Es wäre gewiß von Interesse, für eine größere Zahl von zersetzbaren Leitern eine Abgleichungsconstante zu ermitteln, und es wäre ferner zu untersuchen, ob und welchen Einfluß die Beschaffenheit der Elektroden auf den gedachten Vorgang ausübt.

Man sollte meinen, daß wenn die abgeschiedenen Elektrolyte keine chemische Einwirkung auf die Elektroden ausüben, daß sie auch auf den Abgleichungsvorgang keinen Einfluß haben würden. Am nächsten liegt es daher die Versuche mit Gold- und auch mit Kohlenelektroden vorzunehmen, um die aufgeworfene Frage zu prüfen. Zu bedenken ist aber, daß Platin und Gold durch Chlor angegriffen werden und daß erst untersucht werden müßte, ob die Kohle hierbei unverändert bliebe; und ferner ist zu beachten, daß außer der chemischen Einwirkung noch Einwirkungen anderer Art existiren, wie namentlich die Absorption der Elektrolyte, welche in der Kohle beträchtlich seyn dürfte.

Halle a. S., 31. Januar 1875.

II. *Ueber die gegen das Weber'sche Gesetz erhobenen Einwände: von Carl Neumann in Leipzig.*

Gegen das Weber'sche Gesetz sind im Ganzen *drei* Einwände erhoben worden, einer von Tait und Thomson, zwei andere von Helmholtz. Zur bequemerem Unterscheidung sind letztere von Helmholtz selber mit *(A)* und *(B)* bezeichnet worden. Ich beabsichtige diese Einwände im Folgenden der Reihe nach zu besprechen, und darzuthun, daß denselben, wenigstens vorläufig, ein entscheidendes Gewicht *nicht* beizumessen ist.

§ 1.

Der Tait-Thomson'sche Einwand gegen das Weber'sche Gesetz.

Zum ersten Male scheint dieser Einwand von Tait ausgesprochen zu sein in seinem *Sketch of Thermodynamics* (1868, pag. 57 und 76). Sodann findet man denselben Einwand in etwas grösserer Ausführlichkeit in *Thomson and Tait's Natural Philosophy*, und in der von Helmholtz und Wertheim veranstalteten deutschen Uebersetzung dieses Werkes (Braunschweig, 1871). Am letztern Ort (S. 350) heisst es:

Weber nimmt an, daß ein elektrischer Strom aus der Bewegung von Theilchen zweier Elektrizitätsarten besteht, die den Leitungsdraht in entgegengesetzten Richtungen durchlaufen, und daß diese Theilchen, wenn sie in relativer Bewegung sind, auf andere solche Elektrizitätstheilchen Kräfte ausüben, die von denjenigen verschieden sind, welche sie im Zustande relativer Ruhe ausüben würden. Diese Annahme ist bei dem jetzigen Stande der Wissenschaft auf keine Weise zu rechtfertigen, da wir uns die Hypothese, es existirten zwei elektrische Fluida, unmöglich als richtig denken können, und da die Schlüsse außerdem im Widerspruch mit der „Erhaltung der Energie“ stehen, die wir aus unzähligen experimentellen Gründen als ein allgemeines Naturprincip ansehen. Solche Theorien sind um so gefährlicher, wenn sie zufällig weitere Erscheinungen erklären, wie Weber's Theorie die inducirten Ströme erklärt.

Obwohl nun aus Weber's Schriften¹⁾, sowie auch aus meinen eigenen Abhandlungen²⁾ über diesen Gegenstand deutlich hervorgeht, daß von einem Widerspruch des Weber'schen Gesetzes gegen das Princip der Erhaltung der Energie nicht die Rede seyn kann, so wird es dennoch angemessen seyn, hier von Neuem auf die Sache einzugehen.

Es seyen e , η zwei elektrische Massenpunkte mit den Trägheitszahlen m , μ und den Coöordinaten x , y , z , ξ , ν , ζ , so daß also die lebendige Kraft T dieser beiden Punkte den Werth hat:

1) Diese Annalen Bd. 73, S. 229 (vom Jahre 1848).

2) C. Neumann: *Die Principien der Elektrodynamik*, Tübingen, 1868, Verlag von H. Laupp. Man vergl. auch: Abhandlungen der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. 1874, S. 101.

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{x}'^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} \mu (\dot{\xi}^2 + \dot{v}^2 + \dot{\zeta}^2),$$

wo die Accente Differentiationen nach t , d. i. nach der Zeit andeuten. Wir wollen nun annehmen, daß diese beiden Massenpunkte e und η durch die dem Weber'schen Gesetz entsprechende repulsive Kraft

$$R = \frac{e\eta}{r^2} \left(1 - \frac{r'^2}{c^2} + \frac{2r r''}{c^2} \right),$$

und außerdem durch beliebige *äußere* Kräfte sollicitirt seyen. Dabei bezeichne r die gegenseitige Entfernung beider Punkte und c die Weber'sche Constante.

Die Zunahme der lebendigen Kraft eines materiellen Systems ist für jedes Zeitelement dt ebenso groß, wie die Summe aller während dieses Zeitelementes auf das System ausgeübten Arbeiten. Nach diesem allgemeinen Satze der Mechanik ist im gegenwärtigen Fall:

$$(1.) \quad dT = R dr + dS,$$

falls man nämlich unter dS die von den *äußern* Kräften ausgeübte Arbeit versteht. Diese Formel erfährt eine bedeutende Vereinfachung durch die Bemerkung, daß der Ausdruck $R dr$ ein vollständiges Differential ist. Setzt man nämlich:

$$W = \frac{e\eta}{r} \left(1 - \frac{r'^2}{c^2} \right),$$

so folgt durch Differentiation:

$$dW = -e\eta \left[\left(1 - \frac{r'^2}{c^2} \right) \frac{dr}{r^2} + \frac{2r' dr'}{r c^2} \right].$$

Es ist aber ¹⁾:

$$r' dr' = r'' dr.$$

Somit folgt:

$$dW = -\frac{e\eta}{r^2} \left[1 - \frac{r'^2}{c^2} + \frac{2r r''}{c^2} \right] dr,$$

oder was dasselbe ist:

$$dW = -R dr.$$

1) Man erhält nämlich successive:

$$r' dr' = r' (r'' dt) = r'' (r' dt) = r'' dr.$$

Es ist also $R dr$ in der That ein *vollständiges Differential*, nämlich $= -dW$. Substituiren wir diesen Werth in die für dT aufgestellte Formel (1.), so erhalten wir:

$$(2.) \quad d(T + W) = dS.$$

Nennen wir also (mit Weber) W das *Potential* der beiden Punkte, so haben wir folgenden Satz:

Bei einem System von zwei Punkten wird die Summe von lebendiger Kraft und Potential in jedem Zeitelement und folglich auch in jedem endlichen Zeitraum um ebensoviel anwachsen, als die dem System während des betreffenden Zeitraumes von Außen zugeführte Arbeit beträgt¹⁾.

Ist mithin das System sich selber überlassen, so wird jene Summe von lebendiger Kraft und Potential fortdauernd constant bleiben.

Offenbar werden wir denselben Satz in derselben Weise auch dann abzuleiten im Stande sein, wenn das System aus *beliebig vielen* Punkten besteht. Somit erkennen wir, *dafs das unsern Betrachtungen zu Grunde gelegte Weber'sche Gesetz mit dem allgemeinen Axiom oder Princip der Energie in bestem Einklange steht.* Denn dieses Princip verlangt, dafs für jedes materielle System eine *Energiefunctio*n existire, d. i. eine vom augenblicklichen Zustande des Systems abhängende Function, welche die Eigenschaft hat, in jedem Zeitraum um ebensoviel anzuwachsen, als die dem System während dieses Zeitraumes von Außen zugeführte Arbeit beträgt. Zugleich erkennen wir, dafs diese Energiefunctio(n) (welche man kurzweg die *Energie* des Systems zu nennen pflegt) bei Zugrundelegung des Weber'schen Gesetzes durch die Summe von lebendiger Kraft und Potential dargestellt ist.

Das Vorurtheil, dafs das Weber'sche Gesetz mit dem

1) Unter der einem materiellen System von *Aussen* zugeführten Arbeit soll diejenige Arbeit verstanden werden, welche auf das System ausgeübt wird von den auf dasselbe einwirkenden *äufsern* Kräften.

Princip der Energie im Widerspruch stehe, dürfte allmählig mehr und mehr schwinden. So z. B. sagt Maxwell in seinem neuesten Werke (*Treatise on Electricity and Magnetism*, Oxford 1873, Vol. II. pag. 432):

Weber's law is — — consistent with the principle of the conservation of energy in so far that a potential exists, and that is all that is required for the application of the principle by Helmholtz and Thomson.

Helmholtz selber nimmt indessen dieser Frage gegenüber eine etwas andere Stellung ein, wie wir im folgenden Paragraphen sehen werden.

§. 2.

Die betreffenden Aeußerungen von Helmholtz.

In seinem Aufsatz über „die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper“ bemerkt Helmholtz (Borchardt's Journal Bd. 72, S. 63), daß das Weber'sche Gesetz dem Princip der Energie insofern sich füge, als es keinen Kreisproceß zulasse, bei welchem Arbeit aus Nichts erzeugt werde, daß es aber diesem Princip widerspreche in so fern, als zwei elektrische Theilchen, die nach jenem Gesetz sich bewegen und mit endlicher Geschwindigkeit beginnen, in endlicher Entfernung von einander unendliche lebendige Kraft erreichen, und also eine unendlich große Arbeit leisten würden.

Dieser Einwand ist identisch mit demjenigen, welchen Helmholtz später als den Einwand (*B*) bezeichnet hat, und von welchem weiter unten (in §. 4) die Rede seyn wird.

Mit viel größerer Ausführlichkeit äußert sich Helmholtz über die vorliegende Frage, nämlich über das Verhältniß des Weber'schen Gesetzes zum Princip der Energie in seinen späteren Aufsätzen, nämlich folgendermaßen (Monatsberichte d. Berl. Akad. 18. April 1872, S. 250):

Es war durch die Weber'sche Hypothese eine für die Principien der Naturwissenschaft höchst bedeutende Frage zum ersten

Mal zur Prüfung an thatsächlichen Problemen gelangt, nämlich die, ob elementare, nicht weiter zerlegbare Kräfte angenommen werden müssen; die nicht bloss von der Lage, sondern auch von der Bewegung der wirkenden Punkte abhängig sind. Ich selbst hatte schon in meiner Schrift: „über die Erhaltung der Kraft“ hervorgehoben, daß Kräfte, die nur von der Entfernung und den Geschwindigkeiten, d. h. also von den Coordinaten der Punkte und deren ersten Differentialquotienten abhängen, das allgemeine Naturgesetz von der Erhaltung der Energie, welches sich auch in den elektrodynamischen Erscheinungen durchaus bestätigt, nothwendig verletzen müssen. Dagegen diesen noch complicirteren Fall, welchen das Weber'sche Gesetz aufstellt, wo die Kräfte von den Coordinaten und den ersten und zweiten Differentialquotienten derselben abhängen, hatte ich damals nicht berücksichtigt, und dieser Fall ist mit einer etwas erweiterten Form des Gesetzes von der Erhaltung der Energie allerdings vereinbar.

Diese Vereinbarkeit wird nun näher explicirt, nämlich dargelegt, daß bei Annahme Weber'scher Kräfte kein Kreisproceß möglich sey, durch welchen Arbeit gewonnen oder vernichtet werden könne. Sodann aber sagt Helmholtz (Borch. Journ. Bd. 75, S. 36):

Man hat sich bei den Untersuchungen darüber, ob das Gesetz der Erhaltung der Energie für gewisse Naturprocesse gültig sey oder nicht, meist damit begnügt, zu untersuchen, ob, wenn ich das analytische Resultat praktisch ausdrücken darf, ein immer wiederholter Cirkelproceß in das Unendliche Arbeit erzeugen oder zerstören kann.

In diesem Sinne nun verletzt die Weber'sche Annahme das Gesetz der Erhaltung der Energie *nicht*; aber sie thut es in einem anderen Sinne — — —

Der nun folgende Einwand betrifft indessen nicht mehr das gewöhnliche Princip der Energie, sondern vielmehr ein vollkommen *neues* hier zum ersten Mal ausgesprochenes Princip¹⁾. Denn das gewöhnliche Princip der Energie

1) Es unterliegt keinem Zweifel und ist von mir in meinen Schriften auch hin und wieder angedeutet, daß die physikalischen Principien einer festen Formulirung unfähig, mithin ihrer Natur nach dehnbar und biegsam sind. Das *Princip der lebendigen Kraft* hat sich allmählig zum *Princip der Energie* ausgedehnt, und ist möglicherweise einer noch weiteren Ausdehnung fähig. — Demgemäß ist es *a priori*

verlangt, daß für jedes materielle System eine *Energiefunction* existire, d. i. eine nur vom augenblicklichen Zustande des Systems abhängende Function, welche die Eigenschaft besitzt, in jedem Zeitraum ebensoviel anzuwachsen, als die dem Systeme während dieses Zeitraumes von Außen zugeführte Arbeit beträgt. Jenes neue Princip aber verlangt nicht nur die *Existenz* einer solchen Energiefunction, sondern zugleich eine gewisse specielle *Beschaffenheit* derselben, verlangt nämlich, daß der kinetische Theil²⁾ dieser Function *seiner mathematischen Natur nach positiv* (z. B. eine Summe von lauter Quadraten) sey.

Wollen wir diejenigen Gründe, welche Helmholtz mittelst seines neuen Principes gegen das Weber'sche Gesetz geltend macht, mit möglichster Kürze angeben, den eigentlichen Schwerpunkt dieser Gründe zur Anschauung bringen, so können wir uns folgendermaßen ausdrücken:

Helmholtz betrachtet die bei Annahme des Weber'schen Gesetzes in einem System elektrischer Massenpunkte entstehenden Beschleunigungen und zeigt, daß diese Beschleunigungen für gewisse singuläre Zustände des Systems (d. i. für gewisse singuläre Werthe der Coordinaten und Geschwindigkeiten) unendlich groß seyn würden, —

keineswegs unmöglich, daß dieses *Princip der Energie* sich allmählig zu jenem neuen *Helmholtz'schen Princip* erweitere. Nur scheint es mir zweckmäßig, vorläufig wenigstens, die beiden Principien mit verschiedenen Namen zu bezeichnen.

- 2) Unter dem *kinetischen Theil* der Energiefunction ist derjenige Theil derselben zu verstehen, welcher von den Geschwindigkeiten abhängt. — In dem vorher behandelten Beispiel (S. 213) ist die ganze Energiefunction durch $T + W$ d. i. durch

$$T + \frac{e\eta}{r} \left(1 - \frac{r'^2}{c^2} \right)$$

dargestellt. Der *kinetische Theil* dieser Function ist also:

$$T - \frac{e\eta}{r} \frac{r'^2}{c^2};$$

während andererseits ihr noch übriger Theil $\frac{e\eta}{r}$ der *statische Theil* zu nennen seyn würde.

wobei es gleichgültig ist, ob das System nur von seinen inneren Kräften oder gleichzeitig von irgend welchen äußeren Kräften beherrscht wird, vorausgesetzt, daß die letzteren entweder ebenfalls dem Weber'schen Gesetz oder einem noch einfacheren nur von der Entfernung abhängenden Gesetz gehorchen. *Hieraus folgert Helmholtz die Unzulässigkeit des Weber'schen Gesetzes.*

Bei genauerer Ueberlegung werden wir dieser Schlussfolgerung nicht unbedingt beipflichten können. Vielmehr werden wir aus dem von Helmholtz hervorgehobenen Umstande *entweder* auf die Unzulässigkeit des Weber'schen Gesetzes, *oder* auf die Unmöglichkeit jener *singulären* Zustände zu schließen haben. Entscheiden wir uns für die letztere Alternative, so tritt allerdings die Frage heran, woher es komme, daß einige Zustände des elektrischen Punktsystems möglich, andere unmöglich sind. Auskunft über diese Frage würden wir, weil die elektrische Materie niemals allein, sondern stets in Verbindung mit der ponderablen Materie auftritt, nur von einem *universalen* Gesetz verlangen dürfen, welches alle Eigenschaften, Kräfte und Beziehungen *beider* Materien umfaßt, und die aufeinanderfolgenden Zustände derselben mit souveräner Gewalt beherrscht. Unmöglich aber dürfen wir hierüber Auskunft verlangen von einem Gesetz, welches wie das Weber'sche von all' jenen Eigenschaften, Kräften und Beziehungen nur einen kleinen Theil umfaßt, und den übrigen Theil (z. B. die Beziehungen zwischen Elektrizität und ponderabler Materie, zwischen Elektrizität und Wärme, Elektrizität und Licht) mehr oder weniger im Dunkeln läßt, — von einem Gesetze, welches seiner ganzen Natur nach nur ein *particulaires* seyn kann¹⁾.

1) Daß das Weber'sche Gesetz den letzten Grund der elektrischen Erscheinungen vollständig aussprechen solle, ist meines Wissens niemals behauptet worden; und es ist mir daher unverständlich, wenn Helmholtz (in Borchardt's Journ. Bd. 75, S. 45) sich folgendermaßen äußert:

„Wenn wir aber das Weber'sche Gesetz als ein wirklich elementares anerkennen sollen, als ein solches, welches den letzten Grund

Um die Hauptsache zusammenzufassen: Aus dem von Helmholtz hervorgehobenen Umstande des Eintretens unendlich großer Beschleunigungen kann nach Belieben *entweder* auf die Unzulässigkeit des Weber'schen Gesetzes, *oder aber* auf die Unmöglichkeit der betreffenden *singulären* Zustände geschlossen werden. Und es würde also übereilt seyn, wenn man ohne hinreichende Gründe die eine Alternative vor der anderen bevorzugen, und in jenem Umstande ein Argument gegen das Weber'sche Gesetz erblicken wollte.

In der That würde ein Argument gegen das Weber'sche Gesetz nur dann vorliegen, wenn sich an irgend einem Beispiele nachweisen liesse, daß jene singulären Zustände *wirklich eintreten* können. Wie wenig ein solcher Nachweis bisher gelungen, werden wir später (in §. 4) erkennen.

§. 3.

Der Helmholtz'sche Einwand (A) gegen das Weber'sche Gesetz.

Kirchhoff hat bekanntlich zwei Abhandlungen veröffentlicht (diese Annalen Bd. 100 und Bd. 102), in denen er unter Zugrundelegung des *Weber'schen Gesetzes* und unter Herbeiziehung gewisser *accessorischer Annahmen* bestimmte Differentialgleichungen aufzustellen versuchte für die Bewegung der Elektrizität in unendlich dünnen Drähten sowie auch in körperlichen Leitern von beliebiger Gestalt. Die Art und Weise, in welcher Kirchhoff zu seinen accessorischen Annahmen gelangte, und die Bedeutung, welche er denselben beilegte, erkennen wir deutlich aus einzelnen Stellen seiner ersten Abhandlung. So sagt z. B. Kirchhoff daselbst gleich zu Anfang (S. 103):

der betreffenden Erscheinungen vollständig ausspricht; und nicht nur als einen angenäherten Ausdruck der Thatsachen für gewisse engere Grenzen: so müssen wir verlangen, daß es auch auf Objecte von den denkbar größten Dimensionen angewendet, Folgerungen gebe, die physikalisch möglich sind.“

Ich habe versucht eine allgemeine Theorie der Bewegung der Elektrizität in einem unendlich dünnen Draht aufzustellen, indem ich gewisse Thatsachen, welche bei constanten elektrischen Strömen und Strömen, deren Intensität sich nur langsam ändert, stattfinden, als allgemein geltend angenommen habe. Ich erlaube mir hier diese Theorie zu entwickeln, und ihre Anwendung auf einige einfache Fälle auseinander zu setzen.

Weiterhin bemerkt Kirchhoff bei Ableitung einer gewissen Gleichung ausdrücklich (S. 201, Note):

Der Ableitung dieser Gleichung liegt die Voraussetzung zu Grunde, daß auch bei dem *nicht* stationären Strom durch jeden Querschnitt des Leiters gleichzeitig gleiche Mengen der beiden Elektrizitäten in entgegengesetzter Richtung sich bewegen. Wollte man diese Vorstellung nicht festhalten, so würde aber die Gleichung doch noch gelten; man müßte dann nur die Stromintensität definiren als das arithmetische Mittel aus den Mengen beider Elektrizitäten, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters in entgegengesetzter Richtung gehen.

Wir erkennen aus diesen Bemerkungen, daß Kirchhoff jene von ihm eingeführten accessorischen Annahmen als ein ziemlich schwaukendes Fundament betrachtete, daß er eine bestimmte Formulirung und Consolidirung derselben vorläufig kaum für möglich erachtete, vielmehr solches der fortschreitenden Zeit zu überlassen die Absicht hatte. Auch werden wir bei genauerem Nachdenken über die Kirchhoff'schen Abhandlungen erkennen, daß es in der That besser war, jene accessorischen Annahmen in *dehnbarer und biegsamer* Form zu erhalten, als denselben durch voreiliges und willkürliches Eingreifen ein vielleicht verfehltes Gepräge aufzudrücken.

Wir wenden uns nun zu unserem eigentlichen Gegenstand. Der von Helmholtz (Borchardt's Journal Bd. 72, S. 61 und Bd. 75, S. 38) gegen das Weber'sche Gesetz erhobene Einwand (A) besteht darin, daß die aus diesem Gesetz entspringenden Kirchhoff'schen Differentialgleichungen ein *labiles* Gleichgewicht der in einem Körper vorhandenen Elektrizität ergeben, mithin unhaltbar seyen. Mit Rücksicht hierauf ist von mir schon früher (Ber. d. Königl. Sächs. Ges. October 1871, S. 477) be-

tont worden, daß die Kirchhoff'schen Differentialgleichungen, außer auf dem Weber'schen Gesetz, noch auf mancherlei anderen accessorischen Annahmen beruhen, und daß also das Weber'sche Gesetz durch ein gegen jene Differentialgleichungen geäußertes Bedenken nicht erschüttert werden könne.

Versucht man jené accessorischen Voraussetzungen in bestimmter Weise auszusprechen, so ist eine gewisse Willkür, eine gewisse Wahl zwischen vielleicht gleich berechtigten, gleich gut sich eignenden Vorstellungen schwerlich zu vermeiden. Trifft man diese Wahl¹⁾ nach Maafsgabe der Einfachheit, so dürften jene Voraussetzungen zu formuliren seyn durch folgende Sätze:

[A.] *Befindet sich die Elektrizität des betrachteten ponderablen (linearen oder körperlichen) Leiters in irgend welcher (gleichförmigen oder ungleichförmigen) Bewegung, so fließen in jedem Volumelement des Leiters gleiche Quanta positiver und negativer Elektrizität mit gleichen Geschwindigkeiten in entgegengesetzten Richtungen.*

[B.] *In jedem Volumelement ist außer den gleich großen Quantitäten strömender Elektrizität im Allgemeinen auch noch ein gewisses Quantum ruhender Elektrizität vorhanden. Diese ruhende Elektrizität steht mit der strömenden in einem gewissen Tauschverkehr, der Art, daß bald Theilchen der einen in die Bewegung der anderen hineingerissen werden, bald umgekehrt Theilchen der letzteren aus der Bewegung ausscheiden, um der ersteren sich beizugesellen.*

[C.] *Bei einem homogenen Leiter ist die Dichtigkeit der strömenden Elektrizität nicht nur für die beiderlei*

- 1) Hinsichtlich der Erwägungen, welche bei dieser Auswahl maafsgebend waren, so wie auch hinsichtlich der Willkür, welche dabei hin und wieder nicht zu vermeiden war, verweise ich auf eine meiner letzten Arbeiten (Abb. d. Königl. Sächs. Ges. 1874, S. 128—151). In der That sind die dort mit [A], [B] . . . [G] bezeichneten Annahmen, abgesehen von [F], vollkommen identisch mit denjenigen, welche hier in gleicher Weise bezeichnet sind.

Elektricitäten, sondern auch an allen Stellen und zu allen Zeiten ein und dieselbe, — also eine dem Leiter eigenthümliche Constante.

[D.] Aus der Voraussetzung [A] folgt, wie noch besonders zu betonen ist, daß die sogenannte freie Elektricität stets in Ruhe ist. Trotzdem kann der Vertheilungszustand der freien Elektricität sich ändern durch ihren Tauschverkehr mit der strömenden Elektricität.

[E.] Sind η , $-\eta$ die in einem Volumelement vorhandenen Mengen strömender Elektricität, und $\eta^{(f)}$ das da selbst vorhandene Quantum freier Elektricität, und werden diese Massen η , $-\eta$ und $\eta^{(f)}$ in ein und derselben Richtung resp. von den Kräften R_p , R_n und R_f sollicitirt, so wird angenommen, daß die aus diesen Kräften resultirende ponderomotorische Einwirkung R und elektromotorische Einwirkung $\mathfrak{R}$ die Werthe besitzen:

$$R = R_p + R_n + R_f,$$

$$\mathfrak{R} = \frac{R_p - R_n}{2\eta}.$$

[F.] Die Geschwindigkeit der strömenden Elektricität ist stets sehr klein gegen c , also sehr klein gegen eine Geschwindigkeit von etwa 59000 Meilen in der Sekunde.

[G.] Die Componenten der elektrischen Strömung sind stets ebenso groß wie die Componenten der einwirkenden elektromotorischen Kraft, letztere noch multiplicirt mit einer gewissen Constanten k (der sogenannten Leitungsfähigkeit).

Eine gewisse Willkür, eine gewisse Wahl zwischen vorläufig gleichberechtigten Vorstellungen war, wie schon bemerkt, bei Formulirung der Voraussetzungen [A.], [B.], ... [G.] nicht zu vermeiden; hierdurch erklärt sich, daß dieselben von denjenigen, welche Weber und später Lorange angedeutet haben, in wesentlichen Punkten abweichen¹⁾.

1) Näheres hierüber findet man in dem schon genannten Aufsatz (Abb. d. Kgl. Sächs. Ges. 1874, S. 149).

— Mag man nun aber jene accessorischen Voraussetzungen so oder so formuliren, — immer wird man einräumen müssen, daß dieselben nicht minder hypothetisch sind, als das Weber'sche Gesetz selber; und es bleibt daher stets die Frage, ob der von Helmholtz gegen die Kirchhoff'schen Differentialgleichungen erhobene Einwand dem Weber'schen Gesetz oder jenen accessorischen Voraussetzungen aufzubürden sey.

Es mag beiläufig gestattet seyn, eine kurze Andeutung zu geben über die Gründe, durch welche die Voraussetzung [F.] geboten ist¹⁾. Die Kraft R , mit welcher zwei Elektricitätstheilchen e und η in der Entfernung r auf einander wirken, kann bekanntlich, falls man $V_r = \psi$ setzt, dargestellt werden durch folgenden Ausdruck:

$$R = e\eta \left[\frac{1}{r^2} + \frac{8}{c^2} \frac{d\psi}{dr} \frac{d^2\psi}{dt^2} \right].$$

Mit Hülfe dieser Formel wollen wir diejenige elektromotorische Wirkung zu berechnen suchen, welche ein in dem betrachteten Körper vorhandenes Theilchen e freier Elektricität hervorbringt in irgend einem Volumelement des Körpers. Die in diesem Volumelement vorhandenen Quantitäten *strömender* Elektricität seyen bezeichnet mit η und $-\eta$. Jenes Theilchen e befindet sich, nach der Voraussetzung [D.], im Zustande der *Ruhe*; die Entfernung r zwischen e und η wird daher *nur* deshalb eine Function der Zeit seyn, weil η in Bewegung ist. Bezeichnen wir also die Bahn der Masse η mit σ , ferner ihre Geschwindigkeit und Beschleunigung mit σ' und σ'' , so hat die von e auf η ausgeübte Kraft R_r den Werth:

$$R_r = e\eta \left[\frac{1}{r^2} + \frac{8}{c^2} \frac{d\psi}{dr} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \sigma^2} \sigma'^2 + \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \sigma'' \right) \right].$$

Da es sich hier nur um Andeutungen handeln soll, so wollen wir einen möglichst einfachen Fall annehmen, nämlich voraussetzen, daß die Massen η und $-\eta$ nicht nur entgegengesetzte Geschwindigkeiten, sondern auch ent-

1) Schon deswegen, weil die Voraussetzung [F.] abweichend ist von der früher von mir proponirten (vergl. die Note S. 221).

gegengesetzte Beschleunigungen besitzen¹⁾. Alsdann ergibt sich die von e auf $-\eta$ ausgeübte Kraft R_* aus dem vorstehenden Ausdruck unmittelbar dadurch, daß man η , σ' , σ'' mit $-\eta$, $-\sigma'$, $-\sigma''$ vertauscht. Also:

$$R_* = -e \eta \left[\frac{1}{r^2} + \frac{8}{c^2} \frac{d\psi}{dr} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \sigma'^2} \sigma'^2 - \frac{\partial \psi}{\partial \sigma'} \sigma'' \right) \right].$$

Die von e auf das betrachtete Volumelement ausgeübte elektromotorische Wirkung $\mathfrak{N}$ hat, nach Voraussetzung [E.], den Werth:

$$\mathfrak{N} = \frac{R_r - R_*}{2\eta};$$

und hieraus folgt durch Substitution der für R_r , R_* gefundenen Ausdrücke sofort:

$$\mathfrak{N} = e \left[\frac{1}{r^2} + 8 \frac{d\psi}{dr} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \sigma'^2} \left(\frac{\sigma'}{c} \right) \right].$$

Diese Formel aber reducirt sich auf die von Kirchhoff angewandte Formel:

$$\mathfrak{N} = e \frac{1}{r^2}$$

offenbar nur dann, wenn man $\frac{\sigma'}{c}$ als sehr klein betrachtet, also nur dann, wenn man die Geschwindigkeit σ' der elektrischen Strömung als sehr klein betrachtet im Vergleich mit c .

§ 4.

Der Helmholtz'sche Einwand (B.) gegen das Weber'sche Gesetz.

Dieser Einwand (Borchardt's Journal, Bd. 72, S. 63) bestand in seiner ursprünglichen Form darin, daß die Beschleunigungen, welche zwei elektrische Massenpunkte nach dem Weber'schen Gesetz einander zuertheilen, bei einer gewissen sehr kleinen Entfernung *unendlich groß* seyn würden. Ein solcher Einwand kann indessen beseitigt werden durch die schon vor funfzehn Jahren bei meinen Untersuchungen über die magnetische Drehung der

1) Im Allgemeinen ist solches *keineswegs* der Fall, vgl. den schon genannten Aufsatz (Abhandl. d. Kgl. Sächs. Ges. 1874, S. 137).

Polarisationsebene des Lichtes von mirgemachte Annahme¹⁾, daß das Weber'sche Gesetz, ähnlich wie das Newton'sche, für *sehr kleine* Entfernungen einer gewissen Modification bedürfe. Es werden alsdann, falls man das Weber'sche Gesetz durch die Formel ausdrückt:

$$R = e \eta \left[\frac{d\varphi}{dr} + \frac{8}{c^2} \frac{d\psi}{dr} \frac{d^2\psi}{dt^2} \right],$$

unter φ und ψ Functionen von r zu verstehen seyn, welche nur für *beträchtliche* Entfernungen mit $\frac{1}{r}$ und $\sqrt{r}$ identisch, hingegen für *sehr kleine* Entfernungen von noch unbekannter Beschaffenheit sind.

Um nun diesen Fall *sehr kleiner* Entfernungen zu vermeiden, hat Helmholtz (Borchardt's Journ. Bd. 75, S. 39) zu zeigen versucht, daß der von ihm erhobene Einwand *bestehen bleibe*, wenn man den einen der beiden elektrischen Massenpunkte durch eine elektrische Kugelfläche ersetzt.

Man denke sich einen elektrischen Massenpunkt, welcher im Innern einer gleichmäßig mit Elektricität belegten Kugelfläche eine beliebige Lage besitzt, und von dieser Kugelfläche nach dem Weber'schen Gesetz sollicitirt wird. Der Helmholtz'sche Einwand (B.) in seiner zweiten Form besteht alsdann darin, daß dieser Punkt in einem gewissen idealen Falle durch die Einwirkung der Kugelfläche eine *unendlich grofse* Beschleunigung erhalten müßte. Ich nenne jenen Fall einen idealen, weil seine Realisirbarkeit vorläufig in Frage steht. In der That scheint ein ungefährer Ueberschlag zu ergeben, daß der Fall nur dann eintreten könnte, wenn der Radius der Kugelfläche über 400 Sonnenweiten beträgt²⁾.

1) Vgl. meine Habilitationsschrift Halle 1858, namentlich aber meine ausführlichere Schrift über diesen Gegenstand: „*Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes*“ Halle 1863. Weitere Bemerkungen hierüber findet man in meinem letzten Aufsatz (Abhdl. d. Kgl. Sächs. Ges. 1874, S. 113).

2) Ich verstehe hier unter Sonnenweite den Abstand zwischen Sonne und Erde. Uebrigens findet man Näheres über die hier gemachten

Nach meinem Dafürhalten sind nun aber als Controle eines noch hypothetischen physikalischen Gesetzes nur solche Fälle anwendbar, deren Wirklichkeit oder Realisirbarkeit aufser Zweifel steht. Denn wollte man ideale Fälle (d. i. solche, deren Realisirbarkeit noch nicht dargethan ist) als Controle gelten lassen, so würde man selbst das Newton'sche Gesetz für unzulässig erklären müssen, weil dasselbe zu absurden Folgerungen führt, sobald man sich den ganzen Weltraum mit einer Materie erfüllt denkt, welche mit überall gleicher Dichtigkeit nach allen Seiten ins Unendliche reicht¹⁾.

Demgemäfs kann nach meiner Ansicht dem in Rede stehenden Helmholtz'schen Einwande eine ernstliche Bedeutung nicht früher beigemessen werden, als bis die Realisirbarkeit des dabei als Prüfstein benutzten Falles wirklich dargethan ist.

§ 5.

Ueber die in neuerer Zeit an Stelle des Weber'schen Gesetzes in Vorschlag gebrachten Theorien.

Es sind hier namentlich diejenigen Theorien zu erwähnen, welche Helmholtz proponirt hat, daneben auch diejenige, welche von mir selber aufgestellt worden ist.

Die ursprünglich (1870) von Helmholtz angegebene Theorie geht bekanntlich aus von der Existenz eines elementaren Potentials²⁾ und leugnet das Ampère'sche Gesetz

Angaben in meinem mehrfach erwähnten Aufsatz (Abh. der Kgl. Sächs. Ges. 1874, S. 91--99). Ich benutze diese Gelegenheit, um ein kleines Versehen zu corrigiren. In jenem Aufsatz sind nämlich auf S. 95 die beiden ersten Zeilen des zweiten Absatzes durch folgende zu ersetzen:

Nach Weber ist $c > 59000$ Meilen; ferner ist $g < 31$ Fuß, d. i. $g < \frac{1}{770}$ Meilen. Somit folgt etc. etc.

Im Uebrigen bleibt Alles ungeändert, so dafs also diese Verbesserung auf die dort erhaltenen Resultate keinerlei Einflufs hat.

1) l. c. S. 97, 98.

2) Ich verstehe hier unter *elementarem Potential* einen von den betrachteten Stromelementen abhängenden Ausdruck, welcher durch seine

(Borch. J. Bd. 72). Neben dieser Theorie (und ohne dieselbe einstweilen aufzugeben) ist alsdann später (1874) von Helmholtz eine zweite Theorie angedeutet worden (Borch. J. Bd. 78), welche umgekehrt das Ampère'sche Gesetz als Grundlage benutzt, und die Existenz eines elementaren Potentials aufgiebt.

Dafs die *ursprüngliche* Helmholtz'sche Theorie (1870) in diametralem Widerspruch steht mit den bekannten elektrodynamischen Rotationserscheinungen, ist von mir bereits mehrfach bemerkt worden¹⁾; und die etwas künstlichen und wenig ansprechenden Stützen, welche Helmholtz zur Rettung seiner Theorie einstweilen hervorgesucht hat, dürften angesichts der kürzlich publicirten Zöllner'schen Experimente²⁾ ihren Dienst versagen.

Was andererseits die *spätere* Helmholtz'sche Theorie (1874) betrifft, so scheint dieselbe nahe verwandt zu seyn mit derjenigen, welche schon einige Jahre früher von mir selber entwickelt worden ist³⁾. Diese letztere

Differentiation nach der räumlichen Lage die zwischen den beiden Elementen stattfindenden ponderomotorischen Wirkungen ergiebt.

- 1) Etwas *später* wurde Aehnliches auch von Riecke bemerkt, nur in weniger bestimmten Umrissen. Denn während mein Einwand gegen die Helmholtz'sche Theorie auf *bereits bekannten Thatsachen* (den elektrodynamischen Rotationserscheinungen) basirte, machte Riecke seine Entscheidung zu Gunsten oder Ungunsten jener Theorie abhängig vom Ausfall eines gewissen *erst noch anzustellenden Experimentes*, dessen Einrichtung er näher beschrieb. Wenn man daher *meinen* Einwand nur beiläufig zu erwähnen, und hauptsächlich vom Riecke'schen Einwände zu sprechen pflegt, so dürfte diese Ausdrucksweise leicht zu einer falschen Auffassung der thatsächlich vorhandenen Verhältnisse hinleiten. — Man findet meine betreffenden Aeusserungen in den Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. vom 3. Aug. 1872, S. 157 (S. 16 der Separatabzüge) und in den mathm. Ann. Bd. 5, S. 614; andererseits die Aeusserungen von Riecke in den Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, vom 14. August 1872.
- 2) Vgl. den Zöllner'schen Aufsatz in diesen Ann. Bd. 154, S. 321.
- 3) Man findet diese von mir entwickelte Theorie in *ihren Hauptumrissen kurz angedeutet* in den Berichten der Kgl. Sächs. Ges. August 1872, S. 157—164 (S. 16—23 der Separatabdrücke), ferner in den math.

giebt für das ponderomotorische und elektromotorische Elementargesetz *einfachere* Ausdrücke¹⁾, als die Weber'sche Theorie, steht aber der Weber'schen Theorie in so fern nach, als es mir bisher nicht gelungen ist, jene einfacheren Elementargesetze auf eine gemeinschaftliche Quelle zurückzuführen.

Will man also für die elektrostatischen und elektrodynamischen Erscheinungen eine Theorie haben, welche in all' ihren Betrachtungen von einer *gemeinschaftlichen* Quelle ausgeht, und welche gleichzeitig in den experimentellen Thatsachen kein handgreifliches *Veto* findet, so scheint bis zum heutigen Tage die Weber'sche die *einzige* zu seyn, welche diesen Anforderungen entspricht.

Nachschrift.

Thomson und Tait bemerken in dem oben (S. 212) mitgetheilten Citat, daß man die Hypothese, es existirten zwei elektrische Fluida, unmöglich als richtig ansehen könne. Obwohl nun eine weitere Discussion dieser Frage, in Ermangelung fester Anhaltspunkte, sehr unfruchtbar ausfallen würde, so möchte ich doch die Gelegenheit benutzen zur Erörterung einer *verwandten* Frage, indem ich dabei ausgehe von den bekannten Thatsachen der sogenannten *unipolaren Induction*. Diese Thatsachen gestalten sich, sobald man den rotirenden Magneten durch ein rotirendes Solenoid (von endlichem Durchmesser), und endlich dieses durch einen einzelnen Stromring ersetzt, zu folgendem Satz:

Ein kreisförmiger elektrischer Stromring von constanter

Ann. Bd. 6, S. 614—624; sodann aber *ausführlicher entwickelt* theils in meinem Werke: „*Die elektrischen Kräfte*“ (Leipzig, 1873), theils in den Abh. d. Kgl. Sächs. Ges. 1873, S. 419—503. — Außerdem habe ich die Beziehung dieser Theorien zu der in Rede stehenden Helmholtz'schen Theorie (von 1874) näher dargelegt in den Ber. d. Kgl. Sächs. Ges., August 1874, S. 145, 146.

- 1) Genauer gesprochen, wird nur der Ausdruck des *elektromotorischen* Elementargesetzes ein einfacherer, während der des *ponderomotorischen* für beide Theorien derselbe ist, nämlich der von Ampère gegebene.

Stärke inducirt in einem ungeschlossenen linearen Leiter keine elektromotorische Kraft, falls beide fest aufgestellt sind; er inducirt hingegen daselbst eine elektromotorische Kraft von gewissem Werthe, falls er um seine geometrische Axe ¹⁾ mit constanter Geschwindigkeit rotirt.

Wollte man nun annehmen, daß die Wirkungen des elektrischen Stromes von *einer einzigen* Materie herrühren, die mit einer gewissen Geschwindigkeit in der Strombahn dahinfließt, so würde aus dem *ersten* Falle folgen, daß diese Materie bei einer constanten kreisförmigen Bewegung in dem linearen Leiter keine elektromotorische Kraft erzeugt, und daß sie also auch im *zweiten* Falle, wo sie offenbar wiederum eine constante kreisförmige Bewegung, nur von etwas anderer Geschwindigkeit, besitzt ²⁾, eine elektromotorische Kraft zu induciren unfähig sey. Solches aber steht in Widerspruch mit der eben angeführten experimentellen Thatsache. Somit folgt, daß jene Annahme, die Wirkung eines elektrischen Stromes rühre nur von *einer einzigen* Materie her, unzulässig ist; und wir gelangen daher zu folgendem Resultat:

Ist überhaupt die Vorstellung richtig, daß die Wirkungen des elektrischen Stromes irgend welchen Materien zuschreiben sind, die mit gewissen Geschwindigkeiten in der Strombahn dahinfließen, so sind, falls man einen offenbaren Conflict mit den experimentellen Thatsachen vermeiden will, mindestens zwei solche Materien anzunehmen.

In der That überzeugt man sich leicht davon, daß jener Conflict vermieden wird, wenn man (im Einklange mit der gewöhnlichen *dualistischen* Anschauungsweise) zwei Materien sich vorstellt, welche in der Strombahn mit glei-

- 1) Unter der geometrischen Axe des Ringes ist die in seinem Mittelpunkt auf der Kreisebene errichtete Normale zu verstehen.
- 2) Die absolute Geschwindigkeit dieser kreisförmigen Bewegung würde nämlich im *ersten* Fall $= V$, im *zweiten* $= V + aw$ seyn, falls V die Strömungsgeschwindigkeit der Materie, a den Radius der kreisförmigen Strombahn, und w die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet, mit welcher diese Bahn rotirt.

chen Geschwindigkeiten in entgegengesetzten Richtungen dahinfließen, und daß derselbe andererseits auch dann vermieden wird, wenn man (der von mir proponirten *unitarischen* Anschauungsweise Folge leistend) zwei Materien annimmt, von welchen nur die eine in Strömung begriffen, die andere aber mit der Strombahn unbeweglich verbunden ist.

Zu diesen Betrachtungen bin ich zufällig durch gewisse Untersuchungen geführt worden, die in einem meiner letzten Aufsätze (Ber. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. August 1874, S. 142—145) näher dargelegt sind. Jedoch dürften dieselben mit Rücksicht auf einige in neuester Zeit aufgestellte Hypothesen über die Natur der Elektrizität von Wichtigkeit seyn.

III. *Spectralanalytische Untersuchungen;* *von R. Bunsen.*

Nur bei dem kleineren Theile der einfachen Stoffe und ihrer Verbindungen genügt die verhältnißmäßig niedrige Temperatur der nichtleuchtenden Gasflamme, um für analytische Zwecke verwendbare Spectren zu erhalten; der bei weitem überwiegende Theil der Elemente verwandelt sich erst bei Hitzegraden in Dampf, wie sie nur durch elektrische Glüherscheinungen hervorgebracht werden können. Bei Körpern, welche in der Flamme keine Spectren hervorbringen, ist man daher auf Funkenspectren angewiesen, deren Verwendung namentlich da nicht entbehrt werden kann, wo es sich in solchen Fällen um Aufsuchung neuer Elemente oder um zweifellose Nachweisung von Körpern handelt, die ihrem Verhalten nach einander so