ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 30.

1. *Experimentelle und theoretische Grundlagen des elastischen und mechanischen Stoßes; von Carl Ramsauer.*

(Heidelberger Habilitationsschrift.)

(Hierzu Taf. III, Figg. 1 u. 2, Taf. IV, Figg. 3—6.)

Inhalt: Einleitung. Entwicklung der beiden Stoßtheorien und bisherige Versuche p. 417. — I. Teil. Der elastische Stoß p. 420. 1. Kap. Theorie des elastischen Stoßes p. 420. § 1. Zylinder von gleichem Material und gleichem Querschnitt p. 420. § 2. Zylinder von beliebigem Material und Querschnitt p. 425. 2. Kap. Versuchsanordnung und Methoden p. 429. § 1. Material der Zylinder p. 429. § 2. Anordnungen zur Hervorbringung eines einwandfreien Longitudinalstoßes p. 431. § 3. Die Spiegelmethode zur Untersuchung des Stoßvorganges im einzelnen p. 434. § 4. Die Schattenmethode zur Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß p. 443. § 5. Die elektrische Methode zur Messung der Stoßzeiten p. 445. 3. Kap. Versuchsergebnisse p. 446. § 1. Versuche zur Prüfung der Spiegelmethode p. 446. § 2. Versuche an Stahlschrauben p. 451. § 3. Versuche an Kautschukzylindern von gleichem Querschnitt p. 459. § 4. Versuche an Kautschukzylindern von ungleichem Querschnitt p. 470. § 5. Versuche an Zylindern von ungleichem Material p. 473. Zusammenfassung des ersten Teiles p. 477. — II. Teil. Der mechanische Stoß p. 478. 1. Kap. Untersuchung des Idealfalles p. 478. 2. Kap. Die elastischen Vorgänge beim Stoß „starrer“ Körper p. 482. 3. Kap. Der Stoß zwischen Kautschukzylindern mit halbkugelförmigem Kopf p. 487. Zusammenfassung des zweiten Teiles p. 493.

Einleitung.

Entwicklung der beiden Stoßtheorien und bisherige Versuche.

Die gebräuchlichen Formeln des vollkommen elastischen Stoßes stellen die Geschwindigkeit nach dem Stoß als Funktion der Geschwindigkeiten vor dem Stoß und der Massen dar. Sie beruhen auf den beiden Sätzen von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und der lebendigen Kraft als solcher. Letztere Annahme enthält aber einen inneren Widerspruch, da sie die Körper als absolut starr betrachtet, d. h. als unfähig, Energie

in potentieller Form aufzunehmen, während andererseits die Möglichkeit der Energieübertragung durch Kräfte die Voraussetzung des ganzen Gedankenganges ist. Außerdem geht die Leistung dieser sogenannten mechanischen Stoßtheorie nicht über die Angabe der Geschwindigkeiten nach dem Stoß hinaus, über die Stoßzeiten und besonders über den Stoßvorgang selbst sagt sie nichts.

Ihr gegenüber steht die sogenannte elastische Stoßtheorie. Diese untersucht den Stoßvorgang selbst in seiner Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, den Massen, Formen und Elastizitätskonstanten im einzelnen und gelangt so auch zu theoretisch widerspruchsfreien Angaben über die Endresultate des Stoßes, d. h. über die Stoßzeiten und die Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Für den Stoß von Zylindern ist diese Theorie nach vergeblichen Versuchen von Cauchy¹⁾ und Poisson²⁾ durch F. Neumann³⁾, sowie unabhängig von St. Venant⁴⁾ begründet und von letzterem in allen Einzelheiten mit voller Strenge durchgeführt worden. Für den Stoß von Kugeln hat H. Hertz⁵⁾ die Frage im Anschluß an seine Härteuntersuchungen behandelt und — unter Vernachlässigung elastischer Wellen — mathematisch einwandfrei beantwortet.

Damit war die Frage physikalisch aber noch nicht gelöst. Die Prüfung der Endergebnisse über Stoßzeit und Geschwindigkeiten, welche experimentell keine Schwierigkeiten zu machen schien, führte nur für die Hertz'schen Entwicklungen zu einigermaßen befriedigenden Resultaten⁶⁾, während die Theorie für den Stoß von Zylindern nicht bestätigt werden konnte. Die auftretenden Differenzen waren so groß, daß nicht einmal von einer qualitativen Bestätigung die Rede sein kann. So fand Hr. Hamburger⁷⁾ bei seinen Versuchen über die Stoß-

1) A. Cauchy, Bull. Soc. philom. p. 180. 1826.

2) S. D. Poisson, Traité de mécan. 2. § 499.

3) F. Neumann, Vorl. über die Theorie der Elastizität p. 332. 1885; nach Hrn. Voigts Angaben bereits in den fünfziger Jahren vortragen.

4) St. Venant, Liouville Journ. (2) 12. p. 237. 1867.

5) H. Hertz, Crelles Journ. 92. p. 156. 1882.

6) M. Hamburger, Wied. Ann. 28. p. 653. 1886.

7) M. Hamburger, Bresl. Inaug.-Diss. 1885.

zeit zum Teil 5 mal so große Werte, wie die Theorie fordert, und außerdem im Gegensatz zur Theorie eine Abhängigkeit der Stoßzeit von der Länge des längeren Stabes, von der Dicke und von der Geschwindigkeit. Ähnliche Widersprüche zeigen die Messungen der Stoßzeit von Hrn. Hausmaninger.¹⁾ In bezug auf die Geschwindigkeiten nach dem Stoß liegt die Sache ähnlich. Außer den Arbeiten von Hrn. Hausmaninger²⁾ und Boltzmann³⁾ kommt hier wesentlich die Untersuchung von Voigt⁴⁾ an Stahlstäben in Betracht. Hr. Voigt findet bei ungleichen Stablängen ein Rückprallen des kürzeren Stabes, während die Theorie sein Stehenbleiben verlangt, und einen wesentlich zu großen Restbetrag an lebendiger Kraft.

Diese Versuchsergebnisse zeigen, daß der Stoßvorgang erheblich anders verläuft, wie die elastische Theorie es verlangt, sie zeigen aber nicht, wie er in Wirklichkeit verläuft, da sie ja nur die Endergebnisse des Vorganges wiedergeben. Die von Hrn. Voigt⁵⁾ aufgestellte Theorie, welche für die Vermittelung des Stoßes eine besonders elastische Zwischenschicht annimmt, sucht diese Lücke auszufüllen, ohne daß jedoch die experimentellen Grundlagen zu einer quantitativen Begründung im einzelnen ausreichen.

In der nachstehenden Arbeit habe ich mir die Aufgabe gestellt, diese Widersprüche nach Möglichkeit zu beseitigen. Als Untersuchungsmittel habe ich neben der Bestimmung von Stoßgeschwindigkeiten aus den Ausschlägen und von Stoßdauern nach der bekannten elektrischen Methode, deren Anwendbarkeit ich jedoch einer eingehenden Prüfung unterwerfe, eine neue optische Methode ausgearbeitet, welche die Verfolgung des Stoßvorganges für jeden Einzelmoment gestattet und damit unabhängig von jeder Theorie die Feststellung des wirklichen Stoßverlaufes ermöglicht. Speziell werde ich versuchen, die Bedingungen der elastischen und der mechanischen bzw. Voigtschen Theorie so rein wie möglich zu erfüllen, und

1) V. Hausmaninger, Wien. Ber. 88. p. 768. 1883.

2) V. Hausmaninger l. c.

3) L. Boltzmann, Wien. Ber. 84. p. 1225. 1881; Wied. Ann. 17. p. 343. 1882.

4) W. Voigt, Wied. Ann. 19. p. 43. 1883.

5) W. Voigt l. c.

werde dann den Stoßvorgang in diesen Idealfällen mittels obiger Methode auf seine Übereinstimmung mit der Theorie untersuchen. Aus diesen Ergebnissen werde ich sodann Schlüsse auf den Vorgang in komplizierteren Fällen ziehen, und werde versuchen, diese Schlüsse durch die experimentelle Prüfung des betreffenden Stoßvorganges mittels der neuen Methode zu bestätigen.

I. Teil. Der elastische Stoß.

1. Kapitel. Theorie des elastischen Stoßes.

Zum besseren Verständnis der folgenden Versuche erscheint es notwendig, eine kurze Darstellung der Theorie des elastischen Stoßes für Zylinder mit unendlich kleinem Querschnitt vorzuschicken. Dies wird auch deshalb von Wert sein, weil es durchaus nicht leicht ist, sich nach der strengen mathematischen Behandlungsweise St. Venants¹⁾ ein klares Bild von den eigentlichen physikalischen Vorgängen zu machen. St. Venant selbst hat dies Bedürfnis übrigens durchaus erkannt und zu befriedigen gesucht, war aber zu sehr Mathematiker, um nötigenfalls Allgemeinheit und Strenge dem begrifflichen Verständnis eines typischen Einzelfalles zu opfern.

§ 1. Zylinder von gleichem Material und gleichem Querschnitt.

Gegeben seien zwei Zylinder von gleichem Querschnitt q , gleicher Dichte ρ , gleichem Elastizitätsmodul E und mithin auch gleicher Wellengeschwindigkeit c . Der kürzere stoßende Zylinder habe die Geschwindigkeit V und die Länge l_1 , der gestoßene Zylinder sei in Ruhe und habe die Länge $l_2 = 3 l_1$. Fig. 1, Taf. III stellt die Augenblicksbilder von Sekunde zu Sekunde dar. Dabei ist $V = 4$ mm/sec, $c = 20$ mm/sec und $l_1 = 40$ mm angenommen.²⁾ Alles, auch die Kompressionen und Dilatationen, ist in richtigem Maße wiedergegeben. Zur Erleichterung der Übersicht sind die Zylinder in Abschnitte von der Länge $l_1/2$ geteilt; die Geschwindigkeit ist außerdem durch entsprechende Pfeile, die Kompression durch Querschraffierung, die Dilatation durch Längsschraffierung gekennzeichnet.

1) St. Venant l. c.

2) Der Maßstab der Figur ist etwa 1:3.

Im Moment des Zusammenstoßes $t = 0$ entsteht an der Berührungsstelle ein Druck P . Infolgedessen pflanzt sich in beide Zylinder hinein eine Kompression mit der Geschwindigkeit c fort. Das so entstandene Kompressionsgebiet habe nach der Zeit t die Ausdehnung $\lambda - \lambda'$ vom Berührungspunkt aus erreicht, wobei λ die ursprüngliche Länge dieser Strecke, λ' ihre Verkürzung infolge der Kompression bedeutet. Die gemeinsame Geschwindigkeit des gesamten Druckgebietes sei V' .

Es bestehen dann folgende Beziehungen. Der stoßende Zylinder hat die Bewegungsgröße $\lambda \cdot q \cdot \rho (V - V')$ verloren, der gestoßene Zylinder die Bewegungsgröße $\lambda \cdot q \cdot \rho \cdot V'$ gewonnen. Da beide Beträge gleich sein müssen, so ist:

$$(1) \quad V' = \frac{V}{2} \left[= 2 \frac{\text{mm}}{\text{sec}} \right].$$

Infolgedessen hat sich die Berührungsschicht während der Zeit t um die Strecke $V' \cdot t$ vorwärts bewegt; um die gleiche Strecke muß sich aber der ursprüngliche Abschnitt λ des gestoßenen Zylinders verkürzt haben, d. h. es ist:

$$\begin{aligned} \lambda' &= V' t \\ \frac{\lambda'}{\lambda} &= \frac{V' t}{c \cdot t} = \frac{V'}{c}, \\ (2) \quad \frac{\lambda'}{\lambda} &= \frac{V}{2c} \left[= \frac{1}{10} \right]. \end{aligned}$$

In dieser Weise wächst das Kompressionsgebiet weiter bis $t = l_1/c [= 2'']$.

Von diesem Augenblicke an kann der Druck P sich wieder ausgleichen. Der Vorgang ist ganz derselbe, als ob der Stab unkomprimiert wäre und an seinem freien Ende plötzlich ein Zug von der Größe P aufträte. Dieser Zug pflanzt sich mit der Geschwindigkeit c von unten nach oben fort, wobei er wegen seiner gleichen Größe mit dem ursprünglichen Druck den passierten Schichten die Dilatation λ'/λ und die Geschwindigkeitsänderung $(V - V')$ erteilt. Die ursprüngliche Kompression und die nachfolgende Dilatation heben sich auf, die beiden Geschwindigkeitsänderungen addieren sich zu:

$$(V - V') + (V - V') = 2V - 2V'.$$

Da $V' = V/2$, so beträgt die Gesamtänderung V . Alle von der reflektierten Welle passierten Schichten befinden sich also im normalen Zustande und in vollständiger Ruhe. Im Augenblick $t = 2l_1/c [= 4'']$, d. h. nach einem Hin- und Herlauf der Welle gilt dies für den ganzen kürzeren Zylinder.

In diesem Zeitpunkt ($t = 4''$) hat sich das Gebiet mit der Kompression $\lambda'/\lambda [= 1/10]$ und der Geschwindigkeit $V' [= 2 \text{ mm/sec}]$ im längeren Zylinder bis zur Länge $2l_1 [= 80 \text{ mm}]$ ausgebreitet. Die gesamte ursprüngliche Energie des kürzeren Zylinders ist also in den längeren übergegangen und zwar zur Hälfte als kinetische, zur anderen Hälfte als potentielle Energie. Es fragt sich, ob hiermit die Einwirkung der beiden Zylinder aufeinander definitiv beendet ist. Dies ist offenbar der Fall, wenn von diesem Moment an jeder Druck an der Berührungsstelle definitiv aufgehoben ist, während die Aufhebung bloßer Berührung nicht notwendig ist.

Im Augenblick $t = 2l_1/c [= 4'']$ haben die Berührungsschichten verschiedene Geschwindigkeit, nämlich 0 und $V/2$. Hierdurch wird aber an sich noch keine Trennung bedingt. Denn die Schichten mit der Geschwindigkeit $V/2$ stehen ja noch unter dem Druck P . Im Moment $t = 2l_1/c$ verliert der Druck aber seinen bisherigen Gegendruck und die Dilatationswelle des kürzeren Zylinders beginnt sich auch in den längeren Zylinder hinein auszubreiten. Die Schichten verlieren also ihren Kompressionszustand und erhalten gleichzeitig die Geschwindigkeitsänderung $V/2$ von oben nach unten, d. h. sie kommen zur Ruhe. Der Druck an der Berührungsstelle ist vom Moment $t = 2l_1/c$ an also aufgehoben. Dagegen ist die rein geometrische Berührung bestehen geblieben und es erscheint daher möglich, daß der Druckzustand nach einer gewissen Zeit wiederkehrt und die Energieübertragung fortsetzt, da ja in dem längeren Zylinder noch Kompressionszustände erhalten bleiben. Daß dies jedoch tatsächlich nicht der Fall ist, ergibt sich aus der folgenden Betrachtung der Vorgänge im längeren Zylinder an der Hand der Fig. 1, Taf. III.

$t = 2l_1/c = 4''$. Die gesamte Energie ist in den längeren Zylinder übergetreten, das Kompressionsgebiet erstreckt sich auf die Länge $2l_1 = 80 \text{ mm}$; die Berührung dauert noch fort.

$t = 2l_1/c$ bis $l_2/c = 4''$ bis $6''$. Das Kompressionsgebiet, stets von der gleichen Länge $= 2l_1$, bewegt sich bis zum äußeren Ende des langen Zylinders, wobei die komprimierten Teile stets die Geschwindigkeit $V/2$, die wieder entlasteten, die Geschwindigkeit 0 besitzen.

$t = l_2/c$ bis $4l_1/c = 6''$ bis $8''$. Das innere Ende der Kompression schreitet weiter fort, während zugleich am äußeren Ende eine Dilatationswelle einsetzt. Die Folge ist eine völlige Entlastung des längeren Zylinders. Der Sinn der Geschwindigkeitsänderung der beiden letzten Abschnitte, welche von der Dilatationswelle passiert sind, ist der gleiche wie der der ursprünglichen Geschwindigkeit, welche diesem Gebiet durch die Kompressionswelle mitgeteilt war. Beide addieren sich daher zu

$$V' + V' = V = 4 \text{ mm/sec.}$$

$t = 8''$ bis $10''$. Die innere Geschwindigkeitsdifferenz führt zur Ausbildung eines Dilatationsgebietes von der Unstetigkeitsstelle aus, wo die bewegten und die ruhenden Schichten aneinander stoßen. Die vorher ruhenden Teile erhalten hierbei die Geschwindigkeit $V' = 2 \text{ mm/sec}$, die Geschwindigkeit der bewegten Schichten sinkt ebenfalls auf $V' = 2 \text{ mm/sec}$.

$t = 10''$ bis $12''$, d. h. bis $2l_2/c$. Das Dilatationsgebiet, ständig von gleicher Ausdehnung wie das frühere Kompressionsgebiet, wandert bis zur Berührungsstelle.

$t = 12''$ bis $14''$. Dies Dilatationsgebiet schrumpft in derselben Weise ein, wie vorher das Kompressionsgebiet. Vom Moment $t = 12'' = 2l_2/c$ an erhält hierbei die Berührungsschicht die Gesamtgeschwindigkeit $2V' = V$ und trennt sich also von dem kürzeren Zylinder.

Bei $t = 14''$ ist wieder der ganze Zylinder entlastet, wir haben aber wieder zwei Gebiete von ganz verschiedener Geschwindigkeit. Dies gibt wieder Veranlassung zur Bildung eines Kompressionsgebietes von der Unstetigkeitsstelle aus, welches bei $t = 16''$ seine größte Länge $2l_1$ erlangt. Damit ist der Zustand wie bei $4''$ wieder völlig erreicht, und das Spiel wiederholt sich von neuem.

Die Zeit einer solchen Periode ist gleich $2l_2/c = 12''$, d. h. gleich derjenigen Zeit, während welcher eine Welle den langen Zylinder hin und her zu durchlaufen vermag.

Die so erlangte Schwerpunktschwindigkeit V_2 des längeren Zylinders ergibt sich aus dem Gesetz von der Erhaltung der Bewegungsgröße, d. h. es muß sein:

$$l_1 \cdot \rho \cdot q \cdot V = l_2 \cdot \rho \cdot q \cdot V_2,$$

$$V_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot V.$$

In unserem Falle ist

$$V_2 = \frac{1}{3} V = 1\frac{1}{3} \text{ mm/sec},$$

wie durch die gestrichelte Schwerpunktslinie in der Figur dargestellt ist.

Der Rest an lebendiger Kraft beträgt demnach:

$$\frac{l_2 \cdot \rho \cdot q}{2} \cdot \left(\frac{l_1}{l_2} \cdot V \right)^2$$

und steht zur ursprünglichen, lebendigen Kraft im Verhältnis

$$l_1 : l_2 = 1 : 3;$$

der übrige Teil ist in Schwingungsenergie verwandelt worden.

Infolge der Übereinanderlagerung der Schwerpunktsbewegung mit der Schwingungsbewegung erhält die Bewegung der einzelnen Zylinderschichten einen eigentümlichen, ruckartigen Charakter. Beispielsweise beträgt die Geschwindigkeit der äußersten Schicht von l_2 von $t = 6''$ bis $t = 10''$ 4 mm/sec, und von $t = 10''$ bis $18''$ 0 mm/sec. Der Durchschnitt muß natürlich gleich der Schwerpunktschwindigkeit, gleich $\frac{4}{3}$ mm/sec sein.

Die Berührung der beiden Zylinder dauert im ganzen von $t = 0''$ bis $t = 12''$, nämlich $2 l_2 / c$. Hierbei herrscht von $t = 0''$ bis $t = 4''$, nämlich $2 l_1 / c$ lang ein konstanter Druck an der Berührungsstelle. Die Berührung während der Zeit $t = 4''$ bis $t = 12''$ bleibt drucklos, von $12''$ an trennen sich die Zylinder definitiv.

Diese Gesetzmäßigkeiten lassen sich leicht auf jedes Verhältnis der Zylinderlängen $l_1 : l_2$ zwischen 1 und ∞ erweitern. Die graphische Darstellung würde hierbei aber für alle Fälle $2 l_1 < l_2$ wesentlich unübersichtlicher werden, da sich dann das Kompressions- und Dilatationsgebiet in der normalen Länge von $2 l_1$ nicht auszubilden vermag und sich stets zum Teil überlagert.

Man erhält ganz allgemein: Die Geschwindigkeit nach dem Stoß ist für den kürzeren Zylinder (einschließlich des Falles gleich langer Zylinder) gleich Null, die Endgeschwindigkeit des gestoßenen, längeren Zylinders verhält sich zur Anfangsgeschwindigkeit des kürzeren wie $l_1:l_2$. Die eigentliche Stoßdauer, d. h. die Zeit wirklicher Energieübertragung ist stets gleich $2l_1/c$, d. h. gleich der Zeit, während der die Welle den kürzeren Zylinder zweimal zu durchlaufen vermag; sie ist dagegen völlig unabhängig von der Länge des längeren Zylinders. Die gesamte Berührungszeit ist andererseits gleich der Zeit, in welcher die Welle den längeren Zylinder zweimal zu durchlaufen vermag, also gleich $2l_2/c$. Die Stoßgeschwindigkeit bestimmt lediglich den Kompressions- und Dilatationsgrad ($\lambda'/\lambda = V/2c$), auf die Stoßdauer und Berührungszeit dagegen, sowie auf den ganzen zeitlichen Verlauf überhaupt ist sie ohne Einfluß.

§ 2. Zylinder von beliebigem Material und Querschnitt.

Bisher wurden nur Zylinder von gleichem Querschnitt q und von gleichem Material, d. h. von gleichem ρ und c untersucht. Wir lassen jetzt diese Voraussetzung fallen. Wir unterscheiden daher bei beiden Zylindern neben l_1 und l_2 auch noch c_1 , q_1 , ρ_1 , bzw. c_2 , q_2 , ρ_2 . Als stoßenden Zylinder mit der Geschwindigkeit V denken wir uns denjenigen, zu dessen Durchlaufung die Welle die geringere Zeit braucht. Auf diesen sollen sich die Indizes 1 beziehen, d. h. es soll sein

$$\frac{l_1}{c_1} < \frac{l_2}{c_2}.$$

Der Zylinder 2 befinde sich anfangs in Ruhe.

In analoger Weise wie p. 421 erhalten wir die allgemeinen Formeln:

$$(1) \quad V' = V \frac{c_1 q_1 \rho_1}{c_1 q_1 \rho_1 + c_2 q_2 \rho_2},$$

$$(2a) \quad \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_1 = \frac{V}{c_1} \cdot \frac{c_2 q_2 \rho_2}{c_1 q_1 \rho_1 + c_2 q_2 \rho_2},$$

$$(2b) \quad \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_2 = \frac{V}{c_2} \cdot \frac{c_1 q_1 \rho_1}{c_1 q_1 \rho_1 + c_2 q_2 \rho_2}.$$

Bis zu dem Moment, in welchem die Welle nach Hin- und Herlauf durch l_1 wieder am Berührungspunkte ankommt, ist

alles im wesentlichen wie in dem oben behandelten Spezialfalle. Die Frage ist jetzt, ob von diesem Moment an der Druck an der Berührungsstelle sich aufhebt, oder ob er unter bestimmten Bedingungen erhalten bleibt.

Die schließliche Geschwindigkeit der Vorderschicht des stoßenden Zylinders nach der Zeit $t = 2 l_1 / c_1$ beträgt:

$$v_1 = 2 V' - V,$$

$$v_1 = V \frac{c_1 q_1 \varrho_1 - c_2 q_2 \varrho_2}{c_1 q_1 \varrho_1 + c_2 q_2 \varrho_2}.$$

Ist $v_1 \geq 0$, d. h. $c_1 q_1 \varrho_1 \leq c_2 q_2 \varrho_2$, so haben wir im wesentlichen wieder die Bedingung des obigen Spezialfalles. Die Berührungsschicht von l_2 erhält Platz zur Entlastung und der Druck an der Berührungsstelle und damit die Energieübertragung wird aufgehoben. In dem Falle $v_1 = 0$ bleibt die drucklose Berührung erhalten, für $v_1 < 0$ tritt sofortige Trennung der beiden Zylinder ein.

Ist dagegen $v_1 > 0$, d. h. $c_1 q_1 \varrho_1 > c_2 q_2 \varrho_2$, so ergibt sich eine völlig neue, eigenartige Erscheinung. Die Energieübertragung zwischen den beiden Zylindern ist noch nicht zu Ende, der stoßende Zylinder fährt fort, auf den gestoßenen zu drängen; von der Berührungsstelle aus entwickelt sich eine neue Welle. Für den stoßenden Zylinder ist es eine Druckwelle, welche ihm durch ihren Hin- und Herlauf einen Teil seiner Geschwindigkeit nimmt, für den gestoßenen Zylinder ist es eine Dilatationswelle, welche eine teilweise Entlastung von dem herrschenden Druck und eine Verringerung der ersten Geschwindigkeit mit sich bringt. Dieser Vorgang wiederholt sich bei jedem weiteren Hin- und Hergang der Welle im Zylinder l_1 . Während jedes dieser Zeitabschnitte entwickelt sich an der Berührungsstelle ein Druckgebiet bestimmter Geschwindigkeit und Kompression von der Länge $c_2 \cdot 2 l_1 / c_1$ und wandert bei Beginn eines neuen derartigen Zeitabschnittes in den längeren Zylinder hinein, der so in scharfgetrennte Abschnitte verschiedenen Geschwindigkeits- und Kompressionsgrades zerfällt.

Noch komplizierter wird das Gesamtbild von dem Moment l_2 / c_2 an, wo die erste Kompression am freien Ende von l_2

als Dilatation reflektiert wird und sich rückkehrend mit den Kompressionsgebieten kreuzt.

Erst in dem Moment, wo die erste Kompressionswelle als Dilatationswelle vom äußersten Ende von l_2 zur Stoßstelle zurückgekehrt ist, wird Druck und Berührung endgültig aufgehoben, denn diese Welle erteilt der Berührungsschicht des gestoßenen Zylinders einen wesentlich größeren Zuwachs an Geschwindigkeit, als die Aufhebung des Druckes für die Berührungsschicht von l_1 bedingt.

Zur quantitativen Untersuchung des Vorganges, wie sie für die spätere Prüfung der Versuchsergebnisse nötig ist, sind natürlich eingehende mathematische Ausführungen notwendig. St. Venant¹⁾ gelangt mit voller Strenge zu folgenden Resultaten.

Es sei

$$\frac{c_2 q_2 q_2}{c_1 q_1 q_1} = r < 1,$$

und es sei das Verhältnis der Zeiten, welche zur Durchlaufung der beiden Zylinder nötig sind, gleich m , also $m = \frac{l_2/c_2}{l_1/c_1}$; m sei hierbei zur Vereinfachung der Formeln als ganzzahlig vorausgesetzt, wodurch bei großem m keine wesentliche Veringerung der Genauigkeit bedingt wird.

Der ganze Vorgang spielt sich dann in der oben beschriebenen Weise in m Abschnitten ab. Es sei dann n die Nummer des betreffenden Abschnittes, v_n' die Geschwindigkeit von l_1 nach Beendigung dieses n^{ten} Abschnittes, v_n'' die Geschwindigkeit und $(\lambda'/\lambda)_n''$ die relative Kompression des Gebietes, welches sich während dieser n^{ten} Periode in l_2 ausgebildet hat. Es ist dann ganz allgemein für $n \leq m$

$$v_n' = \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^n \cdot V,$$

$$v_n'' = \frac{1}{1-r} \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^n V,$$

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_n'' = \frac{1}{1-r} \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^n \cdot \frac{V}{c_2}.$$

Ferner erhält man als Endgeschwindigkeit für l_1

$$\left(\frac{1-r}{1+r} \right)^m \cdot V,$$

1) St. Venant, l. c. p. 418.

als Endgeschwindigkeit für l_2

$$\frac{l_1 q_1 \varrho_1}{l_2 q_2 \varrho_2} \left\{ 1 - \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^m \right\} \cdot V.$$

Wir betrachten beispielsweise den Fall $q_1 \cdot \varrho_1 = q_2 \cdot \varrho_2$, $l_1 = l_2$, $c_1 = 10c_2$, also $r = 1/10$, $m = 10$ und konstruieren das Augenblicksbild $2^{1/2} \cdot 2 l_1 / c_1''$, in welchem zwei Abschnitte voll und der dritte halb verlaufen ist.

$$\left. \begin{aligned} v_1' &= \left(\frac{1 - \frac{1}{10}}{1 + \frac{1}{10}} \right)^1 \cdot V, \\ &= \frac{9}{11} V, \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{diese Geschwindigkeit be-} \\ \text{stand nach Ablauf der} \\ \text{ersten Periode in } l_1 \text{ und} \\ \text{ist während der zweiten} \\ \text{Periode ersetzt worden.} \end{array}$$

$$v_2' = \left(\frac{9}{11} \right)^2 \cdot V;$$

dies ist die Geschwindigkeit, welche l_1 nach Ablauf der zweiten Periode hatte und welche noch in der hinteren Hälfte von l_1 vorhanden ist.

$$\left. \begin{aligned} v_1'' &= \frac{10}{11} \cdot V \\ \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_1'' &= \frac{10}{11} \cdot \frac{V}{c_2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Zustand des in der Pe-} \\ \text{riode 1 gebildeten und am} \\ \text{weitesten in } l_2 \text{ vorgeschrit-} \\ \text{tenen Gebietes.} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} v_2'' &= \frac{90}{121} \cdot V \\ \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_2'' &= \frac{90}{121} \cdot \frac{V}{c_2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Zustand des nächstfolgen-} \\ \text{den, völlig ausgebildeten} \\ \text{Gebietes.} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} v_3'' &= \frac{810}{1331} \cdot V \\ \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_3'' &= \frac{810}{1331} \cdot \frac{V}{c_2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Zustand des in der Aus-} \\ \text{bildung begriffenen Ge-} \\ \text{bietes in } l_2. \end{array}$$

Die Geschwindigkeit in dem gleichzeitig in l_1 sich ausbildenden Gebiete ist gleich v_3'' , seine relative Kompression:

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_3' = \frac{81}{1331} \cdot \frac{V}{c_1}.$$

In der Fig. 1 sind der Vergleichung wegen alle Zahlen auf den Nenner $11^3 = 1331$ gebracht und den Einzelgebieten beigeschrieben.

Die Endgeschwindigkeiten der beiden Zylinder nach dem Stoße würden sein:

$$v_1 = \left(\frac{9}{10}\right)^{10} \cdot V,$$

$$v_2 = \left(1 - \left(\frac{9}{10}\right)^{10}\right) \cdot V;$$

die Stoßdauer ist gleich $2 l_2 / c_2$.

Die elastische Theorie des Stoßes gelangt also zu zwei scharf unterschiedenen Fällen: bei dem ersten erfolgt die Energieübertragung durch einen einzigen Hin- und Herlauf des Wellenzuges, bei dem zweiten durch eine mehr oder minder zahlreiche Reihenfolge von Wellenzügen. Der letztere Fall hat insofern ein allgemeineres Interesse, als die meisten Stoßvorgänge in der Natur sich in ähnlicher Weise vollziehen, wie wir im zweiten Teile der Arbeit sehen werden, ohne daß man den Mechanismus des Vorganges wegen seiner großen Kompliziertheit so klar zu erkennen vermag wie in diesem typischen Einzelfalle.

Fig. 1.

2. Kapitel. Versuchsanordnung und Methoden.

§ 1. Material der Zylinder.

Um die Verschiebung der Schichten von Moment zu Moment verfolgen zu können, mußten vor allem Materialien verwandt werden, für welche diese Verschiebungen eine mechanisch meßbare Größe erreichen. Zugleich war es notwendig, jede Durchbiegung der Einzelschichten zu vermeiden, da die Theorie nur mit eben bleibenden Schichten rechnet. In der gewöhnlichen Form, nach welcher der Querschnitt klein sein muß im Vergleich zur Länge, war diese Bedingung experimentell nicht zu erfüllen, da man auf einen verhältnismäßig sehr großen Querschnitt nicht verzichten kann, sie läßt sich physikalisch aber auch dadurch befriedigen, daß man die Durchbiegung der vordersten Schicht durch Anbringung eines starren Kopfes

vermeidet¹⁾ oder Spiralwindungen ohne eigentlichen deformierbaren Querschnitt wählt.

Es wurden verwandt: starke Spiralen aus Federstahldraht und Kautschukzylinder, außerdem als Zylinder mit großer Wellengeschwindigkeit massive Stahlstäbe.

Die Stahlspiralen hatten zwei Größen: 1. Drahtdurchmesser 3,5 mm, Zwischenraum von zwei Windungen 0,5 mm²⁾, äußerer Gesamtdurchmesser 28 mm, Gewicht einer Windung 5,75 g, Längen 10 bis 40 cm. 2. Drahtdurchmesser 2,5 mm, Zwischenraum 0,5 mm²⁾, äußerer Durchmesser 14,9 mm, Gewicht einer Windung 1,50 g, Längen 10 bis 60 cm. Beide Spiralen wurden auf der Drehbank mit Motorantrieb und automatisch regulierbarer Steigung bei langsamstem Gang über Stahlstangen von 18 bzw. 9 mm Durchmesser gewickelt. Zur Übertragung des Stoßes bei der größeren Spirale wurde jedesmal über die vorderste Windung ein Quersteg aus Stahl von 4 mm Breite und 3,5 mm mittlerer Dicke gelötet; die vordere Fläche dieses Steges war schwach abgerundet und stand senkrecht zu der Achsenrichtung des ganzen Zylinders (vgl. Fig. 5, p. 437). Diese Querstege waren bei den zusammenstoßenden Zylindern jedesmal so orientiert, daß sie sich überkreuzten. An dem Vorderende der kleinen Spiralen befanden sich kleine Platten aus Stahl von 2 mm Dicke und gleichem Durchmesser mit den Spiralen; dieselben waren auf die vorderste Windung aufgelötet, nachdem diese vorher senkrecht zur Achsenrichtung des Zylinders eben abgedreht war. Eine von den Platten war jedesmal völlig eben, und die andere ganz schwach gewölbt, so daß die Berührung stets in der Mitte der Platten erfolgen mußte.

Die Kautschukzylinder hatten die Durchmesser 25 und 35 mm bei Längen von 10 bis 40 cm. Sie bestanden aus weichem, grauen Kautschuk (etwa wie die gebräuchlichen

1) Dieser Kunstgriff findet sich bereits bei Boltzmann (l. c.), nur erscheinen mir die verwandten Beinköpfe nach meinen Erfahrungen nicht stark genug gewesen zu sein; der Einwand Hrn. Voigts, daß die Anordnung Boltzmanns wegen zu großer Querdimensionen der Theorie nicht genüge, erscheint mir daher nicht zutreffend.

2) Diese Zwischenräume wurden bei der Herstellung inne gehalten; bei Abnahme der Spiralen von der Drehbank verändern sie sich, und zwar von Fall zu Fall etwas verschieden; ihre schließliche Größe ist, wenn wesentlich, bei den Versuchen selbst angegeben.

Gummistopfen) und waren aus größeren Zylindern ausgeschnitten. Letzteres war notwendig, um eine Verschiedenheit des Zylindermantels gegen das Innere zu vermeiden, wie sie beim Rollen von Kautschuk in einer Gewebeumhüllung eintritt. Das spezifische Gewicht betrug 1,04.

Um eine deformationsfreie Verschiebung der Zylinderschichten zu erzielen, erhielten die Zylinder Köpfe aus Elfenbeinplatten von gleichem Durchmesser und 8 mm Dicke; die eine dieser Platten war stets flach, die andere ganz schwach gewölbt. Die Platten wurden mittels Fischleim an den Vorderflächen festgeklebt; die Flächen waren auf der Drehbank mittels Rasiermesser und Kalilange geschnitten, wobei die Zylinder bis auf ein kurzes, herausragendes Stück in etwas engere Messingröhren hineingezogen wurden.

§ 2. Anordnungen zur Hervorbringung eines einwandfreien Longitudinalstoßes.

Aufhängevorrichtung. Alle Zylinder wurden an Drähten aus weichem Eisendraht von 0,14 mm Durchmesser und 201 cm Länge aufgehängt. Die Zahl der Drähte für den Einzelzylinder richtete sich nach seiner Länge; die Entfernung von 10 cm zwischen zwei Aufhängepunkten wurde nicht überschritten, wobei die äußersten Punkte etwa 1 cm von den Enden entfernt waren. Die Befestigung der Drähte an den starken Stahlspiralen erfolgte durch Vermittelung kleiner an den betreffenden Windungen festgelöteter Plättchen aus Messingblech, bei den dünnen Spiralen durch direkte Anlötung. Bei den Kautschukzylindern wurden die Drähte von oben nach unten mittels Nähnadeln durchgezogen und mit einem Knoten versehen. Die Befestigungspunkte lagen hierbei genau in einer der Zylinderachse parallelen Geraden, welche vorher durch Anreißen, bzw. durch eine feine Tuschlinie festgelegt war.

Die Aufhängevorrichtung jedes einzelnen Drahtes konnte zwischen zwei starken und starr an den Wänden des Raumes befestigten Leisten L_1 L_2 (vgl. Fig. 2) beliebig in der Längsrichtung — zusammenfallend mit der Längsrichtung der Zylinder — sowie 1 bis 2 cm in der Querrichtung verschoben und in jeder Lage mit der Schraube S_1 festgeklemmt werden. Außerdem hat der Befestigungspunkt P des Drahtes, in welchem

er durch eine kleine Messingscheibe mit einer Schraubenmutter m festgeklemmt wird, noch drei Feinverstellungen: s_1 regelt die Höhenlage, s_2 und s_3 verschieben ihn um etwa 1 mm quer und längs, indem sie durch Anziehen oder Nachlassen die Lage des federnd gegen sie anliegenden Stahlstiftes von

Fig. 2.

5 mm Durchmesser verändern. Außerdem hat jede Aufhängevorrichtung einen Knebel K , mittels dessen die Länge des Aufhänge drahtes vor seiner definitiven Festklemmung geregelt wird.

Konaxiale Einstellung. Die richtige konaxiale Stellung der Zylinder wurde geprüft durch Abstandsmessung zwischen den Aufhängepunkten und den Befestigungspunkten, durch Visieren längs der ganzen Drahtreihe und durch ein horizontal gestelltes Lineal in einigen Millimetern Abstand unter den Zylindern. Zur Horizontalstellung mittels dieses Lineals diente eine punktförmige Lichtquelle (vgl. p. 443), welche scharfe Schattenkonturen der Zylinder und des Lineals auf einem weißen Hintergrunde entwarf. Genaueste Konaxialität ist unerlässlich, ihr Fehlen zeigt sich sofort im Auftreten von Querschwingungen.

Dämpfungs Vorrichtung. Dieselben Unregelmäßigkeiten treten auf, wenn der gestoßene Zylinder im Moment des Zusammen-

stoßes, oder der stoßende im Moment des Loslassens nicht in völliger Ruhe ist. Zur Erreichung dieser Ruhe war unter den Zylindern ein bis zum Rande mit Wasser gefüllter Blechkasten von 65 cm Länge, 30 cm Höhe und 4 cm Breite aufgestellt. An Nadeln gelötete Flügel aus Schablonenblech, etwa 25×10 mm groß, waren an den Zylindern befestigt und reichten in das Wasser hinein, wodurch in kurzer Zeit jede Bewegung des ruhenden und des durch einen Faden in bestimmter Amplitude gehaltenen Zylinders vernichtet wurde. Nach Eintritt der Ruhe wurde das Wasser bis zum Freiwerden der Flügel abgelassen, und zwar durch eine ganz am Boden liegende, enge Öffnung, so daß keine Strömungen in den oberen Schichten eintraten, und gleich darauf der Stoß eingeleitet.

Loslassevorrichtung. Die Vorrichtung, welche den stoßenden Zylinder in bestimmter Elongation hält und dann losläßt, ist folgende: ein dünner ca. 30 cm langer Faden trägt an seinem einen Ende einen kleinen Haken aus Kupferdraht von 0,2 mm Durchmesser und ist mit diesem in das Ohr einer im Stoßzylinder in Fortsetzung der Achse befestigten Nähnadel eingehakt. An seinem Ende ist er an einem Support befestigt, mittels dessen er in die gleiche Vertikalebene mit den Aufhängefäden und in die gleiche Höhe mit dem Befestigungspunkt am elongierten Zylinder eingestellt werden kann. 2–3 cm vom Zylinder entfernt befindet sich über dem Faden eine sehr klein gehaltene Gasflamme, welche sich beim Öffnen eines Hahnes vergrößert und den Faden durchbrennt.

Messung der Elongationen. Die benutzten Elongationen betrugen bei den Kautschukzylindern für die Hauptversuche 10 cm, bei den großen Spiralen 2 cm und bei den kleinen Spiralen 5 cm. Die größten und kleinsten überhaupt angewandten Elongationen waren 40 und 1 cm. Diese Elongationen wurden gemessen mittels einer parallel zum stoßenden Zylinder angebrachten Papierskala auf einem Spiegelstreifen. Bei den Untersuchungen über Stoßgeschwindigkeit und Stoßdauer, welche meist gleichzeitig ausgeführt wurden, trat an Stelle dieser Messung die zur Bestimmung der Stoßgeschwindigkeiten ausgearbeitete Schattenmethode (vgl. p. 443).

§ 3. Die Spiegelmethode zur Untersuchung des Stoßvorganges im einzelnen.

Mit der Ausarbeitung dieser Vorrichtungen war die Grundlage für das Zustandekommen eines reinen Longitudinalstoßes gegeben. Wir wenden uns jetzt zur Besprechung der Untersuchungsmethoden.

Prinzip der Methode. C_1 sei der Zylinder, in welchem der Stoßvorgang experimentell analysiert werden soll, C_2 sei der andere Zylinder. Dabei ist C_1 in Ruhe und wird durch den mit der

Fig. 3.

Geschwindigkeit V herankommenden Zylinder C_2 gestoßen. Will man den Vorgang in C_2 untersuchen, so muß man die Rolle der beiden Zylinder vertauschen. Die Allgemeinheit der Resultate leidet nicht hierunter, da die Vorgänge in beiden Zylindern lediglich von ihrer Geschwindigkeitsdifferenz abhängen.¹⁾

1) Die Unterschiede, welche sich bei den Messungen Hrn. Hausmaningers (l. c.) infolge der Rollenvertauschung der beiden Zylinder ergaben, können nur auf fehlerhafter Anordnung beruhen.

Am Ende von C_1 ist ein Spiegelsystem $S_1 S_2$ angebracht. S_1 ist starr mit dem Zylinder verbunden, S_2 ist um die, ebenfalls starr am Zylinder befestigte Achse a_1 drehbar. An S_2 sitzt der Hebelarm h , welcher an seinem Ende die Achse a_2 trägt. Im Vorderende des Zylinders ist die Achse a_3 befestigt. Ein starrer Hebel H verbindet a_2 und a_3 derart, daß er um a_2 und a_3 drehbar ist, diese Stellen also gelenkartig wirken. Zur vergrößerten Wiedergabe der Spiegelbewegung auf der Peripherie der mit bekannter Geschwindigkeit rotierenden Trommel T dient ein Strahlenbündel von dem punktiert gezeichneten Gange, dessen Hervorbringung im einzelnen weiter unten beschrieben ist; sein Schnittpunkt mit der Trommelfläche sei F .

So ist es möglich, jede Kompression und Dilatation des Zylinders zwischen a_3 und $S_1 S_2$ in beliebigem, von der Entfernung R abhängendem Maßstabe wiederzugeben. Die Anwendung zweier Spiegel hat hierbei einen doppelten Vorteil. Die ursprüngliche Richtung des Strahlenbündels bleibt erhalten, was die räumliche Anordnung des Ganzen sehr erleichtert und zum Teil erst möglich macht, besonders aber beseitigt die Anwendung zweier Spiegel jeden Einfluß einer drehenden Bewegung infolge einer Transversalwelle oder Bifilarschwingung. Jede solche Bewegung würde sonst ebenfalls in größtem Maßstabe wiedergegeben und wäre in ihrer Wirkung von der Wirkung einer Annäherung oder Entfernung zwischen a_3 und dem Spiegelsystem überhaupt nicht zu unterscheiden, während ein System paralleler Spiegel durch eine Drehung den Strahlengang nur in demselben minimalen Maße beeinflußt wie eine planparallele Platte.

Das Übertragungsverhältnis dieses optischen Systems ergibt sich aus einfachen geometrischen Betrachtungen. Es bewege sich a_3 nach a_3' , infolgedessen a_2 nach a_2' und dadurch F nach F' . Ist jetzt e die Entfernung und $de = a_3 a_3'$ die Entfernungsänderung zwischen a_3 und $S_1 S_2$, ist b_1 der senkrechte Abstand der Achse a_1 und b_2 der senkrechte Abstand der Achse a_3 von der Zylinderachse, ist β der Winkel, welchen die Spiegelfläche S_2 mit der Zylinderrichtung macht, ist A die Größe des Ausschlages FF' und R die Entfernung der Achse a_1 von T , so erhält man unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung:

$$de = \frac{A \cdot h}{2R} \cdot \frac{e \sin \beta + (b_1 - b_2) \cos \beta}{e - h \cos \beta}.$$

Ist e groß gegen h und $(b_1 - b_2)$, was jedoch nur bei den extremsten Versuchen genügend der Fall war, so vereinfacht sich die Formel auf:

$$de = \frac{A h}{2R} \cdot \sin \beta,$$

was sich unmittelbar verifizieren läßt.

Mechanische Ausführung im einzelnen. Wir wenden uns jetzt zum Detail des mechanisch-optischen Systems, dessen richtige Konstruktion für die Einwandfreiheit der Messungen ausschlaggebend ist.

Die Spiegelachsen. Eine Spindel aus Stahl Sp von 1 mm Durchmesser hat bei K_1 eine nach oben konisch zulaufende Verdickung und läuft an ihrem oberen Ende in eine Schraube aus, auf welche der stählerne

Fig. 4. Verh. $1\frac{1}{2} : 1$.

Konus K_2 aufgeschraubt werden kann. Über den Spindelteil zwischen K_1 und K_2 ist ein Stahlröhrchen R geschoben, dessen obere und untere Öffnung auf K_1 und K_2 aufgeschliffen ist. Abgesehen von diesen konischen Flächen berührt es die Spindel nicht, läuft also gerade wie zwischen zwei Spitzen. Die Schraube des Konus K_2 ist sehr fein und wird außerdem durch einen federnen Schlitz an seinem oberen

Ende zu strammen Gange gezwungen. Mit dieser Anordnung läßt sich ohne toten Gang ein Minimum von Reibung erzielen.

Die Spiegelträger (vgl. Fig. 5). Mit dem Röhrchen R durch Lötung fest verbunden ist der Spiegelträger Tr . Dieser besteht aus einem Messingring von dem Durchmesser 10 mm, dessen vordere Fläche völlig eben geschliffen ist, und dem Hebel h von 18 mm Länge. Auf der ebenen Ringfläche ist ein ebener versilberter Spiegel S_2 von 21 mm Durchmesser mit Klebwachs befestigt. Ein ähnlicher Messingring ohne Hebelfortsatz trägt

den festen Spiegel S_1 und ist statt an dem drehbaren Röhrchen direkt mittels einer Schraube an der feststehenden 1 mm starken Stahlspindel Sp' festgeklemt. Die Aufklebung beider Spiegel muß mit großer Sorgfalt geschehen. Erst durch öfteres Erweichen des Wachses und langsames Erkalten erhält man einen unverzogenen Zustand.

Fig. 5.

Sp und Sp' sind starr mit dem Zylinder verbunden; bei Kautschuk durch zwei Querstäbchen aus Stahl von 1 mm Durchmesser (vgl. Fig. 4), bei Stahlschrauben durch Anlöten an eine Windung, wobei ein gebogener, der Windung sich anschmiegender Querdraht die Starrheit erhöht. Das Gewicht der ganzen Vorrichtung beträgt im Durchschnitt 3,4 g, wovon 1 g auf den beweglichen Spiegel mit Träger fällt.

Die Achsen. Am Ende von h befindet sich die Achse a_2 . Dieselbe besteht aus der 0,6 mm dicken, nach oben konisch zugehenden Spitze einer Nähnadel. Eine gleiche Spitze bildet die Achse a_3 . Bei Kautschuk bildet dieselbe entweder das obere Ende einer Nähnadel, welche senkrecht zur Achse durch den Kautschukzylinder hindurchgetrieben ist, oder sie ist in einem 8 mm tiefen Loch der Elfenbeinplatte befestigt. Bei Stahlschrauben ist sie in ein kleines Stück Messing eingesetzt und mit diesem auf eine Windung gelötet.

Der Übertragungshebel H . a_2 und a_3 sind verbunden durch den starren Hebel H . Derselbe besteht aus einem Stück

Fig. 6. Verh. 1 : 1.

Rohr von etwa 4 mm Durchmesser, in dessen beide Enden je eine Buchse aus Elfenbein mit einer inneren Bohrung von 1 mm Durchmesser eingesetzt ist. In die eine Buchse B_1 ist

ein Aluminiumdraht von 1 mm Durchmesser eingesetzt und festgeklebt, in der anderen Buchse B_2 ist ein ebensolcher Draht zu verschieben und kann durch die Schraube *Schr* in beliebiger Stellung festgeklemt werden. Beide Aluminiumdrähte sind an ihrem Ende etwas breitgeschlagen und mit einem runden Loch von 0,5—0,6 mm Durchmesser versehen. Die Dimensionen der Löcher sind so gewählt, daß der Hebel beim Aufsetzen auf die Achsen a_2, a_3 bis auf 1—1,5 mm an den Zylinder bzw. an h herangeschoben werden kann; die konische Form der Spitzen verhütet hierbei das Entstehen eines toten Raumes. Durch kleine durchlochte Messingstückchen M mit Schraube (Fig. 5), welche auf die Achsen aufgeschoben werden können, wird ein Hochrutschen verhindert. Das Gewicht der längsten Hebel (20 cm) betrug nicht über 0,7 g.

Optische Ausführung im einzelnen. Fig. 7 gibt noch einmal die Gesamtheit der optischen Anordnung wieder. Das Licht der Bogenlampe L von ca. 15 Amp. Stromstärke wird durch das Linsensystem I von der Brennweite $f_1 = 8$ cm und dem Durchmesser 9,5 cm auf das Diaphragma D von etwa 0,1 mm

Fig. 7. Verh. 1 : 30.

Durchmesser konzentriert. Die Abstände sind so gewählt, daß $L\hat{I} = \hat{I}D = 2f_1$, wodurch höchste Flächenhelligkeit in D erzielt wird. Auf der anderen Seite von D befindet sich eine elektromagnetische Stimmgabel S von 116 Schwingungen pro Sekunde, welche mit einem schmalen Aluminiumfortsatz von 0,5 mm Breite in der Mitte jeder Schwingung (von 2—3 mm Amplitude nach jeder Seite) D einmal verdeckt. D steht im Brennpunkt der Linse II von $f_{II} = 60$ cm und von 11,5 cm Durchmesser. Die von II parallel gemachten Strahlen fallen auf Linse III von $f_{III} = 80$ cm und dem gleichen Durchmesser

wie II, und würden durch diese ohne Zwischenschaltung des Spiegelsystems in einem 80 cm entfernten Punkte vereinigt werden. Diese Abbildung von D war äußerst scharf, da beide Linsen von guter Achromasie waren und die sphärische Aberration wegen gleichen Materials der beiden Linsen durch Wahl der Entfernung $(f_{II} + f_{III})/2 = 70$ cm beseitigt werden konnte.

Das Strahlenbündel fällt vor seiner Vereinigung auf den festen Spiegel S_1 , wird nach S_2 reflektiert und erst dann in F vereinigt. Die Stellung von $S_1 S_2$ ist daher eine völlig beliebige, d. h. es war möglich, die Länge R des Lichtzeigers, von welcher das Vergrößerungsverhältnis im wesentlichen abhängt, zwischen 15 und 75 cm zu variieren. Um störendes Licht, welches an S_1 vorbeifällt, zu beseitigen, wird in B eine Blende von entsprechender Größe angebracht.

An dem Vereinigungspunkte F befindet sich die Peripherie der rotierenden Trommel T von 3 cm Breite und 28 cm Durchmesser. Dieselbe besteht aus einer Korkscheibe, welche durch Messingscheiben von 6 cm Durchmesser auf einer Stahlwelle gehalten wird. Die Scheibe ist während ihrer Rotation auf der eigenen Welle abgedreht, läuft also genau zentrisch. Die Welle dreht sich in Spitzen und erhält ihren Antrieb durch Schnurlauf vom Motor M , dessen Geschwindigkeit in weiten Grenzen reguliert werden kann. Die Trommel machte im Mittel etwa 20 Drehungen pro Sekunde, entsprechend einer Umfangsgeschwindigkeit von 17—18 m/sec; in speziellen Fällen wurde diese Umdrehungszahl auf die Hälfte verringert.

Auf die Peripherie der Trommel wird mittels vier dünner eingesteckter Stiftchen ein Streifen Kodakfilm von 88 cm Länge und 3 cm Breite gespannt. Die Trommel selbst ist nach außen lichtdicht durch das Gehäuse G abgeschlossen, dessen einzige Öffnung nur durch Fortbewegung des Schiebers S freigegeben wird. Der Griff von S ist mechanisch mit dem Hahne verbunden, dessen Öffnung die Vergrößerung der Gasflamme Fl (p. 433) bedingt. Öffnet man also S , so brennt im selben Moment der haltende Faden Fd durch und C_2 setzt sich in Bewegung.

Während der Zeit, die bis zum Zusammenstoß selbst vergeht, bleibt C_1 und damit F in Ruhe, es wird also auf der rotierenden Trommel eine gerade Linie gezeichnet, welche sich

bei einer größeren Anzahl von Umdrehungen bis zum Zusammenstoß lediglich verstärkt und als Nulllinie benutzt werden kann. Treten dann aber während des Stoßvorganges Annäherungen oder Entfernungen zwischen a_3 und $S_1 S_2$ auf, so verschiebt sich F quer zur Rotationsrichtung und zeichnet so auf dem Film eine für den Stoßvorgang charakteristische Kurve. Die Ordinaten von der Nulllinie an gerechnet, geben nach der Formel auf p. 436 unmittelbar den Betrag der gesamten Kompression oder Dilatation; die Abszissen entsprechen dem zeitlichen Verlaufe und lassen sich leicht mit Hilfe der Stimmgabelmarken, an denen die Kurve jedesmal aussetzt, absolut auswerten. Diese Wiedergabe des Stoßvorganges beschränkt sich nicht auf den Hauptvorgang, sondern auch auf die folgenden Nachschwingungen, bis sich S_1 so weit aus dem Strahlenkegel herausbewegt hat, daß die Gesamtmenge des nach F gelangenden Lichtes nicht mehr zur Schwärzung des Films genügt. Kurve a Fig. 5, Taf. IV ist von dem Verlage nach einem Originalphotogramm in natürlicher Größe hergestellt worden.

Erweiterung der Methode durch Verdoppelung der Spiegelsysteme. Es ist von wesentlichem Vorteil, den Stoßvorgang in zwei Partien des Zylinders gleichzeitig zu verfolgen. Dies wird möglich durch die Anbringung zweier vollständiger Spiegelsysteme auf einem Zylinder. Die einzige Voraussetzung ist die, daß sich beide Spiegelsysteme gleichzeitig in dem von der Linse III ausgehenden Strahlenkegel befinden und ihr Licht getrennt auf eine passende Stelle des Films bringen. Dies wird möglich, wenn man B entfernt und den Abstand zwischen Linse III und dem Zylinder möglichst verringert; der Abstand der beiden Spiegelsysteme kann hierbei bis 10 cm betragen, wobei die Längen der Übertragungshebel H beliebig sein können. Den mittleren Teil des Strahlenkegels blendet man auch jetzt ab. Zur richtigen Orientierung der Kurven auf dem Film muß man den einen oder den anderen der beiden festen Spiegel etwas drehen. Die Parallelität im System wird dadurch aufgehoben, die Unabhängigkeit des Systems von der Drehung bleibt aber trotzdem erhalten. Dagegen tritt eine andere Erscheinung auf, auf welche man bei der Deutung der Kurven Rücksicht nehmen muß: Bei Parallelverschiebung des Spiegelsystems durch den bereits be-

wegen Zylinder verschiebt sich der Lichtpunkt je nach dem Sinne der Abweichung von der Parallelität in der einen oder anderen Richtung auf dem Film. Diese Verschiebung ist aber minimal und kommt erst bei späteren Nachschwingungen zur Geltung.

Diese Verdoppelung der Spiegelsysteme wurde entweder angewandt, um lediglich die Wellengeschwindigkeit zwischen zwei beliebigen Punkten, nämlich den Achsen a_3, a_3' der beiden Systeme zu bestimmen, oder um gleichzeitig den Stoßvorgang im einzelnen in der vorderen und hinteren Hälfte des Zylinders aufzunehmen. Im letzteren Falle entspricht die Anordnung dem Schema in Fig. 2, Taf. III. Im ersten Falle würde man z. B. a_3' nach (a_3') rücken; die Lage der Spiegelsysteme würde hierbei gleichgültig sein, zur Erzielung möglichst gleichartiger Bedingungen werden aber stets die Abstände e für beide Systeme (vgl. Fig. 3) gleichgemacht.

Die Nulllinien der beiden gleichzeitig auf dem Film entstehenden Kurven laufen sich im Abstand von 4—12 mm parallel, die Kurven können also ohne Störung einzeln ausgemessen werden. Ihre zeitliche Beziehung zueinander ist aber nicht ohne weiteres gegeben. Gleichzeitigkeit zwischen zwei Punkten, welche auf derselben beide Nulllinien schneidenden Senkrechten liegen, ist offenbar nur dann vorhanden, wenn die beiden Lichtpunkte auf der Trommel an sich in der gleichen Horizontallinie liegen. Der Vertikalabstand beider Punkte ist also als Korrektur zu berücksichtigen. Man findet diese Korrektur ohne weiteres, wenn man durch die Zeitmarke einer Kurve eine Senkrechte zu den beiden Nulllinien legt und die Abweichung der gleichzeitig entstandenen Zeitmarke der anderen Kurve bestimmt; um diesen Betrag sind die Kurven gegeneinander verschoben zu denken. Die Doppelkurve b Fig. 5, Taf. IV ist von dem Verlage nach einem Originalphotogramm in natürlicher Größe hergestellt worden.

Beziehung der Kurven zum Stoßvorgang. Fig. 2, Taf. III zeigt den Zusammenhang zwischen den so aufgenommenen Kurven und der theoretischen Darstellung. Die Zylinderlängen sind im Verhältnis 1 : 2 gewählt.¹⁾ Der Vorgang im längeren Zylinder

1) Im übrigen sind die Versuchsbedingungen die gleichen wie für Fig. 1, Taf. III; die Zahl der Augenblicksbilder ist verdoppelt.

ist in diesem Falle besonders günstig für die theoretische Deutung der Kurve. Die Spiegelsysteme des kürzeren Zylinders werden gleichzeitig, die des längeren Zylinders nacheinander betätigt. Die Darstellung selbst ist in bezug auf Kompressionen und Dilatationen stark übertrieben gezeichnet.

Die unteren Kurven AM und ME entsprechen den Entfernungsänderungen zwischen A und M , sowie zwischen M und E . Die zeitliche Darstellung paßt sich unmittelbar den Zeitabständen der Augenblicksbilder an, die Ordinaten geben die Entfernungsänderungen im 5 fachen Maßstabe wieder. Die richtige zeitliche Beziehung der Anfangspunkte zueinander beruht auf der gleichzeitigen Aufnahme; die bei der Aufnahme auseinanderfallenden Nulllinien sind hier aufeinandergelegt. Die absoluten Bewegungsverhältnisse bei Aufnahme dieser Kurven müssen natürlich die umgekehrten gewesen sein wie auf der Zeichnung, d. h. der kürzere ruhende Zylinder wird vom 4 mm/sec schnellen längeren Zylinder gestoßen. Die Beziehung der Kurven zu den Augenblicksbildern ist ohne weiteres einzusehen. Wir betrachten beispielsweise die Kurve AM , welche die Kompressionen zwischen A und M wiedergibt. Bis $t = 0$ ist der Zylinder ohne Kompression, von $t = 0''$ bis $t = 1''$ wächst die Kompression und damit die Kurvenordinate stetig, von $t = 1''$ bis $3''$ bleibt sie konstant und sinkt darauf stetig bis $t = 4''$ auf den Wert 0, den sie von da an dauernd behält. Aus der zeitlichen Differenz der Anfangspunkte von AM und ME ergibt sich gleichzeitig, daß die Welle $1''$ gebraucht hat, die Strecke A bis $M = 20$ mm zu durchlaufen, daß ihre Geschwindigkeit also 20 mm/sec beträgt.

Diese Geschwindigkeit verwenden wir, um die einzeln aufgenommenen Kurven $A'M'$, $M'E'$ zeitlich aufeinander zu beziehen. Der Abstand ihrer Fußpunkte muß entsprechend der Größe der Strecke $A'M' = 40$ mm $2''$ betragen. Die Beziehung dieser Kurven zu den Augenblicksbildern ist leicht zu verfolgen, bemerkenswert sind im Vergleich zum ruhenden Zylinder die fortdauernden Nachschwingungen.

Das Charakteristische der beiden Kurvensysteme, betreffs ihrer Ordinaten und Zeitabschnitte an und für sich, sowie in bezug aufeinander fällt unmittelbar in die Augen.

§ 4. Die Schattenmethode zur Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß.

Die Geschwindigkeitsmessung beruht auf der Bestimmung der Elongationen des stoßenden Zylinders vor dem Stoß und beider Zylinder nach dem Stoß. Die Geschwindigkeiten V sind innerhalb der benutzten Grenzen den Elongationen E direkt proportional nach der Formel:

$$V = E \cdot \sqrt{\frac{g}{l}},$$

wo l die Länge der Aufhängedrähte bis zur Zylinderachse und g die Erdbeschleunigung bedeuten. $\sqrt{l/g}$ läßt sich am einfachsten aus Schwingungsbeobachtungen bestimmen.

Die Schwierigkeit liegt in einer einwandfreien Messung der Elongation. Nach Boltzmann¹⁾ ist diese Messung wegen der Plötzlichkeit der Umkehr über eine Elongation von ca. 10 cm hinaus nicht mehr möglich. Dies stimmt mit meinen Erfahrungen überein, während Hr. Voigt²⁾ etwas weiter, bis 15 cm Amplitude gelangt ist. Die Drahtlängen waren hierbei in allen Fällen von der gleichen Größenordnung. Hr. Hausmaninger³⁾ sucht die Schwierigkeit mittels Papierschlitzen zu beseitigen, welche die Zylinder bis zur Erreichung ihrer Maximalelongation vor sich herschieben und dann liegen lassen; nach meinen Erfahrungen müssen die Fehlerquellen dieser Beobachtungsweise aber recht erheblich sein.

Ich gelangte schließlich zu folgender Methode:

L sei eine kräftige, punkt- oder linienförmige (vertikale) Lichtquelle in etwa 200 cm Abstand von den Zylindern $C_1 C_2$ (benutzt wurde eine Liliputbogenlampe von 2 Amp. oder eine gradfadige Nernstlampe). L ist von einem Gehäuse G umschlossen, so daß nur der für die Messung notwendige Lichtkegel austreten kann; im übrigen ist der Untersuchungsraum dunkel. Auf der Oberseite der Zylinder sind mittels einer Nadel mit einem angelöteten Stück Schablonenblech recht-

1) l. c. Boltzmann beobachtete die Schatten der Aufhängefäden an einer Millimeterskala.

2) W. Voigt, l. c.

3) V. Hausmaninger, l. c.

eckige Fähnchen aus weißem Papier (ca. 15×10 mm) angebracht: F_1 und F_2 . Von F_1 und F_2 entwirft L auf dem Maßstabe M hinter den Zylindern sehr scharfe Schatten. Die

Fig. 8. Verh. 1 : 40.

Lage der Schattenränder läßt sich für die Ruhelage der beiden Zylinder, sowie für den durch den Faden in Elongation erhaltenen, stoßenden Zylinder unmittelbar ablesen. Bei bewegten Zylindern sind die Elongationen noch bis 5 cm

auf $\frac{1}{10}$ mm genau zu messen, da die Abgrenzung eine sehr scharfe ist, und, soweit das Auge selbst in Betracht kommt, jeder parallaktische Fehler fortfällt; über 5 cm wird die Messung schwieriger, von 10 cm an ist sie nicht mehr mit genügender Genauigkeit ausführbar. Zur Messung der größeren Elongationen wird vor den Zylindern ein schwarzer Schirm S angebracht, welcher auf einem Support befestigt ist und sich in der Zylinderrichtung schnell verschieben läßt. Auch S entwirft jetzt auf dem Maßstabe einen scharf begrenzten Schatten, welcher den Schatten des Fähnchens, solange sich dieser hinter S befindet, völlig verdeckt. Jedes Hervortreten von F_1 hinter S läßt sich aber sofort konstatieren, da dann nicht nur die ursprüngliche Schattengrenze von S plötzlich durchbrochen wird, sondern gleichzeitig der Band des weißen Fähnchens helleuchtend aus dem Schattenraum heraustritt.

S wird so eingestellt, daß F_1 bei der zu messenden Elongation etwas über den Rand von S hinausgeht. Indem der stoßende Zylinder sofort nach dem Zusammenstoß beiseite genommen wird, werden jetzt die Schwingungen (etwa 2 bis 4) gezählt, während welcher der Rand von F_1 noch aus dem Schatten von S heraustritt. In der gleichen Weise lassen sich die Elongationen von F_2 bestimmen. Aus dieser Zahl und dem vorher ermittelten Dämpfungsverhältnis, sowie der Lage von S läßt sich dann der wahre Wert der Elongation berechnen.

Der mögliche Maximalfehler ergibt sich ohne weiteres gleich dem Betrag der Dämpfung zwischen zwei Schwingungen,

d. h. bei 20 cm Elongation zu durchschnittlich etwa $1 \text{ mm} = \frac{1}{2} \text{ ‰}$, während der Fehler bei kleinerer Elongation wesentlich geringer ist. Diese Genauigkeit genügt für unseren Zweck bereits vollständig, wird aber tatsächlich wesentlich erhöht durch eine größere Messungszahl und Variation in der Stellung von S , sowie durch die leicht ausführbare Abschätzung des Betrages, um welchen F_1 oder F_2 zum letzten Male aus dem Schatten hervortaucht.

Bei Berechnung der Resultate ist noch die Parallaxe zu berücksichtigen, die durch den Abstand zwischen den Fähnchen und dem Maßstabe bedingt wird. Sie ist offenbar die gleiche, als ob ein in L befindliches Auge die Ausschläge direkt auf der Skala ablöse. Bezeichnet man mit A und a die Abstände der Lichtquelle und des Fähnchens vom Maßstabe, so ist jede Elongation von der Ruhelage aus um den Bruchteil a/A (etwa $\frac{1}{70}$ bis $\frac{1}{80}$) zu verringern.

§ 5. Die elektrische Methode zur Messung der Stoßzeiten.

Die zur Messung der Stoßdauer verwandte Methode ist die gleiche, wie sie bereits von den Herren Schneebeli¹⁾, Hamburger²⁾ usw. für denselben Zweck benutzt worden war; sie ist ursprünglich von Pouillet³⁾ ausgearbeitet worden.

Fig. 9.

Die beiden Zylinder (vgl. Fig. 9) sind zusammen mit einem Drehspulgalvanometer mit Fernrohrablesung (10000 Ω Eigenwiderstand und 1000 Ω Nebenschluß) und einem Vorschalt-

1) H. Schneebeli, l. c.

2) M. Hamburger, l. c.

3) C. S. M. Pouillet, Pogg. Ann. 64. 1849.

widerstand von $10\,000\ \Omega$ in den Stromkreis eines Akkumulators eingeschaltet. Während der kurzen Berührung der beiden Zylinder durchfließt eine bestimmte Elektrizitätsmenge den Kreis und ruft einen Ausschlag am Galvanometer hervor. Eicht man nun das Galvanometer mit Hilfe eines Helmholtz'schen Pendelunterbrechers, der an Stelle von C_1/C_2 bei sonst ganz gleichen Verhältnissen den Strom eine meßbare Zeit hindurch schließt, so lassen sich die Stoßdauern aus den Ausschlägen unmittelbar berechnen. Die unbequemen Korrekturen, welche bei Benutzung eines Kondensators in diesem Falle notwendig sind, fallen damit fort.

Diese Methode, welche für die Bestimmung kleinster Zeiten bis 10^{-6} sec einwandfrei arbeitet, liefert für unsere Zeiten von der Größenordnung 10^{-2} eine bei weitem genügende Genauigkeit. Eine andere Frage ist die, ob die so gewonnene „Stoßzeit“ mit derjenigen Zeit identisch ist, während welcher die Energieübertragung stattfindet, und welche daher auch allein für den Stoßvorgang charakteristisch ist. Diese Frage läßt sich nur entscheiden durch die Ergänzung dieser Messungsart durch die photographische Kurvenmethode und muß — wie aus dem Folgenden hervorgeht — verneint werden.

3. Kapitel. Versuchsergebnisse.

§ 1. Versuche zur Prüfung der Spiegelmethode.

Die photographische Methode mußte eingehend auf ihre Anwendbarkeit zur Untersuchung des Stoßvorganges geprüft werden, da jede Wiedergabe eines mechanisch-elastischen Vorganges durch ein zweites mechanisch-elastisches System stets besondere Vorsicht erfordert.

Fehlermöglichkeiten. Das optische System kann einmal den Stoßvorgang selbst erheblich modifizieren, und zwar wird diese Störung um so größer sein, je größer die Masse des Systems im Vergleich zur Masse des Zylinders ist. Das zweite Bedenken ist das, ob das Spiegelsystem den wirklich eingetretenen Vorgang auch richtig wiederzugeben vermag, d. h. ob der drehbare Spiegel momentan den schnellen Bewegungen des Punktes a_3 von wenigen Millimeterbruchteilen folgt. Dies kann verhindert werden

1. durch toten Gang an den Achsen a_1, a_2, a_3 ,
2. durch Durchbiegung des Hebels H ,
3. durch Verbiegen der Achse a_3 oder Nachgeben ihrer Befestigung.

Die Fälle 2 und 3 treten ein, wenn entweder der Hebel, die Achse oder ihre Befestigung zu schwach sind, oder wenn das Reibungsmoment und Trägheitsmoment des drehbaren Spiegels zu groß sind.

Vor Beginn der eigentlichen Arbeit und gelegentlich auch noch während derselben wurden spezielle Versuche angestellt, um diese Fragen zu entscheiden.

Einfluß der Systemmasse auf den Stoßvorgang selbst. Das Resultat war folgendes: zwei Kautschukzylinder¹⁾ von 2,5 cm Durchmesser und 18,1 cm Länge stießen mit 11,1 cm/sec Geschwindigkeit aufeinander; a_3 befand sich 0,5 cm vom vorderen Ende, $S_1 S_2$ 1,0 cm vom hinteren Ende, e betrug 16,6 cm (vgl. Fig. 3, p. 434). Die gesamte Masse des Spiegelsystems betrug 3,4 g. Es wurde die Kurve A , Fig. 5, Taf. IV, erhalten. Bei Vermehrung der Spiegelmassen durch Aufschrauben drei kleiner Messingkörper auf 6,8 g und auf 13,6 g wurden die Kurven B, C erhalten. Die Kompressionsmaxima betragen in den drei Fällen 0,172, 0,180, 0,177 mm, die Stoßzeiten 0,0084", 0,0095", 0,0122". Die Vermehrung der Systemmasse auf das zwei- und vierfache bringt also keine wesentliche Änderung des Kompressionsmaximums, dagegen eine merkliche Änderung der Stoßzeit hervor. Man könnte daher annehmen, daß auch die Stoßzeit der Kurve A erheblich vermehrt ist. Der Vergleich der drei Kurven zeigt jedoch, daß sich die Änderung in der Stoßzeit lediglich auf den absteigenden Ast, d. h. die Entwicklung der Dilatationswelle erstreckt, während die Kompressionsvorgänge unverändert bleiben. Aus der Gleichheit der beiden Äste in Kurve A läßt sich daher schließen, daß die Stoßzeit hier nicht wesentlich beeinflußt ist.

Ein analoger Kontrollversuch unter vollständig anderen Bedingungen (gleichlange Kautschukzylinder von 3,5 und 2,5 cm Durchmesser stießen mit der Geschwindigkeit 22,1 cm/sec auf-

1) Das Material war noch nicht das für die endgültigen Versuche benutzte; sein spezifisches Gewicht betrug 1,04, sein Elastizitätsmodul 0,131 kg/mm².

einander; a_3 war in dem Elfenbeinkopf (vgl. p. 431) des dünneren befestigt, $S_1 S_2$ befand sich 0,8 cm von seinem hinteren Ende) ergab bei Verdoppelung der Systemmasse: Kompressionsmaximum 0,441 statt 0,438 mm, Stoßzeit 0,0070" statt 0,0066".

Für diese Versuche sind nur die dünnsten Kautschukzylinder gewählt, während bei den dicken Kautschukzylindern und bei den starken Spiralen die Verhältnisse zwei- bis dreimal so günstig liegen. Es kann daher angenommen werden, daß der eigentliche Charakter der Erscheinung in keiner Weise durch die tote Masse des Spiegelsystems beeinflusst wird.

Einfluß der mechanischen Fehler auf die richtige Wiedergabe des Stoßvorganges. Die zweite Fehlermöglichkeit ist die unrichtige Wiedergabe des Stoßvorganges durch das Spiegelsystem.

Starrheit des Hebels. Zur Prüfung der Starrheit des Hebels H wurde der normale Hebel bei gleicher Versuchsanordnung wie p. 447 durch einen wesentlich kräftigeren von 3,5 g Masse ersetzt, welcher aus stärkerem Rohr und Aluminiumenden von 2 mm Durchmesser bestand. Das Resultat war: Kompressionsmaximum gleich 0,168 gegen 0,172 mm und Stoßdauer 0,0084" gegen 0,0084" bei dünnerem Hebel; auch im übrigen waren die Kurven völlig identisch. Daraus geht hervor, daß die Biegsamkeit und Masse des normalen Hebels ohne Einfluß auf die Wiedergabe des Stoßvorganges sind.

Es fragt sich noch, ob diese Eigenschaft des Hebels erhalten bleibt, wenn die Aluminiumansätze etwas in ihrer Richtung von dem Rohrteil abweichen, wie es aus praktischen Gründen für die richtige Anbringung des Hebels zuweilen nur schwer zu umgehen ist. Bei gleichen Versuchsbedingungen (kurzer Zylinder von 18,7 cm Länge stößt mit einer Geschwindigkeit von 17,6 cm/sec gegen doppelt so langen, von gleichem Material und Durchmesser; Messung des Kompressionsvorganges von der Mitte bis zum hinteren Ende des langen Zylinders) wurde erhalten:

Ganz gerader Hebel: Maximum 0,188 mm nach 0,0041" und Durchgang durch die Nulllinie nach 0,0074";

Hebel mit etwas gebogenen Aluminiumansätzen: Maximum 0,125 mm nach 0,0043" und Durchgang durch die Nulllinie nach 0,0075"; die Kurve hat noch ihre richtige Form;

Hebel mit stark gebogenen Ansätzen: die Kurve verliert ihre Form und erreicht nur ein Maximum von 0,070 mm. Daraus geht hervor, daß der Hebel nur bei absoluter Gradheit richtig funktioniert. Die Bedingungen der drei Versuche lagen aber insofern besonders ungünstig, daß der Hebel h nur eine Länge von 0,58 statt 1,80 cm bei den eigentlichen Versuchen besaß, so daß H den dreifachen Druck auszuhalten hatte wie später.

Einfluß des Trägheitsmomentes. Von ähnlichem Einfluß wie eine zu geringe Starrheit des Hebels kann ein zu großes Trägheitsmoment des beweglichen Spiegels sein, indem es die Ordinaten verkleinert und außerdem zu Nachschwingungen Veranlassung gibt. Auch dies wurde untersucht: ein Kautschukzylinder von 37,6 cm Länge stößt mit 22,1 cm/sec Geschwindigkeit auf einen Kautschukzylinder von 18,7 cm Länge; beide sind vom Durchmesser 2,5 cm und haben Elfenbeinköpfe; a_3 befindet sich 0,8 cm vom Elfenbein entfernt, s_1, s_2 1,0 cm vom äußeren Ende. Das Trägheitsmoment des beweglichen Spiegels wird durch Aufsetzen einer Masse von 1,16 g auf das Ende von h (1,8 cm von der Drehachse entfernt) etwa auf das fünf-fache vermehrt. Für das Maximum und das nachfolgende Minimum (die Kurve kehrt nicht völlig zur Abszissenachse zurück analog den Kurven II, Fig. 4, Taf. IV) wurden folgende Beträge für das gewöhnliche bzw. das vervielfachte Trägheitsmoment erhalten:

	0,225 mm	bei	0,0031",
bzw.			
	0,222 mm	bei	0,0033"
und			
	0,045 mm	für	0,0077",
bzw.			
	0,006 mm	für	0,0077".

Das Trägheitsmoment ist also auf die Hauptkurve ohne Einfluß, zeigt aber eine gewisse Wirkung auf die Nachschwingungen des Spiegelsystems. Bei normalem Trägheitsmoment ist diese Wirkung aber so gering, daß bei Kurven, für welche eine wirkliche Nachschwingung des Zylinders durch die Versuchsbedingungen verhindert wird (Fig. 4, Taf. IV, Kurven II), nur noch eine leise Andeutung von Schwingungen wahrzu-

nehmen ist, welche außerdem ihrer Periode nach wahrscheinlicher als ein Rest der Nachschwingungen des ganzen Zylinders anzusehen ist.

Einfluß der Achsenbefestigung. Die letzte Fehlerquelle ist endlich das Nachgeben der Achse a_3 , auf welche sich der Hebel H bei der Beschleunigung des beweglichen Spiegelsystems stützen muß. Ein solches Nachgeben ist bei der Befestigung der wenige Millimeter langen Nadelspitze an einer Windung der Stahlspirale oder in dem Elfenbein des Kopfes nicht zu befürchten, es machte sich aber sofort durch geringe Übereinstimmung der Versuche untereinander bemerkbar, wenn die Nadel nur in dem weichen Kautschuk befestigt war. Ein 37,6 cm langer Kautschukzylinder stößt mit einer Geschwindigkeit von 22,1 cm/sec auf einen kürzeren Kautschukzylinder von 18,7 cm Länge und gleichem Durchmesser (2,5 cm). Die Stoßkurve wird aufgenommen zwischen dem vordersten und hintersten Ende des kürzeren Zylinders. Dabei befand sich a_3 einmal im Elfenbein des Kopfes und das andere Mal in der unmittelbar daran stoßenden Kautschukschicht. Im ersteren Falle betrug die Länge von h 1,8 cm, im letzteren Falle einmal 1,2 cm (nachdem $h = 0,6$ cm unbrauchbare Resultate gegeben hatte) und das andere Mal ebenfalls 1,8 cm. Die Kompressionsmaxima betrugen: für Befestigung im Elfenbein 0,271 mm, für Befestigung im Kautschuk bei $h = 1,2$ cm 0,225 mm, bei $h = 1,8$ cm 0,274 mm, wobei die Zeitpunkte in allen drei Fällen die gleichen sind.

Die Hebellänge von 1,8 cm genügt also selbst bei diesem weichen, zuletzt ausschließlich benutzten Kautschuk, um diese Fehlerquelle zu beseitigen. Voraussetzung ist hierbei allerdings noch, daß der Hebel H möglichst weit auf a_3 , mindestens bis auf 2 mm an den Kautschukzylinder herangeschoben wird. Bei größerer Entfernung machen sich nämlich wieder Unterschiede gegen den Wert bei Befestigung im Elfenbein bemerkbar. Ein kleiner Rest dieser Wirkung läßt sich jedoch nicht beseitigen: der Anstieg der Kurve ist während etwa 0,0005" flacher, als der Wirklichkeit entspricht.

Damit ist die einwandfreie Verwendbarkeit der Methode auch für die ungünstigsten der untersuchten Stoßvorgänge klargestellt. Noch besser als durch diese speziellen Versuche

wird sie jedoch durch die Übereinstimmung der gesamten Resultate untereinander und durch ihre Zusammenfaßbarkeit zu einem widerspruchslosen Gesamtbilde bewiesen.

§ 2. Versuche an Stahlspiralen.

Die angewandten, starken Stahlspiralen waren von der auf p. 430 beschriebenen Art. Die Geschwindigkeit betrug — abgesehen von der letzten Versuchsreihe — in allen Fällen 4,4 cm/sec entsprechend einer Elongation von 2 cm. Die Längenverhältnisse der Zylinder waren in cm:

	stoßend		ruhend
I	20	—→	40
II	40	—→	20
III	20	—→	20
IV	10	—→	20
V	20	—→	10

Der Stoßvorgang im einzelnen. Die Zylinder von 40 und 20 cm trugen je zwei optische Systeme, und zwar: erster Hebelangriffspunkt a_3 am Vorderende, zugehöriges Spiegelsystem in der Mitte, zweiter Hebelangriffspunkt in der Mitte, zugehöriges Spiegelsystem am Hinterende, entsprechend dem Schema Fig. 3 auf Taf. IV. Der 10 cm-Zylinder trug nur ein Spiegelsystem: a_3 am Vorderende, das zugehörige Spiegelsystem am Hinterende.

Bei I mußten die Kurven getrennt aufgenommen werden, bei II, III, IV funktionierten die Spiegelsysteme gleichzeitig. Die direkt aufgenommenen Kurven wurden nach Bestimmung aller geometrischen Größen (vgl. p. 436) auf Millimeter und Sekunde umgerechnet. Für jeden Einzelfall wurden zwei Versuche durchgeführt. Das Resultat des einen ist als Kurve direkt dargestellt, von dem anderen sind nur einige Kontrollwerte für besonders markante Punkte eingetragen und zwar als tiefer stehende kleine Pfeile für Schnittpunkte der Kurve mit der Abszisse (um hier die Zeichnung nicht zu verwirren) und als +, ×, 0 für sonstige Punkte.

Der Charakter der aufgenommenen Kurven muß offenbar Fig. 2, Taf. III entsprechen, und zwar:

I	$A'M'$	und	$M'E'$
II	AM	„	ME
III	desgleichen		
IV	$A'M'$	und	$M'E'$
V_1	$AM + ME$.		

Dabei müssen II und III identisch sein, da es für den gestoßenen Zylinder gleichgültig ist, ob der stoßende doppelte oder gleiche Länge hat. IV muß das im Verhältnis 1:2 verkleinerte Abbild von I, V_1 das ebenso verkleinerte Abbild von II oder III sein, wenn man in letzterem Falle die Teilkompressionen addiert.

Wie man unmittelbar erkennt, sind diese Forderungen tatsächlich erfüllt. Die Übereinstimmung im einzelnen übersieht man am besten, wenn man die zeitlichen Symmetrien in den einzelnen Kurven und zwischen verschiedenen Kurven betrachtet: alles ist geordnet nach den Zeitabschnitten, in welchen die Welle $\frac{1}{2}$ des Zylinders durchlaufen hat. Endlich beachte man noch die Nachschwingungen in I und IV, deren Maxima gleich den Maxima der Hauptschwingungen, und deren Perioden gleich einer Durchlaufungszeit sind. Bei II, III, V fallen diese Nachschwingungen bis auf kleine unregelmäßige Andeutungen fort, welche aus sekundären Ursachen herrühren. Die etwas geringere Größe der Kompression in der Hinterhälfte erklärt sich durch die etwas verschiedene Länge der beiden Abschnitte (für II, III, IV 9,9 gegen 9,4 cm).

Die oberen Kurven in V stellen den Kompressionsvorgang für größeres V dar (8,8, 17,7, 35,4 cm/sec). Die Maximalordinaten wachsen im wesentlichen proportional der Geschwindigkeit, während die Stoßzeiten die gleichen bleiben.

Einen quantitativen Überblick über die Übereinstimmung der Resultate erhält man, wenn man auf verschiedene Arten aus den Kurven die Schallgeschwindigkeit c berechnet und die Ergebnisse unter sich und mit den direkt gefundenen Werten bzw. mit der aus dem Elastizitätsmodul berechneten Geschwindigkeit vergleicht. Wir wenden diese indirekte Prüfungs-

methode auch deswegen an, weil sie bei dem folgenden Kapitel zu eigentümlichen Resultaten führt.

Nach den theoretischen Entwicklungen muß sein:

1. $c = \frac{V}{2} \cdot \frac{\lambda}{\lambda'}$, wo V die Stoßgeschwindigkeit und λ/λ' die relative Kompression bedeutet.

2. $c = \frac{2\lambda}{T}$ oder $= \frac{3}{2} \frac{\lambda}{T'}$, wo λ die Länge des Zylinders und T die Stoßdauer im kürzeren, T' die Kompressionsdauer im längeren Zylinder bedeutet.

3. $c = \frac{2\lambda}{\tau}$, wo τ die Dauer einer ganzen Nachschwingung im längeren Zylinder bedeutet.

Zu 1. Der Einfachheit wegen beschränken wir uns auf die vorderen Hälften der Zylinder und entnehmen die λ' direkt den vollständig gezeichneten Kurven, mit denen die Kontrollwerte ja im wesentlichen übereinstimmen. Die Längen λ mögen in Windungszahlen angegeben werden, da diese für die elastischen Vorgänge allein maßgebend sind, und so jede Unsicherheit bei geringen Differenzen, sowie betreffs der genauen Befestigungsstellen der Achse a_3 und des Spiegelsystems wegfällt. Man erhält dann auch c als Zahl der Windungen, welche in einer Sekunde durchlaufen wird.

Versuch Nr.	V $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	λ in Windungen	λ' cm	c $\frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}$
I	4,4	46	0,0252	4020
II	4,4	23	0,0104	4750
III	4,4	23	0,0111	4460
IV	4,4	23	0,0110	4500
V ₁	4,4	22	0,0118	4010
V ₂	8,8	22	0,0239	3960
V ₃	17,7	22	0,0502	3760
V ₄	35,4	22	0,1020	3710

Mittel 4150

Zu 2.	$\frac{2\lambda}{T'}$ bzw. $\frac{3}{2} \frac{\lambda}{T'}$	$c \frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}$
Versuch I	$\frac{3}{2} \cdot \frac{94}{0,0331}$	4260
„ II	$2 \cdot \frac{46}{0,0208}$	4430
„ III	$2 \cdot \frac{46}{0,0204}$	4510
„ IV	$\frac{3}{2} \cdot \frac{46}{0,0160}$	4310
„ V	$2 \cdot \frac{23}{0,0114}$	4040
		<hr/> Mittel 4310

Zu 3.	$\frac{2\lambda}{\tau}$	$c \frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}$
Versuch I	$\frac{2 \cdot 94}{0,0450}$	4180
„ IV	$\frac{2 \cdot 46}{0,0224}$	4110
		<hr/> Mittel 4140

Außerdem läßt sich c direkt aus II, III, IV bestimmen, da die beiden Kurven hier gleichzeitig aufgenommen sind.

	$\frac{\text{Weglänge}}{\text{Zeit}}$	$c \frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}$
Versuch II	$\frac{23}{0,0056}$	4110
„ III	$\frac{23}{0,0055}$	4180
„ IV	$\frac{23}{0,0056}$	4110
		<hr/> Mittel 4130

Endlich läßt sich c noch aus dem statisch gefundenen Elastizitätsmodul berechnen. Mittels Okularmikroskop wurde für Belastungen von 0,1, 0,2 und 0,5 kg bei einer Länge von $67\frac{1}{4}$ Windungen eine Verlängerung von 0,568 cm pro 1 kg gefunden. Daraus berechnet sich bei einem Gewicht der Windung von 5,75 g die Geschwindigkeit zu:

$$c = 4500 \frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}.$$

Rechnet man alle diese Mittelwerte der besseren Übersicht wegen auf Meter um (1 Windung = 0,00426 m), so erhält man:

	Wellengeschwindigkeit in m/sec	
Statisch berechnet	19,2	
Direkt gemessen	17,6	} 18,1
Aus den Maximalkompressionen	17,7	
Aus den Stoß- und Kompressionszeiten	18,4	
Aus den Nachschwingungen	17,6	

Die Übereinstimmung dieser auf den verschiedensten Wegen gefundenen Werte untereinander zeigt, daß der Stoßvorgang in solchen Spiralen quantitativ der Theorie entspricht.

Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Wir wenden uns jetzt zu der Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Die Versuche wurden mittels der Schattenmethode ausgeführt und zwar — aus rein zufälligen Gründen — an den dünneren, p. 430 beschriebenen Spiralen. Bei ganz geringen Ausschlägen, wie sie bei den fast stehen bleibenden, stoßenden Zylindern vorkommen, wurde berücksichtigt, daß der stoßende Zylinder sich im Moment der Trennung bereits jenseits seiner eigenen Gleichgewichtslage befindet, da sich die Zylinder in ihrer Ruhelage nicht ganz berühren (Abstand 1 bis 2 mm) und da der stoßende Zylinder außerdem noch während der Berührungszeit einen kleinen, aus der Theorie leicht zu berechnenden Weg zurücklegt. Der Zylinder würde also nach dem Stoß auch ohne Eigengeschwindigkeit eine Schwingung von bestimmter Amplitude A_1 ausführen. Die Geschwindigkeit berechnet sich daher nicht direkt aus der beobachteten Amplitude A_2 , sondern aus der korrigierten Amplitude

$$A = \sqrt{A_2^2 - A_1^2}.$$

Aus der Formel erkennt man gleichzeitig, daß diese Korrektur nur bei den allerkleinsten Beobachtungswerten eine Rolle spielt.

Außer den beobachteten Werten finden sich in der Tabelle, p. 456, noch die aus der elastischen und der mechanischen Theorie berechneten Geschwindigkeiten. Die Massen entsprechen nicht ganz genau den Längen und sind daher nach den Wägungsergebnissen in die mechanischen Formeln eingesetzt.

		Endgeschwindigkeiten cm/sec										Verlust an lebendiger Kraft in Proz.	
Nr.	Zylinderlängen		Anfangs-geschw. cm/sec	stoßender Zylinder				gestoßener Zylinder				beob.	ber.
	stoßend cm (Win-dungen)	ruhend cm (Win-dungen)		beob.	berechnet		beob.	berechnet					
					elast.	mechan.		elast.	mechan.				
I	9 (30)	54 (183)	$\left. \begin{array}{l} 5,5 \\ 21,8 \\ 43,6 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} +0,1 \\ +0,1 \\ +0,3 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} -3,9 \\ -15,3 \\ -30,5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,97 \\ 3,9 \\ 7,8 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,97 \\ 3,8 \\ 7,7 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,6 \\ 6,5 \\ 13,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 82,4 \\ 81,3 \\ 82,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 82,4 \end{array} \right\}$		
II	18 (62)	54 (183)	$\left. \begin{array}{l} 6,0 \\ 11,6 \\ 22,6 \\ 33,5 \\ 44,5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \pm 0,0 \\ +0,1 \\ +0,2 \\ +0,3 \\ +0,4 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} -2,9 \\ -5,6 \\ -10,9 \\ -16,2 \\ -21,5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,2 \\ 4,1 \\ 8,0 \\ 11,9 \\ 15,6 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,1 \\ 4,0 \\ 7,9 \\ 11,7 \\ 15,5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 3,1 \\ 6,0 \\ 11,7 \\ 17,3 \\ 23,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 61,7 \\ 63,5 \\ 64,5 \\ 63,8 \\ 64,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 65,2 \end{array} \right\}$		
III	36 (123)	54 (183)	$\left. \begin{array}{l} 5,5 \\ 21,8 \\ 43,7 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \pm 0,0 \\ +0,4 \\ +0,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} -1,1 \\ -4,2 \\ -8,4 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 3,8 \\ 15,0 \\ 29,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 3,7 \\ 14,8 \\ 29,6 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 4,4 \\ 17,6 \\ 35,3 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 28,2 \\ 30,2 \\ 30,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 32,3 \end{array} \right\}$		
IV	18 (62)	18 (63)	$\left. \begin{array}{l} 5,5 \\ 21,8 \\ 43,6 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \pm 0,0 \\ +0,6 \\ +1,4 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} -0,04 \\ -0,17 \\ -0,34 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 5,1 \\ 20,6 \\ 41,5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 5,4 \\ 21,5 \\ 42,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 5,5 \\ 21,6 \\ 43,3 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 12,0 \\ 9,6 \\ 7,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,5 \end{array} \right\}$		
V	18 (62)	36 (124)	$\left. \begin{array}{l} 5,5 \\ 21,8 \\ 43,6 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} +0,3 \\ +0,5 \\ +1,1 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0 \\ 0,0 \\ 0,0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} -1,8 \\ -7,1 \\ -14,1 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,9 \\ 11,0 \\ 21,8 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,8 \\ 11,1 \\ 22,3 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 3,7 \\ 14,7 \\ 29,5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 45,3 \\ 49,8 \\ 51,1 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 48,9 \end{array} \right\}$		

Die Tabelle zeigt eine prinzipielle Übereinstimmung der Beobachtungen mit der elastischen Theorie. Gegenüber den mechanischen Stoßformeln ist namentlich zu beachten das Stehenbleiben jedes auch noch so kurzen Zylinders nach dem Stoß, während die mechanische Theorie Zurückprallen erfordert. Der beibehaltene Rest an Vorwärtsbewegung ist in allen Fällen verschwindend klein, besonders wenn man bedenkt, daß für die Beurteilung des Stoßvorganges nicht der Rest an Geschwindigkeit, sondern an lebendiger Kraft in Betracht kommt. Er beruht auf einem Mangel an völliger Elastizität, welcher sich zahlenmäßig am besten durch den Verlust an lebendiger Kraft im Falle gleicher Zylinder darstellen läßt, da für diesen Fall *beide* Theorien vollständige Erhaltung der lebendigen Kraft verlangen.¹⁾

Ferner beachte man den ungeheuren Verlust an lebendiger Kraft für alle Fälle ungleicher Länge. Derselbe kann nur auf Umsetzung in Schwingungsenergie beruhen, da der Mangel an Elastizität im Falle gleicher Längen wesentlich geringer ist. Dieser Verlust steigt um so mehr, je weiter sich das Längenverhältnis von 1 entfernt. Der Verlust hat durchweg den von der elastischen Theorie geforderten Betrag.

Elektrisch gemessene Stoßzeiten. Ferner wurden die Stoßzeiten nach der elektrischen Methode bestimmt. Die gefundenen Werte waren folgende:

Versuch	Geschwindigkeit cm/sec	Stoßzeit sec
I	43,6	0,0053
II	44,5	0,0108
III	43,7	0,0211
IV	5,5	0,0101
	21,8	0,0100
	43,6	0,0099
V	43,6	0,0101

Die Stoßdauern sind nur abhängig von der Länge des kürzeren Zylinders, während die Geschwindigkeit (IV) keinen

1) Von der Anbringung einer Korrektur wegen des verschiedenen Einflusses der Luftverdünnung und Verdichtung an der Stoßstelle (vgl. W. Voigt, l. c.) habe ich abgesehen, da mir trotz der Richtigkeit der Grundannahme die quantitative Berechnung zu unsicher erscheint.

wesentlichen Einfluß hat. Als Wellengeschwindigkeit, ausgedrückt in Windungen pro Sekunde, erhält man für die einzelnen Fälle:

I	11 400
II	11 500
III	11 700
IV	12 500
V	12 300
Mittel	11 900

Eine Kurvenaufnahme für den Fall gleichlanger Zylinder (63 Windungen zwischen Spiegelsystem und Hebelangriffspunkt; 11,0 cm/sec Stoßgeschwindigkeit) ergab 0,280 mm als Kompressionsmaximum. Daraus berechnet sich die Wellengeschwindigkeit zu $12400 \frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}$.

Endlich ergab die statische Bestimmung (Dilatation von 72 Windungen pro 1 kg 0,333 cm bei einem Gewicht von 1,50 g pro Windung) $11500 \frac{\text{Windungen}}{\text{sec}}$.

So erhält man nach Umrechnung in m/sec:

Statisch berechnet	33,0
Aus der Maximalkompression berechnet . . .	35,6
Aus der Stoßzeit berechnet	34,2

Die Übereinstimmung ist wieder die gleiche wie p. 455, doch liegt die Abweichung vom statischen Wert nach der anderen Seite hin. Letzteres ist der Beweis dafür, daß diese Abweichung hier keine prinzipielle Bedeutung hat.

Gesamtresultat. Alles in allem hat sich demnach die St. Venantsche Theorie in allen Einzelheiten bestätigt, so daß die benutzte Spiralkonstruktion als der Idealfall der elastischen Theorie angesehen werden kann. Außerdem hat sich gezeigt, daß die drei Methoden in diesem Spezialfalle in sich und untereinander übereinstimmende Werte liefern. In letzterer Beziehung sei jedoch noch auf eine Erscheinung aufmerksam gemacht, welche sich bereits in diesen der Theorie so nahe kommenden Fällen zeigt.

Die Einzelausschläge, aus deren Mitteln die angegebenen Stoßdauern berechnet sind, waren im Falle I, IV, V folgende:

I	IV	V
4,33 cm	7,98 cm	8,00 cm
4,65 „	8,00 „	8,21 „
4,14 „	7,96 „	8,07 „
4,24 „	7,98 „	8,07 „
4,33 „	8,00 „	8,37 „
4,47 „	7,96 „	8,17 „
<hr/> 4,36 cm	<hr/> 7,98 cm	<hr/> 8,15 cm

Die Abweichungen sind im Falle gleichlanger Zylinder (IV) äußerst gering, im Falle I (1:6) und V (1:2) erreichen sie die vielfache Größe. Die Ursache ist die, daß im Falle gleichlanger Zylinder nach Verlauf der Stoßzeit, d. h. der Zeit der Energieübertragung, sofortige Trennung der Zylinder ohne Nachschwingungen erfolgt, während im Falle I und V die rein geometrische Berührung sechs- bzw. zweimal so lange erhalten bleibt, so daß die geringste Schwingung im längeren Zylinder, die durch kleine unvermeidliche Unregelmäßigkeiten hervorgerufen wird, den elektrischen Kontakt wieder herstellt. Diese Erscheinung ist der Grund, weswegen die elektrisch gemessene Kontaktzeit nicht ohne weiteres mit der Stoßzeit identifiziert werden kann, und macht die allgemeine Verwendbarkeit der Methode unmöglich.

§ 3. Versuche an Kautschukzylindern von gleichem Querschnitt.

Für die Untersuchung des Stoßvorganges in massiven Zylindern mittels der Spiegelmethode konnte nur ein Stoff von so geringem Elastizitätsmodul wie Kautschuk in Betracht kommen, über welchen außerdem ja schon spezielle Untersuchungen von Boltzmann¹⁾ und Hausmaninger²⁾ vorliegen. Als Hauptmaterial dienten die p. 430 beschriebenen Kautschukzylinder mit Elfenbeinköpfen von 0,8 cm Dicke und von 25 mm Durchmesser.

Spezielle Eigenschaften des Kautschuks. Der Kautschuk erfordert außerordentlich sorgfältige Behandlung, wenn er einwandfreie Resultate geben soll. Namentlich stört seine große elastische Nachwirkung. Diese zeigt sich bei den Versuchen

1) L. Boltzmann, l. c.

2) V. Hausmaninger, l. c.

darin, daß der Lichtzeiger nach Beendigung des Stoßvorganges und völliger Beruhigung der Zylinder mehrere Millimeter von seinem Platze vor dem Stoß abweicht. Man beseitigt dies, wenn man nach dem letzten Anfassen des Zylinders den Stoß bereits 10—20 mal vor der eigentlichen Aufnahme ausführt. Man gibt dem Zylinder so Gelegenheit, durch Haupt- und Nachschwingungen alle inneren Spannungen auszugleichen und seinen eigentlichen elastischen Normalzustand zu erreichen. Auch die Temperatur hat einen gewissen Einfluß, welcher jedoch sehr schwer zu kontrollieren ist, da er nicht nur von augenblicklichen, sondern auch von vorhergehenden Temperaturzuständen abhängt. So betrugen in einem extremen Falle die Ordinaten am Ende eines Tages, an dem eine durchschnittliche Temperatur von 18° geherrscht hatte, und am Beginn des folgenden Tages nach einer Nachttemperatur von etwa 10° 0,437 bzw. 0,402 mm für den gleichen Versuch. Endlich spielt auch die allmählich fortschreitende Veränderung des Kautschuks während der Versuche eine gewisse Rolle. So hatte sich der statische Elastizitätsmodul von Anfang Oktober bis Ende Februar von 0,090 auf 0,117 kg/mm² verändert, während sich die Hauptversuche von Mitte Dezember bis Ende Januar erstreckten. Nimmt man die Änderung des Moduls als proportional mit der Zeit fortschreitend an, so ergibt sich eine prozentuale Verschiebung während der Versuchsreihen um ca. 8 Proz., was einer Änderung von 4 Proz. in den Maximalkompressionen und Stoßzeiten entsprechen würde (soweit der statisch gefundene Elastizitätsmodul für die Wellengeschwindigkeit überhaupt maßgebend ist; vgl. p. 465).

Alles in allem kann angenommen werden, daß die Summe der Versuchsfehler 10 Proz. nicht überschreitet, daß die Versuche also jedenfalls den *Charakter* der Erscheinungen richtig wiedergeben.

Der Stoßvorgang im einzelnen. Die Versuche entsprechen genau der Versuchsreihe für die starken Stahlspiralen. Die Längen waren etwas geringer, nämlich ohne Elfenbein 37,7, 18,7, 9,3 cm. Die normalen Geschwindigkeiten betrugen 22,0 cm/sec entsprechend einem Ausschlag von 10 cm. Die Versuche unterscheiden sich insofern von den Spiralversuchen, als es hier noch nicht gelungen war, den Kompressionsvorgang in der Vorder- und Hinterhälfte des 18,7 cm-Zylinders gleich-

zeitig aufzunehmen. Zur Bestimmung der Wellengeschwindigkeit zwischen zwei Hebelangriffspunkten wurden daher besondere Versuche ausgeführt, bei denen die Spiegelsysteme genügend nahe – etwa 5 cm – standen, um gleichzeitig in den Lichtkegel gebracht werden zu können. Aus diesen, in den Zylinderlängen der Fig. 4, Taf. IV direkt eingetragenen Geschwindigkeiten wurde dann die zeitliche Lage der Kurven gegeneinander berechnet. Zur Kontrolle wurde außerdem bei dem 18,7 cm-Zylinder jedesmal noch der Kompressionsvorgang zwischen den beiden äußersten Punkten aufgenommen. Diese Kurve (— · —) muß stets die Summe der beiden Teilkurven darstellen, sie muß außerdem so lange mit der Kurve des vorderen Abschnittes identisch sein, bis die Kurve des hinteren Abschnittes anfängt; so werden die Ordinaten, sowie die zeitliche Lage der Kurven gegeneinander kontrolliert. Die Zitterungen im Anfang treten bei denjenigen Kurven auf, bei welchen der vordere Hebelangriffspunkt starr im Elfenbein befestigt ist.

Der Charakter der aufgenommenen Kurven muß wieder der Fig. 2, Taf. III entsprechen:

I	$A'M', M'E'$
II	$AM, ME, AM + ME$
III	desgleichen
IV	$A'M', M'E', A'M' + M'E'$
V _s	$AM + ME.$

Dabei müssen II und III identisch sein, IV muß das im Verhältnis 1:2 verkleinerte Abbild von I, V_s das ebenso verkleinerte Abbild der Summierungskurve von II oder III sein. Endlich muß in den fünf Kurven von V, welche den Stoßgeschwindigkeiten 5,5, 11,0, 22,1, 44,2, 88,6 cm/sec entsprechen, die Maximalkompression proportional der Geschwindigkeit und die Stoßzeit dieselbe sein.

Übereinstimmung mit der Theorie. Man sieht, daß der Stoßvorgang im großen und ganzen in der theoretisch geforderten Form verläuft, d. h., daß die Energieübertragung durch einmalige stetig fortschreitende Kompression und nachfolgende Dilatation im kürzeren Zylinder verläuft.

Abweichungen von der Theorie. Dagegen fallen folgende Abweichungen sofort ins Auge. Alle Kurven zeigen eine stetig gekrümmte Form, statt der theoretisch geforderten

geraden Linien und scharfen Ecken. Die Kompressionen der zweiten Hälften bleiben wesentlich hinter denen der Vorderhälften zurück. Die Nachschwingungen in I und IV haben weit geringere Amplitude wie die Hauptschwingungen. II und III sind nicht identisch, in II dauert ein Teil der Kompression fort auch nach dem Hin- und Hergang der Hauptwelle, in III setzen nach der Beendigung des Stoßvorganges Nachschwingungen ein. Die Anfangspunkte der beiden Teilkurven sind zeitlich viel näher gerückt, als dem Gesamtverlauf der Kompression entspricht; die Kompression der Vorderhälfte wächst nach dem Zeitpunkt, in welchem die zweite Kurve einsetzt, die Welle also die Vorderhälfte bereits durchlaufen hat, noch weiter.

Quantitative Auswertung der Abweichungen. Einen quantitativen Überblick über diese mannigfaltigen Abweichungen von der Theorie gewinnt man am besten durch das bereits oben angewandte Verfahren, d. h. durch Berechnung der Wellengeschwindigkeit c auf verschiedenen Wegen. Die benutzten Werte werden wieder den ausgezogenen Kurven entnommen, da die Kontrollwerte keine wesentlichen Abweichungen zeigen.

1. Berechnung aus der Maximalkompression der Vorderhälfte des Zylinders (bei V des ganzen Zylinders) bzw. aus der Kompression der Vorderhälfte in dem Moment, in welchem die Kompressionswelle das Ende der Vorderhälfte erreicht hat. Beide Werte müßten theoretisch identisch sein, unterscheiden sich hier aber in charakteristischer Weise.

Versuch	v m/sec	λ cm	für Kompressions- maximum		für Kompression nach dem ersten Wellenzuge	
			λ' cm	c m/sec	λ' cm	c m/sec
I	0,221	17,7	0,0340	57,5	0,0259	75,5
II	„	9,3	0,0168	61,3	0,0116	88,8
III	„	8,9	0,0190	51,8	0,0129	76,4
IV	„	8,9	0,0189	52,1	0,0128	77,0
V ₁	0,055	8,4	0,0046	50,0		
V ₂	0,110	„	0,0090	51,1		
V ₃	0,221	„	0,0180*)	51,7		
V ₄	0,442	„	0,0362*)	51,2		
V ₅	0,886	„	0,0736*)	50,6		
				Mittel 53,0 m/sec	79,4 m/sec	

*) Unter Berücksichtigung der Zitterungen.

2. $c = \frac{2\lambda}{T}$, wo λ die Gesamtlänge des kürzeren Zylinders und T die Stoßdauer oder $c = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda}{T'}$, wo λ die Gesamtlänge des längeren Zylinders und T' die Kompressionsdauer.

Bei II und V wird zur Bestimmung der Stoßdauer als Nullinie nicht die Abszissenachse, sondern die neue, aus der elastischen Nachwirkung herrührende Gleichgewichtslage angenommen, um welche die ferneren Schwingungen der Zylinder erfolgen. Die Längen sind in Metern ausgedrückt, wodurch sich c wieder in m/sec ergibt.

	c
I.	$\frac{3}{2} \cdot \frac{0,377}{0,0107} = 52,9 \text{ m/sec}$
II.	$2 \cdot \frac{0,187}{0,0070} = 53,4 \text{ „}$
III.	$2 \cdot \frac{0,187}{0,0065} = 57,5 \text{ „}$
IV.	$\frac{3}{2} \cdot \frac{0,187}{0,050} = 56,1 \text{ „}$
V ₁ .	$2 \cdot \frac{0,093}{0,0035} = 53,1 \text{ „}$
V ₂ .	$2 \cdot \frac{0,093}{0,0035} = 53,1 \text{ „}$
V ₃ .	$2 \cdot \frac{0,093}{0,0035} = 53,1 \text{ „}$
V ₄ .	$2 \cdot \frac{0,093}{0,0036} = 51,7 \text{ „}$
V ₅ .	$2 \cdot \frac{0,093}{0,0038} = 48,9 \text{ „}$
<hr/>	
Mittel 53,3 m/sec	

3. $c = \frac{2\lambda}{\tau}$, wo τ die Dauer einer ganzen Nachschwingung im längeren Zylinder bedeutet.

I.	$\frac{2 \cdot 0,377}{0,0145} = 52,0 \text{ m/sec}$
IV.	$\frac{2 \cdot 0,187}{0,0074} = 50,5 \text{ „}$
<hr/>	
Mittel 51,2 m/sec	

4. Unmittelbare Messungen geben bei den benutzten Geschwindigkeiten die für bestimmte Abschnitte in den Zylindern

der Fig. 4, Taf. IV angegebenen Werte. Für eine Schicht von 5 cm nahe am Elfenbeinkopf findet man die Zahlen: 86, 82, 89 m/sec. Da diese Werte bei größerer Entfernung vom Elfenbeinkopf abnehmen (bis auf 71 m/sec in der Mitte des längsten Zylinders), nach dem Elfenbeinkopf hin aber zunehmen (bis auf 102 m/sec unmittelbar am Elfenbeinkopf), so erhält man für die vorderen Hälften der Zylinder rund 80 m/sec.

5. Aus den statisch bestimmten Elastizitätsmodulen, 0,090 und 0,117 kg/mm², erhält man, bei einem spezifischen Gewicht von 1,04 im Mittel, $c = 29,2$ m/sec für den Anfang und $c = 33,2$ m/sec für das Ende der ganzen Versuchsperiode. Da die wiedergegebenen Versuchsreihen am Anfang der zweiten Hälfte dieser Gesamtzeit lagen, so kann man im Mittel etwa 32 m/sec rechnen.

Wir erhalten so, analog wie auf p. 455, folgende Zusammenstellung der Wellengeschwindigkeiten:

	cm/sec
1. Statisch berechnet	32
2. Direkt gemessen	80
3. Aus den Kompressionen des ersten Wellenzuges	79,4
4. Aus den Maximalkompressionen	53,0
5. Aus den Stoß- und Kompressionszeiten	53,3
6. Aus den Nachschwingungen	51,2

Die verschiedenen Wellengeschwindigkeiten des Kautschuks.

Wir erhalten drei Gruppen von Geschwindigkeiten. Der zweite und der dritte Wert entsprechen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ersten von der Stoßstelle ausgehenden Kompression. Der aus der Kompression berechnete und der direkt gemessene Wert sind völlig identisch, die Welle folgt also den oben entwickelten Gesetzen. Eine Kautschukwelle mit einer relativen Kompression $\lambda'/\lambda = 0,0014$ besitzt also eine Geschwindigkeit von 80 m/sec.

Der vierte, fünfte und sechste Wert bilden eine zweite Gruppe. Der sechste Wert entspricht jedenfalls einer Welle von so geringer Amplitude, wie sie in den letzten Nachschwingungen von IV vorliegt. Der vierte und fünfte Wert entsprechen aber ebenfalls der Geschwindigkeit derselben Welle mit minimaler Kompression. Denn die Maximalkompression ist offenbar erst vollendet, wenn auch die letzte in den Zylinder

eingehende Welle sein Ende erreicht hat, und ebenso ist der Stoßvorgang überhaupt erst vollendet, wenn auch die letzte Welle von der geringsten Amplitude zur Stoßstelle zurückgekehrt ist. (Über die Ursache solcher Nachwellen vergleiche weiter unten.) Die Minimalgeschwindigkeit der Kompressionswelle im Kautschuk berechnet sich danach im Durchschnitt zu 52,5 m/sec.

Beiden Gruppen steht der statisch berechnete Wert von 32 m/sec gegenüber.

Wir erhalten also als Gesamtergebnis: Die Geschwindigkeit der Kompressionswelle im Kautschuk ist eine Funktion der relativen ihr zugehörenden Kompression. Sie wächst mit steigender Kompression und nähert sich mit abnehmender Kompression einem bestimmten Grenzwert.

Daß dieser Grenzwert nicht mit dem statisch berechneten Geschwindigkeitswerte übereinstimmt, ist dabei für das Stoßphänomen als solches von keiner Bedeutung. Dagegen ist die so gefundene große Differenz zwischen dem „dynamischen“ und dem „statischen“ Modul von Wichtigkeit für die Elastizitätstheorie des Kautschuks, welcher wegen seiner eigentümlichen elastischen und thermischen Eigenschaften stets ein besonderes Interesse hervorgerufen hat.

Erklärung der Abweichungen im einzelnen. Einfluß des Mangels an Elastizität. Diese Abhängigkeit der Wellengeschwindigkeit von der Kompression wird dadurch bestimmend für den Verlauf des Stoßvorganges, daß der Kautschuk gleichzeitig einen gewissen Mangel an Elastizität besitzt. Dieser Mangel, welcher in der starken Abnahme der Nachschwingungsamplituden und später bei der Messung der Stoßgeschwindigkeiten zutage tritt, zeigt sich hier in einem Verbrauch an Energie beim Fortschreiten der Welle. Die Kompressionen in den hinteren Hälften der Zylinder sind infolgedessen geringer, wie sich aus den punktierten Kurven der Fig. 4, Taf. IV ergibt. In Übereinstimmung hiermit sinkt die Wellengeschwindigkeit von 86 m/sec für die anfänglichen 5 cm des langen Zylinders auf 71 m/sec in der zweiten Hälfte des Zylinders oder von 102 m/sec für den ersten Zentimeter des mittleren Zylinders auf 82 m/sec für die nächsten 5 cm. Infolgedessen genügt ein Durchgang der Welle nicht, um den hinteren Schichten die

gleiche Kompression und damit die gleiche Geschwindigkeitsänderung zu erteilen, wie dem Nachbargebiet der Stoßstelle. Die erste Hälfte des Stoßvorganges ist daher mit diesem einen Durchgang der Welle noch nicht abgeschlossen, sondern erfordert — ähnlich wie der Fall p. 425 ff. — eine weitere Reihe von Wellen, deren jede einen gewissen Beitrag an Kompressions- und Geschwindigkeitsänderung liefert, bis beide Größen für alle Schichten des Zylinders die gleichen geworden sind. Genau derselbe Vorgang wiederholt sich bei der Dilatationswelle.

Diese Darstellung ist insofern ungenau, als die einzelne Welle nicht erst entsteht, wenn die vorhergehende den ganzen Zylinder durchlaufen hat, sondern im gleichen Augenblick mit ihr, da bei dem geringsten Fortschritt der ersten Welle sich bereits eine Verschiedenheit in der Kompressions- und Geschwindigkeitsänderung der Schichten zeigt, welche zur sofortigen Entstehung der zweiten Welle Anlaß gibt usw.

So erklärt sich das schnelle Anwachsen der Kompression, bis zu dem Moment, wo die schnellste Welle den betreffenden Abschnitt durchlaufen hat, und ihr immer langsamer werdendes Anwachsen bis zu dem Augenblick, wo die langsamste Welle bis zum gleichen Punkte gekommen ist. Die gesamte Stoßzeit muß also dem Hin- und Hergang der langsamsten Welle im kürzeren Zylinder gleich sein, ebenso muß die Gesamtkompression dem dieser Geschwindigkeit zukommenden Grenzwert des Elastizitätsmoduls entsprechen.

Einfluß der elastischen Nachwirkung. Endlich wirkt noch die starke elastische Nachwirkung modifizierend auf den Stoßvorgang ein, indem die Normallänge des Zylinders, welche er in irgend einem Moment ohne das Vorhandensein von Druck- oder Zugkräften besitzen würde, je nach dem vorhergehenden Zustande eine etwas verschiedene ist. Dies äußert sich in einer Verschiebung der Nullage, um welche die Nachschwingungen stattfinden (vgl. V), oder im Falle, daß die Nachschwingungen aus anderen Gründen nicht zustande kommen, in einer noch nach dem Stoßvorgang bleibenden, erst langsam zurückgehenden Verkürzung (vgl. II).

Konstantbleiben der Stoßdauer. Gar nicht von allen diesen Besonderheiten beeinflußt wird die Konsequenz der Theorie, daß die Stoßdauer von der Geschwindigkeit unabhängig und

die Kompression der Geschwindigkeit proportional ist. Beide Forderungen sind streng erfüllt. Die Stoßdauer bleibt konstant bei einer Variation der Geschwindigkeit von 4,4—88,6 cm/sec (vgl. V), wobei für die letzten beiden Versuche zu beachten ist, daß der Druckzustand und damit der Stoßvorgang bereits bei dem Schnittpunkt der Kurve mit der durch die elastische Nachschwingung geschaffenen Nulllinie als beendet betrachtet werden muß. Die Proportionalität der Kompression mit der Stoßgeschwindigkeit ergibt sich unmittelbar aus der Konstanz der Größe $c = v/2 \cdot \lambda/\lambda'$ in der Tabelle auf p. 462 für V.

Elektrisch gemessene Stoßzeiten. Wir wenden uns jetzt zu den Ergebnissen der beiden anderen Methoden. Zur Messung der Stoßzeit wurden auf die Elfenbeinköpfe 3 mm breite Streifen aus Platinfolie von 0,003 mm Dicke mittels Fischleim aufgeklebt und leitend mit den Aufhängedrähten verbunden. Die Resultate der Messungen sind durch die mit z bezeichneten Linien in Fig. 4 auf Taf. IV wiedergegeben: Bei Versuch III stimmt die elektrisch gefundene Zeit im wesentlichen mit der Stoßzeit überein, d. h. sie reicht bis zu dem Moment, in welchem der Druck an der Berührungsstelle aufhört und die Ordinate die Nulllinie erreicht; letztere ist durch die elastische Nachwirkung etwas nach oben verschoben zu denken. Die elektrisch gefundene Stoßzeit liefert hier also ein einwandsfreies Charakteristikum für den Stoßvorgang.

Vollständig anders ist es in den Fällen I/II und IV/V, in welchen verschieden lange Zylinder aufeinanderstoßen. Die Stoßzeit, d. h. die Zeit der Energieübertragung unter Druck, ist auch hier durch die Kurve des kürzeren Zylinders (Kurve II und V) gegeben; die Zeit für II stimmt mit der von III überein, V ist annähernd die Hälfte von II und III. Die elektrisch gemessene Stoßzeit richtet sich aber nicht nach der Stoßzeit des kürzeren Zylinders, sondern augenscheinlich lediglich nach der Kompressionszeit des längeren Zylinders.

Die elektrisch gemessene Stoßzeit besteht eben aus zwei Teilen. Während des ersten Teiles, d. h. während der eigentlichen Stoßzeit stellt der an der Berührungsstelle herrschende wirkliche Stoßdruck den elektrischen Kontakt her. In der darauffolgenden Zeit bis zum zweimaligen Durchlaufen des längeren Zylinders sollte trotz Andauer der Berührung

kein Druck mehr vorhanden sein. Ein wesentlicher Druck, welcher für den Energieverlauf des Vorganges in Betracht käme, herrscht auch wirklich nicht während dieser Zeit, wie aus den Kurven II und V hervorgeht, welche keine wesentliche Abweichung von der Nulllinie mehr zeigen; jeder auch noch so geringe, aus sekundären Ursachen herrührende Druck ist aber imstande, während dieser Zeit elektrischen Kontakt herzustellen, ohne noch irgend nennenswerte Wirkung auf den bereits beendeten Stoßvorgang ausüben zu können. Die elektrisch gemessene Stoßzeit liefert in diesen Fällen also ein vollständig schiefes Bild über den wirklichen Vorgang.

Versagen der elektrischen Methode bei verschieden langen Zylindern. Aus diesem Grunde ist die elektrische Methode für die Bestimmung von Stoßzeiten zwischen verschieden langen Zylindern unzuverlässig und die auf solche Resultate gegründeten Annahme eines Wachsens der Stoßzeit beim Wachsen des längeren Zylinders sind nicht geeignet, zur Widerlegung der elastischen Theorie zu dienen. Einwandsfrei ist lediglich die Messung der Stoßzeit bei gleichlangen Zylindern.

Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Auch die Schattenmethode wurde auf die Kautschukzylinder angewandt. Die Resultate sind in der nachstehenden Tabelle p. 469 zusammengestellt.

Der Mangel an Elastizität, wie er sich am klarsten aus dem Falle gleichlanger Zylinder ergibt, ist im Einklang mit den Ausführungen auf p. 465 wesentlich größer als bei den Stahlschrauben. Abgesehen von der hierdurch bedingten Annäherung an den unelastischen Stoß folgen die Zylinder aber durchaus den Forderungen der elastischen Theorie. So findet nie ein Rückprallen, sondern stets ein Stehenbleiben oder Mitgehen der kürzeren Zylinder statt. Die hierbei bewahrte Energie bleibt in den Fällen ungleicher Zylinder unter 2 Proz. der ursprünglichen lebendigen Kraft, im Falle gleichlanger Zylinder wird sie, wie es übrigens auch bei den Stahlschrauben der Fall war, größer und wächst auf 5,7 Proz. Letztere Abweichung gilt aber gerade so für die mechanische wie für die elastische Theorie. Ebenso schließen sich die Geschwindigkeiten der gestoßenen Zylinder in den Fällen ungleicher Längen

Nr.	Zylinderlängen ¹⁾		Anfangs- geschwin- digkeit cm/sec	Endgeschwindigkeiten cm/sec						Verlust an lebendiger Kraft Proz.	
				stoßender Zylinder		gestoßener Zylinder					
	beob.	berechnet				beob.	berechnet		beob. ²⁾	ber.	
		elast.		mechan.	elast.		mechan.				
I	18,7	37,7	5,5	0,0	0,0	— 1,7	2,6	2,8	3,7	56,8	48,3
			21,8	+ 1,5	0,0	— 7,0	10,3	11,3	14,9	57,0	
			43,6	+ 3,4	0,0	— 13,9	20,5	22,5	29,7	57,3	
II	18,7	18,7	5,8	+ 1,3	0,0	0,0	4,8	5,8	5,8	31,4	0
			22,0	+ 4,9	0,0	0,0	17,3	22,0	22,0	38,2	
			43,6	+ 10,4	0,0	0,0	34,1	43,6	43,6	38,8	
III	9,3	18,7	5,7	+ 0,7	0,0	— 1,7	2,6	2,9	4,0	61,3	46,3
			21,7	+ 2,6	0,0	— 6,6	10,1	10,9	15,1	59,6	
			45,8	+ 5,9	0,0	— 13,9	21,2	23,0	31,9	60,2	

1) Ohne Elfenbeinkopf; dieser ist bei den Berechnungen entsprechend seiner Masse (entsprechend 1,6 cm Kautschuklänge) berücksichtigt.

2) Ohne Berücksichtigung der noch im kürzeren Zylinder vorhandenen lebendigen Kraft.

an die elastische Theorie an; das gleiche gilt daher auch in bezug auf den Verlust an lebendiger Kraft.

Gesamtresultat. Wir kommen daher zu folgendem Gesamtresultat: Gleichdicke Kautschukzylinder mit Elfenbeinköpfen entsprechen in allen wesentlichen Punkten der elastischen Theorie, d. h. der Vorgang der Energieübertragung durch Stoß erfolgt durch einmalige, stetig fortschreitende Kompression und nachfolgende Dilatation im kürzeren Zylinder; hierbei wird die kinetische Energie dieses Zylinders vollständig vom gestoßenen Zylinder aufgenommen, und zwar zum Teil als lebendige Kraft, zum anderen Teile als Schwingungsenergie. Die gefundenen Abweichungen erklären sich vollständig durch die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Kompression, durch einen merklichen Mangel an Elastizität und durch die große elastische Nachwirkung.

§ 4. Versuche an Kautschukzylindern von ungleichem Querschnitt.

Wir verlassen jetzt den Spezialfall des Stoßes zwischen Zylindern von gleichem Material und gleichem Querschnitt, um die Theorie auch in zwei Fällen allgemeiner Natur zu prüfen. Dabei soll zur Vermeidung zu großer Kompliziertheit jedesmal nur eine Größe variiert werden. Wir behandeln demnach zwei Fälle.

1. Stoß zwischen zwei gleichlangen Zylindern von gleichem Material, von denen der eine den doppelten Querschnitt besitzt wie der andere.

2. Stoß zwischen zwei gleichlangen Zylindern von gleicher Masse pro Längeneinheit, deren Elastizitätsmodule sich etwa wie 300 : 1 verhalten.

Im ersten Falle wurden wieder Kautschukzylinder mit Elfenbeinköpfen verwandt. Der dünnere Zylinder war der bereits früher benutzte von 18,7 cm Länge und 2,5 cm Durchmesser, der dickere hatte die gleiche Länge, aber einen Durchmesser von 3,5 cm. Die Geschwindigkeit betrug wieder 22,1 cm/sec. Die Lage der Hebelangriffspunkte und der Spiegelsysteme ergibt sich aus den Skizzen der Fig. 5, Taf. IV. Die Kompressionsvorgänge in der Vorder- und Hinterhälfte der Zylinder wurden diesmal gleichzeitig aufgenommen, so daß

sich die zeitliche Lage der beiden Kurven und die Durchschnittsgeschwindigkeit in der Vorderhälfte unmittelbar ergibt.

Aus der Theorie p. 426 folgt nun, daß die Kompressionszeit in beiden Zylindern identisch sein muß, da ihre Längen und ihre Wellengeschwindigkeiten dieselben sind, und daß diese Kompressionszeit die gleiche ist wie bei zwei solchen Zylindern von gleichem Querschnitt. Diese Zeiten, entnommen den Kurven des vorderen Abschnittes (vgl. Fig. 5, Taf. IV, Nr. I, II), sind:

dicker Zylinder	0,0067''
dünner Zylinder	0,0065''
dünner Zylinder beim Stoß gegen solchen von gleichem Querschnitt	0,0063''

Die Forderung der Theorie ist also innerhalb der Versuchsfelder erfüllt.

Ferner gelten nach der Theorie für die relativen Kompressionen λ'/λ die Formeln (p. 425)

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_1 = \frac{V}{c_1} \cdot \frac{c_2 q_2 q_2}{c_1 q_1 q_1 + c_2 q_2 q_2},$$

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_2 = \frac{V}{c_2} \cdot \frac{c_1 q_1 q_1}{c_1 q_1 q_1 + c_2 q_2 q_2},$$

worin die einzelnen Buchstaben die angegebene Bedeutung haben.

In unserem Falle ist:

$$c_1 = c_2 = c, \quad q_1 = q_2, \quad q_1 = \frac{1}{2} q_2.$$

Man erhält also für den dünneren bzw. dickeren Zylinder

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_1 = \frac{V}{c} \cdot \frac{2}{3},$$

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_2 = \frac{V}{c} \cdot \frac{1}{3}.$$

Hiermit zu vergleichen ist noch die relative Kompression beim Stoß gleichlanger Zylinder:

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_3 = \frac{V}{c} \cdot \frac{1}{2}.$$

Es müssen sich also verhalten

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_1 : \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_2 : \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_3 = 4 : 3 : 2.$$

Nimmt man als Vergleichszeit 0,0010'', d. h. etwa die Zeit, in der die schnellste Welle den Zylinder halb durchlaufen hat, so erhält man:

$$0,0159 : 0,0119 : 0,0100.$$

Nimmt man die halbe Stoßzeit, in welcher alle Wellen die Zylinder einmal durchlaufen haben, so erhält man:

$$0,0440 : 0,0341 : 0,0238.$$

Die Abweichung der ersten Zahlenreihe erklärt sich aus der p. 465 besprochenen Abnahme des Elastizitätsmoduls mit der Abnahme der Kompression, wodurch gleichzeitig die Maximalgeschwindigkeit der Welle (vgl. Fig. 5, Taf. IV) auf 73 m/sec herabgedrückt wird. Die zweite Zahlenreihe entspricht innerhalb der Versuchsfehler der Theorie.

Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Die Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß hatte folgendes Ergebnis:

Anfangs- geschwin- digkeit cm/sec	Endgeschwindigkeiten cm/sec					
	stoßender Zylinder			gestoßener Zylinder		
	beob.	berechnet		beob.	berechnet	
		elast.	mechan.		elast.	mechan.
6,1	-0,31	-	2,0	3,2		4,1
22,3	-0,80	-	7,4	11,6		14,9
44,2	-0,99	-	14,7	22,5		39,5

Eine Entscheidung zwischen der elastischen und mechanischen Theorie kann diese Tabelle nicht liefern, denn dieser Spezialfall erfüllt die Bedingung, bei welcher beide Theorien dasselbe Ergebnis liefern: beide Zylinder trennen sich ohne Nachschwingung. Sie ist aber insofern von Interesse, als sie zeigt, daß die elastische Theorie Zurückprallungen an sich nicht ausschließt. Der Mangel an Elastizität macht sich hier übrigens wieder in derselben Weise bemerkbar wie oben.

Gesamtresultat. Alles in allem kommen wir wieder zu dem Resultat, daß auch in diesem Falle die beobachteten Vorgänge sich durchaus in die elastische Theorie einordnen lassen.

§ 5. Versuche an Zylindern von ungleichem Material.

Wir wenden uns jetzt zu dem zweiten allgemeinen Falle. Gegen eine ähnliche Stahlspirale von 19,3 cm Länge, wie sie bei den Versuchen p. 451 benutzt worden war, stieß ein Zylinder aus hartem Stahl von gleicher Länge und gleichem Gesamtgewicht. Die Geschwindigkeit betrug 4,4 cm/sec. Das Ergebnis des Versuches ist in Fig. 5, Taf. IV, Nr. III dargestellt. Die beiden Kurven geben die Kompressionsvorgänge in der Vorder- und Hinterhälfte der Spirale wieder.

Vor der theoretischen Auswertung dieser Resultate ist zu entscheiden, ob

$$r = \frac{c_2 q_2 q_2}{c_1 q_1 q_1} < 1$$

ist, wobei alle Größen die p. 425 genannten Bedeutungen haben und die Indizes 2 sich auf die Spirale beziehen. Wegen gleichen Gesamtgewichtes bei gleicher Länge folgt:

$$q_1 \cdot q_1 = q_2 \cdot q_2 \cdot$$

c_2 ergibt sich aus der Kurve entsprechend einer Länge des Vorderabschnittes von 9,9 cm zu 1870 cm/sec, c_1 , d. h. die Schallgeschwindigkeit im Stahl kann zu 510000 cm/sec angenommen werden; also

$$r = \frac{1}{273} \cdot$$

Der Stoßvorgang folgt also den p. 426 entwickelten Gesetzen, d. h. er muß derart verlaufen, daß sich an der Stoßstelle in der Stahlspirale in jeder einzelnen Periode, während welcher die Kompressionswelle im Stahlzylinder einmal hin und her läuft, ein Druckgebiet von bestimmtem Kompressions- und Geschwindigkeitszustand bildet, welches nach Beendigung der Periode in die Stahlspirale hineinwandert. Die Länge eines solchen Gebietes ist gleich derjenigen Strecke s , welche die Spiralenwelle zurückzulegen vermag in der Zeit, in welcher die Stahlwelle den Stahlzylinder einmal hin und her durchlaufen hat;

$$s = \frac{2l}{510000 \text{ cm/sec}} \cdot 1870 \text{ cm/sec} = 0,142 \text{ cm.}$$

Die Zahl m solcher Wellengebiete, welche bis zur Beendigung

des Stoßvorganges, d. h. bis zur Rückkehr der Spiralenwelle zur Stoßzelle, ausgebildet wird, ist

$$m = 273.$$

Der Kompressionszustand des sich in der n^{ten} Periode ($n < m$) ausbildenden Gebietes ist hierbei ausgedrückt durch die Formel:

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{273}} \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{273}}{1 + \frac{1}{273}}\right)^n \cdot \frac{4,4 \text{ cm/sec}}{1870 \text{ cm/sec}}.$$

Will man hieraus die Verkürzung einer Strecke zwischen zwei bestimmten Punkten zu einer bestimmten Zeit berechnen, so muß man die Verkürzungen derjenigen Druckgebiete, welche für diesen Zeitmoment die Strecke zwischen den beiden Punkten ausfüllen, zusammen addieren.

Wir betrachten zuerst den Lauf der gefundenen Kurve im allgemeinen. Die Kurve des Vorderabschnittes wächst schnell, bis das erste Druckgebiet den Anfang M des Hinterabschnittes erreicht hat (Kompression 0,174 cm für 0,0053"). Von hier aus muß die Kurve dauernd abnehmen, da die stärker komprimierten Druckgebiete weiter wandern und stets durch weniger komprimierte, neu erzeugte ersetzt werden. Diese Abnahme dauert gleichmäßig so lange an, bis die reflektierte Dilatationswelle M erreicht. Von diesem Momente an muß die Kompression steiler abfallen, d. h. es muß ein scharfer Knick in der Kurve auftreten: Kompression 0,061 cm bei 0,0153". Die Kurve des zweiten Abschnittes steigt von dem Moment an, wo das erste Druckgebiet den Vorderabschnitt durchlaufen hat (0,0053"). Sie erreicht ihr Maximum in dem Augenblick, wo die Welle an das Ende des ganzen Zylinders gelangt ist: Kompression 0,0164 cm bei 0,0102", und sinkt dann schnell infolge des Einsetzens der Dilatationswelle. Dieses Sinken hört auf, wenn die erste, stärkste Dilatation den Hinterabschnitt passiert hat, Knick bei der Ordinate 0,0062 cm bei 0,0156", d. h. genau in dem Moment, wo das rapide Sinken in der oberen Kurve einsetzt. Von diesen Knickpunkten an wiederholt jetzt die Vorderkurve die Form der Hinterkurve und umgekehrt. Dieses Spiel setzt sich in den Nachschwingungen fort, indem

die Formen der beiden Kurven unter jedesmaligem Gegenüberliegen der Knickpunkte periodisch wechseln.

Dieser Allgemeinverlauf entspricht genau den Forderungen der Theorie. Zur quantitativen Vergleichung führen wir obige Berechnung durch für besonders markante Zeitpunkte und zwar für die drei Momente, wo das erste Druckgebiet das Ende des Vorderabschnittes erreicht hat (τ_1), wo das erste Druckgebiet das Ende des ganzen Zylinders erreicht hat (τ_2), und wo die rückkehrende Dilatation die Mitte M des Zylinders wieder erreicht hat (τ_3). Für τ_1 und τ_3 berechnen wir die Verkürzung des Vorderabschnittes, für τ_2 die Verkürzung des Hinterabschnittes. Die zugehörigen n , d. h. die Zahlen der verschiedenen Druckgebiete, in welche der Vorderabschnitt (= 9,9 cm) und der Hinterabschnitt (= 9,4 cm) zerfällt, betragen 70 bzw. 66, zusammen gleich der Hälfte von 273, welche letztere Zahl sich auf die zweimalige Durchlaufung des ganzen Zylinders bezieht. Die Kompressionen seien C_1, C_2, C_3 , s hat die p. 473 genannte Bedeutung.

$$C_1 = s \cdot \sum_1^{70} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_n = 0,0183 \text{ cm},$$

$$C_2 = s \cdot \sum_1^{66} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_n = 0,0175 \text{ cm},$$

$$C_3 = s \cdot \sum_{134}^{203} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)_n = 0,0070 \text{ cm}.$$

Diese Werte müssen ihrer Größe und ihrem zeitlichen Eintreten nach mit den oben besprochenen markanten Punkten zusammenfallen, nämlich C_1 mit dem Maximum der Vorderkurve, C_2 mit dem Maximum der Hinterkurve und C_3 mit dem Knickpunkt der Vorderkurve. Man erhält so folgende Zusammenstellung:

	beobachtet	berechnet
$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ \tau_1 \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 0,0183 \text{ cm} \\ 0,0053'' \end{array}$	$\begin{array}{l} 0,0174 \text{ cm} \\ 0,0053'' \end{array}$
$\left\{ \begin{array}{l} C_2 \\ \tau_2 \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 0,0175 \text{ cm} \\ 0,0103'' \end{array}$	$\begin{array}{l} 0,0164 \text{ cm} \\ 0,0102'' \end{array}$
$\left\{ \begin{array}{l} C_3 \\ \tau_3 \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 0,0070 \text{ cm} \\ 0,0153'' \end{array}$	$\begin{array}{l} 0,0061 \text{ cm} \\ 0,0153'' \end{array}$

Die zeitliche Übereinstimmung ist vollständig, während die Verschiedenheiten der Ordinaten die Versuchsfehler nicht überschreiten.

Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Die Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß hatte folgende Ergebnisse:

Anfangs- geschw. cm/sec	Endgeschwindigkeiten cm/sec					
	stoßender Zylinder			gestoßener Zylinder		
	beob.	berechnet		beob.	berechnet	
		elast.	mechan.		elast.	mechan.
5,6	0,88	0,76	0,0	4,7	4,8	5,6
21,9	3,4	3,0	0,0	18,6	18,9	21,9
43,9	6,8	5,9	0,0	37,1	38,0	43,9

Die elastischen Werte sind hierin nach den Formeln p. 427 f. berechnet:

$$v_1 = \left(\frac{1 - \frac{1}{273}}{1 + \frac{1}{273}} \right)^{273} \cdot V,$$

$$v_2 = \left[1 - \left(\frac{1 - \frac{1}{273}}{1 + \frac{1}{273}} \right)^{273} \right] \cdot V.$$

Die Übereinstimmung ist wieder bis auf einen minimalen Einfluß des Mangels an vollkommener Elastizität eine vollständige.

Die Stoßzeit. Für die Stoßdauer fordert die Theorie die Zeit eines Hin- und Herganges der Welle in der Spirale gleich 0,0206". Dieser Wert muß sich in der Aufnahme als Minimum der Vorderkurve markieren, da in diesem Moment die rückkehrende Dilatationswelle ihre größte Wirkung für den Vorderabschnitt erlangt hat. Aus der Kurve folgt daher $t = 0,0208''$ gegen den theoretisch gefundenen Wert $t = 0,0206''$.

Die Ermittlung der Stoßzeit auf elektrischem Wege ergab dagegen den stark abweichenden Wert $t = 0,0160''$. Der Grund hierfür liegt darin, daß für den letzten Teil des Stoßverlaufes der Druck an der Berührungsstelle bereits außerordentlich gering wird, so daß eine minimale Unregelmäßigkeit

genügt, um den Kontakt zeitweilig aufzuheben. Man sieht also auch hier, daß die Resultate der elektrischen Methode nur mit der größten Vorsicht zu benutzen sind.

Zusammenfassung des I. Teiles.

1. Die für die Untersuchung des Stoßvorganges im einzelnen ausgearbeitete Spiegelmethode führt zu einwandfreien Ergebnissen.

2. Dasselbe gilt von der Schattenmethode zur Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß.

3. Dagegen erweist sich die elektrische Zeitmeßmethode als unzuverlässig, indem sie für verschieden lange Zylinder bei den geringsten Unregelmäßigkeiten zu Werten führt, welche für den eigentlichen Stoßvorgang nicht mehr charakteristisch sind.

4. Die Grundforderung der elastischen Theorie, daß sich der Stoßdruck sofort gleichmäßig über den ganzen Querschnitt verteilt, läßt sich praktisch völlig durch Anwendung von Spiralen und von Kautschukzylindern mit Elfenbeinköpfen erreichen. Die Größe des Querschnittes ist dann ohne Einfluß.

5. Zylinder dieser Art von gleichem Querschnitt und Material erfüllen im Einzelverlauf des Stoßvorganges, sowie in den Stoßzeiten und den Endgeschwindigkeiten alle Forderungen der elastischen Theorie.

6. Das gleiche gilt von den komplizierteren Fällen, in welchen Kautschukzylinder von verschiedenen Querschnitten, sowie Stahlspiralen mit massiven Stahlzylindern kombiniert werden.

7. Die bei den Kautschukzylindern beobachteten Eigentümlichkeiten des Stoßvorganges beruhen nicht auf einer Abweichung von der Theorie, sondern auf besonderen Eigenschaften des Materiales, nämlich auf der Abhängigkeit der Wellengeschwindigkeit von der Kompressionsamplitude, auf Mangel an völliger Elastizität und auf der elastischen Nachwirkung.

8. Für kleine Kompressionen nimmt die Wellengeschwindigkeit im Kautschuk einen Grenzwert an, der weit über dem statisch berechneten Werte liegt. Aus diesem Grenzwert läßt sich der eigentliche, von elastischer Nachwirkung gänzlich freie Elastizitätsmodul berechnen.

9. Betreffs der bisherigen Versuche folgt endlich, daß die auf ein Versagen der elastischen Theorie gezogenen Schlüsse nicht einwandfrei sind, so weit sie sich auf die elektrisch gemessene Stoßzeit und auf die an Kautschukzylindern beobachteten Erscheinungen beziehen. Bei den übrigen Abweichungen, namentlich den Voigtschen Versuchen, muß dagegen eine Nichterfüllung der elastischen Grundbedingung (vgl. unter 4.) vorliegen, deren Einfluß auf den Stoßvorgang eine besondere Untersuchung erfordert.

II. Teil. Der mechanische Stoß.

Bei der elastischen Theorie ist die den Stoßvorgang vermittelnde, elastische Kraft an die in Bewegung zu setzende Masse selbst gebunden, die mechanische Theorie dagegen trennt Kraft und Masse vollständig voneinander. Die auftretenden, elastischen Kräfte sind an der Stoßstelle in einer unendlich dünnen, massenlosen Schicht lokalisiert zu denken, die Massen selbst sind absolut starr und werden als Ganzes von den elastischen Kräften beschleunigt. Daraus ergibt sich die Forderung, daß die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoß dieselbe ist wie vorher. Über den Stoßvorgang selbst und über die Stoßzeiten macht die Theorie in dieser ursprünglichen Form keine Aussagen.

1. Kapitel. Untersuchung des Idealfalles.

Diese Annahme ist natürlich eine reine Fiktion, es fragt sich aber, ob sie sich nicht wenigstens mit Annäherung, wie im elastischen Falle, durch besondere Konstruktion der Stoßkörper verwirklichen läßt.

Die Aufgabe ist gerade die entgegengesetzte wie im elastischen Falle. Dort brauchten wir eine möglichst dünne, relativ starre Schicht, welche den Stoßdruck gleichmäßig auf die folgenden elastischen Schichten übertrug, hier brauchen wir eine möglichst dünne, relativ elastische Schicht, welche den starren Hauptkörper durch ihre Kräfte beschleunigt. Damit ist die Konstruktion des idealen, mechanischen Stoßzylinders unmittelbar gegeben: ein massiver Stahlzylinder von dem Elastizitätsmodul 21000 kg/mm^2 mit einem möglichst kurzen,

aus einer Stahlfederspirale bestehenden Kopf von dem Elastizitätsmodul $0,4 \text{ kg/mm}^2$ muß dem Idealfall schon sehr nahe kommen. Der Federkopf muß dann aus praktischen Gründen noch mit einer dünnen Stahlplatte versehen sein, da ohne diese die Druckerscheinungen zwischen zwei solchen Köpfen zu unregelmäßig würden. So ergibt sich die folgende Konstruktion (vgl. Fig. 10): der massive Stahlzylinder hat einen Durchmesser von 1,50 cm. Der Spiralenkopf hat den gleichen äußeren Durchmesser und besteht aus sieben ganzen Windungen eines 0,25 cm dicken Stahldrahtes. Vorn trägt er eine ganz ebene, bzw. schwach gerundete 0,2 cm dicke Platte aus Stahl. (Der ganze Kopf ist nichts anderes als das Vorderstück der bereits p. 455 benutzten Spiralen.) Auf genaue Ebenheit der Verbindungsflächen und gute Vereinigung durch eine ganz dünne Schicht Lot, ist besondere Sorgfalt verwandt.

Fig. 10. Verh. 1 : 2.

Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Die Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß hatte nachstehende Ergebnisse (p. 480).

Die Ergebnisse stimmen vollständig mit der mechanischen Theorie überein, bis auf eine minimale Abweichung infolge eines geringen Mangels an vollständiger Elastizität (man vergleiche wieder den Fall gleichlanger Zylinder). Zu beachten sind namentlich der von der Theorie geforderte Rückprall und die gleiche Erhaltung der lebendigen Kraft für dieselben und für verschiedene Zylinderlängen, während die elastische Theorie im letzteren Falle einen großen Verlust an lebendiger Kraft fordert.

Zur Kontrolle der Starrheit, d. h. zur Beantwortung der Frage, ob nicht doch noch irgend welche elastische Schwingungen im Zylinder selbst den Stoßvorgang beeinflussen, ist im Falle III' der 20 cm lange Zylinder des Falles III durch einen solchen von 10 cm Länge ersetzt, der durch starre Verbindung mit einer übergeschobenen Messingmasse wieder auf die alte Gesamtmasse gebracht ist. Beide Versuchsreihen sind völlig identisch, während eventuelle elastische Vorgänge von der Länge beeinflußt würden. Die benutzte Konstruktion ist also praktisch als starr anzusehen.

Nr.	Zylinderlängen cm (der Kopf als plus von 1,2 cm gerechnet)	Anfangs- geschw. cm/sec	Endgeschwindigkeiten cm/sec								Verlust an lebendiger Kraft in Proz.	
			stoßender Zylinder			gestoßener Zylinder						
			beob.	berechnet		beob.	berechnet		beob.	ber. (elast.)		
				mechan.	elast.		mechan.	elast.				
I	21,2 61,2 }	5,5 21,9 43,7	- 2,5 - 10,1 - 20,4	- 2,7 - 10,6 - 21,2	0,0 0,0 0,0	2,8 11,1 22,1	2,8 11,3 22,5	1,9 7,6 15,1	4,2 5,0 4,4	}	65,4	
II	21,2 41,2 }	5,5 21,9 43,7	- 1,7 - 6,7 - 13,4	- 1,8 - 7,0 - 14,0	0,0 0,0 0,0	3,6 14,7 29,3	3,7 14,9 29,7	2,8 11,3 22,5	6,7 3,4 3,4	}	48,5	
III	21,2 21,2 }	5,45 21,9 43,7	0,0 + 0,4 + 0,8	0,0 0,0 0,0	0,0 0,0 0,0	5,31 21,5 43,0	5,45 21,9 43,7	5,45 21,9 43,7	5,1 3,6 3,2	}	0	
III	21,2 Länge 11,2 Gesamt- masse ent- sprech. 21,2	5,47 21,9 43,9	0,0 + 0,4 + 0,9	0,0 0,0 0,0	— — —	5,41 21,5 43,0	5,47 21,9 43,9	— — —	2,2 3,6 4,1			
IV	11,2 21,2 }	5,6 22,1 43,9	- 1,6 - 6,2 - 12,4	- 1,7 - 6,8 - 13,6	0,0 0,0 0,0	3,8 14,9 29,7	3,9 15,3 30,3	3,0 11,7 23,2	5,1 6,0 5,6	}	47,2	

Die Stoßzeit. Über die Stoßzeit sagt die mechanische Theorie nichts aus, da sie keinen Anhalt über die Natur der Zwischenschicht gibt. In unserem Falle muß sich aber auch die Stoßzeit aus den elastischen Verhältnissen der realen Zwischenschicht und den Massen der Zylinder berechnen lassen. Wir beschränken uns auf den Fall gleichlanger Zylinder, da dieser zur einfachsten Formel führt und zudem der einzige zu prüfende Fall ist, weil die elektrische Zeitmeßmethode bei verschiedenlangen Zylindern unzuverlässig wird (vgl. p. 477).

Diese Stoßzeit ist offenbar gleich der einfachen Schwingungsdauer, welche man erhalten würde, wenn man die Zylinder mit ihrem Berührungspunkt aneinander befestigte und nach einer Kompression sich selbst überließe. T berechnet sich aus der Gleichung

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{a x}{m},$$

wo a die Kraft in Dyn, pro 1 cm Zusammenpressung und m die Masse bedeutet; also:

$$T = \pi \sqrt{\frac{m}{a}}.$$

a berechnet sich aus Elastizitätsmodul und Länge zu $30 \cdot 10^6$ Dyn.¹⁾

Die Stoßzeiten bei verschiedenem m der Zylinderpaare müssen daher $T/\sqrt{m} = \text{const.} = 571 \cdot 10^6$ ergeben. Außerdem muß T für alle Kompressionen, d. h. alle Geschwindigkeiten das gleiche sein. Man erhält:

Länge jedes Einzelzylinders cm	Geschwindigkeit cm/sec	Zeit sec	$\frac{T}{\sqrt{m}} \cdot 10^6$
50,0	43,7	0,0139	52,5
	21,9	0,0137	
	5,5	0,0136	
37,6	43,7	0,0119	51,7
25,0	„	0,0097	51,6
20,0	„	0,0086	50,9
12,5	„	0,0064 ₅	48,1

1) Die gleiche Formel ergibt sich aus der Theorie Hrn. Voigts, wenn sich der Elastizitätsmodul der „Zwischenschicht“ der Null nähert.

Die theoretischen Forderungen sind im wesentlichen erfüllt. Die Zunahme von T mit größerer Masse ebenso wie der minimale Gang von T mit der Geschwindigkeit sind wahrscheinlich durch die der elektrischen Methode eigentümlichen Mängel bedingt, indem die bei geringeren Geschwindigkeiten und Massen auftretenden Drucke schwächer sind und daher vielleicht zu Anfang und Ende des Vorganges keinen genügenden Kontakt mehr geben. Die Differenz des Durchschnittswertes gegen den statisch berechneten Wert liegt ebenfalls innerhalb der Versuchsfehler und beruht zum Teil jedenfalls auf einer gewissen Unsicherheit über die wirklich in Rechnung zu setzende Windungszahl des Kopfes.

Gesamtresultat. Als Gesamtresultat erhalten wir danach: Massivzylinder mit Spiralfederköpfchen erfüllen praktisch die Gesamtbedingungen der mechanischen Theorie mit genügender Genauigkeit. Ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoß lassen sich daher völlig durch die mechanischen Stoßformeln darstellen. Die Stoßzeiten, welche in ihrer absoluten Größe nichts mit der mechanischen Theorie zu tun haben, zeigen trotzdem eine für den mechanischen Stoß charakteristische Gesetzmäßigkeit: sie sind unabhängig von der Stoßgeschwindigkeit, wie beim elastischen Stoß, und wachsen bei gleicher Länge der stoßenden Zylinder proportional mit $\sqrt{m}$, während sie in der elastischen Theorie proportional m (bzw. l) zunehmen.

2. Kapitel. Die elastischen Vorgänge beim Stoß „starrer“ Körper.

Die „Starrheit“ des massiven Stahlzylinders gegenüber der Stahlspirale am Kopf ist natürlich nur mit Annäherung erreicht. Es fragt sich daher, durch welchen elastischen Vorgang die

Fig. 11. Verh. 1 : 2.

Stahlzylinder von der Zwischenschicht aus allmählich in Bewegung gesetzt werden. Zur Lösung dieser Frage wurden die massiven Zylinder durch die bereits früher benutzten starken Spiralen ersetzt, welche als Kopf je sieben

Windungen einer schwächeren Spirale von gleichem mittleren Durchmesser, aber von nur 1,5 mm Drahtdicke erhielten (vgl.

Fig. 11). Auf den starken Stahlspiralen waren dann analog den Versuchen auf p. 451 ein oder zwei Spiegelsysteme angebracht. Die Stoßgeschwindigkeiten wurden auf das 4 fache ($= 17,6 \text{ cm/sec}$) erhöht, um auch unter diesen Umständen noch genügende Amplituden zu erhalten.

Die Resultate sind auf Fig. 6, Taf. IV in den Kurven I, II, III wiedergegeben. Bei III entspricht die mittlere Kurve der oben genannten Stoßgeschwindigkeit, während die obere und untere Kurve der halben und doppelten Geschwindigkeit zugehören ($8,8 \text{ cm/sec}$ bzw. $35,2 \text{ cm/sec}$).

Theorie des mechanisch-elastischen Stoßes. Zur Veranschaulichung und zahlenmäßigen Behandlung dieser neuen Stoßform müssen wir einen erweiterten, schon von St. Venant benutzten Begriff des Stoßvorganges einführen. Ein Stoß findet immer dann statt, wenn zwei Gebiete eines elastischen Systems von verschiedener Geschwindigkeit und verschiedenem Kompressionszustand unmittelbar aneinandergrenzen, gleichgültig, ob diese Grenze mit der körperlichen Grenze zusammenfällt, und wodurch die Geschwindigkeitsdifferenz und der verschiedene Kompressionszustand erworben sind. Es entwickelt sich dann von der Grenzstelle aus ein neues Gebiet mit einheitlicher Geschwindigkeit und gleichem Druckzustand, welches sich mit den zugehörigen Wellengeschwindigkeiten in die beiden ursprünglichen Gebiete ausbreitet.

Die Anfangsgeschwindigkeiten der Gebiete I und II seien V_1 und V_2 , ihre Anfangskompressionen J_1, J_2 , ihre Wellengeschwindigkeiten C_1, C_2 und endlich ihre Massen pro Längeneinheit m_1, m_2 . Wenn sich die Indizes (') in analoger Weise auf die neuen Zustände beziehen, so erhält man:

$$V_1' = V_2' = V' = \frac{V_1 + C_1 J_1 + \frac{m_2 C_2}{m_1 C_1} (V_2 - C_2 J_2)}{1 + \frac{m_2 C_2}{m_1 C_1}},$$

$$J_1' = J_1 + \frac{V_1 - V'}{C_1},$$

$$J_2' = J_2 + \frac{V' - V_2}{C_2}.$$

An der Hand dieser St. Venantschen Formel betrachten wir jetzt die verschiedenen Phasen unserer neuen Stoßform, wobei wir die resultierenden Geschwindigkeiten und Kompressionen jedesmal den betreffenden Gebieten beischreiben (Fig. 12). c und C

Fig. 12.

seien die Wellengeschwindigkeiten, m und M die Massen pro Längeneinheit in der schwächeren, bzw. stärkeren Spirale; $M \cdot C / m \cdot c$ werde gleich r gesetzt.

1. Bis die Welle zu den dicken Spiralen gelangt ist, verläuft alles von der Stoßstelle A aus wie bei dem Stoß zweier gleicher dünner Spiralen (Fig. 12, Nr. 1).

2. Nach Ankunft der Welle an den Grenzstellen zwischen dünner und dicker Spirale, B_1, B_2 , setzt ein neuer Stoßvorgang ein, der sich nach beiden Seiten um diese Grenzstellen ausbreitet (nur um B_2 gezeichnet) (Fig. 12, Nr. 2).

3. In dem Moment, wo diese beiden Gebiete von B_1 und B_2 aus wieder nach A gelangt sind, breitet sich um A ein neuer Stoßvorgang aus (Fig. 12, Nr. 3).

4. Nach Ankunft der Welle in B_1 und B_2 entwickelt sich um diese Stellen wieder ein neues Stoßgebiet usw.

Alle so um B_1 und B_2 entstandenen Gebiete werden in der dünnen Spirale zwischen B_1 und B_2 immer wieder durch neuentstehende abgelöst, in die starken Spiralen wandern sie dagegen als selbständige Gebiete von bestimmtem Druck- und Geschwindigkeitszustand eins nach dem anderen hinein.

In unserem Falle haben die einzelnen Größen folgende Werte:

$$V = 17,6 \text{ cm/sec}$$

$$c = 380 \quad ,,$$

$$C = 1700 \quad ,,$$

$$m = 5,2 \text{ g}$$

$$M = 14,4 \quad ,,$$

$$r = 12,4 \quad ,,$$

Die Zeit zwischen der Erzeugung zweier aufeinanderfolgender Stoßvorgänge um B_1 und B_2 , d. h. die Zeit, welche die Welle in der dünneren Spirale zur doppelten Durchlaufung eines Kopfes bedarf, ist $= 0,0074''$; sie ist also größer als die zur Durchlaufung des Vorderabschnittes der dicken Spirale notwendige Zeit. Von der Zeit $t = 0$ (gerechnet von dem Eintreffen der ersten Welle in B_2) bis zur Zeit $t = 0,0058''$ steigt daher die Kompression des Vorderabschnittes gleichmäßig und zwar auf den Wert

$$\frac{V}{(1+r)C} \cdot 92 = 0,071 \text{ mm},$$

wobei 92 mm die Länge des Vorderabschnittes ist. Beobachtet werden 0,064 mm, vgl. Fig. 6, Taf. IV, Nr. I. Von hier an muß die Ordinate bis $t = 0,074''$ konstant bleiben, was tatsächlich mit Annäherung der Fall ist. Bei $t = 0,0074''$ müßte der Anstieg von neuem beginnen; der entsprechende Knickpunkt der Kurve liegt bei 0,0078''. Von hier müßte die Kurve für die nächsten 0,0058'' ansteigen und zwar auf den Wert

$$\frac{2r}{(1+r)^2 C} \cdot V \cdot 92 = 0,131 \text{ mm}$$

gegenüber dem entsprechenden Werte der Kurve bei $t = 0,0132''$ ($= 0,0074 + 0,0058$), welcher 0,130 mm beträgt. Von da an muß die Kurve wieder konstant bleiben bis zu 0,0148'' usw.

Diese Übereinstimmungen dürften genügen, um die Richtigkeit der obigen Ausführungen für den vorliegenden Fall zu beweisen. Der weitere Vorgang in dem Vorderabschnitt des Zylinders von $t = 0,0174''$ an, wo die reflektierte Dilatations-

Nr.	Zylinderlängen cm (der Kopf als plus von 0,8 cm gerechnet)	Anfangs- geschwin- digkeit cm/sec	Endgeschwindigkeiten cm/sec								Verlust an lebendiger Kraft Proz.	
			stoßender Zylinder				gestoßener Zylinder					
			beob.	berechnet		beob.	berechnet					
				mech.	elast.		mech.	elast.				
I	20,8	20,8 {	5,64 21,9	0,0 +0,53	0,0 0,0	0,0 0,0	5,35 21,7	5,64 21,9	5,64 21,9	9,8 1,9	{ 0	
II	10,8	20,8 {	5,54 21,9	-1,50 -6,4	-1,75 -6,9	0,0 0,0	3,63 14,8	3,79 15,0	2,88 11,4	9,9 3,5	{ 48,1	

welle den Vorderabschnitt erreicht, ist eine Kombination zwischen den von B_2 ausgehenden Kompressionswellen und den vom Hinterende reflektierten Dilatationswellen. Die fernere rechnerische Durchführung wird sehr umständlich, lohnt sich andererseits auch kaum, da es in diesem ganz willkürlichen Einzelfalle ja nicht auf absolute Größen, sondern auf das Typische des Vorganges ankommt.

Die drei Kurven in III zeigen den Einfluß der Stoßgeschwindigkeit. Nach der Theorie müßte jede Ordinate proportional V , jede Abszisse aber gänzlich unabhängig von V sein. Dies ist in den drei Kurven tatsächlich bis ins Detail hinein erfüllt.

Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Die Messung der Geschwindigkeit nach dem Stoß ergab nebenstehende Resultate.

Aus dem Stoß gleich-langer Zylinder sieht man lediglich, daß die Elastizität eine nahezu vollständige ist, da hier die elastische und mechanische Theorie zu den gleichen Resultaten führen. Dagegen liefert II den Beweis, daß bereits bei so verhältnismäßig geringer Verschiedenheit zwischen Kopf und Haupt-

masse die Voraussetzungen der mechanischen Theorie in dieser Hinsicht mit großer Annäherung erfüllt sind.¹⁾

Die Stoßzeit wird, wie wir gesehen haben, von der Geschwindigkeit nicht beeinflusst. Ihre Abhängigkeit von der Masse bzw. Länge wurde durch spezielle elektrische Messungen, natürlich an gleichen Zylindern, festgestellt. Bei einer Länge des Einzelzylinders von 20,8 cm (0,8 cm wie oben für den Kopf gerechnet) betrug die Stoßzeit 0,0637'', bei einer Länge von 10,8 cm 0,0397''. Das Verhältnis dieser beiden Zahlen müßte nach der elastischen Theorie gleich $\frac{20,8}{10,8} = 1,93$, nach der mechanischen Theorie gleich $\sqrt{\frac{20,8}{10,8}} = 1,39$ sein. Es ist gleich 1,60, liegt also etwa in der Mitte zwischen den beiden Werten. Welchem Grenzwerte es sich nähert, hängt offenbar von der Größe des obigen Wertes $r = M \cdot C / m \cdot c$ und von dem Längenverhältnis des Kopfes zum Hauptzylinder ab. Wir sehen also, daß selbst bei völliger Erfüllung der mechanischen Theorie für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß die Stoßzeiten noch in weiten Grenzen variabel sind.

3. Kapitel. Der Stoß zwischen Kautschukzylindern mit halbkugelförmigem Kopf.

Zum Schlusse betrachten wir noch den Stoß zwischen massiven Kautschukzylindern ohne Elfenbeinkopf mit halbkugelförmigen Enden (vgl. Fig. 13). Die Form dieser Köpfe war nach einer Leere mittels einer kleinen gewölbten Schere geschnitten, nur die vorderste Fläche von 0,5 cm Durchmesser war mit dem Rasiermesser völlig geglättet. Die Dimensionen wurden so gedungen und mit so starker Vorderwölbung gewählt, um möglichst extreme Abweichungen von der elastischen Theorie zu erhalten. Die Hebelangriffspunkte waren nicht auf der Mittellinie, sondern 7 mm seitlich von derselben angebracht; sie geben daher die Verschiebung des Randgebietes wieder,

1) Dies steht in Übereinstimmung mit den Berechnungen, welche Hr. Hausmaninger (Wied. Ann. 25. p. 189. 1885) auf Grund der Voigtschen Theorie für bestimmte Spezialfälle durchgeführt hat.

ohne von einer mittleren Durchwölbung der Schicht beeinflusst zu werden oder dieselbe zu stören.

Fig. 13. Verh. 1:2.

Es wurden die Kurven IV, V, VI (Fig. 6, Taf. IV) aufgenommen. IV und V stellen den Stoßvorgang in obigem Zylinder für die Vorder- und Hinterhälfte dar, wenn derselbe von einem gleich- bzw. halbsolangen Zylinder mit gleichem Querschnitt und gleicher Kopfform getroffen wird. VI gibt für den letzteren Fall den Stoßvorgang in dem kürzeren Zylinder (Länge mit Kopf 7,0 cm) wieder. Die Stoßgeschwindigkeiten betragen für IV, V und VI₂ 44,0 cm/sec, für VI₁ und VI₃ 22,0 bzw. 88,0 cm/sec.

Die Kurven machen auf den ersten Blick fast denselben Eindruck wie die Kautschukkurven mit Elfenbeinköpfen, ihre Dimensionen sind aber durchaus andere.

In der nachstehenden Tabelle sind ihre Maximalordinaten und Kompressionszeiten zusammengestellt mit den aus der elastischen Theorie berechneten Werten.

Nr.	Kompressionsmaximum in mm		Kompressionszeit in sec	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
IV	0,166	0,291	0,0077	0,0053
V	0,151	0,291	0,0080	0,0040
VI ₁	0,041	0,145	0,0060	} 0,0026
VI ₂	0,108	0,291	0,0063	
VI ₃	0,257	0,581	0,0067	

Nr.	Gesamtlänge in cm Gesamtgewicht in g		Anfangs- geschwin- digkeit cm/sec	Endgeschwindigkeiten cm/sec						Verlust an lebendiger Kraft Proz.	
				stoßender Zylinder		ruhender Zylinder					
	stoßend	ruhend				beob.	berechnet		beob.	berechnet	
				mechan.	elast.		mechan.	elast.			
I	halbkugelige Köpfe		5,9	+0,6	0,0	0,0	5,0	5,9	5,9	26,3	0
	133 g	133 g	23,3	+3,1	0,0	0,0	20,0	23,3	23,3	26,3	
	14 cm	14 cm	46,9	+6,5	0,0	0,0	39,8	46,9	46,9	28	
II	133 g		5,8	-0,8	-2,1	0,0	3,2	3,7	2,5 ¹⁾	34,0	57,4
	63 g	133 g	23,3	-3,4	-8,3	0,0	12,7	15,0	10,0	32,2	
	7 cm	14 cm	46,6	-6,7	-16,6	0,0	25,5	28,7	20,1	34,8	
II'	flache Köpfe		5,5	-0,7	-1,8	0,0	2,8	3,7	2,7	52,6	50
	68 g	137 g	21,8	-1,7	-7,3	0,0	11,6	14,5	10,8	43,2	
	7 cm	14 cm	43,3	-2,3	-14,4	0,0	22,7	28,9	21,6	45,0	

1) Nur die zylindrischen Teile sind als Längen gerechnet.

Wir haben also qualitativ wieder dasselbe Bild, wie bei dem Stoß der Stahlspiralen mit schwächerem Kopf: Verringerung der Kompression auf durchschnittlich die Hälfte, Vermehrung der Stoßzeit auf etwa das Doppelte.

Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß. Die Messung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß hatte das in der Tabelle p. 489 angegebene Ergebnis.

Wir haben hier eine deutliche Annäherung an die mechanische Theorie: nämlich starkes Zurückprallen des kürzeren Zylinders und eine weitergehende Erhaltung der lebendigen Kraft im längeren Zylinder, als der elastischen Theorie entspricht. Die Bestätigung würde offenbar ohne den bedeutenden, aus dem Stoß gleichlanger Zylinder folgenden Mangel an Elastizität, welcher stets eine Annäherung an die elastischen Werte bedingt, eine vollständigere sein.

Daß hierbei der halbkugelförmige Kopf die Rolle der Zwischenschicht von geringerem Elastizitätsmodul spielt, und nicht eine etwaige Luftschicht zwischen beiden Zylindern, folgt aus den Versuchen unter II', welche eine wesentlich geringere Annäherung an die mechanische Theorie bei flacherer Kopfform ergeben (Fig. 13 unteres Schema).¹⁾

Die Stoßzeiten. Die Kompressionszeiten überschreiten den elastischen Wert wesentlich, stellen aber noch nicht die wirkliche Stoßzeit dar, da sie die Komprimierungszeit der vorderen Halbkugel nicht mit umfassen. Ihr wirklicher Wert wurde daher an gleichlangen Zylindern, wie auf p. 467 mittels der elektrischen Methode für verschiedene Geschwindigkeiten bestimmt.

Längen der Zylinder	Anfangs- geschw. cm/sec	Stoßzeiten sec	$10^4 \cdot T \cdot \sqrt[5]{v}$	$\frac{T_{14}}{T_7}$	$T_{14} - T_7$
14 cm	2,77	0,0130	138	1,37	0,0035
	5,53	0,0115	140	1,44	0,0035
	11,1	0,0099	139	1,45	0,0031
	21,9	0,0088	142	1,44	0,0027
	43,7	0,0081	150	1,55	0,0028

1) Hr. Voigt findet einen analogen Einfluß der vorderen Krümmung, hält aber obigen Schluß nicht für zwingend. Der eigentliche Beweis kann tatsächlich auch erst aus den folgenden Zeitmessungen erbracht werden.

Fortsetzung.

Längen der Zylinder	Anfangs- geschw. cm/sec	Stoßzeiten sec	$10^4 \cdot T \cdot \sqrt[5]{v}$	$\frac{T_{14}}{T_7}$	$T_{14} - T_7$
7 cm	2,77	0,0095	101	—	—
	5,53	0,0080	98	—	—
	11,1	0,0068	95	—	—
	21,9	0,0061	98	—	—
	43,7	0,0053	98	—	—

Man bemerkt eine deutliche Abhängigkeit der Stoßzeit von der Geschwindigkeit. Das ist der erste Fall dieser Art, da bisher die Konstanz der Stoßzeit auch in den kompliziertesten Verhältnissen eine vollständige war. Diese Differenzen beruhen dabei lediglich auf den verschiedenen Kompressionszeiten der vorderen Halbkugeln, da die Kompressionsdauer im zylindrischen Teile unabhängig von der Geschwindigkeit ist (vgl. Kurve VI, Fig. 6, Taf. IV).

Es liegt daher nahe, die Hertzsche Formel¹⁾ über die Abhängigkeit der Stoßzeit von der Geschwindigkeit bei Kugeln anzuwenden, nach welcher $T \sqrt[5]{v}$ eine Konstante sein muß. Diese Konstanz ist tatsächlich erfüllt. Daraus folgt, daß die den Stoß vermittelnde Schicht denjenigen Gesetzen folgt, welche Hertz für die Druckentwicklung an der Berührungsstelle gekrümmter Flächen gefunden hat. Die Abweichungen von der elastischen Theorie beruhen daher jedenfalls zum großen Teil lediglich auf denjenigen Sondererscheinungen, welche sich in der Nachbarschaft der stets nur beschränkten Berührungsstellen ausbilden.

Die Variation der Stoßzeit mit der Länge entspricht etwa der Forderung auf p. 482, nach welcher

$$\frac{T_{14}}{T_7} = \sqrt{\frac{133}{68}}^2 = 1,45$$

sein müßte.

1) H. Hertz, l. c.

2) Durch Einsetzung des Gewichtes in das Verhältnis sind die Längen der halbkugeligen Köpfe entsprechend berücksichtigt.

Außerdem wollen wir hier noch eine andere Gesetzmäßigkeit prüfen, welche Hr. Sears¹⁾ durch Messung der Stoßzeiten an gleich langen Metallzylindern gefunden hat: die Stoßzeiten wachsen linear mit den Zylinderlängen, ohne aber für die Zylinderlänge 0 zu verschwinden. Sie bestehen daher aus zwei Teilen: der Kompressionszeit des abgerundeten Zylinderkopfes, welche von der Geschwindigkeit und der Form der Rundung abhängt, und derjenigen Zeit, welche die Welle braucht, um nach Herstellung dieses Zustandes einmal den Zylinder hin und her zu durchlaufen. Danach müßte $T_{14} - T_7$ derjenigen Zeit gleich sein, in welcher die Welle die Längendifferenz von 7 cm hin und her durchläuft, also = 0,0026'', während diese Differenz erheblich größer ist. Das Nichtzutreffen der Searschen Gesetzmäßigkeit ergibt sich übrigens noch zwingender aus den Kurven: die aufgenommenen Kompressionszeiten müßten der elastischen Berechnung entsprechen, da die Zeit der Kopfkompensation bei diesen Kurven, namentlich denen des Hinterabschnittes, keine Rolle spielen kann. Wie wir sahen, ist dies aber durchaus nicht der Fall.

Die Gesetzmäßigkeit ist offenbar auf den Grenzfall beschränkt, daß der Zylinderkopf zu seiner Kompression nur eine sehr geringe Zeit in Anspruch nimmt, sich in seinen elastischen Eigenschaften aber nicht wesentlich von dem Hauptteil des Zylinders unterscheidet. Für den rein mechanischen Fall folgen die Zeitdifferenzen ganz anderen Gesetzmäßigkeiten, welche nicht unmittelbar auf der Wellengeschwindigkeit im Hauptteil beruhen. Auch für den der elastischen Theorie schon näher stehenden Fall der Stahlspirale mit schwächerem Kopf erwies sich die Differenz der Stoßzeiten für die Variation der Längen von 20,8 auf 10,8 cm als wesentlich größer, wie nach Hrn. Sears zu berechnen wäre (0,0240'' statt 0,0108'' nach spezieller elektrischer Messung an zwei Zylinderpaaren von obigen Längen).

Danach ist es klar, daß der Stoßvorgang in den von Hrn. Sears untersuchten Stahlzylindern der elastischen Theorie sehr nahe stehen muß, jedenfalls viel näher, als nach den

1) J. E. Sears, Proceedings of the Cambridge Phil. Society 14. p. 257. 1906/08.

Voigtschen Versuchen und Schlußfolgerungen anzunehmen ist, welche etwa den Vorgängen in den starken Spiralen mit den schwächeren Köpfen entsprechen würden. Eine Kombination der Messung von Stoßzeiten bei gleich langen Zylindern und der Messung von Geschwindigkeiten bei verschiedenen langen Zylindern gleicher Art unter Variierung der Geschwindigkeiten und Kopfformen würde jedenfalls geeignet sein, die Stellung des betreffenden Stoßvorganges zwischen der mechanischen und elastischen Theorie zu entscheiden.

Zusammenfassung des II. Teiles.

1. Der ideale mechanische Stoß läßt sich durch Anbringung von Federköpfen auf massiven Stahlzylindern rein verwirklichen.

2. Der ideale, mechanische Fall muß neben der Erhaltung der Kraft noch folgenden Gesetzmäßigkeiten genügen:

a) Die Stoßzeit bei gleich langen Zylindern variiert mit der Wurzel aus den Längen bzw. Massen.

b) Die Stoßzeit ist unabhängig von der Geschwindigkeit.

3. Der Vorgang des mechanischen Stoßes ist im letzten Grunde auch elastischer Natur; er erfolgt durch eine große Anzahl von Einzelstößen, welche sich abwechselnd an der Stoßstelle und an der Grenze zwischen Kopf und Hauptteil abspielen und sich sukzessive mit Wellengeschwindigkeit in den Hauptteil ausbreiten.

4. Sinkt das Verhältnis des Elastizitätsmoduls des „starren“ Teiles zum Modul des Kopfes von ∞ auf geringere Werte, so stehen die Stoßeigenschaften zwischen den beiden Theorien. Die Abweichung der Stoßgeschwindigkeiten von der mechanischen Formel bleibt minimal; die Stoßzeit variiert mit einer Potenz der Länge zwischen $\frac{1}{2}$ und 1, von der Stoßgeschwindigkeit bleibt sie jedoch entsprechend den hier identischen Forderungen der beiden Theorien völlig unabhängig.

5. Dieser Fall läßt sich praktisch durch die Kombination einer starken Spirale mit einem leichter komprimierbaren Spiralenkopf verwirklichen.

6. Der Stoß zwischen massiven Zylindern steht ebenfalls in der Mitte zwischen den beiden Theorien und verläuft äußerlich

so, als wenn die Energieübertragung durch eine leichter komprimierbare Zwischenschicht erfolgte.

7. Diese Zwischenschicht wird gebildet durch das den Berührungsstellen unmittelbar benachbarte Druckgebiet, wie der Verlauf des Stoßes bei Änderung der Krümmung und Variation der Stoßgeschwindigkeit beweist, und folgt in ihrem Verhalten den von Hertz für Kugeln gefundenen Gesetzmäßigkeiten.

Zum Schlusse möchte ich Hrn. Geheimrat Lenard meinen besten Dank aussprechen für die große Liebenswürdigkeit, mit welcher er mir die Mittel des Instituts für diese Arbeit zur Verfügung gestellt hat, sowie für das stete Interesse, welches er an dem Fortgang dieser Arbeit genommen hat.

Heidelberg, Physik. Inst. d. Universität, 26. Juni 1909.

(Eingegangen 4. August 1909.)