3. Ueber das Verhältniss der elektrischen Ladung zur Masse der Kathodenstrahlen¹⁾; von S. Simon.

Einleitung.

Bei den Untersuchungen über Kathodenstrahlen haben sich bei den verschiedenen Forschern erheblich abweichende Resultate für die Grösse des Verhältnisses ϵ/μ , d. h. der elektrischen Ladung pro Gramm-masse, ergeben. Diese Verschiedenheit kann ihre Erklärung sowohl in Ungenauigkeiten der Versuchsmethoden, als auch in dem Umstande finden, dass die einzelnen Forscher von verschiedenen theoretischen Voraussetzungen ausgegangen sind. Wie dem auch sei, jedenfalls ist es angezeigt, nach einer bestimmten Versuchsmethode eine *möglichst genaue* Bestimmung der Grösse von ϵ/μ durchzuführen. Das ist der Zweck der vorliegenden Arbeit, und zwar geschieht die Untersuchung auf Grund der von W. Kaufmann in seinen Arbeiten über Kathodenstrahlen²⁾ gemachten Voraussetzungen.

§ 1. Theoretisches.

In den citirten Arbeiten gelangt Kaufmann zu der Formel:

$$(1) \quad \frac{\epsilon}{\mu} = \frac{2 x^2 V_0}{J^2 \left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H_0 dx \right]^2}.$$

V_0 ist in dieser Gleichung die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden, J der Spulenstrom, H_0 die Feldstärke für die Einheit der Stromintensität. Hier ist die Annahme gemacht, dass die ablenkende Kraft in Richtung der z -Axe wirkt, wenn die Kraftlinien mit der Richtung der y -Axe zusammenfallen,

1) Auszug aus der gleichnamigen Berliner Inaug.-Diss.

2) W. Kaufmann, Wied. Ann. **61**. p. 544—552; **62**. p. 596—598. 1897.

und der unabgelenkte Strahl in der x -Axe verläuft (Fig. 1). Die Bahn des abgelenkten Strahles liegt dann in der x - z -Ebene. z bedeutet in der Gleichung die abgelesene Ablenkung.

Die Gleichung (1) ist nur angenähert richtig für sehr kleine Ablenkungen. Deshalb giebt Kaufmann für grössere Ablenkungen eine Correctionsformel an, in welcher jedoch das Correctionsglied unter der Annahme eines homogenen Feldes bez. einer kreisförmigen Bahn des Strahles berechnet wird. Die auf diese Weise ermittelte Correction ist, wie aus den nachfolgenden Betrachtungen leicht ersichtlich ist, zu klein. Es soll deshalb im Folgenden eine genauere Berechnung für den Zusammenhang zwischen ε/μ und der Ablenkung gegeben werden unter Zugrundelegung des thatsächlichen Feldverlaufes.

Die von den magnetischen Kräften in dem Kathodenstrahl hervorgebrachte Beschleunigung steht überall senkrecht auf der Bewegungsrichtung des Strahles und ist gleich v^2/ρ , wenn v die Geschwindigkeit des Strahles und ρ den Krümmungsradius der Bahn an dem betrachteten Punkte bedeutet. Dieselbe ist ferner gleich:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} H \cdot v,$$

sodass man die Gleichung erhält:

$$(2) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} H = \frac{v}{\rho}.$$

Setzt man für den Krümmungsradius seinen Werth ein, so ergibt sich die Gleichung:

$$(3) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{H}{v} = \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

Da die Dimensionen des weiter unten zu beschreibenden Apparates so gewählt waren, dass jedenfalls $(dz/dx)^2$ klein gegen 1 ist, so genügt es, bei einer Reihenentwicklung der rechten Seite der Gleichung nur das 1. Glied zu berücksichtigen. Man kann daher schreiben:

$$(3a) \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{H}{v} \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right].$$

Für das in der Klammer stehende Correctionsglied $\frac{3}{2}(dz/dx)^2$ erhält man einen angenäherten Werth, indem man zunächst setzt:

$$(4) \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\varepsilon}{\mu \cdot v} \cdot H$$

oder

$$(5) \quad \frac{dz}{dx} = \frac{\varepsilon}{\mu \cdot v} \int_0^x H dx.$$

Daraus folgt:

$$(6) \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\varepsilon \cdot H}{\mu \cdot v} \left[1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\mu^2 v^2} \left(\int_0^x H dx \right)^2 \right]$$

und

$$(7) \quad \frac{dz}{dx} = \frac{\varepsilon}{\mu \cdot v} \int_0^x H dx + \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{\mu^3 v^3} \int_0^x H \left(\int_0^x H dx \right)^2 dx.$$

Das Doppelintegral im zweiten Gliede auf der rechten Seite lässt sich in ein einfaches Integral verwandeln. Es ist nämlich, wie leicht einzusehen ist:

$$(8) \quad 3 \int H (\int H dx)^2 dx = (\int H dx)^3.$$

Setzt man dies in (7) ein, so erhält man nach nochmaliger Integration für die Ablenkung des Bahnendpunktes:

$$(9) \quad z_0 = \frac{\varepsilon}{\mu \cdot v} \left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\mu^2 v^2} \int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^2 \right].$$

Folglich:

$$(10) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{v \cdot z_0}{\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\mu^2 v^2} \int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^2}.$$

Aus dem Correctionsgliede im Nenner kann man die Grösse $\varepsilon/\mu \cdot v$ entfernen, indem man für dieselbe ihren angenäherten Werth einsetzt:

$$\frac{\varepsilon}{\mu \cdot v} = \frac{z_0}{\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx}.$$

Folglich ist:

$$(10a) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{v \cdot x_0}{\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx} \cdot \frac{1}{1 + \frac{x_0^2}{2} \cdot \frac{\int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^3}{\left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^3}}$$

oder unter Berücksichtigung, dass das zweite Glied im Nenner klein gegen 1 ist:

$$(11) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{v \cdot x_0}{\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx} \left[1 - \frac{x_0^2}{2} \cdot \frac{\int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^3}{\left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^3} \right]$$

Es erübrigt noch, in diese Gleichung die direct beobachteten Grössen einzuführen: Es ist

$$v = \sqrt{2 \frac{\varepsilon}{\mu} V_0} \quad \text{und} \quad H = J \cdot H_0.$$

Setzt man dieses ein, so erhält man:

$$(12) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{2 x_0^2 V_0}{J^2 \left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^2} \left[1 - \frac{x_0^2}{2} \cdot \frac{\int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^3}{\left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^3} \right]^2$$

oder

$$(13) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{2 x_0^2 V_0}{J^2 \left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^2} \left[1 - x_0^2 \cdot \frac{\int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^3}{\left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^3} \right]$$

Setzt man:

$$(14) \quad z_v^2 \left[1 - z_v^2 \cdot \frac{\int_0^{x_0} dx \left(\int_0^x H dx \right)^3}{\left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^3} \right] = z_v'^2,$$

so wird

$$(15) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{2 \kappa'^2 \cdot V_0}{J^2 \cdot \left[\int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx \right]^2}.$$

Ein weiterer Punkt, der für die Anordnung der Ablenkungsversuche von Wichtigkeit ist, sei hier erörtert.

In Fig. 2 stellt *K* die Kathode, *A* die Anode dar, *B* den Endpunkt der Bahn. Die *x*-Axe ist die Richtung der unabgelenkten Strahlen. Bei den Ablenkungsversuchen ist die Anordnung so getroffen, dass das Potential zwischen *A* und *B*

constant ist, also auch *v* die Geschwindigkeit der Theilchen. Zwischen *K* und *A* ist das Potential variabel.

Beobachtet man die Ablenkung an dem Schatten eines bei *A* befindlichen Drahtes, so gelten die früher entwickelten Gleichungen nur, wenn auch bei Erregung des Magnetfeldes im Punkte *A* selbst die Richtung des Strahles unverändert bleibt, d. h. wenn für

$$x = 0 \quad \frac{d\kappa}{dx} = 0$$

ist. Diese Bedingung wäre erfüllt, wenn zwischen *A* und *K* die Feldintensität gleich Null wäre. Wenn dieses auch aus praktischen Gründen nicht zu verwirklichen ist, so kann man diese Forderung doch auf Grund folgender Betrachtungen realisiren.

Es ist:

$$(16) \quad \frac{d^2 \kappa}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{\mu} v H^1),$$

1) Für die hier folgenden Betrachtungen genügen die angenäherten Formeln, da es sich nur um sehr schwache Felder und sehr kleine Ablenkungen handelt.

$$(17) \quad \frac{d\pi}{dt} = \frac{\varepsilon}{\mu} \int H v dt.$$

Da nun $v dt = dx$, so ist:

$$(18) \quad \left(\frac{d\pi}{dt} \right)_0 = \frac{\varepsilon}{\mu} \int_{-K}^0 H dx,$$

$$(19) \quad \left(\frac{d\pi}{dx} \right)_0 = \frac{\left(\frac{d\pi}{dt} \right)_0}{\left(\frac{dx}{dt} \right)_0} = \frac{\left(\frac{d\pi}{dt} \right)_0}{v_0} = \frac{\varepsilon}{\mu \cdot v_0} \int_{-K}^0 H dx.$$

Man sieht, dass

$$\left(\frac{d\pi}{dx} \right)_0 = 0$$

wird für den Fall, dass

$$\int_{-K}^0 H dx = 0$$

ist. Bringt man also bei der Versuchsanordnung die Anode A an eine Stelle der x -Axe, für welche

$$\int_{-K}^0 H dx$$

verschwindet, so verläuft an dieser Stelle die Bahn der Strahlen in Richtung der x -Axe, und man darf den Vorgang so ansehen, als ob die ablenkende Kraft erst an diesem Punkte in Wirkung treten würde.

sehen, als ob die ablenkende Kraft erst an diesem Punkte in Wirkung treten würde.

In der nebenstehenden Fig. 3 ist der Verlauf des Feldes längs des Spulendurchmessers schematisch angegeben: o ist ein Punkt der

Axe der Spulen. Es ist klar, dass zu jeder Stellung A der Anode eine conjugirte Stellung der Kathode K gehört, und dass es unendlich viele solcher Punktpaare giebt, für welche

$\int H dx$ verschwindet. Für diese Stellungen muss das von der Feldcurve und der x -Axe begrenzte Flächenstück F , welches oberhalb der x -Axe liegt, gleich sein demjenigen F' , welches unterhalb dieser Axe liegt.

§ 2. Apparate.

Auf einer Grundplatte a waren zwei Gleitschienen b befestigt, zwischen denen sich der Schlitten c bewegen konnte. (Dimensionen vgl. Fig. 4 und 5 auf p. 596.) Dieser wurde durch starke Messingfedern an eine der Gleitflächen angedrückt, wodurch ein gleichmässiges Verschieben längs dieser Flächen ermöglicht wurde.

In der Mitte des eben beschriebenen Schlittens war rechtwinklig zu demselben auf dem beweglichen Theile c ein zweiter ganz ähnlicher Schlitten angebracht, dessen gleitender Theil c' jedoch aus zwei Stücken bestand, von denen jedes eine der beiden zur Erzeugung des Magnetfeldes dienenden Spulen trug.

Auf dem Schlitten c war noch ein hölzernes Auflager g für die Entladungsröhre angebracht. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass an dem Apparate keinerlei Eisen-theile zur Verwendung kamen.

An den vier Ecken von a befanden sich vier starke Holz-säulen d ; dieselben trugen ein Brett e , in dessen Mitte sich ein Schlitz befand, durch welchen das weiter unten zu beschreibende Magnetometer f in den Zwischenraum der beiden Spulen eingelassen wurde. Der ganze Apparat wurde auf dem Arbeitstisch festgeschraubt. Jede der beiden Spulen hatte folgende Dimensionen:

Der Zinkblechcylinder, welcher die Wickelung trug, hatte eine Wandstärke von 0,25 mm; sein innerer Durchmesser betrug 138,5 mm. Die Wickelung bestand aus isolirtem Kupferdraht von 1 mm Durchmesser; die Isolirung eingerechnet, betrug der Durchmesser 2,5 mm. Die Spule hatte also, von Mitte zu Mitte Draht gemessen, einen Durchmesser von 141,5 mm; ihre Länge betrug 398 mm, ebenfalls von Mitte zu Mitte Draht.

Die Ausmessung der Spulendimensionen wurde mit möglichster Sorgfalt mit Maassstab und Zirkel oder, wo dieses unthunlich war, mittels eines Diopters vorgenommen.

Die relative Lage der Entladungsröhre zum Felde wurde ebenfalls dioptrisch bestimmt.

Fig. 4.

Fig. 5.

Die oben beschriebene Construction des Apparates gestattete es, bei der Feldmessung Verschiebungen der Spulen

senkrecht zu ihrer Axe vorzunehmen, während das Magnetometer seine Stellung unverrückbar beibehielt. Ferner war es jetzt möglich, jede Stellung der Spulen zu dem Magnetometer oder der Kathodenröhre, wenn dieselbe aus irgend welchem Grunde geändert worden war, mit Hülfe von geeignet angebrachten Marken, genau wiederherzustellen.

Magnetometer: Zur Ausmessung des Feldes der Spulen wurde das folgende Instrument verwandt:

An einem dünnen Platinfaden *a* (vgl. Fig. 6), welcher an einen Kupferdraht *b* angelöthet war, hing ein schwerer Messingstab *c* von 117 mm Länge und $4\frac{1}{2}$ mm Durchmesser. In dem unteren Ende von *c* war in Richtung des Durchmessers eine kleine Vertiefung angebracht, in welcher der Magnet *d* festgehalten wurde. Die Länge des kleinen Magneten betrug 5 mm, seine Höhe 1 mm und seine Dicke 0,1 mm. Das Magnetometer wurde in ein Glasrohr *e* eingeschlossen, dessen Gestalt aus der Figur ersichtlich ist. Zur Dämpfung wurde die Röhre vollständig mit Wasser gefüllt; ihr unteres Ende war durch den Korkstopfen *f* verschlossen. Oben war die Glasröhre durch ein Brettchen *h* geschoben, welches mittels dreier Schrauben auf *e* ruhte (vgl. Fig. 5). Mit diesen drei Schrauben konnte das System leicht justirt werden. Die Orientirung des Magneten geschah durch den mit *b* fest verbundenen Draht *g*. Durch den in dem Querstücke *e* befindlichen Schlitz (vgl. Figg. 4 und 5) wurde die Glasröhre in den Zwischenraum der beiden Spulen eingelassen. Die Drehungen des Magneten wurden mittels Spiegelablesung beobachtet. Zu diesem Zwecke war an dem oberen Ende des Messingstabes *c* ein Spiegel *i* befestigt. In gleicher Höhe mit letzterem befand sich ein durch eine ebene Glasplatte verschlossenes Fenster *k* in der Glasröhre.

§ 3. Feldmessung.

Nachdem die Nadel des Magnetometers genau in die richtige Lage gebracht war und durch Controlmessungen die Proportionalität zwischen Ausschlag und Feldstärke nachgewiesen war (ausführliche Beschreibung vgl. die Dissertation) wurde die Feldmessung folgendermaßen ausgeführt (die Schaltung ist in der Fig. 7 schematisch dargestellt):

Der Strom wurde der Accumulatorenatterie A entnommen und durch den Widerstand R regulirt; durch den Stromwender S konnte seine Richtung gewechselt werden. Die Stromstärken wurden durch ein Präcisionsampèremeter P von Siemens und Halske gemessen, welches Ablesungen bis zur 3. Decimalen gestattete. Bei

der Messung wurde der obere Schlitten, welcher die Spulen I und II trug, längs einer Millimetertheilung, welche auf dem unteren Schlitten angebracht war, in Richtung der x -Axe verschoben. Die Einstellungen erfolgten von 5 zu 5 mm. Bei jeder einzelnen Messung wurde der Strom commutirt. Die Entfernung der Scala vom Spiegel betrug 2600 mm.

In der folgenden Tabelle (vgl. p. 599) bedeutet a den Abstand von der Spulenaxe in Millimeter, n den Ausschlag in Scalentheilen (proportional den Feldstärken), i die Stromstärke in Ampère. In der letzten Verticalcolumnne sind die Feldstärken in Procenten der maximalen, welche in der Axe statthat, ausgedrückt.

Das Resultat dieser Messung ist in der Fig. 8 graphisch dargestellt. Die Abstände von der Axe sind als Abscissen, die Feldstärken als Ordinaten aufgetragen (Curve I). Ein Blick auf die Curve zeigt, dass nur in der nächsten Umgebung der Axe das Feld mit einiger Annäherung als homogen angesehen

Tabelle.

a	n	i	$100 \frac{H}{H_0}$	a	n	i	$100 \frac{H}{H_0}$
-50	143,5	0,08	90,84	90	160,5	1,146	7,09
-45	147,0	0,08	93,04	95	181,0	1,90	4,8
-40	150,0	0,08	94,94	100	178,5	2,62	3,43
-35	152,0	0,08	96,20	105	124,0	2,61	2,39
-30	154,0	0,08	97,47	110	88,0	2,61	1,695
-25	155,0	0,08	98,10	115	60,0	2,61	1,16
-20	156,0	0,08	98,73	120	38,0	2,605	0,74
-15	156,5	0,08	99,04	125	21,5	2,60	0,47
-10	157,0	0,08	99,34	130	9,5	2,66	0,18
-5	157,5	0,08	99,69	135	-2,0	2,65	-0,038
± 0	188,0	0,0945	100	140	-11,0	2,665	-0,275
5	187,5	0,0945	99,75	145	-18,0	2,66	-0,34
10	187,0	0,0945	99,49	150	-23,5	2,66	-0,445
15	186,5	0,0945	99,25	155	-28,0	2,65	-0,531
20	185,5	0,094	99,19	160	-32	2,65	-0,607
25	185,0	0,094	98,89	165	-35	2,64	-0,667
30	184,0	0,094	98,44	170	-37,5	2,641	-0,715
35	182,5	0,094	97,64	175	-40,0	2,63	-0,765
40	180,0	0,094	96,28	180	-41,5	2,63	-0,793
45	176,5	0,0945	93,97	185	-42,5	2,62	-0,81
50	171,5	0,0945	91,25	190	-43,5	2,62	-0,835
55	164,0	0,094	87,7	195	-45,0	2,625	-0,863
60	151,0	0,0945	80,3	200	-45,5	2,61	-0,875
65	156,5	0,117	67,3	210	-47,5	2,615	-0,915
70	173,5	0,181	48,3	220	-47,0	2,605	-0,908
75	161,5	0,281	28,9	230	-47,5	2,60	-0,918
80	156,5	0,464	17,0	235	-47,0	2,60	-0,91
85	177,5	0,84	10,63				

werden darf. Schon in einer Entfernung von 6 cm von der Axe ist die Feldstärke um 20 Proc., in einer Entfernung von 7 cm sogar schon über 50 Proc. gesunken und nimmt weiter ab, bis die Curve etwa bei einem Axenabstande von 13,5 cm die x -Axe schneidet. Hier also ist die Feldstärke gleich Null; hier, wo die Kraftlinien sich ausserhalb der Spulen wieder schliessen, kehrt sie ihren Sinn um und verläuft dann in einer

Stärke von etwa 1 Proc. der maximalen Feldstärke weiter. Die Beobachtungen erstrecken sich bis zu einer Entfernung von 5 cm nach der einen und 23,5 cm nach der anderen Seite.

Der Messbereich konnte nicht weiter ausgedehnt werden, da hier durch die Dimensionen des Apparates eine Grenze gezogen war.

Es dürfte vielleicht auffallen, dass der Verlauf des Feldes zu beiden Seiten der Mittelstellung nicht ganz symmetrisch

ist. Abgesehen davon, dass diese Unterschiede sehr klein sind, sind sie auch für den vorliegenden Zweck gleichgültig, da es nur auf die Bestimmung des *thatsächlichen* Feldverlaufes ankommt. Die Ursache für diese Unsymmetrie dürfte wohl in der nicht ganz konaxialen Stellung der Spulen liegen. Mit Hülfe der auf diese Weise ermittelten Feldcurve wurden die in Gleichung (13—15) vorkommenden Doppelintegrale auf graphischem Wege bestimmt. (Das einfache Integral: $\int H dx$ ist in Fig. 8 durch die Curve II dargestellt.)

Aus den Dimensionen der Spule lässt sich die absolute Feldstärke für den Mittelpunkt der Axe berechnen nach der Formel¹⁾:

$$H = 0,4 \pi n i \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}.$$

n bedeutet die Windungszahl pro Centimeter, i die Stromstärke in Ampère, l die halbe Spulenlänge und a ihren Radius. Berechnet man einmal H_1 , indem man eine fortlaufende Wickelung für beide Spulen annimmt, und dann die Feldstärke H_2 für eine Spule von der Länge, die der Breite des Zwischenraumes (18 mm, d. i. der Abstand der beiden innersten Windungen) entspricht, so ist $H_1 - H_2$ diejenige für die Mitte der Axe innerhalb des Spaltes ($H_{\max}$).

Die Rechnung ergab folgendes Resultat:

$$H_1 = 5,11 \text{ C.G.S.}$$

$$H_2 = 0,658 \text{ C.G.S.}$$

$$H_{\max} = H_1 - H_2 = 4,452 \text{ C.G.S. für den Strom } i = 1 \text{ Amp.}$$

Da Unregelmässigkeiten in der Bewickelung der Spulen, wie sie bei der Herstellung trotz aller Sorgfalt nicht ausgeschlossen werden konnten, einen wesentlichen Einfluss auf die Grösse der Feldstärke ausüben, so wurde noch eine absolute Feldmessung durch Vergleichung der Spulen mit einem einfachen Kreisstrom ausgeführt.²⁾

Es ergab sich:

$$H_{\max} = 4,398.$$

1) F. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik.

2) Ausführliche Beschreibung vgl. die Dissertation.

Dieser Werth unterscheidet sich von dem aus den Dimensionen der Spulen berechneten um 1,2 Proc. und soll allen weiteren Berechnungen zu Grunde gelegt werden.

§ 4. Ablenkung der Kathodenstrahlen.

a) Röhre und Anordnung.

Die bei den Versuchen über die magnetische Ablenkbarkeit benutzte Röhre hatte folgende Gestalt und Dimensionen:

An einen 9 cm langen Glascylinder *a* von 3 cm Durchmesser schloss sich eine engere Röhre *b* von 20 cm Länge und einem Durchmesser von 1,2 cm an. Ferner war an *b* ein Ansatzstück *c* angebracht, an welches noch ein rechtwinklig gebogenes Glasrohr *d* angeblasen war (vgl. Fig. 9). An den Enden von *b*, *c* und *d* befanden sich Glasschliffe. Die Röhre *b* diente zur Aufnahme der Kathode, welche aus einer kreisförmigen Kupferscheibe *e* bestand, deren Durchmesser 9 mm und Dicke 2,5 mm betrug. Sie war an einem Kupferdraht befestigt, der als Zuleitung diente und in die Röhre *f* eingekittet war.

Die Anode bestand aus einem 7,5 cm langen und 2,8 cm weiten Messingcylinder *g*. An seinem einen Ende war ein engeres 5,5 cm langes Messingrohr *h* angesetzt, welches in das Glasrohr *b* hineinragte. Vor der Endöffnung von *h* war ein dünner Draht *i* ausgespannt, dessen Schattenbild beobachtet wurde (vgl. Fig. 10). Die Zuleitung zur Anode geschah durch den Kupferdraht *k*, welcher in das Glasrohr *c* eingekittet war. Der Contact wurde durch ein Büschel dünner Drähte hergestellt, welche sich fest an das Messingrohr *h* anpressten.

Die Glasröhre *a* war durch eine starke, mit einer Millimetertheilung versehenen Platte verschlossen. Auf der der Röhre zugewandten Seite war die Platte mit einer dünnen Kreideschicht bestrichen, welche beim Auftreffen der Kathodenstrahlen roth aufleuchtet. Um die Theilung sichtbar zu machen, wurde die Kreide mit einer feinen Nadel aus den Theilstrichen entfernt, in der Erwartung, dass die so freigelegten Theilstriche sich von den fluorescirenden Kreidegrunde dunkel abheben würden. Ueberraschenderweise erschienen jedoch die Theil-

Fig. 9 u. 10.

striche hellroth leuchtend gegen den matten leuchtenden Kreidehintergrund. Die Erscheinung beruhte wohl auf einem ganz

analogen Vorgang, wie die kürzlich durch Hrn. Martens¹⁾ wieder in die Praxis eingeführte Methode zur Beleuchtung von Scalenstrichen.

Wie schon eingangs (p. 589) erwähnt, lehnt sich die Versuchsanordnung an diejenige von Kaufmann an: Von dem

negativen Pole einer Influenzmaschine *I*, welche durch einen Elektromotor angetrieben wurde, führte über eine Wippe *B* eine Leitung zu einem Braun'schen Elektrometer *E*, von hier zur Kathode.

Der positive Pol der Maschine war durch die Wippe mit dem Gestell des Elektrometers und der Anode verbunden. Derselbe war zur Erde abgeleitet, sodass innerhalb des die Anode bildenden Cylinders das Potential Null vorhanden war.

Durch das Ansatzstück *d* war die Röhre mit einer automatisch wirkenden Quecksilber-

Fig. 11.

luftpumpe verbunden. Der Gasdruck — es wurde nur Luft verwandt — wurde nicht gemessen, da dies für die vorliegende Aufgabe ohne Belang war. Das Elektrometer wurde mit einer Hochspannungsbatterie bis 4300 Volt und für höhere Spannungen mittels einer elektrostatischen Waage geaicht. Für die Ausführung dieser Aichung bin ich Hrn. Dr. phil. A. Orgler²⁾ zu grossem Danke verpflichtet. Die Lage der Röhre innerhalb

1) F. F. Martens, Wied. Ann. 62. p. 206—208. 1897.

2) A. Orgler, Inaug.-Diss. Berlin 1899.

der Spulen, sowie die Gesamtanordnung ist aus der Zeichnung (Fig. 11) zu ersehen. Die Ablenkungen, welche die Kathodenstrahlen bei Erregung des Feldes (auch bei commutirtem Strom) erfahren, werden durch das Schattenbild des Anodendrahtes an der Theilung abgelesen; gleichzeitig wird Potential und Stromstärke bestimmt. Bei den Versuchen wurde darauf geachtet, dass die Ablenkungen im allgemeinen nicht grösser waren als 1 cm, da bei grösseren Ablenkungen die oben angeführten angenähernten Rechnungen ihre Gültigkeit verlieren.

b) Orientirung der Kathodenröhre.

Die richtige Lage der Röhre ist dadurch charakterisirt dass der Weg der unabgelenkten Strahlen mit der Richtung der x -Axe zusammenfällt und ausserdem senkrecht zur Richtung der Kraftlinien (y -Axe) verläuft. Da die Richtung der Kathodenstrahlen innerhalb der Röhre nicht von vornherein genau bestimmbar war, so wurde dieselbe durch einen Vorversuch festgestellt, und dann die Röhre in solcher Höhe zwischen den Spulen befestigt, dass die Verbindungslinie der Mitte der Kathode und des Schattenbildes des Anodendrahtes mit der x -Axe zusammenfiel. Die zweite Bedingung war durch die Anordnung der Spulen und des die Röhre tragenden hölzernen Auflagers ohne weiteres erfüllt.

Die Orientirung des Drahtes der Anode und der Kathode in dem Magnetfelde, deren Lage zu einander nach den p. 594 entwickelten Betrachtungen gegeben war, sowie die Bestimmung der Länge des von den Strahlen zurückgelegten Weges mussten mit der grössten Genauigkeit vorgenommen werden.

Kleine Unregelmässigkeiten bei diesen Bestimmungen, besonders bei derjenigen der Länge der durchlaufenen Bahn — die Ablenkung ändert sich ja ungefähr mit dem Quadrate der Weglänge — beeinflussen das Resultat schon recht erheblich. Die Bestimmungen geschahen dioptrisch und resultirten aus einer grossen Anzahl von Einzelmessungen.

c) Correctionsbetrachtung.

Bevor zur endgültigen Berechnung von ϵ/μ geschritten werden konnte, war es noch nöthig, die folgende Betrachtung

anzustellen, auf Grund deren eine Correction des Resultates von vornherein nicht ausgeschlossen war.

Stellt in der Fig. 12 die Strecke $a-b'$ den Verlauf des unabgelenkten, $a-b$ denjenigen des abgelenkten Strahles dar,

Fig. 12.

so ist ersichtlich, dass in jedem Punkte von $a-b$ eine andere Feldstärke herrscht als in den Projectionen dieser Punkte auf die x -Axe, für welche ja das Feld bestimmt worden ist. Für den abgelenkten

Strahl wird also der Feldverlauf ein anderer sein, als der nach der Feldmessung ermittelte, und es ist zu untersuchen, inwieweit dieser Umstand geeignet ist, eine Modification des Resultates herbeizuführen.

Die angenäherte Bahngleichung für den abgelenkten Strahl lautet:

$$z = \sqrt{\frac{e}{2\mu V_0}} \cdot \int_0^{x_0} dx \int_0^x H dx.$$

Für die in Tab. I (vgl. w. u.) mitgetheilten Ablenkungsversuche ergibt sich als Mittelwerth der abgelesenen Ab-

lenkungen: $z=0,815$ cm.

— Von diesem Werthe ausgehend, wurde Punkt für Punkt die angenäherte Bahn des abgelenkten Strahles construiert. Damit erhält man für jeden Punkt der Bahn die Grösse der Ablenkung, und es lässt sich dann die Feldstärke für jede einzelne Stelle bestimmen. Aus der Fig. 13 ist ersicht-

Fig. 13.

lich, auf welche Weise dies zu geschehen hat. Der Punkt o stellt den Mittelpunkt des Durchmessers der Spulen, also

einen Punkt ihrer Axe dar, wo die maximale Feldstärke $H_{\max}$ herrscht, $a-b$ ein Stück der abgelenkten Bahn. Beschreibt man um o als Mittelpunkt mit oa als Radius einen Kreis, so trifft derselbe die x -Axe in d . Die diesem Punkte entsprechende Ordinate H_d der Feldcurve giebt die Feldstärke an, welche im Punkte a der Bahn vorhanden ist. Für den Punkt a ergibt sich also eine Feldstärke H_c .

Auf diese Weise erhält man, punktweise construierbar, den corrigirten Feldverlauf. Führt man nun für die so erhaltene Feldcurve die Construction derjenigen von $\int H dx$ aus, so ergibt sich, dass dieselbe von der anderen nur so wenig abweicht, dass dieser Unterschied vernachlässigt werden kann. Wählt man z. B. einen Punkt a der Bahn, für welchen $oc = 3$ cm, so ist die Ablenkung ca an diesem Punkte gleich 0,523 cm. Das ergibt für cd eine Länge von 0,04 cm, woraus sich eine Correction des Feldwerthes von nur $-0,05$ Proc. ergibt. In einer Entfernung von 7 cm von der Axe ist $ca = 0,229$ cm; dann erhält man für cd den Werth 0,004 cm und eine entsprechende Feldcorrection von etwa $-0,3$ Proc. Da jedoch die Correction diesen relativ hohen Werth nur im Anfange der Bahn besitzt, d. h. auf einer Strecke, welche zu dem nachher zu ermittelnden Integral $H dx$ nur einen sehr kleinen Bruchtheil beiträgt, so ergibt sich mit Leichtigkeit, dass die Gesammtcorrection jedenfalls weniger als 0,1 Proc. beträgt. Dieses sehr günstige Ergebniss ist nicht etwa einem Zufall zu verdanken, sondern der besonderen Anordnung der Röhre. An den Stellen nämlich, wo das Feld sehr schnell veränderlich ist, sind die Ablenkungen des Strahles sehr klein, während gegen das Ende der Strahlenbahn hin, wo die Ablenkungen grösser sind, das Feld nahezu constant ist.

d) Messungen und Berechnung von ε/μ .

In den Tabellen bedeutet z_0 den abgelesenen, z'_0 den nach Gleichung (14) reducirten Werth der Ablenkung in Centimetern, J den Spulenstrom in Ampère, V_0 das Potential in Volt. In der vorletzten Columne sind die Werthe von $z'^2_0 V_0/J^2$ zusammengestellt, und in der letzten die Abweichungen derselben von dem Mittelwerthe in Procenten ($\delta\%$).

Tabelle I.

Entfernung des Drahtes der Anode von der Spulenaxe: 104 mm (Punkt a in Fig. 8) ¹⁾, Entfernung der Kathode von der Axe: 182 mm (Punkt I) ¹⁾, Entfernung der Verschlussplatte von der Axe: 29 mm. Folglich Länge der Strahlenbahn zwischen Anodendraht und Schlussplatte ($a-b$) = 133 mm.

V_0	J	z_0	z_0^2	$z_0'^2$	$z_0'^2 \frac{V_0}{J^2}$	$\delta \text{ ‰ } \eta$
5910	1,088	0,94	0,885	0,858	4250	-2,9
6260	1,054	0,90	0,810	0,783	4400	+0,5
6560	1,087	0,895	0,800	0,774	4280	-2,3
6840	1,05	0,86	0,74	0,717	4440	+1,4
6900	1,087	0,885	0,783	0,758	4420	+0,9
7170	1,058	0,84	0,706	0,684	4380	0
7300	1,076	0,845	0,714	0,693	4360	-0,4
7300	1,076	0,845	0,714	0,693	4360	-0,4
7650	1,06	0,815	0,664	0,645	4380	0
7710	1,06	0,805	0,648	0,631	4325	-1,2
7710	1,059	0,81	0,656	0,638	4375	0
7710	1,059	0,815	0,664	0,645	4430	+1,2
7710	1,058	0,81	0,656	0,638	4400	+0,5
7760	1,058	0,805	0,648	0,631	4375	0
7830	1,058	0,81	0,656	0,638	4460	+1,8
7830	1,056	0,805	0,648	0,631	4425	+1,0
7890	1,057	0,805	0,648	0,631	4450	+1,6
7950	1,072	0,8	0,64	0,623	4310	-1,6
8000	1,07	0,795	0,632	0,615	4290	-2,0
8000	1,053	0,79	0,624	0,609	4390	+0,3
8240	1,042	0,78	0,608	0,593	4470	+2
8300	1,11	0,825	0,68	0,661	4440	+1,4
8300	1,071	0,79	0,624	0,609	4400	+0,5
8530	1,036	0,75	0,56	0,547	4340	-0,9
8750	1,087	0,775	0,60	0,586	4330	-1,1
8850	1,078	0,765	0,586	0,572	4340	-0,9
8860	0,982	0,705	0,497	0,487	4460	+1,8
8930	0,972	0,685	0,469	0,46	4325	-1,2

1) Diese Stellung entspricht der p. 594 gegebenen Bedingung, dass

$$\int_a^I H dx = 0$$
ist (vgl. Fig. 8).

2) Der etwas grössere Betrag der Abweichungen gegenüber der Kaufmann'schen Messungen folgt daraus, das obige Tabelle $z_0'^2 V_0 / J^2$ enthält, während bei Kaufmann die Quadratwurzel dieser Grösse angegeben ist.

Als Mittelwerth für $z'_0 V_0/J^2$ erhält man: 4378,75.

Die Rechnung ergibt dann:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 1,868 \cdot 10^7 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Tabelle II.

Die Kathodenröhre hat dieselbe Lage, wie bei dem ersten Versuche. Die Anode wurde jedoch um 0,5 cm verschoben, sodass ihre Entfernung vom Spulenrande nur noch 99 mm betrug (Punkt *c* in der Zeichnung). Die entsprechende Stellung der Kathode ist in der Zeichnung durch die Zahl II markirt, und ihre Entfernung von der Spulenaxe betrug 200 mm; die Strahlenbahn *c*—*b* hat bei dieser Anordnung eine Länge von 128 mm.

V_0	J	α_0	α'_0	α''_0	$\frac{\alpha'_0 V_0}{J^2}$	$\delta\%$
6560	1,117	0,915	0,84	0,811	4260	-1,8
7830	1,117	0,85	0,72	0,698	4380	+0,9
8580	1,117	0,795	0,63	0,613	4220	-2,7
8860	1,117	0,78	0,61	0,594	4210	-3,0
9110	1,117	0,785	0,615	0,6	4370	+0,7
9180	1,117	0,78	0,61	0,594	4355	+0,4
9640	1,117	0,755	0,57	0,556	4290	-1,1
10290	1,119	0,725	0,525	0,514	4225	-2,6
10820	1,117	0,715	0,51	0,50	4330	-0,2
10820	1,117	0,71	0,505	0,494	4280	-1,4
11100	1,118	0,70	0,49	0,48	4260	-1,8
11180	1,118	0,705	0,496	0,486	4380	+0,9
11180	1,117	0,71	0,505	0,494	4420	+1,9
11320	1,118	0,70	0,49	0,48	4380	+0,9
11400	1,119	0,70	0,49	0,48	4370	+0,7
11400	1,118	0,705	0,496	0,486	4430	+2,1
11480	1,114	0,695	0,484	0,474	4380	+0,9
11480	1,12	0,695	0,484	0,474	4340	0
11180	1,118	0,70	0,49	0,48	4410	+1,6
11520	1,115	0,70	0,49	0,48	4440	+2,3
11520	1,117	0,69	0,475	0,466	4300	-0,9
11520	1,12	0,69	0,475	0,466	4270	-1,6
11520	1,12	0,70	0,49	0,48	4400	+1,4
11520	1,12	0,70	0,49	0,48	4400	+1,4
11520	1,119	0,695	0,484	0,474	4360	+0,5
11600	1,118	0,69	0,475	0,466	4320	-0,4
11600	1,117	0,695	0,484	0,474	4400	+1,4
11660	1,117	0,685	0,47	0,46	4300	-0,9

Aus dieser Beobachtungsreihe ergibt sich als Mittelwerth von $z'_0 V_0 / J^2$: 4338,6 und es wird:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 1,866 \cdot 10^7 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Tabelle III.

Bei dem dritten Versuche schliesslich wurde sowohl die Röhre als auch die Anode verschoben. Der Draht der Anode befand sich diesmal in einer Entfernung von 95,5 mm von der Spulenaxe (Punkt *d* in der Figur). Dementsprechend war die Kathode 215,5 mm von der Axe entfernt (III). Die Entfernung der Verschlussplatte (*e*) von der Axe war in diesem Falle 45 mm. Folglich hatte der von den Strahlen zwischen Anodendraht und Verschlussplatte zurückgelegte Weg *d*—*e* eine Länge von 140,5 mm.

V_0	J	z_0	z_0^2	z'_0^2	$\frac{z'_0^2 V_0}{J^2}$	$\delta \%$
4860	0,860	1,09	1,190	1,148	7560	− 2,6
4980	0,851	1,075	1,156	1,120	7730	− 0,4
5660	0,855	1,01	1,02	0,99	7680	− 1,0
5660	0,85	1,015	1,03	1,00	7850	+ 1,1
6090	0,85	0,96	0,922	0,897	7570	− 2,5
6210	0,862	0,96	0,922	0,897	7500	− 3,3
6560	0,84	0,93	0,865	0,843	7850	+ 1,1
6560	0,865	0,95	0,903	0,879	7700	− 0,8
6560	0,861	0,95	0,903	0,879	7800	+ 0,5
7110	0,858	0,92	0,846	0,825	7990	+ 2,9
7700	0,845	0,855	0,732	0,717	7740	− 0,3
8000	1,15	1,145	1,311	1,260	7630	− 1,7
8180	0,838	0,83	0,69	0,676	7900	+ 1,8
8850	0,85	0,815	0,664	0,652	8000	+ 3,1
8850	0,85	0,81	0,656	0,644	7900	+ 1,8
8850	0,85	0,81	0,656	0,644	7900	+ 1,8
9240	1,14	1,045	1,092	1,057	7520	− 3,1
10820	1,149	0,99	0,980	0,952	7820	+ 0,8
11530	1,172	0,99	0,980	0,952	8000	+ 3,1
11840	1,149	0,93	0,865	0,843	7570	− 2,5

Der Mittelwerth von $z'_0 V_0 / J^2$ ist 7760,5. Es ergibt sich:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 1,860 \cdot 10^7 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Die erste und dritte Messung haben die grösste Abweichung von 0,43 Proc., die erste und zweite nur eine solche von 0,1 Proc. Als Mittelwerth der drei Resultate erhält man:

$$\frac{e}{\mu} = 1,865 \cdot 10^7 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Zum Schlusse spreche ich Hrn. Dr. Kaufmann, der mir die Anregung zu dieser Arbeit gab und mir bei der Ausführung derselben in der ausgiebigsten Weise mit Rath und That behülflich war, meinen besten Dank aus.

(Eingegangen 25. August 1899.)