im Vergleich mit der Masse Wassers, die verändert wird, und daß die Ströme süßen Wassers, welche in's Meer fließen, durch den Unterschied in Richtung und Kraft des Windes, in verschiedene Weite fortgetrieben, der Regen und der Unterschied in Temperaturen schon hinreichen, um diesen Unterschied in der Dichtigkeit hervorzurufen.

Nehmen wir das Mittel aus den 13 früheren Bestimmungen, so wird die mittlere Dichtigkeit bei der damaligen Temperatur 1,0276

Das Mittel der jetzt angegebenen 13 Bestimmungen 1,0275

V. Ueber die Kniepresse; von Professor G. Th Fechner.

Unter den verschiedenen Principien, auf welche man die Einrichtung kräftig wirkender Pressen gegründet hat, ist eins, welches zwar schon vorlängst in Anwendung gekommen ist ¹⁾, aber, trotz seiner ausgezeichneten Nutzbarkeit für gewisse Zwecke, in späteren Zeiten fast ganz vergessen worden zu seyn scheint, so daß auch im Artikel *Presse* des Gehler'schen Wörterbuchs seiner nicht gedacht ist. Indefs hat Wollaston neuerdings dasselbe bei seiner, zum Auspressen des Platinbrei's bestimmten Presse angewandt (diese Ann. Bd. XVI S. 162). Später hat der Mechanikus, Insp. Fuchs in Leipzig eine Presse auf dasselbe Princip gegründet, welche seit einigen Jahren im preussischen Staate patentirt und zu meh-

1) Wenigstens soll sich in einem, im J. 1588 in Paris erschienenen Werke: *le biverse ed artificiose Machine etc.*, die Beschreibung einer nach demselben construirten Maschine von Hamelli finden.

ren Anwendungen schon sehr verbreitet ist. (Sie unterscheidet sich von der Wollaston'schen horizontalen Presse wesentlich nur durch ihre verticale Lage.); und so eben finde ich im polytechn. Centralbl. 1836, No. 68, eine gleichfalls mit Anwendung desselben Princip construirte Presse von Sudds, Barker, Adkins u. Comp. in Rouen beschrieben, welche jedoch etwas zusammengesetzterer Natur ist. Eine nähere Betrachtung der Wirkungen dieses Princip, welche bisher meines Wissens noch nicht stattgefunden hat, dürfte nicht ohne Interesse seyn, da theils dasselbe Princip auch bei einer Einrichtung der menschlichen Gliedmaßen in's Spiel tritt (durch deren Betrachtung in der That Hr. Fuchs, ohne Kenntniß von den früheren Einrichtungen gehabt zu haben, zur Erfindung der seinigen geleitet wurde), theils eine nach demselben construirte einfache Presse ein sehr geeignetes Instrument zur anschaulichen Erläuterung der Zerlegung der Kräfte bei physikalischen Vorträgen abgeben kann; theils endlich die practische Anwendbarkeit dieses Princip sich schon durch mehrfache Benutzung im Großen und Kleinen auf das Beste bewährt hat. Ich werde diese Betrachtungen zunächst an die Fuchs'sche Presse knüpfen, welcher man wohl am füglichsten den Namen *Kniepresse* geben kann.

Bekanntlich vermag man beim Ausstrecken des Knie's eine sehr große Kraft zu äußern. Man braucht sich nur, auf einem Stuhle oder einer Bank sitzend, mit dem Rücken gegen eine Wand zu lehnen, und mit etwas gebogenem Knie den Fuß gegen einen vorn befindlichen Widerstand zu stemmen, so wird man beim Versuch, das Knie auszustrecken, eine sehr starke Kraftleistung zu äußern im Stande seyn. Ganz ähnlich wirkt die Kniepresse, die in ihrer Anwendung zur Siegelpresse in Fig. 9 Taf. I vorgestellt ist, während Fig. 10 Taf. I zur Erläuterung ihres Princip dient. In beiden Figuren sind

die sich entsprechenden Theile mit gleichen Buchstaben bezeichnet.

ACB ist eine feste Stange, welche bei A einen Drehpunkt hat. An dieser Stange ist bei C eine zweite Stange CD eingelenkt, und an letztere ist bei D der verticale Pressstempel DE abermals eingelenkt. Der Punkt A liegt in derselben Verticalen als D , und es ist die Einrichtung getroffen, daß der Pressstempel bloß einer verticalen Bewegung fähig ist, indem er in den Rahmen oder Schlitten FG befestigt ist, der sich längs der Säulen des Gestells auf- und abschiebt. In dieser Presse stellt AC den Oberschenkel, CD den Unterschenkel, C das Knie, DE den Fuß und die am Ende B des Hebelarms BA wirkende Kraft die Muskelkraft (die allerdings beim menschlichen Knie etwas anders angebracht ist) vor. Bei einem Druck auf das Ende B streckt sich das Knie C , der Fuß DE steigt herab und tritt mit großer Kraft auf die zu pressende Unterlage.

Die Wirkung dieser Presse erklärt sich folgendermaßen. Abstrahiren wir von der Verlängerung des Oberschenkels CB und nehmen die Kraft in C selbst, senkrecht auf AC , an, was darauf zurückkommt, daß wir die Vervielfältigung des Drucks, welche das mitwirkende Hebelprincip hervorbringt, bei Seite lassen, um bloß den Druck zu betrachten, welcher durch das Strecken des Knie's an sich hervorgebracht wird. Stellen wir die Größe der in C wirkenden Kraft durch Cm vor, und zerlegen dieselbe nach den Richtungen CA , CD , so erhalten wir für die beiden Seitenkräfte respectiv die Größen Cq , Cp , deren jede, wenn der Winkel DCA nur noch wenig von 2 Rechten abweicht, beträchtlich größer als Cm ausfallen wird. Die, in die Richtung CD fallende Seitenkraft Cp zerlegt sich nun bei D abermals in die längs DE wirkende Verticalkraft Cr , welche den nützlichen Effect gegen die Unterlage äufsert,

und in die Horizontalkraft rp , welche einen Druck gegen das Gestell bewirkt. Cr ist nur wenig kleiner als Cp , wenn sich der Winkel DCA 2 Rechten nähert.

Aus dieser Construction geht hervor, daß der nützliche Druck in dem Maafse, als sich das Knie streckt, mithin der Winkel ACD gröfser oder sein Supplement DCB kleiner wird, immer mehr zunimmt; und zwar geht diese Zunahme bis in's Unbestimmte. Deutlicher wird dieß durch folgende Darstellung erhalten.

Die in C senkrecht auf AC wirkende, durch Cm vorgestellte, Kraft sey $=P$; die Länge des Oberschenkels $AC=a$, die des Unterschenkels $CO=b$, der Abstand $AD=c$, der Winkel $DCB=\alpha$, endlich der Winkel $CD A=\gamma$. Es kommt darauf an, den, in der Richtung DE wirkenden, durch Cr vorgestellten, Nutzeffect K als Function von P, a, b, α auszudrücken.

Nun ist:

$$Cr=K=Cp \cos \gamma \dots\dots\dots (1)$$

$$Cp=\frac{P}{\sin \alpha} \dots\dots\dots (2)$$

$$\sin \gamma=\frac{a \sin \alpha}{c} \dots\dots\dots (3)$$

$$c^2=a^2+b^2+2ab \cos \alpha \dots\dots\dots (4)$$

Aus der Combination dieser Gleichung findet sich:

$$\begin{aligned} K &= \frac{P \cos \gamma}{\sin \alpha} = P \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{a^2}{c^2}} \\ &= \frac{P}{\sin \alpha} \frac{(b+a \cos \alpha)}{\sqrt{b^2+a^2+2ab \cos \alpha}} \dots\dots (5) \end{aligned}$$

Es kann nützlich seyn, den Krafteffect K statt der Function des Winkels α vielmehr als Function der verticalen Erhebung des Pressstempels über seinen tiefsten Stand, welche gleich $a+b-c$ ist, auszudrücken. Setzen wir diese Erhebung $=h$ und die ganze Höhe der Presse $a+b=H$, so finden wir:

$$K=2abP\sqrt{\frac{1}{(2H-h)(2a-h)(2b-h)}}=\frac{1}{4b^2(H-h)^2} \quad (6)$$

oder, wenn h sehr klein wird:

$$K=P\sqrt{\frac{ba}{2hH}} \dots\dots\dots (7)$$

Bestimmen wir jetzt auch die übrigen Drucke. Es sey:
K' der auf *DE* senkrechte Druck *pr*, welcher sich
 nach vorne gegen die Säulen des Gestells äussert. ,

L die nach *CA* wirkende Seitenkraft *Cq*.

M ihr vertical aufwärts wirkender Theil.

M' ihr horizontal gegen die Säulen des Gestells wirkender Theil.

Durch einfache Zerlegung der Kräfte ergibt sich:

$$K=\frac{P \sin \gamma}{\sin \alpha}=\frac{Pa}{c}=\frac{Pa}{\sqrt{a^2+b^2+2ab \cos \alpha}} \dots\dots (8)$$

$$L=P \cot \alpha \dots\dots\dots (9)$$

$$M=P \cot \alpha \frac{(a+b \cos \alpha)}{\sqrt{a^2+b^2+2ab \cos \alpha}} \dots\dots\dots (10)$$

$$M'=\frac{Pb}{c} \cos \alpha=\frac{Pb \cos \alpha}{\sqrt{a^2+b^2+2ab \cos \alpha}} \dots\dots\dots (11)$$

Zum Anhalt für einige nachher zu ziehende allgemeine Folgerungen mag hier eine Tabelle folgen, in welcher für verschiedene Streckungen des Knie's, d. h. verschiedene Werthe des Winkels α und verschiedene Verhältnisse der Längen des Ober- und Unterschenkels gegen einander die zugehörige Kraftvervielfältigung

$m=\frac{K}{P}$ und die zugehörige Hebung der Presse, in Thei-

len ihrer ganzen Höhe ausgedrückt, $h'=\frac{h}{H}$, berechnet

ist, und zwar habe ich hiebei die Fälle gewählt, wo $b=6a$, nach welchem Verhältnisse eine, im hiesigen physikalischen Cabinet befindliche, grössere Presse dieser Art construirt ist, ferner wo $a=b$, weil dies einen Maximumwerth giebt, endlich wo a gegen b und wo b

gegen α verschwindet, um hiedurch Gränzwerthe zu erhalten. In beiden letzten Fällen ist h' stets Null, daher nicht mit aufgezeichnet.

α .	$b=6a$.		$b=a$		$a=0$	$b=0$
	m .	h'	m	h'	m	m
90°	0,9864	0,1310	0,7071	0,2930	1,0000	0
80	1,0027	0,1069	0,7779	0,2340	1,0154	0,1763
70	1,0528	0,08411	0,8717	0,1809	1,0711	0,3640
60	1,1446	0,06323	1,0000	0,1340	1,1547	0,5774
50	1,2968	0,04733	1,1831	0,09369	1,3054	0,8391
40	1,5487	0,02909	1,4619	0,06031	1,5557	1,1912
30	1,9947	0,01562	1,9318	0,03407	2,000	1,7320
20	2,9193	0,00741	2,8794	0,01519	2,9238	2,7475
10	5,7570	0,00186	5,737	0,00381	5,7588	5,6713
5	11,473	0,000468	11,463	0,000942	11,474	11,430
2½	22,925	0,000116	22,920	0,000238	22,926	22,904
2	28,653	0,0000770	28,649	0,000153	28,654	28,636
1	57,298	0,0000186	57,297	0,0000378	57,298	57,290
½	114,593	0,0000043	114,592	0,0000095	114,593	114,589
0	∞	0	∞	∞	∞	∞

Die Hauptfolgerungen aus Vorstehendem in Betreff der Wirkung und vortheilhaftesten Einrichtung der Presse sind folgende:

1) Unter den Richtungen, in welchen man die Kraft auf den Oberschenkel wirken lassen kann, ist die, bei Aufsuchung der Formeln zu Grunde gelegte senkrechte wirklich die vortheilhafteste. Bei jeder schiefen Anbringung der Kraft würde, wie man leicht durch Zurückgehen auf die zur Ableitung der Formel gebrauchte Construction findet, der nützliche Druck sich nach Verhältnifs des Sinus des Neigungswinkels der Kraft gegen den Oberschenkel mindern.

2) Welches Verhältnifs auch beide Schenkel a und b zu einander haben mögen, so wird, wenn die Streckung des Knie's etwas bedeutend wird, der nützliche Druck merklich genau gefunden, wenn man die angebrachte Kraft mit der Coscante des Streckungswinkels α multiplicirt, oder mit dem Sinus dieses Winkels dividirt. Macht man den Oberschenkel a sehr klein gegen

den Unterschenkel b , so wird diese Regel merklich genau werden für jede, auch eine gröfsere Streckung des Knie's, machte man umgekehrt den Unterschenkel b sehr klein gegen den Oberschenkel a , was aber nie vortheilhaft seyn kann, so fände man den nützlichen Druck für jede Streckung des Knie's gleich dem Product der angebrachten Kraft in die Cotangente des Streckungswinkels. Da man nun die Presse stets nur bei starker Streckung des Knie's benutzen, und überdiefs, wie das Folgende lehrt, es immer vortheilhaft finden wird, den Schenkel a kleiner oder wenigstens nicht gröfser als b zu machen, so kann die erste Regel bei der Anwendung der Presse im Allgemeinen als eine genügende Annäherung dienen, und man wird selbst bei den stärkeren Streckungen auf keine sehr in Betracht kommende Weise fehlen, wenn man den nützlichen Druck dem Streckungswinkel α selbst umgekehrt proportional setzt.

3) Da sich im Act der Thätigkeit dieser Presse das Knie immer mehr streckt, in dem Maafse, als die Unterlage zusammengedrückt wird, so wächst die Kraft der Presse während ihrer Wirkung immer mehr. So lange der Streckwinkel α noch einigermassen beträchtlich ist, leistet das Princip der Kniepresse keinen grofsen Nutzen, und der Effect der Presse hängt dann hauptsächlich von dem Verhältnifs des Hebelarms BA zu BC und den, etwa sonst noch am Ende des Hebels B wirkenden mechanischen Potenzen ab. Mit der, bei der Wirkung von selbst eintretenden, Streckung des Knie's wächst aber der Druck in's Unbestimmte.

4) Dessen ungeachtet kann der durch diese Presse zu erreichende Effect eine gegebene Gränze nicht überschreiten, selbst abgesehen von dem Gleichgewichtszustande, den die mit der Zusammendrückung zunehmende Elasticität der Unterlage vor dem Zerbrechen oder der gänzlichen Abplattung derselben etwa herbeiführen kann. In dem Maafse nämlich, als sich das Knie streckt, rückt

der Pressstempel tiefer herab, und der Raum, der ihm noch bis zu seinem tiefsten Stande zu durchlaufen bleibt, wird kleiner. Dieser Raum ($h = a + b - c$), welchen ich die *Hebung der Presse* nenne, bestimmt die Gröfse des überhaupt *möglichen* Zusammendrucks, welcher durch irgend eine an der Presse angebrachte Kraft bei der, dieser Hebung zugehörigen, Streckung des Knie's noch geleistet werden kann; denn wenn der Stempel die Unterlage um die Hebungsgröfse h zusammengedrückt hat, kann er nicht tiefer herabrücken. Für einen verschwindenden Winkel α ist allerdings die Kraftverstärkung unendlich, aber zugleich die Hebung Null, mithin auch die mit dieser unendlichen Kraft zu bewirkende Zusammendrückung Null. Die Presse hört also hier auf einen nützlichen Effect zu äufsern. Im Allgemeinen folgt aus Vorstehendem, dafs die Presse um so gröfserer Leistungen fähig seyn wird, je gröfser ihre Hebung für eine gegebene Vervielfältigung der Kraft ist.

5) Die Hebung h steht für eine gegebene Kraftverstärkung m , bei übrigens gleichen Umständen, im Verhältnifs der Höhe der Presse ($H = a + b$), wobei die gleichgültige Höhe des Stempels DE mit eingerechnet ist. Eine grofse Höhe der Presse ist in sofern vortheilhaft.

6) Was das Verhältnifs beider Schenkel zu einander anlangt, so findet man, dafs die *Kraftverstärkung* sich in keinem sehr beträchtlichen Grade für eine gegebene Streckung mit Aenderung des Verhältnisses der Schenkel ändert. Man findet ein Maximum, wenn der Oberschenkel verschwindend klein gegen den Unterschenkel ist, ein Minimum im umgekehrten Falle; aber jenes Maximum verhält sich zu diesem Minimum wie $1 : \cos \alpha$; und wenn daher der Winkel α klein wird, und beide Schenkel überdies ein endliches Verhältnifs zu einander haben, wie es beim Gebrauch der Presse stets der Fall ist, so wird die Aenderung in der Kraftverstärkung m durch Abänderungen im Längenverhältnifs

der Schenkel bei gegebenem Winkel α nie sehr bedeutend werden können, wie auch ein Blick auf die Tabelle zeigt. Dagegen ändert sich sehr beträchtlich die Gröſſe der *Hebung* für eine-gegebene *Streckung* des Knie's mit Aenderung des Verhältnisses $a : b$, und wird ein Maximum, wenn $a=b$ (wie man aus der Formel (4) durch Differenzirung von c bei constant gesetztem Winkel α finden kann), verschwindet dagegen, wenn a gegen b oder umgekehrt b gegen a verschwindet ¹⁾).

Es würde daher am meisten Vorthail gewähren, Oberschenkel und Unterschenkel an Länge gleich zu machen, wenn nicht bei Zuziehung der Hebelwirkung hiedurch ein ungünstigeres Verhältniß der Hebelarme $CA : BA$ entstände, als wenn man a kleiner als b macht, daher es allerdings im Allgemeinen vortheilhaft seyn wird, den Oberschenkel gegen den Unterschenkel zu verkürzen, um dem Hebel eine kräftigere Wirkung zu geben. Uebrigens wird, für $a=b$, sowohl K als h durch eine sehr einfache Formel bestimmt, nämlich:

$$K = \frac{P}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} ; h = 2H \sin^2 \frac{\alpha}{4}$$

6) Selbst bei dem günstigsten Verhältniß von $a : b$, der Gleichheit nämlich, beginnt doch in der einfachen Kniepresse die groſſe Verstärkung des Drucks erst dann,

- 1) Streng genommen kann es allerdings nicht ein für alle *Hebungen* gleich vortheilhaftestes Verhältniß von $a : b$ geben; denn, sucht man direct aus der Formel 6, bei welchem Verhältniß von $a : b$ das Maximum von K eintritt, indem man $a=xH$, $b=(1-x)H$ setzt, dann K in Bezug auf x differenzirt und das Differenzial von $K=0$ setzt, so findet man, daß in die hiedurch entstehende Gleichung sechsten Grades, wodurch x bestimmt wird, auch h selbst mit eingeht. Vernachlässigt man in-
deß in dieser Gleichung h gegen H , so ergibt sich der Werth $x=\frac{1}{2}$, welcher kürzer aus der Formel (7) gefunden wird. So-
nach nähert sich das Verhältniß $a=b$ um so mehr dem vortheilhaftesten, je kleiner die Hebung wird.

wenn das Knie schon ziemlich gestreckt und die Hebung sehr klein geworden ist, und die Hebung nimmt schneller ab, als die Kraft zunimmt (bei kleinen Hebungen im quadratischen Verhältniß), wovon man sich durch einen Blick auf die Tabelle überzeugen kann.

So gehören bei einer mannshohen (6 Fuß hohen) Presse für Gleichheit des Ober- und Unterschenkels folgende Werthe zusammen:

Streckung α .	Vervielfältigung der Kraft m .	Hebung h .
60°	1,000	10,058 Zoll
30	1,932	2,453 -
10	5,737	3,288 Lin.
5	11,473	0,814 -
2½	28,653	0,206 -
1	57,298	0,033 -

Hieraus erhellt, daß mittelst der einfachen, durch keine anderweiten mechanischen Hilfsmittel unterstützten, Kniepresse ein Körper bloß um eine kleine Dicke kräftig zusammengepresst werden kann. Die Kniepresse wird daher ihren hauptsächlichsten Nutzen da leisten, wo es gilt, Körper um eine kleine Dicke sehr stark zusammenzupressen, und in diesem Bezuge scheint sie (mit einem der Höhe der Presse ungefähr gleichen Hebelarme BA) zu Siegelpressen vor jeder andern den Vorzug zu verdienen, ist auch schon in dieser Anwendung ziemlich verbreitet und beliebt. Indefs auch da, wo es gilt, um größere Dicken zusammenzupressen, wird das Princip der Kniepresse vortheilhaft mit andern mechanischen Potenzen in Verbindung gebracht werden können, um den letzten Zusammendruck, wo die Körper am meisten widerstehen, mit der größten Kraft zu bewerkstelligen. In dieser Hinsicht hat sich diese Presse als Oelpresse ausnehmend vortheilhaft bewährt, scheint auch zum Zerquetschen der Runkelrüben gute Dienste zu leisten. Die

Einrichtung, welche der Erfinder zur Anwendung als Oelpresse getroffen hat, ist die, daß der Hebel AB durch eine am Ende B angebrachte gezähnte Stange mittelst einer Winde in Bewegung gesetzt wird. In andern Fällen kann die Bewegung durch eine Schraube geschehen, deren Mutter im Ende B des Hebels enthalten ist, und deren Kopf durch ein Loch im unteren Theile des Unterschenkels lose hindurchgeht, u. s. f.

7) Da in dieser Presse außer dem abwärts gerichteten nützlichen Druck auch noch ein Druck aufwärts, so wie Seitendrucke in horizontaler Richtung stattfinden, welche sich alle gegen das Gestelle äußern, und durch die Formeln 8 bis 11 bestimmt werden, so geht hieraus das Erfoderniß hervor, dem Gestelle eine große Festigkeit zu verleihen. Namentlich wird der vertical aufwärts gerichtete Druck M bei ziemlich gestrecktem Knie dem nützlichen Druck K merklich gleich, steht nämlich dann zu ihm im Verhältniß von $\cos \alpha : r$, wo $\cos \alpha$ selbst nahe 1 ist.

Kleine, als Siegelpressen und zu Collegienversuchen besonders geeignete, Pressen von der in der Figur vorgestellten Einrichtung, von circa $2\frac{1}{2}$ rheinl. Duod. Zoll Länge des Oberschenkels, 8 Zoll Länge des Unterschenkels, und einer Hebellänge BA gleich der Summe beider Schenkellängen werden von Hrn. Fuchs zu Preisen zwischen 3 und 5 Rthl. geliefert. Ein kräftiger Mann vermag mittelst einer Presse von diesen Dimensionen durch den bloßen Druck der Hände eine Bleikugel von 5,6 Lin. Durchmesser zu einer Scheibe von 0,625 Lin. zusammenzupressen.