**4. Die Schwingungsart
einer Stimmgabel und ihr Dekrement;
von H. J. L. Struycken.**

Vor gut hundert Jahren gab Chladni an, die Schwingung einer Stimmgabel könnte erklärt werden, wenn man sie als einen gebogenen Stab betrachtete; die Knoten $n - n$ (Fig. 1) würden bei stärkerem Biegen einander immer mehr nähern. Eine Stimmgabel sollte also gleichfalls in den Punkten $n - n$

Fig. 1.

einen Knoten und bei β (Fig. 2) einen Bauch haben. Der Stiel sollte der Bewegung in β folgen und folglich longitudinal als Masse hin- und hergehen in derselben Periode als die Zinken. Der nächste Oberton sollte nicht wie beim Stab drei, sondern vier Knoten haben, bei β wieder einen Bauch.

Unwahrscheinlich aber blieb, daß der bei einer Stimmgabel (im Gegensatz zum einfach gebogenen Stab) sehr massive Teil zwischen $n - n$ dieselbe Schwingungszeit annehmen sollte als die viel längeren Zinken, welche dazu noch an ihrem Ende ganz frei sind. Betrachtet man die Bewegung von $n - n$ als eine gezwungene, so erhebt sich die nicht minder große Schwierigkeit, daß alsdann eine sehr starke Dämpfung erwartet werden müßte, während vielmehr eine Stimmgabel mit schwerem Mittelstück sehr langsam ausklingt, also geringe Dämpfung hat. Als ich weiter noch fand, daß in dem Stiel einer nicht zu stark schwingenden Stimmgabel der longitudinale Ausschlag weit geringer war als der transversale, so lag es nahe, die Schwingungsart näher, am besten mikroskopisch zu untersuchen.

Quix hat in der Zeitschrift für Ohrenheilkunde 52. Heft IV nebst den Ergebnissen seiner eigenen Versuche eine ausführliche historische Übersicht gegeben, auf welche verwiesen werden mag.

Biegt man eine einfache platte Feder (die einer Stutzuhr, $\frac{1}{2}$ m lang) um, wie Chladni es mit einem Stabe machte, so ergibt sich, daß nicht die Punkte $n - n$ unterstützt oder festgeklemmt werden müssen, wenn sie wie eine Stimmgabel schwingen soll, sondern nur *ein* Punkt, der zwischen jenen liegt. Das Festklemmen muß mit Kraft geschehen, so daß das Entstehen eines Bauches an dieser Stelle völlig ausgeschlossen ist.

Biegt man einen Glasstab um, und zieht man bei der Beobachtung das Mikroskop heran, so ergibt sich, daß die schwingende Bewegung eine ganz andere ist, als bisher auch von den letzten Forschern Quix, Edelmann, Ostmann für Stimmgabeln angegeben wurde. Diese Bewegung (schematisch, was die absolute Größe betrifft) zeigt Fig. 2.

Ein bestimmter, völlig in Ruhe befindlicher Knoten zeigt sich nicht, wohl *ein* Zentrum, wo die gewöhnlich elliptische oder kreisförmige Bewegung die kleinsten Dimensionen aufweist.

Leichter und genauer als beim umgebogenen Stab machen sich die Beobachtungen bei einer Stimmgabel mit tiefem Grundton. Um äußerst feine leuchtende Pünktchen an der Beobachtungsstelle zu bekommen, wird dieselbe mit Aluminiumfolie belegt, auf welche fast horizontal unter dem Objektiv

hindurch ein Lichtbündel geworfen wird (wie bei der ultramikroskopischen Beleuchtung). Um die Beobachtung der an den Seiten der Zinken befindlichen Punkte zu ermöglichen, kann man mit ein wenig Wachs sehr kleine (1 bis 2 mm²) Glimmerplättchen darauf befestigen. Diese sind gleichfalls mit Aluminiumfolie belegt und ragen seitlich $\frac{1}{2}$ mm frei hervor. Man kann bei *durchfallendem* Licht beobachten, denn in der Folie befinden sich stets Tausende größerer und kleinerer

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Risse, sehr viele davon haben ultramikroskopische Dimensionen, so daß sie sogar bei mehr als 1000maliger Vergrößerung und *sehr starker* Beleuchtung (kondensiertem Sonnenlicht) noch Lichtpünktchen erzeugen von weniger als $\frac{1}{10}$ mm im Durchmesser. Diese hellen Pünktchen bilden bei der Beobachtung der schwingenden Stimmgabel in unserem Auge Lichtlinien, welche die *Amplitude*, die *Art* und die *Richtung* der Bewegung genau wiedergeben. (Am einfachsten wäre die Beobachtung bei gläsernen, an einer Seite mit Aluminiumfolie bedeckten

Stimmgabeln.¹⁾) Dabei könnte man in allen Punkten durchfallendes Licht benutzen, nötigenfalls auch mit dem Immersionssystem beobachten.

Fig. 4 zeigt, welche Bewegungen bei einer schwingenden, sehr langsam ausklingenden Stimmgabel *G* von Edelmann (die Dezimierzeit betrug 140 Sek.) beobachtet wurden, wenn der Grundton erzeugt wurde. Am freien Ende schwingen die verschiedenen Punkte fast senkrecht zur Längsachse der Zinke, genau derselbe Weg wird hin und her zurückgelegt, so daß keine Ellipse, sondern eine gerade Linie entsteht. Die Amplituden der beiden Zinken untereinander zeigen stets kleine aber konstante Unterschiede, bei einigen Stimmgabeln sogar $\frac{1}{20}$ des Ausschlages.

Verfolgen wir nun die Bewegung der äußeren bez. der inneren Seite von einer der Zinken, so ergibt sich folgendes: Die mehr nach dem Herzen (Ort, wo Stiel und Zinken zusammenkommen) gelegenen Punkte bewegen sich nicht mehr senkrecht zur Längsachse, sondern immer mehr in schräger Richtung (*B*), die Punkte an der Innen- wie an der Außenseite beschreiben eine Linie, die mit der Längsachse der Zinke einen nach dem Herzen offenen, spitzen Winkel bildet. Die mehr nach der Mitte befindlichen Punkte (d. h. die zwischen der Innen- und Außenseite gelegenen) zeigen dies in weit geringerem Maße, während die, welche genau in der Mitte liegen, entweder einen sehr schwachen Bogen beschreiben bez. genau senkrecht zur Längsachse hin und her schwingen. Schon auf $\frac{1}{5}$ mm von der Außenseite ist die schiefe Bewegung weniger auffallend. Die Formveränderung, welche dadurch während des Schwingens in der Zinke eintreten muß, habe ich schematisch in Fig. 3 darzustellen gesucht.

Setzen wir die Beobachtung der noch näher dem Herzen stattfindenden Bewegung fort, so bemerken wir folgendes. Bei Stimmgabel *g* (192) (Fig. 5), in einem Punkt *c* angekommen, fällt die Bewegungsrichtung an der Außenseite völlig zusammen mit

1) Gläserne Stimmgabeln, die ich der Freundlichkeit der Herren Dr. Tiddens und Dr. Reinders verdankte, ergaben im Verhältnis zu ihren Dimensionen auffallend tiefe Grundtöne, während die Obertöne fast gänzlich fehlten. Dauerhaft waren die Modelle aber nicht, sehr leicht zerbrachen sie gerade oberhalb der Biegung.

werden könnte. Von der longitudinalen Komponente dieser ellipsenförmigen Bewegung ist weder an den Enden der Zinken, noch am Ende eines genügend langen Stieles etwas zu bemerken; erst ganz allmählich nach dem Knotenpunkt zu erscheint sie, und verschwindet allmählich wieder in dem Stiel.¹⁾

Die von Quix und Edelmann noch angenommene Erklärung, daß die ellipsenförmige Bewegung der Moleküle entstehen sollte durch die zusammengesetzte Bewegung der transversalen Bewegung der Zinken und der longitudinalen des Mittelstückes, erweist sich als unhaltbar. Die Ellipsenform scheint sich vielmehr dadurch zu erklären, daß nur so die Moleküle allmählich die entgegengesetzte Phase ihrer anfänglichen Schwingungsrichtung annehmen können.

Bei höheren Stimmgabeln, z. B. g^2 (Fig. 6), findet man schon am freien Ende der Zinken die schiefe Bewegungsrichtung der Innen- und Außenseite stärker ausgeprägt.

Wegen der ultramikroskopischen Dimensionen mehr nach dem Herzen zu, war es mir nicht möglich, dieselben optisch bis zu einem bestimmten Knoten zu verfolgen.

Im allgemeinen möchte ich aus meinen Beobachtungen den Schluß ziehen, daß bei einer Stimmgabel, die in ihrem Grundton schwingt, nur in *einem* Punkt ein Minimum der Amplitude auftritt, daß um diesen Punkt die Richtung der Schwingung allmählich umkehrt. Gewöhnlich läßt sich daselbst in der Zinke eine kreisförmige (elliptische) Bewegung nachweisen. Nach dem freien Ende der Zinken hin verschwindet die longitudinale Ordinate sehr bald, während die transversale regelmäßig zunimmt und schließlich nur noch allein nachweislich ist. Nach dem Ende des Stieles hin verschwindet die longitudinale Ordinate weit langsamer, und nimmt die trans-

1) Man könnte geneigt sein aus theoretischen Gründen anzunehmen, daß die asymmetrische Lage des Knotenpunktes auf die stets mehr oder weniger bedeutende massale bez. elastische Ungleichheit der Zinken zurückzuführen wäre, und man könnte erwarten, daß bei einer mathematisch symmetrischen Stimmgabel der Knoten genau im Herzen liegen würde. Versucht man aber das zu erreichen, so nimmt zwar die transversale Amplitude in dem Stiel ab, zu gleicher Zeit aber wird die Zeit des Ausklingens kürzer und nicht länger, so daß es sehr wahrscheinlich wäre, daß eine sehr geringe Asymmetrie vielmehr erwünscht ist, um ein langes Ausklingen (also geringe innere Reibung) hervorzurufen.

versale Komponente in viel geringerem Maß zu als nach dem freien Ende der Zinken. Letzteres schwingt rein transversal, das Ende des *Stieles* bisweilen noch mit einer kleinen longitudinalen Komponente. Zwei Knoten sind nicht da, wohl kann der Punkt, wo die Bewegungsrichtung sich verändert, sich verschieben, und dies geschieht vorzugsweise dahin, wo der innere oder äußere Widerstand sich am meisten geltend macht.

Der Stiel hat, was seine transversale Schwingung anbetrifft, die entgegengesetzte Phase derjenigen Zinke, in welcher der Knotenpunkt nachgewiesen werden kann. Springt dieser Knotenpunkt durch veränderte Klemmung auf die andere Zinke über, so ändert sich auch die Phase des Stieles, wie sich akustisch nachweisen läßt. (Vgl. meine Mitteilung darüber in *Nederl. Tijdschrift voor Geneeskunde* 1905: Die Bestimmung der Hörschärfe für Knochenleitung.)

Wird die Stimmgabel auf einem Resonanzkasten befestigt, so kann durch Massenbewegung der ganzen Stimmgabel senkrecht zur oberen Deckplatte des Kastens eine größere Amplitude der longitudinalen Bewegung beobachtet werden. Dieselbe ist alsdann am freien Ende der Zinken gleich der des Stieles.

Was die Verteilung der Knoten und Bäuche für die Obertöne betrifft, komme ich zu anderen Ergebnissen als Quix (*Zeitschr. für Ohrenheilk.* l. c.). Der erste Knoten für den ersten Oberton ist in den Punkten *A* und *B* optisch und akustisch leicht nachweisbar; mehr nach dem Stiel hin konnte ich aber nur ein Abschwächen, nie ein gänzliches Verschwinden nachweisen, dasselbe gilt auch für den zweiten und dritten Oberton. Ferner fand ich, daß das Verhältnis der Schwingungszahlen von Grund- und Obertönen *nicht genau durch ganze Zahlen* ausgedrückt werden kann. Wenn ich eine genügende Anzahl photographischer Aufnahmen studiert habe, hoffe ich auf das genaue Zahlenverhältnis zurückzukommen.

Um auf einfache Weise die Obertöne *optisch* wahrnehmbar zu machen, kann man die Kante von einer der Zinken durch einen engen Spalt im Okular eines Mikroskopes beobachten; wird dann über dem Okular ein rotierendes oder schwingendes total reflektierendes Prisma angebracht, so sehen wir die Wellen bei jeder gewünschten Vergrößerung und können sie mit konzentriertem Sonnenlicht photographisch festgelegt werden.

Amplituden bis $\frac{1}{4}\mu$ können sogar bei Tönen von 25 000 Schwingungen in der Sekunde wahrgenommen werden. Die folgende Methode ist bei Gabeln einfacher und läßt noch stärkere, selbst ultramikroskopische Vergrößerungen zu.

Man befestigt an der einen Zinke *zwei* federnde Drähte, an der anderen *einen*; diese drei Miniaturfedern fassen zwischen ihren Enden eine stählerne, scharfkantige Platte. Auf dieser wird ein Spiegelchen befestigt. Die kleinste Breite der Platte und also auch die Größe des Spiegelchens kann etwa bis 0,5—1 mm betragen, jedoch ist es im allgemeinen für die Beobachtung bequemer, wenn die Breite etwas größer ist. Schwingt nun die Gabel, so gehen die zwei Federchen nach rechts, wenn das andere nach links geht und umgekehrt (Fig. 8). Die entgegen-

Fig. 8.

gesetzte Bewegung der Zinken erteilt dem Spiegelchen eine Winkelbewegung um eine imaginäre Achse; es wird ein Kräftepaar gebildet. Nimmt man nun in diesem Spiegelchen einen Lichtpunkt wahr, so kann dessen Schwingungsweite mehr als 20 000 mal vergrößert wahrgenommen

werden, ohne daß der so störende Lichtverlust, wie beim Mikroskop, sich einstellt. Der Lichtpunkt wird eine Lichtlinie¹⁾, deren Länge bedingt wird durch das Verhältnis zwischen der Breite der Platte und der Größe der Zinkenamplitude. Nehmen wir als kleinsten Gesichtswinkel eine Minute an, so kann noch mit dem unbewaffneten Auge eine Amplitude von $\frac{1}{7000}$ mm beobachtet werden, wenn die Platte 1 mm breit ist. Bei Beobachtung durch das Fernrohr können wir bis $\frac{1}{70000}$ mm gehen und also ultramikroskopische Schwingungen wahrnehmbar machen.

Wird nun während der Beobachtung die Stimmgabel um ihren Stiel als Achse gedreht, so zeigt sich unserem Auge in

1) Durch Gruppierung einzelner Lichtpunkte nebeneinander kann man leicht die Amplitude sofort ablesen, auf ähnliche Weise wie bei meiner Schwingungsfigur, wenn die Breite der kleinen Stahlplatte nur genau bekannt ist.

dem Spiegelchen, statt der Lichtlinie, die Wellenlinie in all ihren Komplikationen. Leicht ist sie dann mit Sonnenlicht zu photographieren, sogar bei 15 000 mal Vergrößerung und auch die höchsten Obertöne können wahrgenommen und ihre Schwingungszahl mit der des Grundtones verglichen werden. Als Kuriosum möchte ich noch mitteilen, daß wenn zwei Telephone einander gegenübergestellt werden, auf ähnliche Weise, wie bei Gabelzinken beschrieben wurde, so daß sie zusammen ein Spiegelchen tragen, daß alsdann die schwingende Bewegung gleichfalls sehr leicht in eine Winkelbewegung verwandelt werden kann.

Bei der Beobachtung des reflektierten Lichtpunktes kann es vorkommen, daß man zweifelt, ob die Schwingung aufgehört hat; eine schnelle Rotation der Stimmgabel um ihre Längsachse um einige Grade genügt alsdann, um nachzuweisen, ob der Lichtpunkt eine gerade oder eine Wellenlinie zeigt. Die Wahrnehmungsgrenze ist dabei mitunter sogar noch weniger als eine Minute.

Leicht ist es also, auch für Töne bis a' das Minimum perceptibile an der Stimmgabel abzulesen und zu kontrollieren, welcher der bisher gewonnenen Werte damit am besten übereinstimmt. (Töpler und Boltzmann, Ostmann, Wien, Zwaardemaker, Struycken.)

Das Dekrement.

Obgleich nach den Berechnungen von Gauss theoretisch die Logarithmen der Amplituden eine arithmetische Progression bilden müßten, haben die Versuche mit Stimmgabeln das nicht mit genau hinreichender Genauigkeit bestätigt.

Belastete Stimmgabeln klingen jedenfalls sehr unregelmäßig aus. Nicht belastete, schwer gebaute Stimmgabeln mit langer Ausklingezeit entsprechen ziemlich genau dem Gesetz, vorausgesetzt, daß gewisse Bedingungen während des Ausklings erfüllt werden. Um das bei Stimmgabeln mit tiefem Grundton leicht untersuchen zu können, wird an der einen Zinke eine Mikrophotographie befestigt (*Zeitschr. für Ohrenheilk.* 46), an der anderen eine Linse, welche die Beobachtung bei 100 maliger Vergrößerung ermöglicht.¹⁾ Die Zahl der Sekunden, welche die Stimmgabel braucht, um auszuklingen von 1 mm bis 100 μ , von

1) Solche Gabeln werden von Kadenaar senior in Utrecht in vorzüglicher Weise montiert.

100 bis 10, von 10 bis 1μ , kann in jeder Lage leicht bestimmt werden. Diese Zeit nannte ich Dezimierzeit. Der Dämpfungsfaktor ist ihr umgekehrt proportional und beträgt $2/t$, wenn t = Dezimierzeit in Sekunden. *Die größte Sekundenzahl (also der kleinste Dämpfungsfaktor) wurde erreicht, wenn der Stiel zwischen den Fingern oder zwischen Gummiringen vorsichtig festgehalten wurde und die Stimmgabel in ruhig hängender Lage ausklingen konnte.* Es ergab sich alsdann, daß die Dezimierzeit in Sekunden in den verschiedenen Perioden von 1 mm bis 1μ keine großen Unterschiede zeigte. Hin- und Herbewegen, eine leichte Berührung mit den Wimpern während der Beobachtung etc. genügen, um die Dezimierzeit sofort um einige Sekunden zu vermindern. Wird die Stimmgabel horizontal befestigt, so ist die Dezimierzeit stets etwas kleiner und in geringem Grade unregelmäßig. Wird der Stiel zu fest geklemmt, ruht er an einem festen Körper, auf einem Resonanzkasten, ist er durch einen Metallring umgeben etc., so ist alles das mehr als genügend, um ein sehr unregelmäßiges Ausklingen zu verursachen. Auch achte man genau darauf, daß die Schrauben, womit die mikrophotographische Figur befestigt ist, oder die Linse und das Photogramm vollkommen festsitzen, ja bei vernickelten Stimmgabeln (die also entschieden zu verwerfen sind) wirkt schon ein sehr kleiner losgegangener Teil des Belags sehr störend.¹⁾

1) In den Ann. d. Phys. (13. p. 124. 1904) stellt A. Hartmann-Kempf die Behauptung auf, daß bei Stimmgabeln das Dekrement im allgemeinen proportional der Amplitude zunehme.

Obgleich ich weder seine trefflichen Experimente noch die Zahlenwerte seiner Ergebnisse beanstanden möchte, kann ich nicht umhin zu bemerken: erstens, daß er den Stiel festgeklemmt hat, zweitens, daß er (abgesehen von den belasteten Stimmgabeln, welche, wie schon früher von mir angegeben, ein sehr wechselndes Dekrement haben) mit verhältnismäßig viel größeren Amplituden gearbeitet hat als ich.

Bei meinen Versuchen war der größte von mir benutzte Ausschlag für C_{64} v. d. nur 1 mm, für c' nur 200μ etc. Aus dieser Versuchsanordnung erklärt es sich vielleicht auch, daß bei meinen Gabeln während des Ausklingsens keine Veränderung der Tonhöhe nachgewiesen werden konnte.

An der frei hängenden Gabel konnte ich als kleinste Amplitude leicht Ausschläge von $\frac{1}{2}$ Mikron beobachten und also das Dekrement von z. B. C_{64} bei zweitausendfacher Abnahme bestimmen.. Die Modifikation der Gradenigoschen Dreieckfigur gestattet aber nur eine Beobachtung von 1 bis 2μ , doch macht sie die Wahrnehmung viel leichter.

Bei höheren Stimmgabeln ist die störende Wirkung der Lage (horizontal, hängend oder aufrecht) weit geringer, bei g^2 beträgt sie nur 1—3 Sek. in 30, bei G dagegen 20—30 in 190.

Werden nun die für eine Reihe von Stimmgabeln gefundenen Maxima der Dezimierzeiten in ihrer Beziehung zur

Fig. 9.

Schwingungszahl graphisch notiert (vgl. Fig. 9), so bilden sie eine ziemlich regelmäßig verlaufende Kurve, welche für A , a^2 , a^4 bez. 130, 30 und 10 Sekunden angibt.

Bis jetzt habe ich mich vergebens an mir bekannte Mathematiker und Physiker um eine befriedigende mathematische Erklärung dafür gewendet.

Folgendes glaube ich aber annehmen zu dürfen. Man kann den Dämpfungsfaktor betrachten als die Summe dreier Größen:

- a) der inneren Reibung,
- b) des äußeren Widerstandes,
- c) zufällig wechselnder Störungen.

Bei den gefundenen maximalen Dezimierzeiten darf man den unter c) genannten Einfluß als minimal betrachten; der äußere Widerstand wird wahrscheinlich der Schwingungszahl proportional sein; zwischen der inneren Reibung und der Schwingungszahl wird wahrscheinlich nicht dieses einfache Verhältnis bestehen.

Um das Verhältnis zwischen innerem und äußerem Widerstand näher untersuchen zu können, veränderte ich letzteren, indem ich die Stimmgabel in verschiedenen Gasen (verdünnter Luft, CO_2 , Äther u. dgl.) ausklingen ließ.

Bis jetzt habe ich, in Ermangelung zweckmäßig eingerichteter Apparate, nur Versuche mit horizontal fixierten Stimmgabeln anstellen können in stark verdünnter Luft, nicht im Vakuum.

Dieselben wurden in einem Metallkasten, der mit einer Spiegelglasplatte geschlossen war, aufgestellt; unter dem Mikrophotogramm wurde ein schiefes Spiegelchen angebracht, so daß die Schwingungsfigur genügend beleuchtet wurde und leicht durch das Spiegelglas hindurch beobachtet werden konnte. Als das Quecksilbermanometer 25 mm zeigte, wurde die Stimmgabel mit einem elektrischen Hämmerchen in Schwingung versetzt. Aus zahlreichen Versuchen, bei welchen Dr. Tiddens mich freundlichst unterstützte, ergab sich, daß die Dezimierzeit in verdünnter Luft größer war als in nicht verdünnter, so fand ich z. B.:

Stimmgabel *g'* Edelmann, Zeit in Sekunden von 100 bis 5μ in atmosphärischer Luft:

66, 66, 66, $67\frac{1}{4}$, $65\frac{1}{2}$, 67, 65, $65\frac{1}{4}$, 67, 66, 66, $66\frac{1}{4}$,

bei 26 mm Druck:

70, 70, 68, 68, 69, 68, $69\frac{1}{4}$, 68, $69\frac{1}{2}$, 68.

In Kohlensäure, Ätherdampf in einem geschlossenen Kasten, war der Unterschied nicht auffallend, wohl aber, wenn der Kasten offen blieb und das Gas fortwährend zugeführt wurde. Für dieselbe Stimmgabel fand ich z. B. in Kohlensäure $63\frac{1}{2}$, 64, $63\frac{1}{2}$, 62, 60, 63, während in Luft durchschnittlich $65\frac{1}{2}$ bei horizontaler Fixierung gefunden wurde. Auch in Ätherdampf betrug der Unterschied nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 Sek.

Aus den gewonnenen Resultaten möchte ich keine bestimmten Schlüsse ziehen. Da aber die Veränderung des äußeren Widerstandes nur solchen geringen Einfluß hatte, darf man annehmen, daß der innere Widerstand mindestens 30 mal größer ist als der äußere beim Ausklingen in gewöhnlicher Luft.

(Eingegangen 13. Mai 1907.)