8. *Notiz über eine stroboskopische Erscheinung
an schwingenden Stimmgabeln;
von Ernst Wagner.*

Befindet sich ein durch die Intermittenzströme einer elektromagnetischen Stimmgabel betriebenes „phonisches Rad“ in seinem synchronen Gang, dann tritt jedesmal nach einer ganzen Schwingung der Gabel ein neues Eisenstäbchen vor den Elektromagneten des Rades an die Stelle des vorhergehenden, und es erscheinen die rotierenden Stäbchen bekanntlich dann stroboskopisch stationär, wenn sie in der eben genannten Periode intermittierend sichtbar gemacht werden, sei es durch Beleuchtung z. B. mit dem Unterbrechungsfunken oder indem man die Pupille des Auges durch die schwingenden Zinken periodisch mehr oder weniger verdecken läßt.¹⁾

Diesen stroboskopischen Stillstand kann man nun auch auf folgende eigentümliche Weise erreichen. Man stelle in einiger Entfernung von dem phonischen Rad (mit senkrechter Achse) und in der gleichen Höhe die Stimmgabel mit horizontaler Schwingungsebene auf und suche mit dem Auge die Richtung, wo das Spiegelbild der ruhenden Stäbchen in einer der vorläufig auch ruhend gedachten Zinkenflächen erscheint, dann wird man in gleicher Richtung auch die *rotierenden* Stäbchen in der *vibrierenden* Zinkenfläche stroboskopisch stationär erblicken, falls der Synchronismus besteht (vgl. die Fig. 1). Eine sehr große Schärfe können diese stroboskopischen Bilder erreichen, wenn man auf die Zinke einen kleinen Spiegel klebt und statt der Eisenstäbchen gut beleuchtete Stecknadeln beobachtet, die man in gleicher Anzahl wie jene und äquidistant auf dem oberen Rand der Radtrommel anbringt. Auch andere Stimmgabeln als die stromliefernde zeigen, in der angegebenen Weise aufgestellt und angeschlagen, die nach ihren Schwingungszahlen zu erwartenden stroboskopischen Bewegungen der Nadeln, und —

1) McLeod u. G. S. Clarke, Phil. Trans. 171. p. 1. 1880.

wenn nur die Entfernung der Gabel vom Rad nicht zu gering ist — vor allem sind die minimalen Amplituden auffallend, bis zu welchen hinab diese Methode noch deutliche stroboskopische Bilder liefert, Amplituden, welche längst nicht mehr stroboskopisch wirksam sind bei der genannten Methode der Pupillenverdeckung.

Es fragt sich nun, inwiefern in dem vorliegenden Falle die für das Zustandekommen aller stroboskopischen Erscheinungen notwendige Bedingung erfüllt ist, daß während einer ganzen Schwingung der Stimmgabel die rotierenden Nadeln immer nur

Fig. 1.

in einer ganz bestimmten Stellung besonders gut in der reflektierenden Zinke sichtbar gemacht werden.

Folgender einfacher Versuch mag zunächst anschaulich beweisen, daß ein solches periodisches Herausheben wirklich statthat. Bewegt man den noch glimmenden Kopf eines Zündhölzchens parallel und längs der spiegelnden Zinkenfläche in einiger Entfernung vorbei, dann bezeichnet in der ruhenden Zinke ein gleichmäßig heller Lichtstreifen den Weg des Bildes, in der vibrierenden dagegen erscheinen helle und bei passender Geschwindigkeit sehr scharf begrenzte Lichtpunkte, getrennt

durch dunkle Zwischenräume. Da sich nun nach Fig. 2 die Nadeln c, d, e , auf welche wir unsere Betrachtungen vorerst beschränken, ebenfalls wie das Zündhölzchen parallel der Zinke OZ bewegen, so ist hiernach die obige stroboskopische Bedingung

Fig. 2.

erfüllt. In welcher Weise aber die periodische Sichtbarmachung zustande kommt, lehrt folgende Betrachtung der Bildbewegung. Diese ergibt sich als eine Superposition einer gleichförmigen (und in erster Annäherung geradlinigen) Bewegung $c'd'e'$ und einer in derselben Richtung erfolgenden oszillatorischen.

Daher sind während einer halben Schwingungsperiode beide Bewegungen gleichgerichtet und ergeben so wegen der großen Bildgeschwindigkeit den Effekt der dunklen Zwischenräume; in der nächsten halben Periode erzeugt dagegen die Differenz der entgegenlaufenden Bewegungen eine kleine Bildgeschwindigkeit oder

auch einen völligen Stillstand und damit den eigentlichen Effekt des Sichtbarwerdens der Nadeln (vgl. die Pfeile).

Wann die günstigste, d. h. kontrastreichste Helligkeitsverteilung und damit die größte Deutlichkeit der Nadelbilder eintritt, das hängt von den Größenverhältnissen der beiden superponierten Bewegungen ab, und es ist leicht einzusehen, daß dies dann stattfindet, wenn die maximale Geschwindigkeit v_m der oszillatorischen Bewegung gerade gleich der gleichförmigen Geschwindigkeit v_0 wird. Denn erreicht v_m nicht den Wert v_0 , so wird es niemals zu einem Stillstand des Bildes kommen, sondern nur zu einer periodisch kleinsten und größten Geschwindigkeit, die mit abnehmendem v_m zwischen immer engeren Grenzen schwankt, wodurch der Kontrast geringer wird. Übertrifft dagegen v_m den Wert v_0 , dann wird in der Phase der Gegenbewegung eine Zeitlang das Bild im Sinne der Oszillation

d. h. rückwärts laufen. Die damit verbundene zweimalige Umkehr erscheint dem Auge wie das Bild einer ruhenden Nadel in einem vibrierenden Spiegel, nämlich als eine an den Umkehrpunkten lichtstärkere Verbreiterung. Greifen diese mit wachsenden oszillatorischen Geschwindigkeiten immer zunehmenden Verbreiterungen der Nachbarnadeln schließlich übereinander, so leiden ebenfalls Kontrast und Einfachheit der Bilder.

Es bleibt aber noch bei dieser Entstehungsart als Kontrasterscheinungen die große Schärfe der Bilder überraschend, die

Fig. 3.

Die Photographie stellt vertikal nebeneinander drei Aufnahmen einer solchen sprunghaften Bewegung dar und zwar den Fall günstigsten Kontrastes $v_0 = v_m$. Das bewegte Objekt war ein Glühfaden, die Stimmgabel hatte die Schwingungszahl ca. 100.

ihnen geradezu den Charakter von optischer Abbildung gibt (vgl. die Fig. 3). Hierüber kann die in Fig. 4 gegebene graphische Darstellung des vorliegenden Bewegungsvorganges Aufklärung verschaffen. Die Sinuslinie $\alpha\beta\gamma$ stellt die oszillierende, die Gerade OAB die gleichförmige Bewegung vor. Die Kurve $Obcdef$ gibt die resultierende Bewegung für unseren Fall $v_0 = v_m$ an. Man erkennt hier sofort die lange Berührungsdauer dieser Kurve in ihren *Inflexionspunkten* c und g mit den horizontalen Tangenten, d. h. den langen Stillstand dort. Betrachten wir 0,2 mm Ortsänderung praktisch als Stillstand der Nadelbilder, so lehrt eine einfache Rechnung, daß in unserem Fall, wo $v_0 = 1,6$ m/sec und die Periode $T = \frac{1}{128}$ sec. betrug, die Dauer dieses Stillstandes ca. $\frac{1}{5}$ der ganzen Periode

ausmacht und daß derselbe Weg von 0,2 mm in der Phase der größten Geschwindigkeit in einer fast 30 mal kürzeren Zeit

Fig. 4.

durchlaufen wird: dieselbe Zahl kann also auch den größten Kontrast ungefähr veranschaulichen.

Das Charakteristische dieser Bewegung, die lange Dauer eines solchen Stillstandes, findet sich übrigens sehr instruktiv in der Gehbewegung des menschlichen Beines vor: hier haben wir dieselbe Art der Superposition einer Pendelbewegung (des Beines) mit der in gleicher Linie erfolgenden gleichförmigen (der Gesamtkörperbewegung), und die Tatsache der Fußstapfen stellt sehr deutlich den langen Stillstand des Fußes relativ zum Boden in der einen Phase der Bewegung dar, der, wie leicht einleuchtet, hier fast $\frac{1}{2}$ Periode dauert.

Die Bedingung besten Kontrastes $v_m = v_0$ wird nun unter folgenden Umständen erfüllt. Stehen n Nadeln auf dem Kreisumfang mit dem Radius r und ist T die Periode der elektromagnetischen Stimmgabel, also auch die Zeit, in der eine Nadel den Ort der nächsten erreicht, dann wird

$$v_0 = \frac{2 r \pi}{n T}.$$

Andererseits folgt aus der Amplitude φ (Fig. 2) der schwingenden Zinke, der Entfernung h zwischen den Nadeln

und der Zinke und der Periode T' der Stimmgabel, welche die stroboskopischen Bilder liefert:

$$v_m = \frac{2 \varphi h \pi}{T'}.$$

Die Beziehung

$$\frac{r}{n} \cdot \frac{T'}{T} = \varphi \cdot h$$

formuliert also die Bedingung der günstigsten Bildverhältnisse.

Ich habe mich von der Richtigkeit der Voraussetzung, die zu dieser Formel führte, auf folgende Art überzeugt. Ich verglich die Verbreiterung, die eine in der Nähe der bewegten Nadeln bei d aufgestellte ruhende Nadel in dem vibrierenden Spiegel der elektromagnetischen Gabel erfährt, mit dem Abstand $d'e'$ zweier stroboskopisch stationärer Nadeln, wenn die Bilder dieser letzteren mir die größte Schärfe zu haben schienen, und fand für die Verbreiterung ca. $\frac{1}{3}$ des Nadelabstandes, während unsere Formel hiermit in guter Übereinstimmung $1/\pi$ liefert. Auch die Folgerung erwies sich als richtig, daß bei umgekehrter Rotationsrichtung des phonischen Rades in dem Spiegel der elektromagnetischen Gabel die Bilder der Nadeln an die Orte rücken müssen, wo vorher größte Dunkelheit herrscht, wenigstens solange die Eisenstäbchen zeitlich symmetrisch zu den Stromimpulsen den Pol des Elektromagneten passieren, was bei relativ geringer Reibung des Rades im Verhältnis zur beschleunigenden Kraft der Fall ist. Endlich zeigten folgerichtigerweise die Bilder der Nadeln, welche an den Rändern des Nadelkranzes bei a und g in das Gesichtsfeld eines in Richtung dd' Beobachtenden ein- bez. austreten (vgl. Fig. 2), deutlich die oben p. 577 angedeuteten Verbreiterungen, wenn die mittleren Nadeln c, d, e , auf die wir uns bisher beschränkten, gerade die besten Bilder ergaben. Denn für diese Randnadeln fällt die oszillatorische Bewegung nicht in die Richtung ihrer rotatorischen und es ist für den Effekt der Superposition nur die — kleinere — Komponente der letzteren in Richtung der oszillatorischen wirksam.

Was die Anwendung der besprochenen stroboskopischen Methode betrifft, so scheint sie mir wegen ihrer Einfachheit und Empfindlichkeit besonders geeignet zu einer sehr genauen Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit eines Rades, dessen

Peripherie man mit einer passend gewählten Anzahl äquidistanter Marken versieht. Will man erheblichere Schwankungen in der Rotationsgeschwindigkeit messen, so kommt man mit *einer* Markeneinteilung, z. B. n auf der Peripherie, nicht aus, da schnelle stroboskopische Bewegungen physiologisch unmöglich werden wegen ihres unstetigen Charakters; bringt man aber *mehrere* Einteilungen¹⁾ nebeneinander an von z. B. $n + 1$, $n + 2$ etc. und $n - 1$, $n - 2$ etc. Marken, dann hat man in der stroboskopisch stationären Serie immer die synchrone vor sich.

Benutzt man eine angeschlagene und frei verklingende (spiegelnde) Gabel als einwandfreies Chronometer, so verlangt eine genaue Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit eine möglichst lang andauernde Beobachtung der stroboskopischen Bewegung der Marken. Nach unserer Formel $\varphi h = \text{konst.}$ findet aber bei einem gegebenen Abstand h nur für *eine* bestimmte Amplitude eine besonders günstige Bildwirkung statt.

Ist diese Amplitude indessen klein gewählt, h also groß, so hat man erstens den Vorteil, daß die kleinen Amplituden langsam abklingen und dann lehrt auch die Beobachtung, daß man die freilich immer kontrastloseren Bilder noch bis zu so minimalen Amplituden messend verfolgen kann, als ein ruhender Punkt in dem vibrierenden Spiegel noch eben eine Verbreiterung erkennen läßt. Um aber auch die großen Anfangsamplituden verwenden zu können, welche die stark oszillatorisch verbreiterten und zur Messung wenig tauglichen Bilder ergeben, wählt man den Abstand h so klein, daß die großen Amplituden deutliche Bilder liefern und rückt mittels eines Spiegels das *Bild* des phonischen Rades in so große Entfernung, wie sie für kleine Amplituden paßt. Auf diese Art läßt sich die ganze Dauer des Abklingens zur Zählung verwerten, indem man zur rechten Zeit die Beobachtung bei großen Amplituden anschließt an die bei kleinen, was mittels eines Fernrohres mit Faden leicht und genau geschieht. Das gleiche Ziel erreicht man auch, wenn man auf strengen Synchronismus einreguliert, und bei allen Amplituden in großem Abstand h

1) Ein Kunstgriff, auf den schon Lacour und Mach hingewiesen haben.

beobachtet. Die bei Beobachtung der stroboskopischen *Bewegung* störenden Bildverbreiterungen, welche je nach den Amplituden breitere oder schmalere dunkle oder helle Streifen erzeugen, lassen im Fall des Synchronismus ihren stroboskopischen *Stillstand* leicht und scharf daran erkennen, daß diese Streifen beim Abklingen sich um ihre Mittellinie (die man mit dem Faden einstellt) symmetrisch zusammenziehen. Auf diese Weise ist eine vollkommene Ausnutzung der ganzen Dauer der freien Schwingungen zum stroboskopischen Vergleich gewährleistet.

Ist umgekehrt das rotierende Rad der Chronometer, wie in unserem Fall das phonische Rad, dann ergibt sich aus der stroboskopischen Beobachtung die Schwingungszahl der Stimmgabel. Ich habe gefunden, daß schon die gewöhnliche Politur der Zinkenflächen der meisten Gabeln bei schiefer Inzidenz und nicht zu kleinen Amplituden deutliche Bilder der Nadeln liefert. Sollen gut meßbare stroboskopische Bilder entstehen, dann muß bekanntlich das Verhältnis der Schwingungszahl n_0 der elektromagnetischen zu der Zahl n_1 der zu bestimmenden Stimmgabel eine kleine rationale Zahl sein. Wird der Bruch n_1/n_0 relativ prim geschrieben, dann liefert der Zähler, wie leicht zu überlegen, die Anzahl, wieviel mal enger stehend die Nadelbilder in der untersuchten als in der elektromagnetischen Gabel erscheinen oder als sie in Wirklichkeit auf dem Rade stehen.

Daß die Beobachtung der stroboskopischen Bilder in der elektromagnetischen Gabel selbst ein sehr bequemes Hilfsmittel ist, die dynamischen Verhältnisse des phonischen Rades zu studieren, sei nur angedeutet: die Oszillationen seiner Geschwindigkeit, die Phasenverschiebung seiner Eisenstäbchen gegen den Magneten bei wechselnder Belastung des Rades sind unmittelbar zu beobachten. Einen Anblick von besonderem Reiz gewährt es, den Wechsel der Bilder in der elektromagnetischen Gabel zu verfolgen, wenn das Rad aus seinem geregelten Gang gebracht allmählich zur Ruhe kommt (obwohl die Stromimpulse noch weiter geliefert werden). Die ganz langsame und kontinuierliche Änderung der Zeit, in welcher dann eine Nadel an die Stelle der vorhergehenden tritt, bewirkt fortdauernd einen raschen Wechsel des einfach rationalen Verhältniswertes zwischen diesem Zeitintervall und dem konstanten der Schwingungsdauer der Gabel. Die Momente ein-

facher rationaler Verhältnisse ergeben auch einfache, länger beobachtbare, weiter getrennte Bilder, während die größeren rationalen Zahlen optisch durch ihren raschen Wechsel, ihre Lichtschwäche und flimmernde Bewegung gekennzeichnet sind. Beide Arten von Bildern wechseln stetig miteinander ab.

Schließlich sei noch folgendes Experiment erwähnt zur objektiven optischen Darstellung des Schemas longitudinaler Wellen, dessen Erklärung aus dem Gesagten folgt:

Läßt man Sonnenlicht auf den Spiegel einer vibrierenden Stimmgabel fallen und dreht die Gabel in ihrer Schwingungsebene, dann entstehen bei passender Schnelligkeit dieser Drehung auf dem Schirme gegenüber eine Reihe hellleuchtender Punkte, ebenso, wie bekanntlich das Schema transversaler Wellen erscheint bei einer Drehung der Gabel um ihren Stiel.

München, Physik. Inst. d. Univ., Ende Juli 1906.

(Eingegangen 3. August 1906.)