0,45 Millimeter die Ablenkung des Galvanometerspiegels im Entladungsstrom $+34$ und im Strom des Rückstandes $-8,2$ betrug, so wäre nach v. Oettingen noch der dritte Theil der ursprünglichen Ladung in der Batterie gewesen ($\frac{1}{3}$ entladen und $\frac{1}{3}$ negativ im Rückstand), und dieser große Theil hätte sich als negative Elektrizität schon durch das roheste Elektrometer nachweisen lassen. Ich selbst konnte mit einem so langen Schließungsdraht keine Versuche anstellen.

III. *Ueber Absorption des Lichts bei farbigen Flüssigkeiten; von F. Melde.*

1. Vor einiger Zeit habe ich in diesen Annalen Bd. CXXIV, S. 91 über eine Untersuchung berichtet, welche angestellt wurde, um zu sehen, ob Absorptionsstreifen, die eine Flüssigkeit bei durchgehendem Lichte zeigt, ihre Lage ändern, wenn ihr ein zweiter Stoff zugesetzt wird, der keine neue chemische Verbindung erzeugt. Die Stoffe, deren ich mich bediente, waren: Carmin, schwefelsaures Kupferoxydammoniak und chromsaures Kali. Das Resultat der Untersuchung war, daß die Carminstreifen, bei der Mischung des Carmins mit einem oder den beiden andern Stoffen verschoben wurden. Es ist mittlerweile eine andere interessante Frage gestellt worden, nämlich: ob auch die veränderte Temperatur allein bei einer Flüssigkeit welche Absorptionsstreifen zeigt, eine Verschiebung der letztern bewirken kann. Hr. Feufsnier hat in dem Laboratorium des Hrn. Magnus in Berlin verschiedene Stoffe mit Rücksicht auf diese Frage untersucht und ist zu dem Resultate (Sitzungsber. d. Berl. Akad. v. 30 März 1865) gelangt, daß durch Temperaturverminderungen die Streifen nicht nur verschoben werden können, sondern daß sogar eine Vermehrung der Streifen hervorgerufen werden kann.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß diese ganzen Erscheinungen von Interesse sind und daß bei ihrer Verfolgung noch manches interessante Resultat zum Vorschein kommen wird. Mit Rücksicht hierauf habe ich mir wiederum drei Stoffe ausgewählt und dieselben in Beziehung auf die bei den Mischungen auftretenden Veränderungen der Absorptionsverhältnisse, sowie die durch Temperatur bewirkten Veränderungen geprüft. Ich bin hierbei, namentlich was die von mir zuerst gestellte Frage betrifft, einen Schritt weiter gegangen und habe gefragt: in welchem Sinne treten die Veränderungen ein? Lassen sich aus den bis jetzt vorliegenden Thatsachen allgemeinere Schlussfolgerungen ableiten?

Die drei Stoffe waren: Anilinblau, Fuchsin, und die Pikrinsäure. Das Lösungsmittel war 90 procentiger Alkohol. Die Normalflüssigkeiten wurden auf die Weise gebildet, daß 0,05 Grm. der festen Stoffe, in 120 Cubikcentim. Alkohol gelöst wurden. Von diesen Flüssigkeiten oder ihren Mischungen wurden zunächst 5 Cubikcentim. in das Parallelgefäß gebracht und geprüft, hierauf die Verdünnungen vorgenommen.

2. Um überhaupt bei der Untersuchung hierher gehörender Erscheinungen die Schärfe der Beobachtung zu erhöhen und bei der Darstellung der Erscheinungen sich bestimmter ausdrücken zu können, dürften die folgenden Betrachtungen vielleicht Beachtung verdienen.

Selbst die Untersuchung weniger farbiger Flüssigkeiten oder fester Körper zeigt, daß die Absorption in doppelter Hinsicht aufzufassen ist; in Rücksicht auf *Qualität* und *Intensität*. Der Name *Qualität* soll sich auf die *Art* der Lichtstrahlen beziehen, bei welchen eine Absorption bemerkbar ist. Allgemein gesprochen kann sich letztere entweder auf sämtliche oder nur auf einige, wie die rothen oder die violetten oder die mittleren beziehen. Genauer läßt sich aber der Begriff der Qualität in folgender Weise bestimmen. Sieht man sämtliche Strahlen ihrer Natur nach, vermöge deren sie beim Zusammenwirken weißes

Licht erzeugen, als gleichwerthig an, so ist die ganze Menge derselben repräsentirt auf der Länge eines Farbenbandes, das man von einem Ende bis zum andern in eine willkürliche Zahl gleicher Theile theilen kann. Diese Eintheilung ist in der Scale der jetzt verbreiteten Spectralapparate in bequemer Weise gegeben. Bei meinem Apparate liegt das rothe Ende nahezu bei dem Scalentheil 20, das violette bei 150; das ganze Farbenband nimmt demnach eine Länge von 130 Theilstrichen ein. Erstreckt sich nun die Absorption auf 130 Theilstriche hin, d. h. auf sämtliche Farben, so kann man sagen, ihre Qualität sey *total*, und bezeichnet man den Werth der Qualität allgemein mit q , so kann die totale Qualität mit 1 bezeichnet werden, d. h. es ist in unserm Falle $q = 1$ zu setzen.

Im Gegensatze hierzu kann man von einer *partiellen* Qualität reden in dem Falle, wo sich die Absorption nur auf einen Theil der gesammten Spectrums erstreckt, gleichgültig ob dieser Theil ein zusammenhängender ist, oder nicht. Wäre z. B. die Absorption bemerklich zwischen den Theilpunkten 35 bis 60 und von 130 bis 150 so wären hier $25 + 20 = 45$ Theile zu rechnen und unser q hierbei offenbar $= \frac{45}{130} + \frac{3}{10}$ zu setzen. Ein Stoff also, der sämtliche Strahlen ungehindert durchläßt, besitzt eine Absorption, für welche $q = 0$ ist.

3. Wesentlich verschieden hiervon ist der Begriff der *Intensität* der Absorption. Letztere kann nämlich so wirken, dafs entweder auf der ganzen Länge oder an einzelnen Stellen das Licht vollkommen ausgelöscht ist, und in diesem Sinne kann man von einer vollkommenen oder *totalen* Intensität reden. Die Absorption kann aber auch so wirken, dafs sie auf der ganzen Länge oder an einzelnen Stellen das Licht nicht vollkommen auslöscht, sondern nur schwächt und in diesem Sinne kann man von einer theilweisen oder *partiellen* Intensität reden. Bezeichnet man die Intensität mit i , so wäre, wenn man die totale gleich i setzt, die partielle kleiner als 1 anzunehmen. Während

man jedoch bei dem q bestimmte numerische Werthe gleich oder kleiner als 1 angeben kann, ist man in Beziehung auf diese Bestimmtheit bei dem i nicht in derselben Lage, und es bleibt da zunächst nur eine allgemeinere Bezeichnung in Worten oder Zeichen übrig. Derjenige, welcher häufige Beobachtungen angestellt hat, erlangt nämlich was diese Schätzung von i betrifft immerhin eine gewisse Sicherheit und er wird wohl sagen können, wann i *vollkommen*, wann die absorbirten Stellen nur *halbdunkel* (einerlei mit *halbhell*), wann sie noch *deutlich bemerkbar*, wann sie eben *kaum noch bemerkbar* sind. Bei der Notirung der Grenzen der Absorption kann man leicht mit Rücksicht auf die hier angenommenen vier Grade die nöthigen Bezeichnungen zum Unterschiede anbringen, etwa durch Beisetzung von v (= vollständig); hd (= halbdunkel = halbhell); db (= deutlich bemerkbar); kb kaum bemerkbar.

Um jedoch in dieser Schätzung der angenommenen Grade der Intensität mit größerer Sicherheit und Leichtigkeit zu Werke zu gehen, ist eine Vergleichung des Absorptionsspectrums mit einem freien Spectrum nothwendig und zwar nicht etwa so, daß man das Parallelgefäß wegnimmt und wieder vorsetzt, sondern auf diese Weise, daß man *gleichzeitig* beide Spectren im Gesichtsfelde hat. Zu dem Ende habe ich folgende Methode angewandt. Es ist in mancher Beziehung erwünscht, nicht das gesammte Gesichtsfeld mit Farben angefüllt zu haben, sondern vielmehr es in seiner Gewalt zu haben die *Höhe* des Spectrums beliebig zu verändern und überhaupt auch die Scale entweder über oder auf oder unter das Spectrum fallen zu lassen. Eine Einrichtung, durch welche es ermöglicht wird die Höhe des Spalts zu verändern, kann natürlich leicht getroffen werden; es war mir jedoch erwünscht, diese durch die Hand des Mechanikers sogleich an dem Apparate, den ich aus der Werkstätte des Hrn. Steinheil in München bezog, hergestellt zu sehen. Die Fig. 8 Taf. I zeigt diese Einrichtung. Die Schrauben s haben zunächst den Zweck, das seitliche Prisma, welches bei meinen Untersuchungen ganz wegge-

nommen wurde, für gewöhnlich festzumachen. Mittels ihrer, sowie der Schrauben s , können jedoch auch zwei Backen P und P_1 aufgeschraubt werden, zwischen denen sich mittelst Reibung die Schieber o und u feststellen lassen, um so die Höhe des Spalts, in der Figur mit $\alpha\beta$ bezeichnet, beliebig zu verändern und beliebig nach Oben und Unten hin zu verlegen. In diesen Raum zwischen α und β habe ich weiterhin noch ein Metallplättchen m eingeschoben, welches ebenfalls durch die Verschiebung von o und u leicht an eine beliebige Stelle hingeschoben werden kann, so daß also hierdurch das Gesichtsfeld zwei Spectralbilder, das eine durch das Spaltstück $\alpha\alpha$, das andere durch $\beta\beta$ erzeugt, erhält. Da P_1 fest ist, so wird sich unter ihm die Platte Q durch die Mikrometerschraube bewegen lassen müssen, um die Breite des Spalts zu verändern. Die Theile m , o und u wurden nun so gestellt, daß in dem, durch m erzeugten, dunklen Raum das Bild der Scale erblickt wurde; ferner wurde das Parallelgefäß jedesmal in eine solche Höhe gebracht, daß durch das Stückchen $\beta\beta$ das Absorptionsspectrum erzeugt wurde, während das über die Flüssigkeit durch $\alpha\alpha_1$ dringende Licht das freie Spectrum lieferte. Letzteres wird demnach im Gesichtsfeld als das unterste erblickt. Die richtige Stellung des Flüssigkeitsniveaus kann auf zweifache Weise erreicht werden, entweder dadurch, daß man das Parallelgefäß auf ein Tischchen stellt, dessen Platte durch eine Schraubenvorrichtung gehoben und gesenkt werden kann, oder auch dadurch, daß man ein für allemal bei feststehender Platte des Tischchens dieselbe Quantität Flüssigkeit eingießt, welche eben das Zustandekommen der beiden Spectren ermöglicht.

4. Was weiterhin die Methode der Beobachtung anlangt, so habe ich bisjetzt keine andere Lichtquelle gewählt als die Sonne, nachdem sie ihr Licht durch ein mit Oel getränktes Papier gesandt hatte, statt dessen man vielleicht auch ein mattes Glas anwenden kann. Die Reinheit des Spectrums, die nicht blendende Helligkeit, die Constanz der Lichtquelle können bei dieser Beobachtungsmethode immer

geführt werden. Will oder kann man die unter 3 beschriebene Einrichtung nicht machen, so können namentlich die äußersten Linien *A* und *H*, wenn sie deutlich sichtbar geworden sind, die Anzeige seyn, daß die Grenzen des Spectrums nicht wesentlich mehr von der Absorption beeinflusst werden. Ferner habe ich es gerathen gefunden, in einem mäßig dunklen Zimmer zu beobachten, und sowohl die Gasflamme, welche die Scale beleuchtete, als auch die helle Papierscheibe fürs Auge abzublenden. Trifft man nicht besondere Vorkehrungen, so wird von den Wänden des Parallelgefäßes, wenn sonst völlige Helligkeit im Zimmer herrscht, immerhin ein nicht unbeträchtlicher Theil weissen Lichts ins Objectivrohr geworfen. Ebenso sind die von dem Ocularrohr reflectirten hellen Bilder der Fenster wenn sie aufs Gesichtsfeld des Spectrums fallen, störend. Die Abblendung der Gasflamme und des Papiers dürfte deshalb gerathen seyn, damit das Auge nicht gereizt werde und zu Thränen anfangt, wodurch eine Beobachtung, wegen der auf der Hornhaut sich anhäufenden Flüssigkeit und der hierdurch erzeugten Diffusion des Spectralbildes eine Beobachtung geradezu unmöglich wird.

Macht man Beobachtungen über den Einfluß der Temperatur, so wird es gerathen seyn, die Flüssigkeit in ein Bechergläschen zu thun und in unveränderter Stellung vor dem Spalte anzubringen, etwa so wie es Fig. 9 Taf. I zeigt. Mit *r* sind die beiden Ringe bezeichnet, die das Becherglas in constanter Lage erhalten. Durch das Loch *l* des Deckels, den man am besten aus Zinkblech anfertigt, kann ein Thermometer eingesetzt werden.

Es ist lästig bei intensiven Farbstoffen größere Mengen Verdünnungsflüssigkeit anwenden zu müssen, welche man vielleicht auf umständliche Weise erst wieder zu andern Zwecken nutzbar machen kann. Um dem zu entgehen, habe ich eine Halbirungsmethode angewandt. Hat man z. B. das ursprüngliche Flüssigkeitsquantum von 5 Cubikcentim. mit noch 15 Cubikcentim. verdünnt, so kommen auf eine gewisse Menge *p* des Stoffs 20 Cubikcentim. Verdünnungs-

flüssigkeit; wollte man nun noch 10 Cubikcentim. hinzusetzen, so kommen auf p jetzt 30 Cubikcentim. Dieselbe Verdünnung wird aber auch erzielt, wenn man die 20 Cubikcentim. halbiert und hernach statt 10 weitere nur 5 Cubikcentim. hinzufügt. Wächst die Menge der Flüssigkeit wieder an, so kann man zum zweiten, dritten Mal usw. halbiren. Bei der Notirung der wirklichen Verdünnung muß man dann natürlich darauf achten, daß die Menge, welche man hinzufügt erst vor der Notirung mit 2ⁿ multiplicirt werde, wenn n die Ordnungszahl der Halbirungen bedeutet. Hätte man also nach der dritten Halbirung 5 Cubikcentim. weiterhin zugesetzt, so müßte man nicht 5, sondern $5 \cdot 2^3 = 40$ Cubikcentim. notiren.

5. Sehen wir zu, in welcher Weise sich die Absorptionsverhältnisse in Zeichen etwa darstellen lassen. Bezeichnet man die Absorption überhaupt mit A , so kann das Symbol

$$A \left\{ \begin{array}{l} q \\ i \end{array} \right.$$

anzeigen, daß bei ihr einerseits die Qualität, andererseits die Intensität zu unterscheiden ist. Der besondere Fall, daß z. B. zwischen den Theilstrichen 30 und 45, sowie zwischen 130 und 150, vollkommene Dunkelheit herrscht, würde demnach etwa durch

$$A \left\{ \begin{array}{l} q = 30 - 45; 130 - 150 \\ i = \frac{v}{v} \end{array} \right.$$

bezeichnet werden können, wobei man aber einfacher A, q und i ganz wegläßt und nur

$$\frac{30 - 45; 130 - 150}{v \quad v}$$

notirt, so daß das untergesetzte v die völlige Dunkelheit anzeigt. In den wenigsten Fällen spricht sich indeß die Absorption so aus, daß man von einer scharfen Gränze zwischen Hell und Dunkel reden kann; vielmehr bemerkt man meistens allmähliche Uebergänge auf kürzere oder längere Strecken hin. Zu dem Ende kann man recht vortheil-

haft folgende Notirungsweise wählen. Will man z. B. andeuten, daß zwischen den Theilstrichen 30 und 50 Absorption bemerkt wird, die in der Mitte vollständig, zu beiden Seiten aber allmählich in volle Helligkeit übergeht, so schreibe man einfach

$$30 > \underset{v}{40} < 50$$

hin. Will man bemerken, daß die dunkelste Stelle nicht bei 40 sondern bei 38 liegt so schreibe man

$$30 > \underset{v}{38} < 50.$$

Wären diese Stellen bei 40 oder 38 nicht als völlig dunkle wahrnehmbar, so schreibt man eben statt v eine der übrigen drei Abkürzungen hin. So würde z. B. die Bezeichnung

$$30 > \underset{db}{40} < 50$$

heissen, daß zwischen 30 und 50 eine noch deutlich bemerkbare Absorption auftritt, die von der deutlichst hervortretenden Stelle bei 40 aus nach 30 und 50 hin in volle Helligkeit übergeht. Dem entsprechend würde z. B. die Bezeichnung:

$$29 > \underset{v}{31 - 45} < 60$$

andeuten, daß bei 29 und 60 die Helligkeit nach den Theilpunkten 31 und 45 abnimmt und daß zwischen 31 und 45 völlige Dunkelheit herrscht. Die Bezeichnung

$$30 > \underset{v}{34} - \underset{hd}{70} < 75 > 80$$

würde anzeigen, daß von 30 an die volle Helligkeit allmählich in Dunkelheit übergeht, daß letztere von 34 bis 70 sich forterstreckt und von hier bis zu 75 wieder in eine halbe Helligkeit übergeht, welche wiederum bis zu 80 hin sich in völlige Dunkelheit verliert. Das offene Ende des Zeichens $>$ wird demnach immer dem Lichte zugekehrt seyn, und man erkennt sofort bei dieser Notirungsweise wo ein Licht- und wo ein Absorptionsstreifen vorhanden ist. Nach diesen Bemerkungen will ich das Schema einer Beobachtung folgen lassen.

Anilinblau: Fuchsin 4:1.

0	5	29 > 30		120 < 125 > 130
5	10	32 > 33	$\overset{v}{\text{---}}$	100 < 100 $\overset{db}{\text{---}}$ 135 > 145
5	15	34 > 36	$\overset{v}{\text{---}}$	90 < 100 $\overset{hh}{\text{---}}$ 140 > 150
10	35	38 > 40	$\overset{v}{\text{---}}$	80 < 90 $\overset{k}{\text{---}}$
20	75	43 > 53	$\overset{v}{\text{---}}$	65 < 85
10	115	50 > 55 — 59 —	$\overset{v}{\text{---}}$	63 < 80
10	155	53 > 59 < 63	$\overset{v}{\text{---}}$	
10	195	53 > 59 < 63	$\overset{v}{\text{---}}$	
...		$\overset{hd}{\text{---}}$		
10	275	53 > 59 < 63	$\overset{db}{\text{---}}$	
10	355		$\overset{kb}{\text{---}}$	

Die erste Columne enthält die wirklichen Zusätze von Verdünnungsflüssigkeit, die zweite die wirklichen *Verdünnungszahlen*, welche also, da dreimal Halbierungen stattfanden, was die Punkte in der ersten Columne anzeigen sollen, an den betreffenden Stellen zwei-, vier- und achtmal so groß sind als die Zahlen der ersten Columne *plus* der vorausgehenden Verdünnungszahl. Der dritte Columnenraum enthält zunächst die Ueberschrift, welche andeutet, daß die Flüssigkeit ein Gemisch von Anilinblau und Fuchsin in dem Verhältniß von 4:1 ist. Die Normalflüssigkeit zeigte also zunächst das rothe Ende, das von 29 bis 30 sich in Dunkelheit verlor. Eine solche Lichtstelle an einem Ende des Spectrums mag kurz eine *Endlichtbande* heißen. Zugleich zeigte die Normalflüssigkeit eine Lichtbande, deren Mitte bei 125 lag und sich beiderseits in Dunkelheit verlor. Diese Lichtbande gewann bei den folgenden Verdünnungen mehr und mehr an Helligkeit, so daß bei der Verdünnungszahl 15 der ganze Raum zwischen 100 und 140 als vollkommen hell (einfach mit *h* bezeichnet) wahrgenommen wurde. Bei

der Verdünnungszahl 35 konnte das ganze Feld von 90 bis 150 schon als hell angenommen werden. Der dunkle Streifen zwischen den beiden Lichtstellen behielt seine Mitte bei dem Theilstrich 59. Bei der Verdünnungszahl 355 konnte etwa angenommen werden, dafs keine Absorption mehr bemerklich sey.

6. Neben dem Begriffe der Qualität und Intensität der Absorption läfst sich ein dritter Begriff fixiren den ich *Absorptionsgränze* nennen möchte. Es giebt nämlich ein Grad der Verdünnung, bei welcher man annehmen kann, dafs keine Absorption mehr zu erkennen ist, und zwar kann diese Wahrnehmung sich aufs gesammte Spectrum oder auf Theile desselben beziehen, und offenbar lassen sich in dieser Beziehung bestimmte numerische Angaben machen. Wäre z. B. bei einem Stoffe das ganze Spectrum ohne Schwächung an irgend einer Stelle sichtbar geworden bei einer Verdünnung mit 500, bei einem andern aber erst bei einer Verdünnung mit 1000 Cubikcent. Verdünnungsflüssigkeit, so besitzt letzterer ohne Zweifel eine höhere *totale* Absorptionsgränze und zwar wird man sie als doppelt so hoch, wie im erstern Falle zu bezeichnen haben. Im Gegensatze zu dem, was ich *totale* Absorptionsgränze nenne, läfst sich von einer *partiellen* reden, nämlich dann, wenn an einer oder an einigen Stellen die Absorption früher aufhört als sie überhaupt verschwindet. Es kann z. B. ein Absorptionsstreifen in der Gegend des Theilstrichs 59 schon bei einer Verdünnung mit 300, die Absorption überhaupt aber erst bei 700 Cubikcent. Verdünnung aufhören. In diesem Falle wäre das Verhältnifs der Werthe der totalen zur partiellen Absorptionsgränze gleich 7 zu 3. Die Zahlen 300, 500, 700, 1000 bezeichnen die *höchsten* Grade von Verdünnung, die man noch machen darf, um eben noch eine bemerkbare Spur von Absorption zu erhalten; man kann solche Zahlen daher *Maximalverdünnungszahlen* nennen und sagen, dafs sich zwei totale Absorptionsgränzwerte, oder die totalen zu den partiellen, verhalten wie die Maximalverdünnungszahlen. Dem Vorausgehenden gemäfs entsprechen also den

Maximalverdünnungszahlen diejenigen totalen oder partiellen Qualitäten, deren Werthe $q = 0$ sind.

Es fragt sich ferner noch, in welcher Weise die Absorption im Zusammenhang stehe mit dem, was man als Intensität eines Farbstoffs bezeichnet. Wir nennen einen Farbstoff *mit Rücksicht auf durchgehendes Licht* einen recht intensiven, wenn wir ihn sehr verdünnen dürfen, ohne daß er anfängt, farblos durchsichtig zu werden, oder auch dann, wenn er bei mäßiger Verdünnung und geringer Dicke der Schicht so wirkt, daß er gar kein Licht durchläßt. Diese Auffassung läßt sich aber zu einer schärferen und allgemeineren machen. Ein Stoff nämlich, der bei irgend einer Verdünnung gar keine Absorption mehr ausübt, läßt sämtliche Farben vollständig durch und wird dadurch zu einem farblos durchsichtigen, seine Farbe besitzt gar keine Intensität. Letztere hängt also davon ab, daß der Stoff theils nicht sämtliche Farben durchläßt, daß er im Gegentheile Absorption ausübt und zwar wächst die Intensität der Farbe mit der Absorption. Denn je mehr Antheile des weißen Lichts vorhanden sind, desto mehr nähert er sich dem farblos durchsichtigen Körper. Die Intensität der Farbe wird also direct proportional seyn der Gröfse q , deren Bedeutung unter 2. dargethan wurde. Die Intensität der Farbe wird anderentheils aber auch der unter 3. definirten, Gröfse i proportional seyn, denn, je größer i ist, desto vollständiger fallen Bestandtheile des Lichts weg. Es versteht sich hierbei von selbst, daß das q aus mehreren Theilen bestehen kann und im Allgemeinen als eine Summe aufzufassen ist, deren einzelne Summanden verschiedenen Stellen des Spectrums entsprechen, zu denen auch verschiedene Werthe von i gehören können. Hiermit ist aber der Begriff Intensität der Farbe noch nicht bestimmt. Denken wir uns eine bestimmte Quantität eines Stoffs, der bei einer Verdünnung mit 1 Cubikcent. Flüssigkeit und einer bestimmten Dicke der Schicht die Fähigkeit besitzt, sämtliches durchgehendes Licht zu absorbiren, so können wir offenbar die Intensität dieses Farbstoffs als diejenige

bezeichnen, mit welcher sich Intensitäten anderer Stoffe bei gewissen Verdünnungen vergleichen lassen. Wir können diese Intensität mit 1 bezeichnen. Bei dieser bestimmten Verdünnung ist $q = 1$ und $i = 1$. Gesetzt, ein Stoff absorbire bei dieser Verdünnung nicht sämtliches Licht, sondern nur die Hälfte und zwar diese auch nur so, daß man von einer halben Helligkeit reden kann, so wäre in diesem Falle $q = \frac{1}{2}$ und $i = \frac{1}{2}$ und die Farbenintensität wäre gleich $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, gleich $\frac{1}{4}$ zu setzen. Gesetzt, diese Erscheinung finde nicht bei einer Verdünnung mit 1 Cubikcent., sondern mit 5 Cubikcent. Flüssigkeit statt, so wäre die Farbenintensität offenbar gleich $5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, gleich $\frac{5}{4}$. Denn man hätte offenbar nur den fünften Theil der ursprünglichen Menge p nöthig, um bei einer Verdünnung mit 1 Cubikcent. Flüssigkeit dieselbe Erscheinung zum Vorschein zu bringen. Kurz man sieht, daß außer i und q auch noch die Verdünnungszahl bei der Beurtheilung der Intensität der Farbe mitspricht und ihr direct proportional gesetzt werden kann. Nennen wir die Verdünnungszahl m , die Farbenintensität L , so wäre

$$L = m \cdot i \cdot q$$

der Ausdruck für diese letztere bei einer Verdünnung mit m Cubikcent. Flüssigkeit.

Beispiel. Das Anilinblau bot bei einer Verdünnung mit 100 Cubikcent. Flüssigkeit das Aussehen eines zwischen 47 und 58 gelegenen Absorptionsstreifens und zwar etwa mit halber Dunkelheit dar; es ist also $q = \frac{58 - 47}{130} = \frac{11}{130}$ und $i = \frac{1}{2}$ zu setzen, d. h. die Farbenintensität an dieser Stelle ist

$$100 \cdot \frac{11}{130} \cdot \frac{1}{2} = \frac{55}{13}$$

Das Fuchsin zeigte bei dieser Verdünnung zwischen den Theilstrichen 53 und 85 völlige Dunkelheit, von 85 bis 95 ging diese in volle Helligkeit über; nehmen wir also annähernd an, es herrsche zwischen 85 und 95 halbe Helligkeit, so zerfällt unsere i in zwei Theile, deren einer zwi-

schen 53 und 85 den Werth 1, und zwischen 85 und 95 den Werth $\frac{1}{2}$ besitzt. Unsere Farbenintensität ist demnach gleich

$$100 \left\{ \frac{85 - 53}{130} \cdot 1 + \frac{95 - 85}{130} \cdot \frac{1}{2} \right\}$$

gleich $\frac{370}{13}$

Die Pikrinsäure zeigte an dieser Stelle vom Theilstrich 140 bis 150 etwa völlige Dunkelheit, von 120 bis 140 aber abnehmende Helligkeit. Nehmen wir also zwischen den letzteren Gränzen die Helligkeit durchweg etwa zu $\frac{1}{2}$ an, so wäre die Farbenintensität gleich

$$100 \left\{ \frac{140 - 120}{130} \cdot \frac{1}{2} + \frac{150 - 140}{130} \cdot 1 \right\}$$

gleich $\frac{200}{13}$. Die Farbenintensitäten dieser drei Stoffe würden also bei dieser Verdünnung sich verhalten wie

$$55 : 370 : 200 = 11 : 74 : 40.$$

Diese ganze Betrachtungsweise setzt voraus, daß ich die Absorption an allen Stellen, so bald sie nur gleiche Strecken mit relativ gleicher Intensität ergreift, als gleichwerthig angesehen. Die erhaltenen Zahlen können nicht vollkommen genau seyn, weil wir *i* nur oberflächlich bei dem Vergleiche der beiden Specten zu schätzen vermögen, jedoch wird man der Wahrheit nicht gerade fern stehen.

7. Es ist von Wichtigkeit bei diesen Untersuchungen, daß man das Lösungsmittel als ein constantes anwendet, d. h. daß, wenn die Lösung z. B. alkoholisch ist, die Concentration des Alkohols dieselbe bleibt, daß man nicht etwa im Verlaufe der Untersuchung statt Alkohol Wasser zur weitem Verdünnung anwendet. Es soll damit nicht gesagt werden, daß hierdurch in allen Fällen fehlerhafte Resultate zu erwarten wären, sondern nur, daß in gewissen Fällen sie erhalten werden können. Da es sich bei diesen Untersuchungen oft um Verschiebungen der Streifen handelt und diese oft nur um einen oder zwei Theilstriche vor sich geht, so kann allerdings eine solche Verschiebung durch die Verminderung des Lösungsmittels bewirkt wor-

den seyn. Vor einem Umstand aber hat man sich namentlich zu hüten, nämlich vor dem Trübwerden der Flüssigkeiten, das durch irgend einen Einfluß erfolgen kann, also z. B. wenn man statt des destillirten Wassers gewöhnliches nimmt, oder wenn die Gefäße nach vorausgegangenem andern Gebrauch noch vielleicht Mengen anderer Stoffe an den Wänden hängend haben. Trübungen können wesentlich dann eine Verschiebung der Streifen bewirken.

Die sogenannten trüben Medien, die ja eine Zeit lang bei der Erklärung der Farben des Himmels eine Rolle gespielt haben und gewiß auch theilweise spielen, können einen Gegenstand der spectral-analytischen Untersuchung abgeben, der vielleicht zu interessanten Resultaten führt. Sie scheinen alle das gemeinsame zu haben, daß sie bei dünner Schicht, beziehungsweise geringer Trübung, das Spectrum ganz zum Vorschein kommen lassen, und bei wachsender Trübung, beziehungsweise dicker werdender Schicht, die Absorption vom violetten Ende nach dem rothen fortsetzen, bis zuletzt auch dieses verschwindet.

Man kann trübe Medien auf mannigfache Weise erzeugen. Die gewöhnlichsten sind bekanntlich Seifenwasser, oder Wasser, in das man etwas Milch bringt; aber auch durch eine Reihe chemischer Reactionen lassen sie sich erhalten, z. B. dadurch, daß man essigsaures Bleioxyd mit geringen Mengen chromsauren Kalis versetzt u. s. w.

Was die Constanz des Lösungsmittels, beziehungsweise die Erhaltung der Concentration einer Flüssigkeit, anlangt, so verdient auch bemerkt zu werden, daß man bei flüchtigem Lösungsmittel die Flüssigkeit nicht längere Zeit offen stehen läßt, wozu man bei Benutzung der Sonne, die sich oft einige Stunden entfernt, verleitet werden kann, und wodurch weitere Notirungen fehlerhaft ausfallen können.

8. Zum Zwecke der Auffindung und Darstellung von Resultaten dürfte es nicht unvortheilhaft seyn, die gesammten Stoffe oder Medien, welche Absorption hervorbringen, zu klassificiren. Eine erste Klasse bilden diejenigen Substanzen in Lösungen oder diejenigen festen Körper, die bei

nath und nach gröfser werdender Concentration, beziehungsweise Verdickung der Schicht, von dem rothen Ende allmählig nach dem violetten die Absorption fortsetzen, so dafs also zuletzt noch eine violette Endlichtbande übrig bleibt. Es scheint diese Klasse nicht zahlreiche Repräsentanten zu umfassen. Wahrscheinlich gehört das schwefelsaure Kupferoxydammoniack hierher.

Eine zweite Klasse von Stoffen hat die entgegengesetzte Eigenschaft. Die Absorption schreitet bei zunehmender Concentration vom violetten nach dem rothen Ende hin, so dafs zuletzt nach diesem Ende hin eine Endlichtbande übrig bleibt. Diese Klasse umfafst eine Menge von Körpern und namentlich sehr intensive Farbstoffe. Es gehört dahin: das chromsaure Kali, die Pikrinsäure, das dinitraphenylsaure Natron, das Eisenchlorid, Safran. Es gehören ferner hierher, wie erwähnt, wahrscheinlich die trüben Medien.

Die beiden charakterisirten Klassen umfassen also Körper, die eine einseitige Absorption ausüben und ich müfste solche Medien *einseitig absorbirende* nennen. Da man bei den jetzt verbreiteten Spectralapparaten beim Hineinsehen das rothe Ende zur Linken hat, so können die Körper der ersten Klasse als *einseitig links*, die Körper der zweiten als *einseitig rechts* absorbirende bezeichnet werden. Bevor man einen Stoff in diese beiden Klassen verweist, mufs man jedoch vorsichtig seyn. Es giebt namentlich in der zweiten Klasse solche, welche bei der grösstmöglichen Concentration und beträchtlichen Dicke der Schicht nicht dahin zu bringen sind, die Absorption vollständig bis zum rothen Ende fortzusetzen und vielleicht nur dahin zu bringen sind etwa zwischen dem Theilstrich 70 und 150 die continuirliche Zunahme der Absorption zu zeigen. Ob diese denn auch sich noch von 70 bis 20 continuirlich fortsetzte, wenn man im Stande wäre, die Concentration noch weiter zu treiben, beziehungsweise die Schicht noch zu verdicken, ist die Frage. Da man nun die Concentration nicht beliebig weit treiben kann, so bleibt für die Lö-

sung dieser Frage nur der zweite Weg offen, nämlich die Verdickung der Schicht. Letzterer gelingt wohl nur dadurch, daß man mehrere Fuß lange Röhren, die beiderseits mit parallelen Glaswänden nach Art der Röhren bei dem Saccharimeter geschlossen werden können, mit der betreffenden Flüssigkeit füllt und zwischen die Lichtquelle und den Spalt bringt.

Eine *dritte* Klasse würde solche Körper umfassen, bei denen die Absorption von einer mittleren Stelle continuirlich nach *beiden* Seiten hin fortschreitet, Körper, die man im Gegensatze zu denen der beiden ersten Klassen als *zweiseitig absorbirende* bezeichnen kann. Diese Klasse scheint spärlich vertreten zu sein. Nach den Beobachtungen von Herrn Haerlin (Pogg. Ann. Bd. CXVIII. S. 76) gehört das in Oxalsäure gelöste Berlinerblau hierher. Bei der Spectralanalyse werden sich die Körper, welche in diese Klasse gehören, also gegenseitig unterscheiden dadurch, daß die mittlere Lichtbande mit ihrer hellsten Stelle an verschiedenen Stellen der Scale auftritt.

Eine *vierte* Klasse begreift in sich Stoffe, bei denen gleichzeitig oder successiv an *zwei* getrennten Stellen Lichtbanden (gleichgültig ob Endlichtbanden oder mittlere oder beide zugleich) sich bilden, die bei weiterer Verdünnung zwischen sich einen Absorptionsstreifen einschließen, beziehungsweise gleichzeitig einen oder zwei Endabsorptionsstreifen liefern. Dieser Klasse gehören viele Körper an. Es gehört hierher: Anilinblau, Fuchsin, die ammoniakalische Lösung von Kino, Fernambuk, Ratanhiawurzel, die mit Eisenchlorid versetzte Lösung der Salicylsäure, unter den festen Körpern das Kobaltglas. Bei der spectral-analytischen Untersuchung werden sich diese Körper gegenseitig einmal durch den ganzen Verlauf der Absorption und namentlich durch das Auftreten des dunklen Streifens an einer bestimmten Stelle der Scale unterscheiden.

Eine *fünfte* Klasse umfaßt Stoffe, bei denen gleichzeitig oder successiv bei größer werdender Verdünnung an drei getrennten Stellen Lichtbanden auftreten, die bei weiterer

Verdünnung ~~zwei~~ Absorptionsstreifen zwischen sich lassen. Auch diese Klasse besitzt zahlreiche Repräsentanten. Es gehört hierher die ammoniakalische Carminlösung, die wässrige Lösung des Bluts, der alkoholische Auszug der Alkannawurzel und des Sandelholzes.

Eine *sechste* Klasse enthält Stoffe mit *drei* Absorptionsstreifen. Es gehört hierher der ammoniakalische Auszug der Alkannawurzel, die alkoholische Lösung des Ghlorophylls.

Die weitem Klassen würden nach dem Vorausgehenden ihrem Charakter nach sich von selbst ergeben.

10. Nach diesen, mehr allgemeineren Betrachtungen wende ich mich zur Darstellung der Resultate, welche sich aus der Untersuchung der Eingangs angegebenen, drei Stoffe des Anilinblaus, Fuchsin und der Pikrinsäure ergeben, und verbinde hiermit weitere Erörterungen, welche die von mir schon früher veröffentlichte Untersuchung des Carmins, schwefelsauren Kupferoxydammoniaks, und chromsauren Kalis zu maehen gestattet.

Ein Blick auf die, mit I, II und III, Taf. II. bezeichneten Absorptionsbilder des Anilinblaus, Fuchsin und der Pikrinsäure zeigt, daß die beiden ersten Stoffe der vierten Klasse, letzterer der zweiten Klasse angehört. Der Absorptionsstreifen des Anilinblaus lag mit seiner dunkelsten Stelle beim Scalentheil 53, der des Fuchsin bei 59. Der Gang der Absorption bei wachsender Verdünnung ist in den Figuren nur bis zu einer Verdünnung mit 200 Cubikcent. dargestellt. Die Untersuchung selbst wurde dagegen bis zum Verschwinden der Absorption fortgesetzt, welche beziehungsweise bei 200, 1000 und 400 Cubikcent. Verdünnung stattfand, so daß man, schon hieraus schließend, das Fuchsin als den intensivsten der drei Farbstoffe annehmen kann. Die Mischungen, die zunächst mit I und II vorgenommen wurden, und zwar in den Verhältnissen $I : II = 1 : 1$; $I : II = 4 : 1$; $I : II = 8 : 1$ zeigten, daß nicht etwa ein Streifen bei 53 und 59 entstand, sondern daß sich nur ein Streifen bildete, dessen Mitte genau bei

59, beziehungsweise also genau an der Stelle des Fuchsinstreifens. Es konnte hieraus wohl geschlossen werden, daß die drei genannten Mischungsverhältnisse in Bezug auf den Einfluß, den Anilinblau ausüben, beziehungsweise Fuchsin verlieren sollte, noch zu ungünstig gewählt waren. Es wurden deshalb auch die Verhältnisse $I : II = 16 : 1$ und $I : II = 48 : 1$ geprüft, und nun zeigte sich, daß die erstere Mischung die Mitte des Streifens vom Scalentheile 59 auf 58, die letztere von 59 auf 55 verlegte. Um diese Verlegung in successiver Weise zu verfolgen, wurde eine Anilinlösung so verdünnt, daß sie deutlich ihren Streifen bei 53 zeigte, hierauf ein Glasstäbchen ins Fuchsin getaucht und dann nach und nach in der Anilinlösung abgespült. Es zeigte sich hierbei, daß die Mitte des Streifens *successive* von 53 auf 59 rückte, wenn eben die Menge des Fuchsin nach und nach zunahm. In einer solchen Lösung läßt sich demnach ein sehr geringer Antheil Fuchsin erkennen. Es folgt hieraus:

a. *Zwei Stoffe, von denen der eine einen Streifen liefert, in nicht weiter Entfernung von dem Streifen des andern Stoffs, von denen der eine aber eine weit größere Intensität besitzt, wie der andere, brauchen bei ihrer Mischung nicht zwei Streifen zu erzeugen, sondern es kann nur der eine Streifen, der der intensiveren Farbe entspricht, zum Vorschein kommen.*

b. *Verringert man den Einfluß des intensiveren Körpers in höherem Grade, so entsteht ein mittlerer Streifen.*

Die Tafel I zeigt die Absorptionsbilder der Mischungen.

Ein Blick auf die Mischungsbilder der genannten beiden Stoffe lehrt noch Weiteres. Die rechte Grenze der rothen Endlichtbande fiel bei dem Anilinblau an den Scalentheile 21, bei dem Fuchsin auf 45. Die Mischungen zeigen sie bei 30, 29 und 29. Es folgt daraus:

c. *Mischt man zwei Körper, deren Grenzen der Endlichtbanden an verschiedene Stellen fallen, so rückt diese Grenze an eine mittlere Stelle.*

Die Mitten der mittleren Lichtbanden fielen, wie die Figuren zeigen, bei dem Anilin auf den Scalenthail 113, bei dem Fuchsin auf 135. Die Mischungen zeigen sie bei 127, 117 und 115. Es folgt daraus:

d. *Mischt man zwei Körper (der vierten Klasse), deren mittlere Lichtbanden an verschiedene Stellen fallen, so entsteht bei der Mischung eine Lichtbande an einer mittleren Stelle.*

Allgemein folgt aus diesen Beobachtungen:

e. *Zwei Stoffe der vierten Klasse mit einander gemischt, brauchen etwa nicht einen Stoff der fünften Klasse zu liefern.*

f. *Die Verschiebung der Streifen, sowohl der dunklen wie der hellen, kann ein Mittel abgeben, um die Procentgehalte der Körper zu bestimmen, die man bei der Mischung anwenden müßte, um z. B. den Einfluss des einen Körpers dem des andern gleich zu machen, d. h. eine Mischung herzustellen, die an gewissen Stellen des Spectrums von der einen Seite her ebenso viel Farbentheile gewonnen hat, als einer der Körper von der andern Seite her einbüßte, die also z. B. ebenso viel an rothen und orangenen Strahlen gewinnt, als dem einen Stoff an gelben und grünen verloren gehen.*

11. Die Mischungen wurden nun weiterhin mit Anilinblau und Pikrinsäure vorgenommen und zwar in den Verhältnissen $I : III = 1 : 1$; $I : III = 1 : 8$; $I : III = 1 : 24$. Es zeigte sich hierbei der Anilinstreifen stets an derselben Stelle. Es wurde das Experiment mit dem Glasstabe wiederholt: so bald überhaupt ein Streifen auftrat, lag er genau bei 53. Es folgt daraus:

g. *Dafs ein einseitig absorbirender Körper im Stande seyn kann, Absorptionsstreifen zu verschieben, wie wir es bei Carmin und chromsaurem Kali oder Carmin und schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gesehen haben, dafs er es aber nicht braucht, wie die Mischung von Anilinblau und Pikrinsäure beweist.*

Ganz dieselbe Erscheinung bot Fuchsin in der Mischung

mit Pikrinsäure dar: der Fuchsinstreifen blieb stets an seiner Stelle.

Die Grenze der rothen Endlichtbande zeigte bei Anilinblau sich bei 24, die der Pikrinsäure bei 93. Die Mischungen schoben diese Grenze auf die Scalentheile 29, 35 und 37. Die rothe Endlichtbande des Fuchsin lag mit ihrer rechten Gränze bei 45; die Mischungen des Fuchsin mit Pikrinsäure schoben diese Grenze, wie die betreffende Absorptionsbilder zeigen, auf die Scalentheile 46, 50 und 52. Es bestätigen diese Erfahrungen die Richtigkeit der unter c. und f. aufgestellten Sätze. Die Mitte der mittleren Lichtbande des Anilinblaus lag bei 115; kam Pikrinsäure hinzu, so rückte die Mitte nach 90, 82 und 80. Die Mitte der mittleren Lichtbande bei Fuchsin lag bei 135; kam Pikrinsäure hinzu, so rückte sie nach 105, 90 und 87.

Es folgt hieraus:

- b. *Bei der Mischung eines Stoffs der vierten Klasse mit einem einseitig absorbirenden Medium (rechts absorbirenden) entsteht wiederum ein Stoff der vierten Klasse. Die Mitte der mittleren Lichtbande verschiebt sich hierbei successiv nach der Lichtseite des einseitig absorbirenden Mediums hin.*

Betrachten wir die Absorptionsbilder der Mischungen des Carmins, schwefelsauren Kupferoxydammoniaks und des chromsauren Kalis (Pogg. Ann. Bd. CXXIV, Taf. II), so zeigt sich:

- i. *Aus der Mischung zweier Körper der beiden ersten Klassen (chromsaures Kali und schwefelsaures Kupferoxydammoniak) kann ein Körper der dritten Klasse entstehen. Die Mitte der hierbei sich bildenden Lichtbande rückt nach dem Ende hin, wo sich der absorbirende Einfluss des einen Stoffs vermindert.*

Es wurden nun noch Beobachtungen über den Einfluss der Temperatur bei Carmin, Fuchsin, Anilinblau, chromsaurem Kali, Pikrinsäure, Eisenchlorid, dinitraphenylsaurem Natron gemacht. Bei den drei ersten Stoffen zeigte sich in keiner Weise eine Aenderung der Absorption, selbst

wenn man die Flüssigkeit bis zum Kochen erhitze. Bei den vier letzten Stoffen dagegen konnte deutlich wahrgenommen werden, wie die Absorption vom blauen nach dem rothen Ende hin fortschritt. *Es scheinen daher rechts einseitig absorbirende Medien die gemeinsame Eigenschaft zu besitzen, daß bei Erhöhung der Temperatur die rechte Grenze der Endlichtbande sich nach links zurückzieht.*

12. Bei diesen Untersuchungen ist eine weitere Frage von Wichtigkeit, nämlich: Ist bei einer bestimmten Dicke der Schicht und einer bestimmten Verdünnung die Absorption identisch mit der, welche eintreten würde, wenn man die Dicke der Schicht verdoppelte, dafür aber auch die Verdünnung verdoppelte, d. h. die Concentration halbirte? Um diese Frage zu entscheiden, habe ich Versuche mit Anilinblau, Fuchsin, Pikrinsäure angestellt. Zwei Parallelgefäße wurden hinter einander vor den Spalt gestellt und in das eine sechs Cubikcent. Flüssigkeit gebracht und beobachtet, hierauf in dasselbe Gefäß weitere sechs Cubikcent. Alkohol zugegossen und abermals beobachtet; hierauf die Flüssigkeit halbird und in beide Gefäße sechs Cubikcent. gebracht und zum dritten Male beobachtet. Heißen die drei Beobachtungen a , a_1 , α , so ergab sich, daß ganz genau a und a identisch waren. Die Flüssigkeit in dem einen Gefäße wurde weggegossen und ins andere Gefäß wieder sechs Cubikcent. Alkohol zugebracht: es ergab sich eine Beobachtung a_2 , hierauf wieder die Hälfte ins zweite Gefäß gebracht: es ergab sich eine Beobachtung α_1 , welche ganz genau mit a_1 stimmte. Ebenso waren vollständig identisch α_2 und a_2 , α_3 und a_3 u. s. f. Es kann daher angenommen werden, daß eine *Verdoppelung der Schicht identisch ist mit der Verdoppelung der Concentration.*

Die Frage kann aber allgemeiner gestellt werden, nämlich: mit Rücksicht auf ein beliebiges Verhältniß der Dicke der Schichten. Auch kann man vielleicht vermuthen, daß überhaupt die absolute Dicke der Schicht etwas mit zu reden habe. Es wurde zu dem Ende noch ein weiterer Versuch gemacht. Ich besitze ein Parallelgefäß, dessen ein

Paar Seiten um 219, die beiden andern um 144 Millimeter von einander abstehen. Die Dicken der Schichten verhalten sich also hier wie 219 : 144, wie 73 : 48 und sind die absoluten Dicken auch beträchtlich groß. Da das Verhältniß 219 : 144 für die Größe des Gefäßes nicht geeignet war, so wurde es verdoppelt und zunächst 288 Cubikcent. Wasser, mit Carmin gefärbt, bei der schmalen Stellung des Gefäßes geprüft; hierauf weitere 150 Cubikcent. Wasser zugegossen, so daß man 438 Cubikcent. Verdünnung erhielt und bei der breiten Stellung geprüft. Es zeigte sich die vollkommenste Identität der Erscheinung. 438 verhält sich aber zu 288 wie $219 : 144 = 73 : 48$. Nun wurde das Gefäß mit der Verdünnung von 438 wieder in die schmale Stellung gebracht und beobachtet; darauf 228 Cubikcent. Wasser zugegossen, so daß es 666 waren, und das Gefäß in die breite Stellung gebracht; es zeigte sich wieder die vollständigste Uebereinstimmung. 666 verhält sich aber zu 438 wie 73 zu 48. So wurden nun die Operationen wiederholt; jedesmal ergab sich die vollkommenste Uebereinstimmung der Beobachtung bei der schmalen mit der bei der breiten Stellung.

Hiernach kann der Satz aufgestellt werden:

«Geht man von einer bestimmten Dicke einer Flüssigkeitsschicht und einer bestimmten Verdünnung aus, so ist es mit Rücksicht auf den Verlauf der Absorptionsercheinungen ganz einerlei, ob man in einem bestimmten Verhältniß die Verdünnung vergrößert, oder in demselben Verhältniß bei unveränderter Concentration die Dicke der Schicht verringert.»

Marburg, den 20. Juni 1865.

I

I: II =
16:1

I: III =
1: 24

II

I: II =
48:1

II: III =
1: 1

III

I: III =
1: 1

II: III =
1: 24

I: II =
1: 1

I: III =
1: 8

II: III =
1: 48