BEILAGE

ZU N^o 672. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Theorie des Saturns-Systems von *F. W. Bessel*. (Beschluss).

Wenn τ die Umdrehungszeit des Saturn, τ' die Umlaufszeit eines seiner Satelliten und a' die mittlere Entfernung desselben bedeuten, so ist das erste — in der *Mec. Céleste* durch $\frac{1}{2}\phi$ bezeichnete — Glied dieser Gleichung

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\tau'}{\tau} \right)^2 \left(\frac{a}{a'} \right)^3$$

Diese Gleichung drückt die Relation aus, welche, in Folge der Voraussetzung des Gleichgewichts der Oberfläche, zwischen $\frac{a}{b}$ und $\frac{k}{a^2}$, $\frac{k}{a^4}$, stattfindet. Wo die Voraussetzung gerechtfertigt ist und nur die erste Potenz der Abplattung berücksichtigt zu werden braucht, giebt sie das Mittel, entweder das Axenverhältniß durch Beobachtung des Einflusses von k auf die Bewegungen des Systems zu welchem das Sphäroid gehört, oder k durch die Beobachtung des Axenverhältnisses zu bestimmen.

Laplace hatte kein Bedenken, die, durch die flüssige Oberfläche der Erde für diese gerechtfertigte Voraussetzung des Gleichgewichts, auch für den Jupiter zu machen, wo sie sich auch, durch Uebereinstimmung der auf sie gegründeten

$\frac{a}{b} - 1 = 0,108706$, $\frac{a^3}{b^3} + \frac{1}{2} = 1,862852$, $\frac{a^5}{b^5} - \frac{3}{8} = 1,300255$, $\frac{a^7}{b^7} + \frac{35}{16} = 4,246770$
und damit

$$0,01645 = \frac{k}{a^2} - \frac{k}{a^4} 0,6980 + \frac{k^2}{a^6} 2,2797 - \text{etc. . . .}$$

welcher Gleichung zufolge ich:

$$k = aa \cdot 0,01645 x$$

setzen werde.

Die zweite der von der Beschaffenheit des Saturnssphäroids abhängigen Größen, welche der Ausdruck:

$$h = \frac{\int \delta \cdot d(a^5 ee \sqrt{1-ee})}{\int \delta \cdot d(a^5 \sqrt{1-ee})}$$

hat (§. 6), ist unter der Voraussetzung daß e von a unabhängig sei, oder daß die Schichten des Saturnskörpers von gleicher Dichtigkeit einander ähnlich seien, das Quadrat der Excentricität seiner Meridiane $= ee$, der schon angeführten Messung des Verhältnisses $a : b$ zufolge $= 0,1865$. Um aber mögliche Fehler der Voraussetzung und der Messung nicht außer Acht zu lassen, werde ich auch hier einen unbe-

ten Relation mit dem aus den Bewegungen der Satelliten gefolgerten Werthe von k und dem gemessenen Axenverhältnisse, in so weit bestätigte, als die Beobachtungen zu beurtheilen erlauben. In dem Systeme des Saturn haben die Beobachtungen die von k abhängigen Bewegungen noch nicht kennen gelehrt, also auch noch nicht zur Prüfung der Voraussetzung beigetragen. Ich werde, statt k , das Product seines, unter der Voraussetzung des Gleichgewichts aus dem Axenverhältnisse hervorgehenden Werthes in einen unbestimmten Factor (x) multiplicirt, anwenden; welcher Factor also $= 1$ ist, wenn auf der Oberfläche des Saturn Gleichgewicht stattfindet und das Verhältniß seiner Axen richtig gemessen worden ist. Nimmt man für a , b , a' die Werthe an, welche meine Messungen der Halbmesser des Saturn und der halben großen Axe der Bahn des Satelliten IV (für die mittlere Entfernung des Planeten) ergeben haben, nämlich:

$$a = 8''5265, \quad b = 7''6905, \quad a' = 176''552$$

ferner für τ die *Herschelsche* Bestimmung $= 10^8 \cdot 16'44''$ und für τ' die meinige $= 15,94542664$ Tag., so erhält man

$$\phi = 0,156134$$

stimmten Factor einführen und

$$h = 0,1865 \lambda$$

setzen.

Die von der Vertheilung der Masse des Ringsystems abhängigen k' und a' haben die Ausdrücke (§. 6 und 7):

$$k' = \frac{\int \delta' \cdot r'^3 dr'}{2 \int \delta' \cdot r' dr'} \quad a'^3 = \frac{\int \delta' \cdot r' dr'}{\int \delta' \cdot \frac{dr'}{r'}}$$

Wenn δ' beständig, oder die Masse zwischen der inneren und äußeren Grenze des Ringsystems gleichmäÙig vertheilt ist, und wenn die Halbmesser dieser Grenzen durch R und R' bezeichnet werden, so werden

$$k' = \frac{1}{2}(RR + R'R'), \quad a'^3 = RR' \frac{R+R'}{2}$$

so daß k' nahe das halbe Quadrat und a'^3 nahe der Cubus des mittleren Ringhalbmessers ist. Dieser mittlere Ringhalbmesser erscheint in der mittleren Entfernung des Planeten, den Messungen der Herren *Encke* und *Struve* zufolge, $16''77$ und $16''69$ groß, während meine, nur H' (nicht H) bestimmenden Messungen, verbunden mit der aus jenen hervorgehenden Ringbreite, $16''13$ ergeben. Die der *Herschelschen* Schätzung der Umdrehungszeit der Ringe ($10^{\text{St}}30'$) entsprechende, im 14^{ten} § durch a' bezeichnete Entfernung ist $\approx 16''0608$; jedenfalls so nahe dem mittleren Ringhalbmesser gleich, daß für jetzt noch kein Grund vorhanden ist, k' und a' für größer oder für kleiner zu halten als resp. $\frac{1}{2}a', a'$, und a' . Um indessen auch hierüber noch nichts festzusetzen, werde ich unbestimmte Größen κ' und λ' einführen und

$$k' = \frac{1}{2} a', a', \kappa'; \left(\frac{a'}{a}\right)^3 = \kappa' \lambda'$$

setzen.

Die Werthe der halben großen Axen der Satellitenbahnen a'', a''', a^{IV} , habe ich aus der zweiten von ihnen, dem *Kepplerschen* Gesetze gemäß abgeleitet. Ich stelle sämmtliche a hier zusammen:

Saturn	$a = 8''5265$	$\log. = 0,9307708$
Ring	$a' = 16,0608$	$1,2057672$
Satellit III...	$a'' = 76,1576$	$1,8817134$
— IV...	$a''' = 176,5520$	$2,2468726$
— V...	$a^{IV} = 514,5228$	$2,7114055$

Die aus a'', a''', a^{IV} hervorgehenden, in den Ausdrücken der Einflüsse der Satelliten aufeinander vorkommenden Größen, habe ich gefunden:

$$\begin{aligned} a''a''a''' [2.3]' &= 0,177405 & a'''a'''a'' [3.2]' &= 0,411268 \\ a''a''a^{IV} [2.4]' &= 0,005071 & a^{IV}a^{IV}a'' [4.2]' &= 0,034257 \\ a'''a'''a^{IV} [3.4]' &= 0,076694 & a^{IV}a^{IV}a''' [4.3]' &= 0,223510 \end{aligned}$$

Unter den Excentricitäten, ist, außer der schon angeführten der Saturnsbahn $e^0 = 0,0561505$, nur noch die der Bahn des Satelliten IV, $e''' = 0,02922326$ bekannt *). Die außer diesen noch in den Ausdrücken der verschiedenen μ (§ 14) vorkommenden Excentricitäten müssen, bis zur Erlangung näherer Kenntniß der Bahnen der übrigen Satelliten, vernachlässigt werden.

20.

So wenig genügend zur endlichen Bestimmung der Säcularbewegungen der Ebenen des Saturnsystems, die mangelhafte Kenntniß der Elemente ist, welche ich im vorigen § angeführt habe, so besitzen wir doch bis jetzt keine vollkommene, auch ist sie hinreichend die Nachweisung des Vorhandenseins gewisser Verbindungen zwischen diesen Be-

wegungen zu begründen, deren Ausmittlung eine der wesentlichsten Aufgaben ist, welche die Theorie des Saturnsystems aufzulösen hat. Ich werde daher nicht unterlassen, die Zahlenwerthe der Coefficienten der Gleichungen (52), den angeführten Elementen gemäß aufzusuchen.

Die Werthe der verschiedenen μ (§ 14) sind:

$$\begin{aligned} \mu^0 &= 0''1085.\lambda & \mu' &= 65338820''\lambda\lambda'.\kappa'm' \\ \mu^0_1 &= 1,3477 & \mu_1 &= 7524569''\lambda'.\kappa m \\ \mu^0_2 &= 13,9163 & \mu_2 &= 32409.\kappa m & \mu'_2 &= 3495158.\kappa'm' \\ \mu^0_3 &= 49,2044 & \mu_3 &= 1711.\kappa m & \mu'_3 &= 184566.\kappa'm' \\ \mu^0_4 &= 244,3776 & \mu_4 &= 40.\kappa m & \mu'_4 &= 4361.\kappa'm' \\ \mu'' &= 612820''\lambda.m'' & \mu''' &= 49251''\lambda.m''' & \mu^{IV} &= 1987''\lambda.m^{IV} \\ \mu''_1 &= 7610968.m'' & \mu'''_1 &= 611672.m''' & \mu^{IV}_1 &= 24681.m^{IV} \\ & & \mu'''_2 &= 9294666.m''' & \mu^{IV}_2 &= 265660.m^{IV} \\ \mu''_3 &= 6107163.m'' & & & \mu^{IV}_3 &= 1138875.m^{IV} \\ \mu''_4 &= 102207.m'' & \mu^{IV}_4 &= 666848.m^{IV} & & \end{aligned}$$

Daraus folgen die Werthe der Coefficienten der Gleichungen (52), ihren Ausdrücken (51) gemäß:

$$\begin{aligned} a &= \lambda \{ 0''0969 + 58320500 \lambda'.\kappa'm' + 546994 m'' + 43960 m''' + 1813 m^{IV} \} \\ a' &= -58320500 \lambda\lambda'.\kappa'm' \\ a'' &= -546994 \lambda.m'' \\ a''' &= -43960 \lambda.m''' \\ a^{IV} &= -1744 \lambda.m^{IV} \\ \alpha &= +0''0865 \lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b &= -6716323 \lambda' . \mu m \\
 b' &= +1''2030 + 6716323 \lambda' . \mu m + 6793442 m'' \\
 &\quad + 545970 m''' + 22388 m^{IV} \\
 b'' &= -6793442 m'' \\
 b''' &= -545970 m''' \\
 b^{IV} &= -21661 m^{IV} \\
 \beta &= +1''0738 \\
 c &= -28928,1 \mu m \\
 c' &= -3110729 \lambda' m' \\
 c'' &= +12''4124 + 28928,1 \mu m + 3110729 \lambda' m' \\
 &\quad + 8296288 m''' + 240977 m^{IV} \\
 c''' &= -8296288 m''' \\
 c^{IV} &= -233155 m^{IV} \\
 \gamma &= +11''0872
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d &= -1527,58 \mu m \\
 d' &= -164741 \lambda' m' \\
 d'' &= -5451167 m'' \\
 d''' &= +43''9192 + 1527,58 \mu m + 164741 \lambda' m' \\
 &\quad + 5451167 m'' + 1033061 m^{IV} \\
 d^{IV} &= -999530 m^{IV} \\
 \delta &= +39''2016 \\
 e &= -36''68 \mu m \\
 e' &= -2121 \lambda' m' \\
 e'' &= -92711 m'' \\
 e''' &= -604890 m''' \\
 e^{IV} &= +229''2827 + 36,09 \mu m + 2090 \lambda' m' + 91228 m'' \\
 &\quad + 595219 m''' \\
 \varepsilon &= +207,9800.
 \end{aligned}$$

Anmerkung.

Auf der 387^{ten} Seite, bei dem Worte *ähnlich* (5. Zeile v. u.), hört das von *Bessel* selbst zusammengeheftete Manuscript auf. Seitenzahlen und Text laufen auf 2 eingelegten Blättern fort, die er wahrscheinlich noch zu revidiren beabsichtigte. Am Ende hat er mit Bleistift beige geschrieben:

NB. Alle λ enthaltenden Zahlen sind im Verhältnisse $\frac{18650}{8225} = \frac{716}{329}$ zu vergrößern.

NB. Muß sorgfältig nachgerechnet werden, auch die Zahlen auf der vorigen Seite.

Die vorige Seite des Manuscripts von der *Bessel* spricht, fängt im Abdrucke p. 389 mit den Worten: „Ich stelle sämtliche a hier zusammen“ an.

Ich glaubte das Manuscript ganz so, wie es *Bessel* hinterließ, abdrucken lassen zu müssen.

S.

Planeten - Circular.

Der General-Secretair der *Corrispondenza Scientifica* in Rom, Herr *Fabri Scarpellini*, hat mir angezeigt, daß Herr *De Gasparis* am 12^{ten} April, als er die *Steinheilsche* Karte (Hora XII) mit dem Himmel verglich, einen neuen Planeten entdeckt habe. Der Planet glich einem Sterne zwischen der 9^{ten} und 10^{ten} Größe. Am Tage der Entdeckung verhinderte

das Wetter Beobachtungen. Am 14^{ten} und 17^{ten} verglich er ihn mit mehreren Sternen, die bis auf einen Stern a noch bestimmt werden müssen. Der Stern a kommt auf der *Steinheilschen* Karte unter AR. $12^h 9^m 49^s$ und einer Declination von $-7^{\circ} 0' 9''$ vor (für 1800), und ist Nr. 23098 in *Lalande's* von der British Association herausgegebenem Cataloge.

Mit diesem Sterne erhielt Herr *De Gasparis* folgende Vergleichen:

	M. Zt. Neapel.	AR. des Planeten.	Decl. des Planeten.
April 14	$9^h 2^m 53^s$	AR. $a - 0^m 30^s$	Decl. $a - 10' 52''$
— 17	14 2 42	AR. $a - 2^m 59^s$	Decl. $a + 4' 16''$

Der Planet ist also rückläufig und nähert sich dem Aequator.

Altona 1849. Mai 11.

H. C. Schwnacher.

Hyadenbedeckung 1849 März 28., beobachtet zu Bonn.

		Argelander.	M. Zt.	Dr. Friese.
γ Tauri	Austritt	$7^h 4' 55'' 47$		
70 —	Eintritt	8 48 51,95		$-0''25$
71 —	—	9 12 38,15		$+1,59$
θ'' —	—	10 0 51,63		$+0,30$
θ' —	—	0 53,63		$+0,30$
θ' —	Austritt	50 49,62		
80 —	erster Eintr.	52 29,62		
	zweiter —	52 39,62		$+0,68$
θ'' —	Austritt	53 32,62		
81 —	Eintritt	55 55,92		$-0,15$

Herr Dr. *Friese* beobachtete mit dem 54zölligen Fraunhofer, ich am Fernrohre des Heliometers. Der Austritt von γ Tauri ist vielleicht etwas zu spät notirt. 80 γ trat zuerst hinter eine Bergspitze des südlichen Mondrandes, und Dr. *Friese* sah ihn nach 5 Schlägen des Halbsecundenchronometers wieder hervortreten, notirte aber nachher nur den völligen Eintritt; ich versäumte das Hervortreten durch die Notirung des ersten Momentes. Der Unterschied von $0''68$ zwischen den beiden Angaben des völligen Eintritts ließe sich