**12. Ueber das Verhalten
des krystallinischen Wismuts im Magnetfeld;
von Louis Lownds.**

(Zweite Mitteilung.)

§ 1.

Die vorliegende Arbeit ist eine Fortsetzung einer früheren über das thermomagnetische und thermoelektrische Verhalten des krystallinischen Wismuts.¹⁾ Sie enthält Bestimmungen der elektrischen Widerstandsänderung im Magnetfelde, des Halleffectes und der Wärmeleitungsfähigkeit im Magnetfeld und aussserhalb des Magnetfeldes für den in der früheren Arbeit gebrauchten Wismutkrystall. Die elektrische Widerstandsänderung und der Halleffect wurden parallel und senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe bestimmt. Das Verhältnis der Wärmeleitungsfähigkeit parallel und senkrecht zur Hauptaxe wurde gemessen.

§ 2. Die Veränderung des elektrischen Widerstandes im Magnetfeld.

Die Krystallplatte $abcd$ (Fig. 1) war in einen kleinen Holzrahmen $ABCD$ eingesetzt, der $4\frac{1}{2}$ cm lang, $2\frac{1}{2}$ cm breit und 1 cm dick war. Ein rechteckiges Stück war bei $abcd$ ausgeschnitten, sodass die Platte genau hineinpasste; die vordere Krystallfläche war bündig mit der vorderen Fläche des Holzes. Es kamen zwei derartige Rahmen zur Verwendung, je nachdem der Effect parallel oder rechtwinklig zur Richtung der Hauptaxe zu messen war. Durch die Platte wurde mit Hülfe von Drähten, welche an die bei ab und cd befindlichen Kupferstreifen angelötet waren, ein Strom geschickt. Diese Kupferstreifen waren fest an den Krystall ge-

Fig. 1.

1) L. Lownds, Ann. d. Phys. 6. p. 148. 1901.

schraubt und zwischen ihnen und der Platte befanden sich schmale Stanniolstreifen, um guten Contact zu erzielen und ein Durchbrechen zu vermeiden. Zwei Messingfedercontacte e und f dienten als Elektroden bei der Messung der Potentialdifferenz zwischen irgend zwei Punkten der Platte. Diese Contacte waren so abgepasst, dass sie zwei auf einer zu den Kupferstreifen senkrechten Linie befindliche Punkte gerade berührten. Dann wurde ein Strom von bekannter Stärke durch die Platte geschickt und die Potentialdifferenz zwischen jenen beiden Punkten gemessen. Darauf wurde das Feld erregt und die Bestimmung wiederholt, während der Strom durch die Platte auf dieselbe Stärke wie früher eingestellt war. Wenn e_0 die Potentialdifferenz ohne Magnetfeld, w_0 den Widerstand zwischen den Punkten, I die Stromstärke und e und w die entsprechenden Werte bei erregtem Magnetfeld bedeuten, dann ist

$$I = \frac{e_0}{w_0} = \frac{e}{w}.$$

Also

$$\frac{w}{w_0} = \frac{e}{e_0}$$

und die procentische Widerstandszunahme im Felde

$$= 100 \frac{w - w_0}{w_0} = 100 \frac{e - e_0}{e_0}.$$

Der Strom wurde nur auf einen Augenblick geschlossen, sodass Erwärmungswirkungen vermieden wurden. Die Potentialdifferenzen wurden vermittelst der Compensationsmethode gemessen, wobei ein Drehspulgalvanometer von hohem Widerstande zur Anwendung kam.

Inductionswirkungen seitens des zur Herstellung des Potentialgefälles verwandten Stromes vermied ich in der Weise, dass ich einen Schlüssel benutzte, der erst diesen Strom herstellte und dann den Galvanometerkreis schloss. Da bei der Messung im Magnetfeld dieses die ganze Zeit über eingeschaltet war, fand keine Inductionswirkung durch dasselbe statt.

Strom I , der von der Grössenordnung 1—2 Amp. war, wurde mit einem Ampèremeter gemessen, dessen Ablesungen bis $\frac{1}{2}$ Proc. gingen. Die elektromotorischen Kräfte waren von der Ordnung 300—600 Mikrovolt und konnten bis auf mindestens 1 Proc. bestimmt werden.

Es fanden Beobachtungen statt:

1. bei gewöhnlicher Temperatur, während die ganze Platte in ein Petroleumbad tauchte;

2. bei -79° C. in einer Mischung von Kohlensäureschnee und Aether, die in einem versilberten Dewar'schen Gefäss enthalten war;

3. bei -186° C. in flüssiger Luft.

Der absolute Widerstand zwischen den beiden Elektroden e und f , bez. $w_0 = e_0/I$ ermöglicht uns die annähernde Berechnung des spezifischen Widerstandes ρ der Platte.

Wir haben

$$\rho = \frac{w_0 \cdot a}{l} \text{ Ohm pro } \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}},$$

wo a den Querschnitt der Platte und l die Entfernung zwischen den Elektroden bedeutet. Da l von der Grössenordnung 5 mm war und geringe Unregelmässigkeiten an den Krystallkanten bestanden, kann dieses Ergebnis nur angenähert richtig sein. Die Bestimmung von ρ für beide Richtungen in der Platte wurde bei allen drei Temperaturen ohne Lagenänderung der Contacte vorgenommen.

Die Resultate für die procentische Widerstandsänderung sind in Tab. I gegeben und auf den Figg. 2 u. 3 graphisch dargestellt. Die ausgezogenen Linien beziehen sich auf den Fall parallel zur Hauptaxe, die punktierten Linien auf den Fall senkrecht zur Hauptaxe.

Tabelle I.
Widerstandsänderung.

Temp.	Parallel zur Hauptaxe			Senkrecht zur Hauptaxe		
	$22,5^{\circ}$	-79°	-186°	14°	-79°	-186°
Feldstärke	$100 \frac{(w_0 - w)}{w_0}$	$100 \frac{(w_0 - w)}{w_0}$	$100 \frac{(w_0 - w)}{w_0}$	$100 \frac{(w_1 - w)}{w_0}$	$100 \frac{(w_0 - w)}{w_0}$	$100 \frac{(w_0 - w)}{w_0}$
2120	5,0	22,5	33,5	3,9	9,6	6,1
3120	9,2	37,7	44,2	7,3	14,2	9,7
3500	12,1	43,1	47,4	8,6	15,7	10,6
4980	19,8	62,1	56,5	14,3	21,5	11,4

Fig. 2.

Fig. 3.

Tab. II gibt die spezifischen Widerstände für beide Richtungen und im Nullfelde für die verschiedenen Temperaturen,

zusammen mit den von v. Everdingen¹⁾ bei gewöhnlicher Temperatur erhaltenen Werten.

Tabelle II.

Parellel zur Hauptaxe		Senkrecht zur Hauptaxe	
Temp.	ϱ C.G.S.	Temp.	ϱ C.G.S.
15°	269 000	15°	151 000
— 79	379 000	— 79	135 000
— 186	234 000	— 186	86 000
15°	348 000	15°	204 000 229 000 222 000

} Ever-
dingen

v. Everdingen hat einige Beobachtungen der Widerstandszunahme im Magnetfeld für krystallinisches Wismut angestellt. Folgende mögen zum Vergleich dienen.

Richtung	Temp.	Feldstärke	Procentische Widerstands- zunahme	
			Everdingen	Lownds
	15°	4600	13 %	27 %
⊥	15°	4600	9,9 %	12,5 %

Nach v. Everdingen's Beobachtungen ist das Verhältnis der Widerstände (ohne Feld) für beide Richtungen wie 1 : 1,68, während es sich für die von mir benutzte Krystallplatte wie 1 : 1,78 darstellt. Das Verhältnis der thermoelektrischen Kräfte für beide Richtungen (|| und ⊥) war zwischen den Temperaturen 10° und 100° mit Bezug auf Kupfer 1 : 1,91.

§ 3. Der Halleffect.

Die Hallconstante C ist durch die Gleichung

$$E = C \frac{I \cdot \S}{d}$$

definiert, wo auf Fig. 4 E die Potentialdifferenz zwischen den Punkten a und b darstellt, wenn ein Strom von der Stärke I

1) E. van Everdingen, Comm. Phys. Lab. Univ. Leyden 61. 1900.

von A nach B fließt und die Kraftlinien auf der Plattenebene senkrecht stehen. Vor Erregung des Feldes wird angenommen,

Fig. 4.

dass a und b auf einer äquipotentialen Linie liegen. Wenn der Strom I von A nach B geht und die Richtung des Feldes S die auf der Figur angegebene ist, dann ist der Effect positiv, wenn der Hallstrom von a durch das Galvanometer nach b geht. Bei gewöhnlicher Temperatur ist für Wismut das Vorzeichen negativ.

Bei der Messung des Halleffektes an meiner Krystallplatte waren zwei verschiedene Fälle möglich. Das Magnetfeld war immer senkrecht zur Hauptaxe, aber Strom I war zu dieser Richtung entweder parallel oder rechtwinklig. Dieser Strom wurde vermittelt der Kupferstücke ab und cd durch die Platte geleitet. Zwei kleine Messingschrauben g und h (Fig. 1), die auf die Seiten des Krystalles fest aufdrückten, wurden als Elektroden zur Messung der Hall'schen elektromotorischen Kraft E benutzt. g konnte in der Längsrichtung des Krystalles bewegt werden und war so abgepasst, dass beim Durchgange des Stromes I die elektromotorische Kraft zwischen g und h so klein wie möglich war. Es war nicht möglich, die Schrauben genau auf eine äquipotentielle Linie einzustellen, doch hat dieser Einstellungsfehler auf den Mittelwert der Constante C keinen wahrnehmbaren Einfluss. Die elektromotorische Kraft wurde mit Hülfe der Compensationsmethode gemessen. Bei dieser Methode ist man von den Widerstandsänderungen der Platte, die auf Rechnung des Magnetfeldes kommen, unabhängig. Vor Erregung des Feldes wurde ein Strom von bekannter Stärke durch die Platte geschickt und die elektromotorische Kraft zwischen den Punkten g und h gemessen. Dann wurde das Feld erregt, der Strom auf dieselbe Stärke eingestellt und die elektromotorische Kraft wiederum gemessen. Die Differenz dieser beiden Ablesungen ergab die Hall'sche elektromotorische Kraft E . Die Messungen wurden mit entgegengesetztem Strome wiederholt — und so wurde auch für beide Stromrichtungen

verfahren, nachdem die Richtung des Feldes umgekehrt worden war. Als Maass des Effectes wurde sodann das Mittel aus diesen vier Werten angenommen. Um Erwärmung der Platte infolge des Stromdurchganges zu vermeiden, wurde Strom I nur momentan geschlossen. Ein Schlüssel diente dazu, diesen Primärkreis und unmittelbar darauf den secundären Stromkreis, der die Hallelektroden verband, zu schliessen; wenn die Hall'sche elektromotorische Kraft nicht genau compensirt war, wurde eine Ablenkung des Galvanometers wahrgenommen. Nach Probiren fand ich zwei Einstellungen, bei deren einer eine Ablenkung nach der einen Richtung stattfand, während sie für die andere in entgegengesetzter Richtung erfolgte. Diese Einstellungen differirten voneinander um nicht mehr als 1 Proc., und ihr Mittelwert wurde als Nullpunkt angenommen. Da der Primärstrom zuerst geschlossen wurde, so wurden Inductionswirkungen des primären auf den secundären Stromkreis vermieden.

Die Ergebnisse für beide Richtungen und für die drei Temperaturen sind in Tab. III und IV enthalten und in Fig. 5 und 6 graphisch dargestellt. Die ausgezogenen Linien beziehen sich auf den Fall, dass der Primärstrom der Hauptaxe parallel läuft, die punktirten Linien auf den Fall, dass der Primärstrom senkrecht zur Hauptaxe fliesst. Fig. 6 giebt den Mittelwert für die beiden Richtungen.

Die Stromrichtung mit Bezug auf die Hauptaxe scheint nur einen geringen Einfluss auf die Constante zu haben. Dies ist auch schon von v. Everdingen¹⁾ bei gewöhnlicher Temperatur beobachtet worden. Dieser fand bei einer Temperatur von 15° C. und einer Feldstärke von 4600 C.G.S.-Einheiten $C = -8,0$ und für eine Feldstärke = 2600 C.G.S. $C = -10,2$, wenn der Strom zur Hauptaxe parallel ging. Im anderen Falle fand er bei Benutzung von drei verschiedenen Platten für die Feldstärke 4600 C.G.S. $C = -10,6$, $-8,8$ und $-8,2$, und für die Feldstärke 2600 C.G.S. $C = -12,6$, $-11,1$ und $-10,6$. Diese Werte sind von derselben Grössenordnung wie die von mir gefundenen.

1) E. van Everdingen, l. c.

Tabelle III.
Halleffect. Primärstrom $\parallel$ zur Hauptaxe.

Φ	I Amp.	Temperatur 16°			Temperatur -79°			Temperatur -186°		
		E.M.K. M.-V.	E M.-V.	C	E.M.K. M.-V.	E M.-V.	C	E.M.K. M.-V.	E M.-V.	C
+4980	+2	-289	290	-10,3	-109	89	-3,16	+187	222	+ 7,88
+4980	-2	+302			+107			-188		
-4980	+2	+287			+ 69			-255		
-4980	-2	-284			- 71			+258		
+3500	+2	-227	226	-11,4	-127	117	-5,92	+148	175	+ 8,85
+3500	-2	+282			+135			-150		
-3500	+2	+222			+104			-203		
-3500	-2	-222			-104			+199		
+3120	+2	-204	200	-11,3	-134	122	-6,92	+137	161	+ 9,13
+3120	-2	+206			+133			-139		
-3120	+2	+196			+111			-186		
-3120	-2	-196			-110			+183		
+2120	+2	-145	142	-11,8	-122	115	-9,60	+111	125	+10,4
+2120	-2	+146			+124			-109		
-2120	+2	+141			+108			-141		
-2120	-2	-138			-107			+141		

Tabelle IV.
Halleffect. Primärstrom $\perp$ zur Hauptaxe.

$\varnothing$	I Amp.	Temperatur 16°			Temperatur -79°			Temperatur -186°		
		E.M.K. M.-V.	E M.-V.	C	E.M.K. M.-V.	E M.-V.	C	E.M.K. M.-V.	E M.-V.	C
+4980	+2	-256	254	- 9,02	-162	67	-2,38	+100	188	+6,51
+4980	-2	+256			+155			- 99		
-4980	+2	+261			- 20			-271		
-4980	-2	-245			+ 29			+264		
+3500	-2	+194			+198			- 77		
-3500	+2	+208			0			-225		
-3500	-2	-195			+ 13			+216		
+3120	+2	-178	178	-10,1	-151	99	-5,61	+ 70	135	+7,62
+3120	-2	+175			+158			- 69		
-3120	+2	+185			+ 43			-202		
-3120	-2	-174			- 44			+198		
+2120	+2	-128	125	-10,4	-148	94	-7,85	+ 58	106	+8,89
+2120	-2	+124			+144			- 59		
-2120	+2	+127			+ 45			-161		
-2120	-2	-123			- 42			+148		

Es ist bemerkenswert, dass bei gewöhnlicher Temperatur nur sehr geringe Dissymmetrie im Effecte für die beiden entgegengesetzten Feldrichtungen stattfindet. Bei niedriger Tem-

Fig. 5.

Fig. 6.

peratur ist diese Dissymmetrie ausgeprägter. Sie scheint ein wenig zu variiren, je nachdem wie der Krystall aufgesetzt ist, wie aus Tab. V zu ersehen ist, welche Ablesungen bei verschiedenen Einstellungen der Contacte enthält.

Tabelle V.
Halleffect. Temperatur -186° .

§	I Amp.	Einstellung I		Einstellung II	
		E.M.K.	E M.-V.	E.M.K.	E M.-V.
0	+2	-153	} +100	-141	} +107
+4980	+2	- 53		- 34	
0	+2	-153		-142	
0	-2	+153	} - 99	+142	} -107
+4980	-2	+ 54		+ 36	
0	-2	+153		+144	
0	+2	-153	} -271	-147	} -258
-4980	+2	-430		-409	
0	+2	-166		-156	
0	-2	+166	} +264	+156	} +256
-4980	-2	+430		+409	
0	-2	+160		+151	
			Mittel = 183	Mittel = 182	

Tabelle VI.
Halleffect. Temperatur 16° .

§	I Amp.	Einstellung I		Einstellung II	
		E.M.K.	E M.-V.	E.M.K.	E M.-V.
0	+2	- 61	} -256	+ 9	} -237
+4980	+2	-317		-228	
0	+2	- 61		+ 9	
0	-2	+ 58	} +256	- 12	} +241
+4980	-2	+314		+230	
0	-2	+ 58		- 11	
0	+2	- 62	} +261	+ 9	} +271
-4980	+2	+199		+281	
0	+2	- 62		+ 12	
0	-2	+ 52	} -245	- 16	} -253
-4980	-2	-193		-269	
0	-2	+ 52		- 16	
			Mittel = 254	Mittel = 250	

Tab. VI zeigt, dass der Mittelwert für die Hall'sche elektromotorische Kraft von dem Umstande, dass die Elektroden g und h nicht genau auf einer äquipotentialen Linie liegen, nicht beeinflusst wird.

§ 4. Die Wärmeleitungsfähigkeit.

Zur Vervollständigung vorliegender Arbeit wäre eine Kenntnis der Wärmeleitungsfähigkeit in beiden Richtungen, sowie von deren Veränderung mit der Temperatur sowohl innerhalb als ausserhalb des Magnetfeldes erforderlich. Hiermit wurde ich vor ein äusserst schwieriges Problem gestellt, da die gewöhnlich zur Bestimmung dieser Leitfähigkeit verwandten Methoden sich nicht auf ein so kleines Versuchsobject wie das, mit dem wir es bei dieser Arbeit zu thun haben, anwenden lassen. Ich habe jedoch versucht, vermittelst de Senarmonts¹⁾ Methode angenäherte Werte für das Verhältnis der Leitfähigkeiten in beiden Richtungen im Magnetfelde und ausserhalb desselben zu erhalten. Der Krystall wurde sorgfältig gereinigt und mit einer dünnen Schicht Elaidinsäure überzogen. Letztere ist von Voigt²⁾ an Stelle der von de Senarmont benutzten Mischung von Wachs und Terpentin empfohlen worden. Auf den Mittelpunkt der Krystallplatte wurde das spitze Ende eines starken 1 m langen Kupferdrahtes aufgedrückt, der in der Mitte vermittelst eines Bunsenbrenners erhitzt wurde. Die Isothermen auf der Platte haben die Form von Ellipsen, und die Quadrate ihrer Axen sind der Leitfähigkeit in der betreffenden Richtung proportional.

Im Magnetfelde gingen die Kraftlinien senkrecht zur Plattenebene. Die Ellipsenaxen wurden mit dem Mikroskop gemessen. Die grössere Axe der Ellipse war in beiden Fällen senkrecht zur Hauptaxe des Krystalles. Das Verhältnis dieser Axen ohne Magnetfeld war $\frac{\perp}{\parallel} = 1,19$ und in einem Magnetfelde von 4980 C.G.S.-Einheiten $\frac{\perp}{\parallel} = 1,34$. Wenn wir die Quadrate dieser Grössen nehmen, finden wir das Verhältnis

1) de Senarmont, Compt. rend. 25. p. 459 u. p. 707. 1847.

2) W. Voigt, Göttinger Nachrichten, Heft 3. 1896.

der Wärmeleitungsfähigkeit für die beiden Richtungen. Die Ergebnisse sind:

$$\text{Nullfeld} \quad \frac{\perp}{\parallel} \quad 1,42,$$

$$4980 \text{ C.G.S.} \quad \frac{\perp}{\parallel} \quad 1,80.$$

Die entsprechenden Werte für die elektrische Leitungsfähigkeit sind:

$$\text{Nullfeld} \quad \frac{\perp}{\parallel} \quad 1,78,$$

$$4980 \text{ C.G.S.} \quad \frac{\perp}{\parallel} \quad 1,87.$$

§ 5.

Yamaguchi¹⁾ fand, dass das Verhältnis des thermomagnetischen Transversaleffectes zur procentischen Widerstandsänderung im Magnetfelde praktisch von der Feldstärke unabhängig ist, ausgenommen bei gewöhnlicher und höherer Temperatur und für kleinere Feldstärken. Er erhielt folgende Daten für eine elektrolytische Wismutplatte.

Feldstärke	$m : \frac{\Delta w}{w}$			
	-119°	$-30,5^{\circ}$	$+10^{\circ}$	$+62^{\circ}$
1293	—	—	9,8	-29
2650	28	32	19	-6
4120	27	35	32	+6,7
6120	24,5	35	31	+27
8650	24	34	31	—

Fig. 7 giebt die Curven für den thermomagnetischen Transversaleffect für die Temperaturen, bei denen die Beobachtungen angestellt wurden, wieder. Daneben sind eingezeichnet die Curven für die procentische Widerstandsänderung unter dem Einflusse des Magnetfeldes bei diesen Temperaturen. Letztgenannte Curven sind durch Interpolation aus Figg. 2 u. 3 erhalten. Allem Anscheine nach besteht in vorliegendem Falle keine einfache Beziehung zwischen den Erscheinungen, doch

1) E. Yamaguchi, Ann. d. Phys. 1. p. 214. 1900.

ist auch hier die elektromotorische Kraft des Transversaleffectes am grössten in der Richtung $\parallel$ zur krystallographischen Axe, in welcher die durch das Feld erzeugte Widerstandsänderung $\Delta w/w$ am grössten ist. In Fig. 7 sind die Ergebnisse für den Transversaleffect mit $\cdot$ bezeichnet, die für die procentischen Widerstandsänderungen mit $\times$ gegeben. Die

Fig. 7.

ausgezogenen Linien beziehen sich auf den Fall parallel zur Hauptaxe, d. h. für den Transversaleffect, Wärmestrom senkrecht zur Hauptaxe, die punktierten Linien auf den Fall senkrecht zur Hauptaxe, d. h. für den Transversaleffect, Wärmestrom parallel zur Hauptaxe.

Ich möchte zum Schluss Hrn. Prof. Warburg für seine vielfache Unterstützung bei der Durchführung der vorliegenden Arbeit meinen wärmsten Dank ausdrücken.

(Eingegangen 30. Juli 1902.)