlich findet man hieraus die folgenden Werthe für das Verhältniß $\frac{m}{X} = \mu$

No.	μ
1	0,0000883
2	871
3	830
4	827
5	830

also im Mittel:

$$\mu = 0,0000848.$$

Auch hier sieht man, daß die verschiedenen Werthe für μ so nahe übereinkommen, daß man behaupten muß, der Magnetismus habe proportional mit der Scheidungskraft zugenommen.

VII.

Um nun so weit zu gehen als es mit den disponiblen Mitteln möglich war, wurde eine zweite Versuchsreihe mit derselben Eisenchlorid-Lösung vorgenommen, nur mit dem Unterschied, daß jetzt noch dünnere und zugleich längere Glasröhren in Anwendung gebracht wurden. Die Flüssigkeitssäulen hatten eine

$$\text{Länge} = 202^{\text{mm}}$$

$$\text{Durchmesser} = 5,03^{\text{mm}};$$

die Masse derselben war 11988 Milligrm.,
mit Eisenchlorid 5434 "

Die Resultate waren die folgenden:

No.	i	X	E	t	$E_{(\text{red.})}$
1	13,808	154,72	4,11	34,"75	3,06
2	23,757	266,20	7,11	37, 30	4,60
3	41,326	463,06	6,92	27, 54	8,21
4	48,184	539,90	7,84	27, 37	9,42
5	52,590	589,27	8,33	27, 25	10,09

Daraus ergibt sich:

No.	X	m
1	154,72	0,011926
2	266,20	0,017929
3	463,06	0,031999
4	539,90	0,036715
5	589,27	0,039326

und ferner:

No.	μ
1	0,0000778
2	674
3	691
4	680
5	667

also im Mittel:

$$\mu = 0,0000698.$$

Der Grund, warum μ hier kleiner gefunden ist als im vorigen §., liegt ohne Zweifel darin, daß hier, wegen der größeren Länge der untersuchten Cylinder, die im §. 3 gemachte Voraussetzung, daß nämlich die magnetisirende Kraft der Spirale für den ganzen von den untersuchten Körpern eingenommenen Raum als constant betrachtet werden könne, nicht mehr gilt.

Uebrigens giebt, in Bezug auf den Hauptgegenstand dieser Untersuchungen, auch diese Reihe dasselbe Resultat wie die früheren.

Ich muß also behaupten, daß, so weit die Versuche mit den jetzigen Mitteln sich treiben lassen, *der Magnetismus der beiden untersuchten Flüssigkeiten völlig proportional mit den magnetisirenden Kräften zunimmt*. Vorausgesetzt, daß für dieselben ein Gränzwertb wirklich existire, ist jedoch durch die angeführten Versuche bewiesen, daß dieser Gränzwertb hier viel schwieriger zu erreichen ist als bei dem Eisen.

VIII. Versuche mit Cyan-Eisen-Kalium.

Die beiden sogenannten Blutlaugensalze, das gelbe und das rothe, haben immer viel Aufmerksamkeit auf sich gezogen, seitdem Faraday entdeckt hat, daß Krystalle derselben zwischen Magnetpolen sich wie diamagnetische Körper verhalten. Diese Krystalle sind häufig von den Physikern angeführt worden als interessante Beispiele, daß die magnetischen Eigenschaften des Eisens durch gewisse chemische Verbindungen vollständig versteckt werden können. In Pogg. Ann. Bd. 73, S. 573 werden sie beide von Professor Plücker als diamagnetisch bezeichnet. Durch eine spätere Untersuchung fand indessen Plücker¹⁾, daß das rothe Blutlaugensalz stark magnetisch sey, und daß die scheinbaren diamagnetischen Eigenschaften der Krystalle dieses Salzes in einer magnetischen Axenwirkung ihren

1) Pogg. Ann. Bd. 74, S. 359.

Grund haben. *Das gelbe Blutlaugensalz* erklärte er dagegen als unzweifelhaft diamagnetisch, doch mit dem Zusatz, daß eine concentrirte Lösung desselben in Wasser schwächer diamagnetisch sey als reines Wasser.

Daß das rothe Blutlaugensalz magnetisch ist, kann keinem Zweifel unterworfen seyn, ein Resultat, das kürzlich von Tyndall bestätigt worden ist ¹⁾ Dagegen scheint ein Zweifel über den Diamagnetismus des gelben Blutlaugensalzes gerechtfertigt zu seyn, wenn man hört, daß eine concentrirte Lösung desselben schwächer diamagnetisch seyn soll als das reine Wasser.

Zwei Glasröhren von denselben Dimensionen wie die im vorigen Versuche angewandten, wurden mit einer concentrirten Lösung des gelben Blutlaugensalzes gefüllt und auf gewöhnliche Weise untersucht. Es ergab sich dann, daß die Lösung äußerst schwach diamagnetisch war. Um nun zu prüfen, ob diese Wirkung von dem Wasser oder von dem in demselben enthaltenen Salz herrühre, wurden dieselben Röhren mit fein gepulvertem Salz gefüllt und darauf wieder untersucht. Jetzt wurde nirgend eine Wirkung beobachtet, während es doch einleuchtend ist, daß, wenn die Substanz wirklich diamagnetisch wäre, dies jetzt viel deutlicher hätte hervortreten müssen, da die Masse so viel größer war.

Ich muß also aussprechen: *das gelbe Blutlaugensalz ist nicht diamagnetisch.*

IX. Versuche mit Nickel.

Da meines Wissens früher keine genaueren Untersuchungen über den Magnetismus des Nickels vorgenommen sind, so werden die folgenden Resultate vielleicht nicht ohne Interesse seyn.

Hr. Prof. Wöhler hatte die Güte ein Stück Nickelblech ²⁾ zu meiner Verfügung zu stellen. Von demselben

1) *Philosophical Transactions. Vol. 146, part. 1, p. 254.*

2) Dieses Blech war ziemlich unrein; es enthält nämlich Kupfer, Kobalt, Eisen und Arsen.

wurde ein schmales Streifchen abgeschnitten und so lange mit verdünnter Salpetersäure geätzt, bis die Wirkung schwach genug geworden war.

Das Stäbchen hatte eine Länge

$$= 111,5^{\text{mm}}$$

und wog

$$45,2 \text{ Milligrm.}$$

Das spec. Gewicht wurde $= 8,359$ gefunden; also war der mittlere Durchmesser

$$= 0,2485^{\text{mm}}.$$

Ungeachtet der geringen Masse des kleinen Stäbchens war doch die Wirkung auf das Diamagnetometer sehr stark; um dieselbe zu schwächen, wurden zwei Magnetstäbe in der Nähe des Instrumentes in solcher Lage angebracht, daß dadurch die Schwingungsdauer des astatischen Nadelpaares auf 14,72 Sekunden herabgebracht wurde.

Nachdem das Stäbchen gut ausgeglüht war, um alle magnetische Polarität zu entfernen, wurde dasselbe in ein kleines Glasrohr eingeschlossen und in die nördliche Spirale des Diamagnetometers eingehängt.

Die Resultate der angestellten Versuche sind in der folgenden Tafel zusammengestellt:

No.	<i>i</i>	<i>X</i>	<i>E</i>	<i>t</i>	<i>E</i> _(red.)
1	ohne Strom	4,278 ¹⁾	23,17	14",72	96,24
2	3,014	38,05	41,66	14 ,44	179,81
3	ohne Strom	—	30,92	14 ,72	128,43
4	17,102	195,91	72,26	14 ,11	326,65
5	ohne Strom	—	40,95	14 ,72	170,09
6	28,705	325,92	77,70	14 ,03	355,26
7	ohne Strom	—	42,00	14 ,72	174,45
8	37,18	420,88	79,85	13 ,87	373,56
9	ohne Strom	—	42,41	14 ,72	176,15
10	50,811	573,62	80,76	13 ,77	383,33
11	ohne Strom	—	42,68	14 ,72	177,28

1) Obwohl in den ersten Versuchsnummern kein Strom durch die Spiralen ging, wurde doch der Stab vom Erdmagnetismus ziemlich stark magnetisirt. Die magnetisierende Kraft war also in diesem Fall gleich der verticalen Componente des Erdmagnetismus $= 4,278$.

Um diese Resultate mit den vorhergehenden vergleichbar zu machen, müssen die gefundenen Werthe für $E_{(red)}$ noch auf denselben Abstand zwischen Spiegel und Scale reducirt werden. Bei vorliegendem Versuch war nämlich dieser Abstand = 1652^{mm}, bei den früheren dagegen = 4145^{mm} und da ferner 1000 Scalentheile der hier benutzten Scale (No. 2) 985,9 Scalentheilen der früher benutzten Scale (No. 1) gleich waren, so wurden alle Messungen mit der Scale (No. 2) auf die Scale (No. 1) reducirt durch Multiplication mit:

$$\frac{4145,4}{1652,4} \cdot \frac{985,9}{1000} = 2,4733.$$

Wenn man dann ferner mit dem Factor $f = 21,179$ (§. 4) multiplicirt, und endlich mit der Masse des Nickelstäbchens = 45,2 dividirt, so erhält man den zur Masseneinheit reducirten Magnetismus = m des Nickels nach absolutem Maafs.

Nach Ausführung dieser Rechnung hat man folgende zwei Tafeln:

Taf. 1.		
No.	X	m
1	4,278	111,52
2	38,05	208,38
4	195,91	378,56
6	325,92	411,71
8	420,88	432,93
10	573,62	444,25

Taf. 2.		
No.	X	m
3	38,05	148,84
5	195,91	197,12
7	325,92	202,17
9	420,88	202,14
11	573,62	205,45

Aus der Tafel 1 sieht man schon beim ersten Anblick, daß der *Magnetismus m keineswegs proportional mit der Scheidekraft X wächst, sondern daß er sich sehr bald einem Gränzwertb nähert*, im Wesentlichen also demselben Gesetze wie der Eisenmagnetismus folgt.

In Taf. 2 sind die Nummern der Versuche zusammengestellt, die ohne Strom vorgenommen wurden, zwischen je zwei Nummern mit Strom, um zugleich eine Idee von dem bleibenden Magnetismus des Nickels zu gewinnen. Wenn man von den in der dritten Rubrik angeführten Werthen von m den unter (No. 1) stehenden Werth $= 111,53$ subtrahirt, so erhält man die Menge von bleibendem Magnetismus $= n$, die ein Milligramm Nickel durch die in der zweiten Rubrik stehenden Scheidekräfte annimmt. Man sieht aus der Tafel 3, daß auch der bleibende Magnetismus sich sehr bald einem Gränzwert h nähert.

Taf. 3.		
No.	X	n
3	38,05	37,31
5	195,91	85,59
7	325,92	90,64
9	420,88	92,61
11	573,62	93,92

In Fig. 10 Taf. IV ist die Abhängigkeit des Magnetismus Nickels von den auf dasselbe wirkenden magnetisirenden Kräften graphisch dargestellt. Die untere Curve bezieht sich auf den bleibenden Magnetismus.

X. Vergleichung des Magnetismus der in den vorigen §§. untersuchten Körper mit dem Eisenmagnetismus.

I.

In §. 9 ist gefunden, daß 1 Milligramm Nickel durch eine Scheidekraft $= 4,278$ einen Magnetismus $= 111,53$ annimmt. Da man bei so schwachen Kräften ohne merkliche Fehler annehmen kann, daß der Magnetismus proportional mit den magnetisirenden Kräften wachse, so ist der zur Massen- und Krafteinheit reducirte Magnetismus des Nickels

$$\mu = 26,0706.$$

In der oben citirten Abhandlung ¹⁾ S. 573 giebt Hr. Prof. Weber folgenden Ausdruck für den Magnetismus (m) eines Milligramms Eisen:

1) Elektrodynamische Maafsbestimmungen, insbesondere Diamagnetismus.
Poggendorff's Annal. Bd. CIV. 39

$$m = \frac{y}{1 + 4 \pi S \rho \frac{y}{X}},$$

wo

$$y = \frac{2}{3} n v \frac{X}{D} \dots (\text{wenn } X < D)$$

$$y = n v (1 - \frac{1}{3} \frac{D^2}{X^2}) \dots (\text{ " } X > D),$$

wenn X die Scheidekraft bezeichnet, ρ die Dichtigkeit des Eisens = 7,78; S ein von der Form des Eisens abhängiger Factor, und endlich nv und D zwei für das Eisen eigenthümliche Constanten, resp. gleich 2324,68 und 276,39.

Für einen cylindrischen Stab von denselben Dimensionen wie der hier angewandte kleine Nickelstab findet man (wenn man für die cylindrische Form eine möglichst nahe kommende ellipsoïdische substituirt)

$$S = 0,000041153 = \frac{1}{24299} ').$$

- 1) Den Factor S findet man nach Neumann für ein Rotationsellipsoid nach folgender Formel: (s. die oben citirte Abhandlung S. 554, und Neumann, »Bestimmung des magnetischen Zustandes eines Rotationsellipsoides, welches durch vertheilende Kräfte erregt ist«; in Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik Bd. 37, S. 21).

$$S = \sigma (\sigma^2 - 1) \left[\frac{1}{2} \log \text{nat} \frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sigma} \right]$$

$$\text{wo } \sigma = \sqrt{1 - \frac{r^2}{\lambda^2}} \text{ ist,}$$

wenn r und $\sqrt{r^2 - \lambda^2}$ die Axen des Ellipsoides bezeichnen. In obenstehender Berechnung ist nun für einen Cylinder ein Rotationsellipsoid substituirt, das jenem so nahe wie möglich kommt, d. i. ein Rotationsellipsoid von demselben Volum wie der Cylinder, und dessen große Axe gleich der Länge des Stabes ist.

Da nun das Volum eines Ellipsoides

$$v = \frac{4}{3} \pi b^2 a,$$

wenn a und b die beiden Halbachsen bezeichnen, so findet man die entsprechende kleine Halbaxe

$$b = \sqrt{\frac{v}{\frac{4}{3} \pi a}},$$

wenn man für v das Volum des untersuchten Stabes, und für a die halbe Länge desselben einsetzt.

Setzt man ferner $X = 1$, so erhält man den Magnetismus des Eisens (unter denselben Verhältnissen wie beim Nickelstab)

$$\mu = 5,48355.$$

Man sieht hieraus das unerwartete Resultat, *dafs das Nickel bei sehr schwachen magnetisirenden Kräften einen beinahe 5 Mal stärkeren Magnetismus annimmt, wie das durch dieselben Kräfte magnetisirte Eisen.*

Dieses Verhältnifs ändert sich indessen sehr bald bei zunehmenden magnetisirenden Kräften, indem dann bekanntlich das Eisen viel stärker magnetisch wird. Nach obestehender Tafel (1) ist bei einer Scheidekraft $= 574$ der Magnetismus des Nickels $= m = 444,25$, während man unter gleichem Verhältnisse für Eisen $m = 2100$ findet.

2.

Oben ist ferner gefunden:

für Eisenvitriol $\mu = 0,0000693$,

für Eisenchlorid $\mu = 0,0000848$.

Unter der Voraussetzung dafs der Magnetismus dieser Substanzen unabhängig von der Form sey, können diese Gröfsen unmittelbar mit dem Gränzwertb des Eisenmagnetismus

$$= 5,6074 \text{ (Prof. Weber)}$$

verglichen werden.

Es ergiebt sich dann: der Magnetismus des Eisenvitriols verhält sich zum Magnetismus des Eisens wie

$$1 : 80915,$$

und der Magnetismus des Eisenchlorids zu dem des Eisens wie

$$1 : 66125.$$

Göttingen den 15. März 1858.