auf p fallenden Wärmemenge müßte nun durch den Ausschlag der Galvanometernadel meßbar werden.

Das Experiment ist meines Wissens noch nicht gemacht, die Möglichkeit ihrer Ausführung gewinnt aber durch die Formel (22) an Wahrscheinlichkeit, da ja Ketteler und vor ihm Fizeau nur $\frac{1}{1250}$ der ganzen auf p fallenden Wärmemenge als jene bezeichneten, welche den Ausschlag der Nadel im besten Falle bewirken könnte.

II. *Einige experimentelle Untersuchungen über elektrische Schwingungen;* *von N. Schiller.*

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institute der Berliner Universität auf Veranlassung des Hrn. Geheimrath Helmholtz ausgeführt. Der Zweck derselben war die theoretischen Gesetze der alternirenden Ströme zu prüfen und einige mit den letzteren verbundene Erscheinungen zu untersuchen, welche bisjetzt aus Mangel an hinreichenden Methoden nicht beobachtet werden konnten. Ich benutzte dabei die von Helmholtz im Jahre 1871 gegebene Methode ¹⁾, die wesentlich darin besteht, daß man die abwechselnden elektrostatischen Ladungen an Enden eines alternirenden Stromes beobachtet.

1. Bevor ich jedoch zur weiteren Auseinandersetzung der Methode und der von mir gewonnenen Resultate schreiten werde, will ich kurz an die Theorie der alternirenden Ströme erinnern.

Stelle man sich zwei Rollen vor, von denen die eine als inducirende und die andere, deren Enden von einander getrennt und isolirt sind, als inducirte dient; es sey p das Potential der letzteren auf sich selbst, w deren galvanischer Widerstand, c deren elektrostatische Capacität, d. h. die

1) Monatsberichte d. Berl. Akad. 1871.

Quantität der positiven Elektricität, welche sich an den äußeren Drahtlagen der Rolle anhäuft, während die unteren Lagen derselben negativ geladen werden und der Potentialunterschied der freien Elektricität an beiden Lagen gleich Eins ist; es seyen ferner i die Intensität des inducirten Stromes und ω der oben erwähnte Potentialunterschied; dann lassen sich i und ω für jedes Zeitelement t nach Unterbrechung des inducirenden Stromes aus folgenden Differentialgleichungen bis auf willkürliche Constanten bestimmen:

$$p \frac{di}{dt} + w i + \omega = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

$$i = c \frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

wenn das Aufhören des inducirenden Stromes plötzlich eintritt und die Dauer des Funkens sehr klein gegen die der inducirten Stromschwingungen ist, was immer bei sehr schwachen Strömen der Fall ist.

Sind die Enden der secundären Rolle mit einem Condensator von der Capacität C verbunden, so wird die Gl. (2)

$$i = (c + C) \frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (2a).$$

Sind die isolirenden Schichten zwischen den Windungen der Rolle schwach leitend und ist der reciproke Werth des galvanischen Widerstandes derselben α , so wird diese Gleichung:

$$i = \alpha \omega + (c + C) \frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

oder für den Fall, wenn auch der Raum zwischen den Oberflächen des Condensators leitet:

$$i = (\alpha + \alpha') \omega + (c + C) \frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad (2c),$$

wo α' die entsprechende Leitungsfähigkeit bezeichnet.

Die nachfolgenden Untersuchungen betreffen den Fall, wo

$$\frac{1}{4} \left[\frac{w}{p} \right]^2 < \frac{1}{p c}$$

und i nebst ω periodisch sind. Dann folgt nämlich aus den oben aufgestellten Gleichungen

$$\omega = A e^{\frac{\lambda}{T} t} \sin\left(\frac{\pi}{T} t + \delta\right),$$

wo A und δ aus den Anfangsbedingungen zu bestimmende Constanten sind und

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{w}{p} T, \quad T^2 = p c (\pi^2 + \lambda^2) \quad . \quad . \quad (3);$$

wenn ein Condensator eingeschaltet ist:

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{w}{p} T, \quad T^2 = p (C + c) (\lambda^2 + \pi^2) \quad (3 a)$$

oder wenn eine Leitung in den Schichten der Rolle und im Condensator vorhanden ist

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + C} \right) T, \quad T^2 = \frac{p(c + C)}{1 + (\alpha + \alpha') W} (\pi^2 + \lambda^2) \quad (3 c).$$

Stellt man als Anfangsbedingungen, daß für $t = 0$

$$i = (c + C) \frac{d\omega}{dt} = i_0 \quad \text{und} \quad \omega = 0,$$

so erhält man

$$\delta = 0, \quad A = \frac{i_0}{c + C} \cdot \frac{T}{\pi}.$$

Um i_0 bestimmen zu können, betrachten wir den Fall, wo der inducirende Strom nicht plötzlich aufhört, sondern allmählich von J_0 bis Null fällt. Es sey P das Potential des inducirenden Stromes auf sich selbst, II das Potential des inducirenden Stromes auf den inducirten, W der Widerstand des ersteren; dann müssen folgende Gleichungen gleichzeitig bestehen:

$$p \frac{di}{dt} + II \frac{dJ}{dt} + w i + \omega = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (a),$$

$$P \frac{dJ}{dt} + II \frac{di}{dt} + W J = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (b),$$

$$i = c \frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (c),$$

wo i , p , w , c , und ω die früheren Bedeutungen haben.

Aus diesen Gleichungen wollen wir den Werth von $\omega \int_0^\infty i^2 dt$

bestimmen, indem wir annehmen, daß für $t = 0$

$$J = J_0, \quad i = 0, \quad \omega = 0.$$

Multiplieirt man die Gl. (a) einmal mit $i dt$ und andermal mit $J dt$, die Gl. (b) dagegen einmal mit $i dt$ und andermal mit ωdt und integrirt von 0 bis ∞ , so erhält man, indem man die Gränzwerthe von J , i , ω beachtet:

$$\begin{aligned} \Pi \int_0^{\infty} \frac{dJ}{dt} i dt + w \int_0^{\infty} i^2 dt &= 0, \\ -p \int_0^{\infty} \frac{dJ}{dt} i dt - \frac{1}{2} \Pi J_0^2 + w \int_0^{\infty} J i dt + \int_0^{\infty} J \omega dt &= 0, \\ P \int_0^{\infty} \frac{dJ}{dt} i dt + W \int_0^{\infty} J i dt \\ P \int_0^{\infty} J i dt - \Pi \int_0^{\infty} i^2 dt + c W \int_0^{\infty} J \omega dt &= 0, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt

$$w \int_0^{\infty} i^2 dt = \frac{\frac{1}{2} J_0 \Pi^2 W}{(p W + P w + \frac{1}{c} (\frac{\Pi^2}{w} + \frac{P^2}{W}))}$$

und für den Fall, wo $W = \infty$

$$w \int_0^{\infty} i^2 dt = \frac{1}{2} J_0^2 \frac{\Pi^2}{p}$$

Diese letzte Voraussetzung führt uns wieder zum früher besprochenen Falle, weil bei $W = \infty$ die plötzliche Abnahme von J stattfinden muß, wobei der inducirte Strom in verschwindend kleiner Zeit von 0 bis i_0 steigt. Aus der Gl. (1) ergibt sich aber

$$w \int_0^{\infty} i^2 dt = \frac{1}{2} p i_0^2;$$

vergleicht man die beiden eben gefundenen Werthe der letzten Integrale, so erhält man

$$J_0 = i_0 \frac{\Pi}{P} \text{ und } A = J_0 \Pi \frac{T}{\pi p(c+C)} \quad . \quad . \quad (5).$$

Uebrigens können die sehr kleinen Gröößen λ und α im

Werthe von T in den Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen vernachlässigt werden und man erhält schliesslich

$$\omega = J_0 \Pi \frac{\pi}{T} e^{\frac{\lambda}{T}} \sin\left(\frac{\pi}{T} t\right) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

2. Der Helmholtz'sche Unterbrecher, den ich bei meinen Untersuchungen benutzte, besteht wesentlich aus zwei Hebeln, welche so eingerichtet sind, daß sie zwei Stromschliessungen bilden können. Durch ein immer von derselben Höhe fallendes Pendel werden die beiden Hebel nach einander zurückgeworfen und dadurch die beiden Stromschliessungen in sehr kurzer Zeit nach einander aufgehoben.

Die Figuren (3) und (1, Taf. VII) stellen den Unterbrecher¹⁾ und die schematische Zusammenstellung der Apparate dar. h und h' sind zwei um die Axen a und a' drehbare Hebel; die beiden schwachen Federn f und f' drücken die Hebel gegen die Stifte l und l' ; diese und jene sind auf zwei isolirende Platten aus Kautschuck P' und P befestigt. Vier Klemmschrauben k, k', k'', k''' sind in metallischer Verbindung resp. mit h, h', l und l' . Die Platte P' ist unbeweglich; die P ist dagegen auf einen Schlitten gesetzt und kann mittelst der Mikrometerschraube M (Fig. 3, Taf. VII) parallel der Scale mm hin und her geschoben werden; ihre Lage wird durch die Stellung des Zeigers z an der Scale angezeigt. Jede Scalentheilung an mm entspricht einem ganzen Gange der Schraube und ausserdem ist jeder Schraubengang in hundert Theilen getheilt, welche auf die Trommel T gezeichnet sind.

Der inducirende Strom wurde von einer Batterie B (Fig. 1, Taf. VII) (einem Daniell) durch die primäre Rolle R_1 , den Hebel h' und den Stift l' geleitet. Ein Ende der secundären Rolle R_2 wurde durch Gasröhren mit der Erde verbunden, das andere durch den Hebel h und den Stift l mit einer Platte des Kohlrausch'schen Condensators C und einer Elektrode des Thomson'schen Elektrometers E ,

1) Den Unterbrecher hatte nach den Angaben von Hrn. Geheimrath Helmholtz Hr. Zimmermann in Heidelberg gebaut.

die zweite Platte des Condensators und die zweite Elektrode des Elektrometers wurden mit der Erde verbunden.

Das zum Apparat gehörende Pendel trägt an seinem Ende zwei Rahmen r und r' (Fig. 4, Taf. VII), welche an zwei horizontalen Axen befestigt sind und mittelst starken Federn festgehalten werden. An den Rahmen sind Hebel H und H' befestigt, welche zwei mit Achat belegte Hervorragungen haben; die Hebel können sich um zwei horizontale Axen drehen und zwar in entgegengesetzter Richtung als die beiden Rahmen r und r' ; zwei Spiralfedern s und s' sind dazu bestimmt um die Hebel immer in derselben Stellung festzuhalten. Durch solche Einrichtung der Rahmen und der beweglichen Hebel werden die Stöße des Pendels gegen die horizontalen Hebel $h h'$ gemildert und etwaige Beschädigung des Apparats durch mögliche Rückstöße des Pendels gegen dieselben Hebel verhindert. Die Axe des Pendels liegt auf zwei Paaren Reibungsräder RR aus Messing; ihre Enden stoßen außerdem gegen zwei Stahlplatten b, b_1 , welche durch sechs Schrauben regulirt werden können und das seitliche Gleiten der Axe auf den Rädern verhindern. Das Pendel wurde mittelst eines Elektromagneten D (Fig. 4 und 1 Taf. VII) in horizontaler Stellung gehalten. Nachdem der Strom des Elektromagneten unterbrochen wurde, fiel es nieder, schlug mit beiden mit Achat belegten Hervorragungen gegen die Hebel h und h' und warf sie von den Stiften l, l' zurück. Dadurch wurde zuerst der inducirende Strom unterbrochen und dann die Platte des Condensators und die mit derselben verbundene Elektrode des Elektrometers von der secundären Rolle getrennt. Die am Elektrometer beobachtete Ablenkung ließ die Ladung des Condensators im Moment der Trennung messen. Durch passende Stellung der Mikrometerschraube konnte die Trennung in beliebigem Moment nach der Unterbrechung des inducirenden Stromes geschehen und die entsprechende Ladung des Condensators bestimmt werden. Die Lage der Platte P , welche der gleichzeitigen Zurückwerfung der

beiden Hebel entsprach, wurde gefunden, indem man die Rollen abwechselnd mit dem einen oder dem anderen der Klemmenpaare verband und zwei Lagen der Platte beobachtet, bei welchen das Elektrometer sehr kleine gleiche Ladungen am Condensator zeigte. Die Mitte zwischen den beiden Lagen entsprach der gesuchten Stellung.

Die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen je zwei Stellungen der Platte P , bei welchen das Elektrometer keine Ladung am Condensator zeigte, gab die Gröfse der Schwingungsdauer des beobachteten alternirenden Stromes. Um dieselbe in Zeiteinheiten messen zu können, mußte man die Zeit ϑ bestimmen, in welcher das fallende Pendel den Raum zwischen den auf eine beliebige Anzahl der Scalentheilungen von einander entfernten Hebeln durchläuft.

3. Auf jene Zeitbestimmungen war die Methode von Pouillet¹⁾ angewendet und zwar auf folgende Weise.

Zwei Ströme J und J' , jede von zwei Daniells, gingen in entgegengesetzter Richtung resp. durch zwei Rollen eines sehr empfindlichen Differentialgalvanometers und waren durch die Hebel h und h' geschlossen. Passende Widerstände waren in die Stromkreise eingeschaltet und auf die Weise regulirt, daß der Magnet des Galvanometers in Ruhe blieb, wenn die Ströme durch dasselbe gingen. Man ließ darauf das Pendel fallen; zuerst wurde dadurch der Hebel h' zurückgeworfen und der Strom J' in einer der Rollen unterbrochen; der Strom J der anderen Rolle wirkte eine sehr kurze Zeitdauer auf den Magnet allein, bis der zweite Hebel h durch das weiter fallende Pendel zurückgeworfen war. Man ließ schließlich den Strom J dauernd durch die entsprechende Rolle gehen, während man eine passende Nebenschließung in dieselbe einschaltete. Die Ablenkungen des Galvanometers wurden mittelst Spiegelablesung beobachtet. Aus den Ablenkungen im letzten Versuche und den entsprechenden Widerstandsmessungen wurde die Ablenkung des Galvanometers

1) Wiedemann, Galvanismus Bd. II, §. 212.

berechnet für den Fall, wenn der Strom J ohne Nebenschließung durch dasselbe dauernd ging. Es sey x der auf Bogentheile reducirte Ausschlag des Magneten durch den momentanen Strom, α die Ablenkung durch den dauernden, T die Schwingungsdauer des Magneten, λ dessen Dämpfung, so ist die Dauer des momentanen Stromes

$$D = \frac{x}{\alpha} \cdot \frac{T}{\pi} e^{\frac{\lambda}{\pi} \text{arc. tang } \frac{\pi}{\lambda}},$$

Die nach der oben beschriebenen Methode ausgeführten Messungen gaben für $\mathfrak{J}$

$$0,0084800 \text{ Sec.}$$

wenn die beiden Hebel auf 6765 Schraubentheilungen von einander entfernt waren. Daraus ergibt sich das einer Schraubentheilung entsprechende Zeitintervall

$$\tau = 0,0000012536 \text{ Sec.}$$

Die Zuverlässigkeit der Methode liefs sich dadurch controliren, daß die dem momentanen Strome entsprechenden Ausschläge proportional dem Abstand zwischen den Hebeln h und h' zunahmen; die Extraströme hatten folglich keinen merklichen Einfluß auf die Messungen.

4. Bei der vorliegenden Arbeit wurden hauptsächlich Schwingungsdauern und Dämpfungen der alternirenden Ströme beobachtet. Die Bestimmungen der Schwingungsdauer wurden gemacht, indem man die Lage jedes zehnten Nullpunkts beobachtete, wo nämlich das Elektrometer einen Potentialunterschied Null an den Condensatorplatten oder an den Enden der secundären Rolle zeigte. Wäre m die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen den n ten und $(n+10)$ Nullpunkte, so ergab sich daraus die betreffende Schwingungsdauer

$$T = \frac{m}{10} \tau.$$

Die Lage einzelner Nullpunkte konnte meistens mit einer Genauigkeit bis auf eine ganze oder halbe Schraubentheilung bestimmt werden, je nach der Beschaffenheit des Unterbrechungsfunkens; die Genauigkeit der beobach-

teten Gröſſen der Schwingungsdauer ging also bis auf $\frac{1}{10} - \frac{1}{20}$ einer Schraubentheilung; sie könnte jedenfalls noch mehr vergrößert werden; das wäre aber wegen anderer Umstände der Versuche überflüssig. Die oben erwähnten zehn Nullpunkte mußten immer so gewählt werden, daß sie nicht zu nahe dem Anfangspunkte der Schwingungen lagen, da sie daselbst durch den Funken und die von demselben herrührenden secundären Schwingungen beeinträchtigt worden wären. Es war auch nicht günstig zu weit entfernte Nullpunkte zu wählen, da die negativen und positiven Potentialunterschiede in der Nähe derselben zu klein waren und die Nullpunkte nicht genügend scharf bestimmt werden konnten.

Bei den Dämpfungsbestimmungen beobachtete man die n ten, $(n+1)$ ten, $(n+11)$ ten und $(n+12)$ ten Maximalwerthe des Potentialunterschieds ω ; waren diese Werthe ω_1 , ω_2 , ω_{11} , ω_{12} , so ergab sich die Dämpfung

$$x = \frac{1}{10} [\log \text{nat} (\omega_1 - \omega_2) - \log \text{nat} (\omega_{11} - \omega_{12})].$$

Es ist wohl zu bemerken, daß man bei allen nach der oben beschriebenen Methode auszuführende Bestimmungen nur sehr schwache inducirende Ströme gebrauchen muß; ein starker Funken wird nämlich nicht bei jeder Unterbrechung auf dieselbe Weise vor sich gehen und die Nullpunkte fallen deshalb bei jedem Schlage in verschiedene Zeiten nach der Unterbrechung, was eine genaue Bestimmung ihrer Lage unmöglich macht.

5. Bei den nachfolgenden Versuchen wurde ein kleiner Schlittenapparat als Inductorium gebraucht, in dessen primäre Rolle wurde ein Daniell eingeschaltet und dazu noch ein Widerstand von 60 bis 120 Ohm. Mit Quecksilber gefüllte und paarweise in einander gesteckte Reagensgläschen dienten als Condensatoren und waren mit den Nummern 1, 2 usw. bezeichnet.

Zuerst war die Schwingungsdauer für den Fall bestimmt, wo kein Condensator in den oscillirenden Strom eingeschaltet war; nachher folgten dieselben Bestimmun-

gen für die Fälle, wo mehrere Condensatoren nebeneinander eingeschaltet waren, wie man es aus folgender Tabelle ersieht.

I.

Nummer des eingeschalt. Condensators	Schwingungsdauer in Schraubentheilungen
keine Cond.	33,0
1	77,9
1 + 2	102,1
1 + 2 + 3	125,8
1 + 2 + .. 4	161,9
1 + .. 5	176,4
1 + .. 6	189,2

Aus diesen Versuchen können nun die Größen der Schwingungsdauer berechnet werden für die Fälle, wo die Condensatoren 2, 3, 3 usw. einzeln eingeschaltet sind und die berechneten Werthe mit den unmittelbar beobachteten verglichen werden. Darauf sind die Formeln (3a) und (3c) anzuwenden, wobei λ , α und α' gleich Null gesetzt werden dürfen, da dieselben, so weit die Genauigkeit der Beobachtungen sich erstreckt (d. h. bis auf die erste Decimale) keinen Einfluß auf die zu berechnenden Größen haben, wie man aus den Werthen von λ , α und α' , welche später mitgetheilt werden, ersehen kann. Folgende Tabelle stellt die auf diese Weise berechneten und beobachteten Werthe der Schwingungsdauer dar.

II.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
2	73,9	74,1
3	80,5	80,3
4	106,1	106,2
5	77,4	77,3
7	75,9	75,7
3 + 4	129,9	130,1
4 + 5	128,0	127,9
5 + 6	103,5	103,2

Aus Beobachtungen der Schwingungsdauer kann man weiter das Verhältniß der Capacitäten und der Potentiale auf sich selbst verschiedener Inductionsrollen bestimmen. Sind nämlich T und t die Gröfsen der Schwingungsdauer für zwei Rollen, wenn sie allein schwingen und T' , t' dieselben Gröfsen, wenn die Rollen mit einem Condensator C verbunden sind, so ergibt sich aus den Formeln (3a), wo λ immer gleich Null gesetzt werden darf

$$\frac{p'}{p} = \frac{t^2 - t'^2}{T^2 - T'^2}, \quad \frac{c'}{c} = \frac{t^2}{T^2} \cdot \frac{T'^2 - T^2}{t'^2 - t^2} \quad (7).$$

Auf diese Weise wurden die Bestimmungen gemacht für eine zweite Rolle, welche zu demselben Inductionsapparat paßte, der zu den erstgenannten Versuchen gebraucht wurde. Man bekam für die Schwingungsdauer der Rolle allein 23,7 Schraubentheile und für dieselbe mit dem Condensator No. 1 verbunden 51,2 Schraubentheile; daraus ergab sich für die zweite Rolle mit der ersten verglichen

$$\frac{p'}{p} = 0,414 \quad \text{und} \quad \frac{c'}{c} = 1,247.$$

Darauf konnte man aus der Tabelle I die Werthe der Schwingungsdauer für die Fälle berechnen, wo die Condensatoren 2, 3 usw. mit der zweiten Rolle verbunden waren und die berechneten Werthe mit den unmittelbar beobachteten vergleichen. Folgende Tabelle stellt die Resultate dieser Vergleichung dar.

III.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
1 + 2	80,5	80,2
1 + 2 + 3	93,6	93,5
1 + ... 4	114,1	113,7
1 + ... 5	122,7	122,5
1 + ... 6	130,3	130,5

Für eine dritte Rolle waren ebenso die Größen der Schwingungsdauer 53,6 und 117,4 gefunden, resp. für die Fälle, wenn sie allein schwang oder mit dem Condensator No. 1 verbunden. Daraus ergab sich für diese Rolle mit der ersten verglichen:

$$\frac{p''}{p} = 2,192 \text{ und } \frac{c''}{c} = 1,233.$$

Die Rechnung und die Beobachtung gaben darauf folgende Resultate für andere Fälle.

IV.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
1 + 2	152,7	152,3
1 + 2 — 3	187,5	187,4
1 + ... 4	240,6	240,4
1 + ... 5	262,0	262,1
1 + ... 6	280,9	280,7

6. Bei den ferneren Versuchen, welche die Dämpfungen betreffen, wurden die Inductionsrollen mit einem Condensator nach Kohlrausch verbunden, dessen Platten man in verschiedenen Entfernungen von einander aufstellte, um dadurch die Schwingungsdauer zu ändern. Dabei folgten nicht die beobachteten Größen der Dämpfung dem einfachen Gesetz der Formel (3), sondern dem complicirteren der Formel (3c), in welches die Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten der Rolle eintritt. Es erwies sich auch eine sorgfältig gearbeitete Rolle, im letzten §. als *dritte* gekennzeichnet, deren Draht doppelt mit Seide umspinnen war und reichlich mit Copallack bedeckt, als bedeutend leitend in ihren isolirenden Schichten.

Bestimmt man die Dämpfung λ_0 und die Schwingungsdauer T_0 für den Fall, wo die Enden einer Rolle unmittelbar mit dem Elektrometer verbunden sind und ferner

die entsprechenden Werthe λ_1, λ_2 usw. T_1, T_2 usw. für die Fälle, wo die Rolle abwechselnd mit den Luftcondensatoren von Capacitäten C_1, C_2 usw. in Verbindung gebracht ist, so erhält man nach der Formel (3c)

$$\frac{\lambda_0}{T_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0} \right); \quad \frac{\lambda_1}{T_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0 + C_1} \right);$$

$$\frac{\lambda_2}{T_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0 + C_2} \right),$$

wo α und c_0 die Leitungsfähigkeit der Schichten der Rolle und deren Capacität bezeichnen. Die Luftcondensatoren sind dabei als vollständig isolirt vorausgesetzt, d. h. α' in der Formel (3c) gleich Null angenommen. Da nun

$$\frac{c_0 + C_1}{C_1} = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2}, \quad \frac{c_0 + C_2}{C_2} = \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2} \text{ usw.},$$

so folgt aus jenen Gleichungen

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} = \frac{\lambda_1}{T_1} \right) \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2} = \left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_2}{T_2} \right) \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2}$$

$$= \text{u. s. w.} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und

$$\frac{1}{2} \frac{w}{p} = \frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}.$$

In folgender Tabelle sind die beobachteten Werthe von λ und T für die *erste* Rolle gegeben und daraus $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2} \frac{w}{p}$ berechnet.

V.

T	λ	$\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$	$\frac{1}{2} \frac{w}{p}$
32,7	0,0424		
40,2	0,0349	0,001237	0,000024
51,5	0,0277	0,001271	0,000026
57,1	0,0254	0,001269	0,000028
63,5	0,0236	0,001260	0,000037
67,5	0,0226	0,001257	0,000040
Mittel		0,001266	0,000031

T ist hier in Schraubentheilungen des Unterbrechers ausgedrückt und λ in Brigg'schen Logarithmen, so daß man, um absolute Werthe von $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2} \frac{w}{p}$ zu erhalten, die letzten durch τ lg. Bre dividiren muß, wo τ das im §. 3 gegebene Zeitintervall ist. Streng genommen müßten $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2} \frac{w}{p}$ aus der Gl. (8) nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden; man wäre aber dabei zu complicirten Rechnungen gekommen, welche eigentlich von keinem Nutzen gewesen wären, da der Zweck des Versuchs war, nicht die genauen Bestimmungen zu gewinnen, sondern bloß zu zeigen, inwiefern die betreffenden Methoden bei solchen Untersuchungen zu reichen im Stande sind.

Aus der letzten Tabelle sieht man, daß hier die Schwingungsdauer der Rolle allein kleiner ist als die, welche in Tab. I gegeben; dieß läßt sich dadurch erklären, daß bei den letzten Untersuchungen die inducirende und inducirte Rollen weiter auseinandergeschoben waren und dadurch die Capacität der inducirten verkleinert.

Dieselben Versuche und Rechnungen für die *dritte* Rolle gaben Folgendes.

VI.

T	λ	$\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$	$\frac{1}{2} \frac{w}{p}$
53,6	0,0562		
76,1	0,0410	0,001008	0,000040
77,0	0,0405	0,001019	0,000029
97,1	0,0335	0,001010	0,000038
97,5	0,0334	0,001010	0,000038
Mittel		0,001012	0,000036

Sind die eingeschalteten Condensatoren auch leitend, so erhält man aus (3c) folgende Beziehung zwischen Dämpfungen, Schwingungsdauer und betreffenden Leitungsfähigkeiten

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_1}{T_1}\right) \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1},$$

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_2}{T_2}\right) \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{\alpha_2}{c_2} \quad \dots \quad (9)$$

usw., wo α_1 , α_2 usw. die Leitungsfähigkeiten der betreffenden Condensatoren bezeichnen

Für folgende Versuche waren die Reagirgläschen, welche bei den Versuchen I bis V gedient hatten, mit Schellack bedeckt und wieder mit Quecksilber gefüllt. Tabelle VII stellt die dabei beobachteten Größen der Schwingungsdauer und der Dämpfung für die erste Rolle dar und die daraus berechneten Werthe von $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1}$ usw.; aus den letzteren können nach den Versuchen V $\frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1}$, $\frac{1}{2} \frac{\alpha_2}{c_2}$ usw. berechnet werden.

VII.

Condensator	T	λ	$\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_n}{c_n}$	$\frac{1}{2} \frac{\alpha_n}{c_n}$
ohne Cond.	32,7	0,0424		
1	74,6	0,0343	0,001034	0,000232
2	71,5	0,0303	0,001104	0,000162
3	77,2	0,0295	0,001116	0,000150
4	99,8	0,0306	0,001109	0,000157
5	75,3	0,0288	0,001127	0,000139

Darauf wurden dieselben Condensatoren paarweise mit derselben Rolle verbunden und aus den dabei beobachteten Größen der Schwingungsdauer und der Dämpfung die Werthe $\frac{1}{2} \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2}$, $\frac{1}{2} \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{c_2 + c_3}$ usw. berechnet; die letzteren konnten außerdem aus den Versuchen VII berechnet werden und zwar auf folgende Weise:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2} = \frac{\alpha_1}{c_1} \cdot \frac{c_1}{c_1 + c_2} + \frac{\alpha_2}{c_2} \cdot \frac{c_2}{c_1 + c_2},$$

da aber

$$\frac{c_1}{c_1 + c_2} = \frac{T_1^2 - T_0^2}{T_{1,2}^2 - T_0^2}, \quad \frac{c_2}{c_1 + c_2} = \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_{2,1}^2 - T_0^2},$$

wo $T_{1,2}$ die Schwingungsdauer für den Fall ist, wo die beiden Condensatoren mit der Rolle verbunden sind, so folgt es

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2} = \frac{\alpha_1 (T_1^2 - T_0^2)}{c_1 (T_{1,2}^2 - T_0^2)} + \frac{\alpha_2 (T_2^2 - T_0^2)}{c_2 (T_{1,2}^2 - T_0^2)}$$

usw. Folgende Tabelle stellt diese Beobachtungen und Rechnungen dar.

VIII.

Cond.	T	λ		$\frac{\alpha_n}{c_n}$	
		beob.	ber. aus VII	beob.	ber. aus VII
1 + 2	98,0	0,0338	0,0342	0,000199	0,000192
2 + 3	100,0	0,0308	0,0305	0,000155	0,000158
3 + 4	121,9	0,0333	0,0334	0,000165	0,000162
4 + 5	121,9	0,0333	0,0338	0,000160	0,000163

Die Dämpfungen waren dabei aus den Werthen von $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2}$, $\frac{\alpha_2 + \alpha_3}{c_2 + c_3}$ usw. nach der Formel (9) berechnet.

Da nun weiter die Verhältnisse des Potentials und der Capacität der *dritten* Rolle zu denen der *ersten* bereits bekannt waren, so konnten nach den vorigen Versuchen die Größen der Schwingungsdauer und der Dämpfung für die *dritte* Rolle berechnet werden, wenn die letzte mit denselben Condensatoren verbunden war. In folgender Tabelle sind die so berechneten und unmittelbar beobachteten Werthe gegeben.

IX.

Condensator	T		λ		$\frac{\alpha}{c_n}$	berechn. aus derselben Tabelle
	ber.	beob.	ber.	beob.	gegeben aus d. vor. Vers.	
Ohne Cond.		53,6		0,0562		
1	112,8	113,0	0,0501	0,0506	0,000232	0,000236
2	108,2	108,5	0,0440	0,0445	0,000162	0,000169
3	116,6	116,2	0,0429	0,0425	0,000150	0,000149
4	149,5	149,3	0,0453	0,0455	0,000157	0,000159
5	113,8	114,0	0,0420	0,0419	0,000139	0,000139
1 + 2	146,9	146,5	0,0505	0,0510	0,000199	0,000204
2 + 3	149,8	150,2	0,0450	0,0449	0,000155	0,000154
3 + 4	181,9	182,3	0,0500	0,0498	0,000165	0,000165
4 + 5	180,7	181,1	0,0495	0,0497	0,000160	0,000165

7. Sind mehrere Rollen mit einander verbunden und in denselben elektrische Schwingungen inducirt, so verlaufen die letzteren nicht gleichartig und gleichzeitig in allen Rollen, sondern jede Rolle besitzt ihre eigene Schwingung von besonderer Intensität und Dauer; neben dieser Hauptschwingung entstehen in jeder Rolle auch andere, welche von sämmtlichen Rollen abhängen und mit den Hauptschwingungen interferiren.

Die Theorie erklärt alle diese Erscheinungen, wenn man annimmt, daß nicht die ganze Elektrizität aus einer Rolle in die andere benachbarte übergeht, sondern ein Theil davon an den zusammen verbundenen Drahtlagen der beiden Rollen sich anhäuft. Es sey eine Anzahl n der Rollen der Reihe nach mit einander verbunden; die Potentiale derselben auf sich selbst seyen $p_1, p_2 \dots p_n$ und die Capacitäten $c_1, c_2 \dots c_n$; ein Ende der ersten Rolle sey mit der Erde verbunden und ein Ende der letzten mit einem Condensator von der Capacität C ; eine der Platten des Condensators sey auch nach der Erde abgeleitet. Die äußeren und inneren Drahtlagen der Rollen kann man sich schematisch vorstellen, als Condensatoren $c_1, c_2, c_3 \dots c_n$ welche von außerhalb mit den Rollen verbunden sind (Fig. 2 Taf. VII). Es sey ferner ω_1 das Potential der freien Elektrizität, welche an den zusammen verbundenen Drahtschichten erster und zweiter Rollen sich ansammelt, ω_2 dasselbe Potential an den Schichten zweiter und dritter Rollen usw. bis auf ω_n ; an einer der Platten des Condensators C wird das Potential ω_n seyn und an der anderen Null. Es seyen endlich $i_1, i_2, \dots i_n$ die Stromintensitäten resp. in jeder der Rollen und $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ die Widerstände der letzteren. Für die positive Richtung des Stromes nehme man diejenige, in welcher der Strom zu den Condensatoren c_1, c_3, c_5 usw. hinfließt und von den Condensatoren c_2, c_4 usw. abfließt. Nun stellen die Differenzen $i_1 - i_2, i_2 - i_4$ usw. mit dt multiplicirt die Elektrizitätsmengen dar, welche im Zeitelement dt an den betreffenden Drahtlagen sich anhäufen; andererseits können dieselben Größen aus den Potentialdiffe-

renzen an den Schichten berechnet werden und zwar auf folgende Weise:

$$\begin{aligned}
 i_1 - i_2 &= c_1 \frac{d\omega_1}{dt} + c_2 \frac{d(\omega_1 - \omega_2)}{dt}, \\
 i_2 - i_3 &= c_2 \frac{d(\omega_1 - \omega_2)}{dt} + c_3 \frac{d(\omega_2 - \omega_3)}{dt}, \\
 &\dots \dots \dots \\
 i_{n-1} - i_n &= c_{n-1} \frac{d(\omega_{n-1} - \omega_n)}{dt} + c_n \frac{d(\omega_{n-1} - \omega_n)}{dt}, \\
 i_n &= c_n \frac{d(\omega_n - \omega_{n-1})}{dt} + C \frac{d\omega_n}{dt}.
 \end{aligned}$$

Zu diesen Gleichungen sind noch die hinzuzufügen, welche ausdrücken, daß in jeder Rolle das Product aus Widerstand und Stromintensität den sämtlichen daselbst vorhandenen elektromotorischen Kräften gleich ist. Diese Gleichungen werden folgende seyn:

$$\begin{aligned}
 p \frac{di_1}{dt} + w_1 i_1 + \omega_1 &= 0, \\
 p^2 \frac{di_2}{dt} + w_2 i_2 + \omega_2 - \omega_1 &= 0, \\
 &\dots \dots \dots \\
 p \frac{di_n}{dt} + w_n i_n + \omega_n - \omega_{n-1} &= 0.
 \end{aligned}$$

Hieraus folgt nach der Theorie der simultanen Gleichungen, daß in gewissen Fällen, welche eben das Entstehen der oscillirenden Ströme characterisiren, jedes ω als eine Summe von n mit der Zeit erlöschender Schwingungen dargestellt werden kann. Es haben nun zwar in allen ω einzelne Schwingungen dieselbe Schwingungsdauer, es sind aber die Intensitäten und Phasenunterschiede derselben für verschiedene ω verschieden, woraus folgt, daß die resultirenden Schwingungen, welche aus den einzelnen, einfachen sich bilden, für jede Rolle verschieden sind.

Ich will nicht hier in die weitere Erörterung der oben besprochenen Gleichungen eingehen, weil mir eigentlich keine einfache Methode eingefallen ist, um die theoretischen Schlüsse aus denselben durch Versuche zu prüfen,

aufser dem directen Verfahren für an einander sehr nahe liegende Zeitintervalle die entsprechenden Werthe von ω unmittelbar zu beobachten. Solche Untersuchungen sind aber so mühsam und nehmen so viel Zeit in Anspruch, daß sie zum Gegenstand einer besonderen Arbeit werden müssen.

Doch führe ich einige Bestimmungen der einzelnen nach einander folgenden Nullpunkte hinzu, für die Schwingungen, welche in zusammen verbundenen Rollen entstehen, um einen Begriff von den betreffenden Erscheinungen zu geben.

Es waren zwei Rollen mit einander verbunden, welche in den vorigen §§. als *erste* und *dritte* bezeichnet sind; ein Ende der zweiten Rolle war mit der Erde verbunden; die erste Rolle endete in einem Quecksilbercondensator, dessen eine Oberfläche nach der Erde abgeleitet war. Mittelst des Elektrometers wurden nach den im §. 2 beschriebenen Methoden die Ladungen beobachtet, bald an der Verbindungsstelle zwischen den beiden Rollen, bald zwischen der ersten Rolle und dem Condensator. Auf diese Weise wurde die Zeitdauer bestimmt zwischen einer Anzahl von Nullladungen, welche an den benannten Stellen entstanden. Der inducirende Strom wurde nur durch die primäre Rolle No. 2 geleitet.

a) Combination: Erde, Rolle No. 2, Rolle No. 1, Condensator, Erde. Lagen der Nullpunkte an der Scale des Unterbrechers

zwischen No. 1 und No. 2		zwischen No. 1 und Condensator	
Lage	Differenz	Lage	Differenz
6604	90	6506	30
6514	91	6476	16
6423	91	6460	30
6332	91	6430	30
6241	90	4400	11
6151	90	6389	28
6061		6351	

b) Dieselbe Combination mit zwei Condensatoren
nebeneinander

zwischen No. 1 und No. 2		zwischen No. 1 und Condensator	
Lage	Differenz	Lage	Differenz
6418		6503	
6296	122	6483	20
6174	122	6453	30
6053	121	6432	21
5930	123	6408	24
5808	122	6375	33
5684	124	6362	13

c) Combination: Erde, No. 2, No. 1, No. 4;
Condensator, Erde

zwischen Cond. u. No. 4		No. 4 u. No. 1		zw. No. 1 u. No. 2	
Lage	Differenz	Lage	Differenz	Lage	Differenz
6494		6499		6506	
6394	100	6395	104	6482	24
6305	89	6309	86	6460	22
6205	100	6205	104	6442	18
6115	90	6121	84	6420	20

Streng genommen sind auch die Schwingungen in derselben Rolle an verschiedenen Stellen nicht genau dieselben. An der Rolle No. 2 wurde die Stelle, wo die Drahtwindungen aus der vorletzten Lage in die letzte übergehen, von der isolirenden Umspannung entblößt und daran die Schwingungen beobachtet. Die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen zehn Schwingungen am Ende der Rolle ergab sich gleich 237 und an der entblößten Stelle 232. Dadurch läßt sich vielleicht erklären, warum die in den vorigen §§. berechneten Werthe der Schwingungsdauer nur bis auf die ersten Decimalen mit den unmittelbar beobachteten stimmten. Es scheint überhaupt, daß man, um sich eine genauere Vorstellung dieser Erscheinungen zu machen, darauf die von Kirchhoff¹⁾ und Helmholtz²⁾ für die

1) Pogg. Ann. Bd. 100, S. 193 u. 351, Bd. 102, S. 529.

2) Crelle's Journ. Bd. 72.

Elektricitätsbewegungen angestellten Gleichungen anwenden müßte, in welchen die Anhäufung der freien Elektricität in jedem Raumelemente eines leitenden Körpers vorausgesetzt wird und ω sammt i als Functionen der Zeit und Coordinaten betrachtet werden.

8. Die Beobachtungen der Schwingungsdauer alternirender Ströme können mit Erfolg auf die Bestimmungen der Dielektricitätscoëfficienten für verschiedene Isolatoren angewandt werden; solche Bestimmungen waren noch nicht, so viel es mir bekannt ist, bei einer so kurzen Ladungsdauer, wie sie bei elektrischen Schwingungen vorkommt, gemacht und doch ist es nicht von geringer Wichtigkeit zu ermitteln, wie die dielektrische Polarisirung in so kleinen Zeiträumen zu Stande kommt.

Zu diesen Versuchen wurde ein Condensator nach Kohlrausch gebraucht; möglichst planparallele Platten von verschiedenen isolirenden Substanzen wurden zwischen die Condensatorplatten gestellt; für jeden Fall wurde dreimal die Schwingungsdauer bestimmt: 1) für die Rolle ohne Condensator, 2) für die Rolle mit Condensator und einem Isolator zwischen dessen Platten, 3) für die Rolle mit Condensator, wenn der Isolator weggenommen war, die Condensatorplatte aber in derselben Stellung wie in 2) verblieben. Waren T_0 , T und T' diese drei Werthe der Schwingungsdauer, so ergab sich daraus das Verhältniß der Capacität des Condensators mit dem Isolator zu der ohne denselben gleich

$$\frac{T^2 - T_0^2}{T'^2 - T_0^2} = D.$$

Dieses Verhältniß wird gewöhnlich als die Dielektricitätsconstante oder der Dielektricitätscoëfficient bezeichnet.

Folgende Tabellen stellen solche Bestimmungen für einige Isolatoren dar.

Hartgummi.

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
33,9	52,5	43,2	2,24	Mittel $= 0000652 \text{ Sec.}$
—	51,9	43,1	2,18	
—	51,6	42,9	2,19	
—	52,0	43,0	2,22	
Mittel 2,21				

Reines Kautschuk (braun).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	50,4	42,5	2,13	Mittel $= 0,0000630 \text{ Sec.}$
—	50,3	42,3	2,17	
—	50,3	42,5	2,11	
—	50,2	42,6	2,07	
Mittel 2,12				

Vulcanisirtes Kautschuk (grau).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	56,3	43,6	2,70	Mittel $= 0,0000706 \text{ Sec.}$
—	56,2	43,7	2,66	
—	56,3	43,5	2,74	
—	56,3	43,7	2,67	
Mittel 2,69				

Paraffin (schnell abgekühlt, fast durchsichtig).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	45,2	41,2	1,64	Mittel $= 0,0000568 \text{ Sec.}$
—	45,4	41,1	1,70	
—	45,3	41,1	1,68	
—	45,3	41,0	1,71	
Mittel 1,68				

Paraffin (langsam abgekühlt, milchweifs).

Rolle No. 3, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
53,3	68,4	62,1	1,81	Mittel
—	68,6	62,2	1,81	$= 0,0000858$
Mittel 1,81				

Paraffin (andere langsam abgekühlte Platte).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	46,2	40,4	1,89	Mittel $= 0,0000580$ Sec.
—	46,3	40,5	1,88	
—	46,4	40,5	1,90	
No. 3	53,3	63,6	1,90	$= 0,0000898$ Sec.
—	71,6 71,5	63,6 63,7	1,87	
Mittel 1,89				

Halbweisses Glas.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	60,0	44,5	2,96	Mittel $= 0,0000752$ Sec.

Ein anderes Stück von derselben Sorte.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	66,8	44,7	3,66	Mittel $= 0,0000838$ Sec.

Weisses Spiegelglas.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	68,5	41,2	5,78	Mittel $= 0,0000859$ Sec.
53,3	102,2	64,3	5,88	$= 0,0001281$ Sec.

9. Für dieselben Bestimmungen wurde darauf die Siemens'sche Methode ¹⁾ benutzt. Der Condensator wurde mittelst einer Batterie von 5 bis 50 Daniells geladen und in jeder Secunde 20 bis 25 Mal mittelst einer von Siemens und Halske construirten Commutators durch ein sehr empfindliches Galvanometer entladen. Die Ablenkungen des Galvanometers gaben die Gröfsen der Ladungen des Condensators, wenn zwischen den Platten desselben Luft oder Isolatoren sich befanden; sie wurden nach der Multiplicationsmethode aus je 7 oder 12 nach einander folgenden Elongationen berechnet. Aus den Ablenkungen wurden nach bekannten Regeln die betreffenden Dielektricitätscoëfficienten berechnet. Das Galvanometer gab kleine Ausschläge auch in dem Fall, wenn der Condensator weggenommen war und zwar verschieden je nach der Anzahl der ladenden Elemente. Diese kleinen Correctionen, welche von der Ladung der Verbindungsdrähte und hinteren Oberflächen der Condensatorplatten herrührten, mußten bei der Rechnung auch in Betracht genommen werden. Dagegen brachte, wie sich bei den Versuchen ergab, die Stärke der Ladung in den Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen keine Aenderung der Dielektricitätscoëfficienten hervor. Folgende Tabelle giebt die Dielektricitätscoëfficienten, welche ich aus diesen Messungen erhielt.

für Hartgummi	2,76
„ Reines Kautschuk	2,34
„ Vulcanisirtes Kautschuk	2,94
„ Paraffin (durchsichtig)	1,92
„ Paraffin (milchweifs)	2,47
„ Kalkweisses Glas	4,12
„ Weisses Spiegelglas	6,34.

Für die Ladungsdauer kann man dabei etwa die Zeit einer halben Umdrehung des Commutators annehmen, also von $\frac{1}{40}$ bis $\frac{1}{50}$ Secunde. Vergleicht man die Resultate der beiden letzten §§., so kommt man zum Schluß, daß bei

1) Pogg. Ann. Bd. CII, S. 66.

der *kleineren* Ladungsdauer die Dielektricitätscoëfficienten auch *kleiner* werden.

10. Nach der von Maxwell¹⁾ vorgeschlagenen elektromagnetischen Theorie des Lichts soll eine Beziehung zwischen den Dielektricitäts- und Brechungscöefficienten existiren und zwar sollen die ersteren den Quadraten der letzteren gleich seyn. Deshalb fand ich es für zweckmäßig, einige Bestimmungen der Brechungscöefficienten für Isolatoren anzustellen. Zu diesem Zweck benutzte ich die Beobachtungen des Gränzwinkels der Totalreflexion und zwar in folgender Weise. Ein gleichwinkliges Flintglasprisma war auf ein um die vertikale Axe drehbares Stativ gestellt, so daß seine Kanten vertikal zu stehen kamen. Das Stativ war mit einem getheilten Kreise versehen, an welchem man die Drehungswinkel ablesen konnte. An einer der Oberflächen des Prismas waren Flecke aus verschiedenen isolirenden Substanzen gemacht, indem dieselben in geschmolzenem Zustande an das Prisma angeklebt wurden; die am Glase liegenden Oberflächen der Flecke wurden in der Entfernung von etwa $\frac{3}{4}$ Meter durch ein Fernrohr beobachtet und das Stativ mit dem Prisma so lange gedreht, bis dieselben verschwanden und zu glänzen anfangen, wie die übrige unbedeckte Oberfläche des Glases.

Aus den betreffenden Winkelablesungen wurden die Brechungscöefficienten berechnet. Die Flecke waren aber nicht genug durchsichtig, um die farbige Gränze zwischen dem gebrochenen und dem total reflectirten Licht beobachten zu können; die Beobachtungen beziehen sich also auf die Mittelwerthe des Brechungscöefficienten. Bei den Paraffinflecken wurde bemerkt, daß nicht die ganze Oberfläche derselben an der Gränze der Totalreflexion gleichzeitig zu glänzen anfang, sondern es erschienen zuerst zwei runde glänzende Stellen in der Mitte des Fleckes und dann erst wurde bei der weiteren Fortdrehung des Prismas die übrige Oberfläche glänzend. Daraus ergaben sich zwei Gränzwerthe des Brechungscöefficienten für Paraffin. Diese

1) Maxwell: *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Vol. II, p. 386.

Erscheinungen, welche übrigens auf die Doppelbrechung des Paraffins deuten, zeigten, daß die Abkühlung der Flecke ziemlich langsam vor sich ging, so daß dabei Krystalle sich ausbilden konnten; der daraus bestimmte Brechungscoefficient muß also mit dem Dielektricitätscoefficienten für langsam abgekühltes Paraffin verglichen werden.

Auf diesem Wege wurden folgende Brechungscoefficienten gefunden.

Brechungscoefficient		dessen Quadrat	Dielektricitätscoëff.	
Paraffin	1,53	2,34	1,89	2,47
	1,48	2,19	1,81	1,92
Reines Kautschuk	1,50	2,25	2,12	2,34
Colophonium	1,54	2,37	—	
Stearin	1,53	2,37	—	
Schwefel	2,09	4,27	—	

Bei den Versuchen mit Schwefel wurde statt des Glasprismas ein Prisma aus Faraday'schem Glase gebraucht; im Uebrigen blieb das Verfahren dasselbe.

11. Die Beobachtungen der Dämpfungen der elektrischen Schwingungen können auf Bestimmungen der Leitungsfähigkeit schwachleitender Körper angewandt werden. Im §. 1 ist schon beschrieben, wie solche Bestimmungen für eine Anzahl Reagirgläschen und Rollen gemacht waren, In mehreren Fällen ist aber vielleicht folgendes Verfahren vorzuziehen, das ich für Widerstandsbestimmungen einiger Glasplatten gebraucht habe und wobei keine besondere Bestimmungen der Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten der Rolle nöthig sind.

Eine Spiegelglasplatte wurde zwischen die Condensatorplatten gelegt und die letzteren mit einer Inductionsrolle verbunden; dann wurde die Schwingungsdauer und die Dämpfung der elektrischen Schwingungen für diesen Fall beobachtet. Es ist dabei nach der Formel (3 c)

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + c'} \right),$$

wo α und c resp. die Leitungsfähigkeit und die Capacität der Rolle, α' und C dieselben Größen für den Condensator bezeichnen.

Darauf wurde die Glasplatte vom Condensator entfernt und die Scheiben der letzteren so lange gegeneinander geschoben, bis die Schwingungsdauer dieselbe wurde, wie früher bei Anwesenheit der Glasplatte; die dabei beobachtete Dämpfung mußte eine andere seyn und zwar hatte man

$$\frac{\lambda'}{T} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha'}{c + C} \right).$$

Aus den beiden Beobachtungen folgt nun

$$\frac{\lambda - \lambda'}{T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha'}{c - C}.$$

Als Beispiel führe ich hier drei Beobachtungen mit einer Spiegelplatte an. Es waren für solche Platten in verschiedenen Zeiten folgende Werthe der Schwingungsdauer und Dämpfung beobachtet:

T :	102,5	101,8	102,3
λ :	0,0360	0,0364	0,0371.

Die Condensatorscheiben waren jedesmal nach dem Wegnehmen der Glasplatte so lange gegen einander genähert, bis resp. folgende Größen der Schwingungsdauer erreicht waren:

T' :	102,6,	101,5,	101,0.
--------	--------	--------	--------

Die Dämpfungen waren dabei:

α' :	0,0322,	0,0325,	0,0326.
-------------	---------	---------	---------

Es wird keinen erheblichen Einfluß auf die Rechnung machen, wenn wir in derselben die mittleren Werthe von T und T' einführen; da weiter λ' sich nur sehr wenig für die kleinen Unterschiede der Schwingungsdauer ändert, so dürfen wir den Mittelwerth davon 0,0324 auch für die Schwingungsdauer 102,2 als gültig betrachten. Die aus diesen Zahlen berechneten Werthe von $2 \frac{\lambda - \lambda'}{T}$ müssen noch mit $\tau \lg Bre$ multiplicirt werden, wie im §. 6 bemerkt ist.

Auf diese Weise erhält man folgende Werthe von $\frac{\alpha}{c+C}$ für alle drei Fälle:

$$129,4, \quad 143,7 \quad 169,0.$$

Um daraus α zu berechnen, muß man $c+C$ im absoluten Maafse ausdrücken. Die Capacität C des Condensators mit der Glasplatte kann unmittelbar aus dessen Dimensionen berechnet werden; es war nämlich das Diameter der Scheiben gleich 149 Millim., die Dicke der Platte 2,07 Millim., der Dielektricitätscoëfficient des Glases 5,88; daraus ergibt sich in elektrostatischen Maafseinheiten

$$C = 3,940 \text{ Meter.}$$

Erinnert man sich weiter, daß die Schwingungsdauer der Rolle No. 3 ohne Condensator 5,33 Schraubentheile war, so ergibt sich

$$c = \frac{(53,3)^2}{(102,2)^2 - (53,5)^2} C = 1,442 \text{ Meter}$$

und

$$C + c = 5,382 \text{ Meter.}$$

Daraus erhält man folgende Werthe für α in elektrostatischen Einheiten:

$$966,5, \quad 773,9, \quad 909,3 \quad \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}.$$

Multiplicirt man $\frac{1}{\alpha}$ mit $(28,5 \times 10^7)^2$ ¹⁾ und erinnert sich, daß $\text{Ohm} = 10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ ist, so erhält man für den Widerstand der Platte folgende Gröfsen in elektromagnetischen Einheiten:

$$1,16 \times 10^7, \quad 1,05 \times 10^7 \quad 0,89 \times 10^7 \text{ Ohm}$$

und für ein Cubikmeter Glas:

$$\text{Widerstand} = 9,82 \times 10^7, \quad 8,84 \times 10^7 \quad 7,52 \times 10^7 \text{ Ohm.}$$

Diese Resultate dürfen aber keineswegs als genaue Maafbestimmungen betrachtet werden und werden hier nur erwähnt, um einen Begriff von der betreffenden Methode zu geben. Es war nämlich die Einstellung der Condensatorplatten keineswegs sicher und genau, so daß die Capacität derselben nur sehr annähernd berechnet werden

1) Maxwell, l. c. Bd. II, S. 373.

konnte; außerdem müßten die Platten noch größer seyn, um die Methode empfindlicher zu machen. Es ist auch wahrscheinlich, daß bei den eben besprochenen Versuchen die elektrische Leitung nicht nur durch die Platten geschah, sondern auch an deren Oberflächen, welche außerhalb der Condensatorscheiben sich befanden.

Für die Platten aus Kautschuck und Paraffin waren folgende Dämpfungen erhalten:

Paraffin	0,0447	0,0445	0,0447
Reines Kautschuck	0,0406	0,0404	0,0407

und resp. für Luft bei derselben Schwingungsdauer

0,0445,	0,0448
0,0404,	0,0403.

Wenn also dabei eine Leitung stattfinden sollte, so reichte die Methode nicht dazu, um dieselbe wahrzunehmen.

12. Ich versuchte auch zu ermitteln, ob eine isolirende Substanz, die sich neben der Inductionsrolle befindet, einen Einfluß auf die elektrischen Schwingungen in der letzteren hat. Die Voraussetzung über die Möglichkeit eines solchen Einflusses war schon von Helmholtz in der im §. 1 erwähnten Abhandlung ausgesprochen. Zu diesem Zwecke war die primäre Rolle mit einem Cylinder aus Schwefel umgeben und ein massiver Schwefelcylinder in die neben-gestellte secundäre Rolle eingeschoben. Die beiden Rollen waren auf 11 Millim. von einander entfernt und standen so, daß ihre Axen zusammenfielen. Der Raum zwischen den Rollen war auch mit Schwefel gefüllt. Die Größen der elektrischen Schwingungen ohne und mit Schwefel wurden mehrmals mit einander verglichen und dabei kein Unterschied bemerkt in den Gränzen der möglichen Genauigkeit, d. h. bis auf $\frac{1}{20}$ einer Schraubentheilung des Unterbrechers. Die beobachteten Größen der Schwingungsdauer gingen von 34,0 bis 220,0 Schraubentheilungen und folglich war die Genauigkeit von 0,14 Proc. bis 0,023 Proc. der beobachteten Werthe.

Ebenso konnte nicht die von Blaserna¹⁾ bemerkte Verspätung inducirter Ströme in Gegenwart verschiedener Isolatoren wahrgenommen werden, bei einer Genauigkeit bis auf eine halbe Schraubentheilung. Der Abstand der Rollen war dabei 11 Millim.; die von Blaserna gegebene Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkung in Schwefel ist 52 Meter in einer Secunde; folglich müßte für den oben erwähnten Abstand die Verspätung des Anfangs des Stromes etwa 0,0002115 Sec. seyn, d. h. 168,7 Schraubentheilungen des Apparats und somit mit der von mir benutzten Methode und bei der angeführten Genauigkeit bemerkt worden seyn.

Uebrigens könnten vielleicht die von Blaserna beobachteten Erscheinungen dadurch erklärt werden, daß bei seinen Versuchen die Anwesenheit des Isolators die elektrostatische Ladung der Rollen sich änderte und daß möglicherweise dadurch die Intensität des Stromes im ersten Moment seiner Entstehung verkleinert wurde.

13. Die in diesem Aufsatz beschriebenen Versuche lassen also zu den folgenden Schlüssen kommen.

a) Die Helmholtz'sche Methode giebt ein scharfes Mittel zur experimentellen Prüfung der theoretischen Gesetze der elektrischen Schwingungen und führt zu mannigfaltigsten Maafsbestimmungen in diesem Gebiete.

b) Die Schwingungsdauer oscillirender Ströme wächst proportional der Quadratwurzel aus dem Potential des Stromes auf sich selbst und der sämmtlichen Capacität der Rolle und des eingeschalteten Condensators.

c) Die Leitungsfähigkeit der oscillirenden Schichten einer Rolle hat einen erheblichen Einfluß auf die Dämpfung der elektrischen Schwingungen in derselben. Die Dämpfung folgt übrigens dem in der Formel (3c) ausgesprochenen Gesetze.

d) Die Bestimmung der Schwingungsdauer oscillirender Ströme führt zur Vergleichung der Capacität der Conden-

1) Blaserna, *Sullo sviluppo e la durata delle correnti d'induzione*, Palermo. 1870.

satoren mit einander und der Potentiale der Rollen auf sich selbst.

e) Dieselben Bestimmungen geben die Möglichkeit, Dielektricitätsconstanten bei sehr kurzer Ladungsdauer zu messen. Aus solchen Messungen ergibt es sich, daß die Dielektricitätsconstanten bei kleinerer Ladungsdauer, kleiner werden.

f) Die Bestimmung der Dämpfung oscillirender Ströme giebt die Möglichkeit, die Leitungsfähigkeit schwach leitender Körper zu messen.

Berlin, Ostern 1874.

III. *Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper;* *von G. Lundquist.*

(Schluß von S. 412.)

III. Reflexion des Lichts an unvollkommen durchsichtigen und nicht metallischen Körpern.

Nach der Entdeckung des Hrn. Airy, daß die Reflexion des Lichts am Diamant elliptische Polarisirung erzeugt, haben zwei englische Physiker, Powell¹⁾ und Dale²⁾ sich auf das experimentelle Studium des Phänomens dieser Art gelegt. Ihre Untersuchungen bestätigten für eine große Anzahl mehr oder weniger opaker Substanzen das Daseyn der elliptischen Polarisirung in dem reflectirten Strahl. Die meisten dieser Körper enthielten freilich eine mehr oder weniger große Quantität von Metall, dem man ihre Eigenschaft, das Licht elliptisch zu polarisiren, zuschreiben

1) *Philosoph. Transact.* 1843, p. 35; 1845, p. 260 — 18th *Report of Brit. Assoc.* 1843.

2) 16th *Report of Brit. Assoc.* 1846.