III. *Einige Versuche über die Wärmeleitung; von C. Christiansen.*

I. Theorie.

In den letzteren Jahren haben viele Physiker das Wärmeleitungsvermögen zu bestimmen gesucht, und es liegt jetzt eine ganze Reihe Arbeiten darüber vor. Ohne mich auf eine Kritik derselben einzulassen, will ich nur bemerken, dass nicht nur die angewandten Methoden, sondern auch die gewonnenen Resultate sehr voneinander abweichen. Nur in sehr wenigen Fällen kennt man das absolute Leitungsvermögen der Körper, und selbst über das relative kann man in vielen Fällen Zweifel hegen. Dies beruht in der Hauptsache darauf, dass man durch die Versuche eine Grösse bestimmt, die ausser dem Leitungsvermögen zugleich das spezifische Gewicht und die spezifische Wärme enthält.

Als ich von dem „Carlsbergfond“ eine Unterstützung zur Untersuchung der Brechung des Lichtes in stark gefärbten Körpern erhalten hatte, bemühte ich mich gleichzeitig, andere physikalische Constanten dieser Stoffe zu bestimmen. Besonders suchte ich eine Methode auf, durch welche das relative Leitungsvermögen für Wärme auf eine einigermaßen einfache und doch genaue Weise gefunden werden konnte.

-Drei runde Kupferplatten I II III (Taf. I Fig. 4) waren durch ganz kleine Glasstückchen voneinander getrennt. Ihre Dimensionen und Gewichte waren folgende:

	I	II	III
Durchmesser .	13,13	13,13	13,13
Dicke	0,9	0,9	0,9
Gewicht . . .	975 g	994 g	991 g

In die cylindrische Seitenfläche jeder Platte war ein Loch gebohrt, in welches besonders dazu verfertigte Thermometer eingesetzt wurden, welche von -10 bis $+50^{\circ}$ gingen und in Fünftelgrade getheilt waren. Zwischen dem Behälter und dem ersten Theilstriche lagen ungefähr 10 cm, so dass der Behälter beliebig weit in das Loch hineingebracht werden konnte. Die Platten I und II waren ausserdem durch-

bohrt, die Bohrungen konnten mit Kupferpfropfen geschlossen werden. Durch diese Löcher konnte der Zwischenraum zwischen den Platten mit einer Flüssigkeit gefüllt werden, ganz wie in den Versuchen des Hrn. H. F. Weber.¹⁾

A und *B* sind Messinggefäße, *A* wird durch einen Strom kalten Wassers abgekühlt. Durch *B* wird ein Strom warmen Wassers geleitet. — Nach Verlauf einiger Minuten kommt der ganze Apparat in Wärmegleichgewicht. Nennt man die Temperatur der Platten I, II, III resp. T_1 , T_2 , T_3 , die Leitungsfähigkeit des Körpers, der den obersten Zwischenraum füllt, K_1 , die Leitungsfähigkeit des Körpers, der den untersten füllt, K_2 , die Entfernungen der Platten e_1 und e_2 , ihre Grundfläche S , so ist die Wärmemenge, welche in einer Minute, von I nach II fließt:

$$SK_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1},$$

die, welche von II nach III fließt:

$$SK_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2}.$$

Wenn die äussere Wärmeleitung verschwindend ist, hat man:

$$(1) \quad K_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1} = K_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2}, \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{e_1}{e_2} \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2}.$$

Werden schlechte Wärmeleiter untersucht, so wird diese Formel in der Regel benutzt werden können. Die Methode ist so einfach und sicher, dass sie zu technischen Untersuchungen gebraucht werden kann, wo es gilt, die Leitungsfähigkeit verschiedener Sorten Papier, Tuch, Fell u. s. w. zu vergleichen.

Bisweilen wird eine Berichtigung nothwendig, da die Temperatur der Kupferplatten als constant vorausgesetzt ist, was nur richtig ist, wenn die Zwischenräume mit sehr schlechten Leitern erfüllt sind. Ist die Temperatur in der obersten Fläche der obersten Kupferplatte gleich x , in der untersten x' , in den zwei anderen y und y' , z und z' , die Dicke der Kupferplatten e_0 und ihre Leitungsfähigkeit K_0 , so hat man:

1) H. F. Weber, Wied. Ann. 10. p. 103. 1880.

$$T_1 = \frac{x+x'}{2}, \quad T_2 = \frac{y+y'}{2}, \quad T_3 = \frac{z+z'}{2},$$

$$K_0 \frac{x-x'}{e_0} = K_1 \frac{x'-y}{e_1} = K_0 \frac{y-y'}{e_0} = K_2 \frac{y'-z}{e_2} = K_0 \frac{z-z'}{e_0},$$

also ist: $x - x' = y - y' = z - z' = \delta$.

Obenstehende Gleichung kann deshalb geschrieben werden:

$$K_0 \frac{\delta}{e_0} = K_1 \frac{T_1 - T_2 - \delta}{e_1} = K_2 \frac{T_2 - T_3 - \delta}{e_2}.$$

Mit hinreichender Genauigkeit ist:

$$(2) \quad \delta = \frac{K_1}{K_0} \frac{e_0}{e_1} (T_1 - T_2), \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{e_2}{e_1} \frac{T_1 - T_2 - \delta}{T_2 - T_3 - \delta}.$$

Um δ zu bestimmen, muss man zwar das Verhältniss K_1/K_0 kennen, es genügt aber, wenn dasselbe annähernd gegeben ist.

Ist die Leitungsfähigkeit eine Function von der Temperatur, so genügen diese Formeln nicht vollständig. Unter der Annahme, dass ihr die Form:

$$(3) \quad K = k(1 + \alpha u)$$

gegeben werden kann, wo k und α Constanten sind und u die Temperatur, kann man leicht ihren Einfluss berechnen. Die Wärmemenge, die durch eine horizontale Ebene im Apparat geht, ist constant, man kann also setzen:

$$-k(1 + \alpha u) \frac{du}{dx} = C,$$

wo dx ein Element einer verticalen Linie ist; daraus folgt:

$$-k(u + \frac{1}{2} \alpha u^2) = Cx + C',$$

wo C' eine neue Constante ist. Ist nun für $x = 0$, $u = T_1$, für $x = e$, $u = T_2$, so wird:

$$(4) \quad C = k \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \right) \frac{T_1 - T_2}{e}.$$

Ist die äussere Wärmeleitungsfähigkeit für die Kupferplatten h , die Oberfläche der cylindrischen Fläche A , die Temperatur der Luft T_0 , dann ist die an die Luft in der Minute abgegebene Wärmemenge:

$$hA(T_2 - T_0)$$

und die vollständige Gleichgewichtsbedingung:

$$(5) \left\{ \begin{aligned} S k_1 \left(1 + \frac{T_1 + T_2}{2} \alpha_1 \right) \frac{T_1 - T_2}{e_1} - S k_2 \left(1 + \frac{T_2 + T_3}{2} \alpha_2 \right) \frac{T_2 - T_3}{e_2} &= h A (T_2 - T_0) \\ \frac{K_1}{K_2} &= \frac{e_1}{e_2} \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2} \left(1 + \frac{A h e_2}{S K_2} \frac{T_2 - T_0}{T_2 - T_3} \right), \end{aligned} \right.$$

wo K_1 die Leitungsfähigkeit bei der Temperatur $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ und K_2 dieselbe Grösse bei der Temperatur $\frac{1}{2}(T_2 + T_3)$ ist. Um den Einfluss der Umgebung zu vermindern, müssen die mittleren Schichten so dünn als möglich gemacht und die mittelste Platte beinahe auf der Temperatur der umgebenden Luft gehalten werden.

Bei diesem Verfahren beabsichtigt man hauptsächlich nur die relative Leitungsfähigkeit zu finden; man erhält aber auch die absolute, wenn man den variablen Zustand hinzuzieht. Betrachtet man eine Schicht von der Dicke dx , von der Wärmeleitungsfähigkeit k , dem specifischen Gewicht c_1 , der specifischen Wärme c , ist die Temperatur der einen Grenzfläche u , die der anderen $u + du/dx \cdot dx$, so sind die in die Schicht eintretenden und austretenden Wärmemengen in der Zeit dt , resp. $-k S du/dx \cdot dt$ und $-k S (du/dx + d^2u/dx^2 \cdot dx) dt$. Die Schicht empfängt also eine Wärmemenge:

$$k S \frac{d^2u}{dx^2} dx dt.$$

Steigt die Temperatur in derselben Zeit um du , dann ist dieselbe Wärmemenge gleich $c \rho S du dx$, und man hat die Gleichung:

$$k \frac{d^2u}{dx^2} = c \rho \frac{du}{dt}.$$

Sie wird erfüllt durch $u = c$, $u = cx$ und durch:

$$(7) \quad u = a e^{-\sigma^2 t} \sin(x \lambda \varphi + q); \quad \lambda = \sqrt{\frac{c \rho}{k}}.$$

Die Aufgabe kann leicht gelöst werden, wenn die Temperatur der Platten I und III constant angenommen wird. Für die Schicht zwischen I und II kann man setzen:

$$u_1 = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e_1} x + \sum a e^{-\sigma^2 t} \sin(x \lambda_1 \varphi + q_1).$$

Für die Schicht zwischen II und III:

$$u_2 = T_3 + \frac{T_2 - T_3}{e_2} y + \sum b e^{-\sigma^2 t} \sin(x \lambda_2 \varphi + q_2),$$

wo x positiv abwärts, y positiv aufwärts gerechnet wird. Unter obiger Annahme wird:

$$q_1 = q_2 = 0.$$

Ausserdem muss u_1 für $x = e_1$ gleich u_2 für $y = e_2$ sein, deshalb:

$$a \sin e_1 \lambda_1 \varphi = b \sin e_2 \lambda_2 \varphi.$$

Ist die Temperatur der mittleren Kupferplatte θ , ihre Dicke e_0 , ihr spec. Gewicht und ihre spec. Wärme ρ und c , so empfängt sie eine Wärmemenge:

$$-k_1 S \frac{du_1}{dx} dt - k_2 S \frac{du_2}{dy} dt,$$

wo $x = e_1$ und $y = e_2$ zu setzen ist, von welcher ein Theil $c \rho e_0 S d\theta$ die Platte erwärmt, ein anderer $h A (\theta - T_0) dt$ an die Luft abgegeben wird, und man hat:

$$-k_1 S \frac{du_1}{dx} - k_2 S \frac{du_2}{dy} = c \rho e_0 S \frac{d\theta}{dt} + h A (\theta - T_0).$$

Nun ist zugleich:

$$\theta = T_2 + \sum a e^{-x^2 t} \sin e_1 \lambda_1 \varphi,$$

Hieraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} & k_1 \lambda_1 \cos e_1 \lambda_1 \varphi \sin e_2 \lambda_2 \varphi + k_2 \lambda_2 \sin e_1 \lambda_1 \varphi \cos e_2 \lambda_2 \varphi \\ &= \left(c \rho e_0 - \frac{A h}{S \varphi^2} \right) \varphi \sin e_1 \lambda_1 \varphi \sin e_2 \lambda_2 \varphi. \end{aligned}$$

Wird $e_1 = e_2$ angenommen und werden die beiden Zwischenräume mit demselben Körper gefüllt, so reducirt sich die Gleichung auf:

$$e_1 \lambda_1 \varphi \operatorname{tg} e_1 \lambda_1 \varphi = 2 \frac{c_1 \rho_1 e_1}{c \rho e_0} \frac{1}{1 - \frac{A h c_1 \rho_1 e_1^2}{S k_1 c \rho e_0} \left(\frac{1}{e_1 \lambda_1} \right)^2}.$$

Bestimmt man jetzt φ durch Beobachtung von θ und setzt den gefundenen Werth in obige Gleichung ein, so kann man λ und dadurch k finden, wie es schon Weber gethan hat.

2. Wärmeleitung der Luft.

Auf die beschriebene Weise kann man zwar die Wärmeleitung der Luft untersuchen und namentlich das Leistungsvermögen verschiedener Luftarten vergleichen. Da aber dartüber schon viele Bestimmungen vorliegen, so werde ich hier nur einige Versuche über die Abhängigkeit des Wärmeleistungsvermögens von der Temperatur mittheilen.

Bei diesen Versuchen wurden beide Zwischenräume gleich dick gemacht.

Tabelle I.

Beide Zwischenräume mit Luft gefüllt. $e_1 = e_2 = 0,0214$ cm.

	a. $T_0 = 10,6^\circ$			b. $T_0 = 12,0^\circ$			c. $T_0 = 13,0^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
1 m	19,8°	13,0°	6,4°	33,6°	20,5°	7,3°	48,4°	28,75°	8,35°
3	19,55	13,0	6,4	33,5	20,5	7,3	48,8	28,7	8,4
5	19,4	12,9	6,4	33,9	20,6	7,3	48,8	28,8	8,35
7	19,4	12,8	6,3	33,75	20,6	7,3	48,8	28,8	8,4
9	19,6	12,8	6,2	33,9	20,6	7,3	48,45	28,8	8,4
11	19,6	12,85	6,15	33,7	20,65	7,2	48,9	28,75	8,4
13	19,4	12,8	6,15	33,8	20,6	7,2	48,6	28,8	8,4
Mittel	19,54	12,88	6,29	33,73	20,58	7,27	48,68	28,77	8,39

Tabelle II.

Beide Zwischenräume mit Luft gefüllt. $e_1 = e_2 = 0,0754$ cm.

	$T_0 = 11,8^\circ$			$T_0 = 13,9^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	25,8°	15,6°	5,4°	47,6°	26,6°	5,25°
3	25,8	15,6	5,4	48,0	26,6	5,2
6	26,15	15,65	5,45	47,6	26,6	5,2
9	26,0	15,7	5,5	47,6	26,6	5,2
12	25,8	15,75	5,5	47,8	26,6	5,2
15	25,6	15,65	5,4	47,6	26,6	5,2
18	—	—	—	47,6	26,6	5,2
Mittel	25,86	15,66	5,44	47,69	26,60	5,21

Wäre das Wärmeleitungsvermögen von der Temperatur unabhängig, so müssten $T_1 - T_2$ und $T_2 - T_3$ gleich sein; dass dies aber nicht der Fall ist, zeigt die folgende Zusammenstellung der Resultate.

Tabelle III.

	T_0	T_2	$T_1 - T_2$	$T_2 - T_3$	s	δ	δ'
I ^a	10,8°	12,9°	6,66°	6,59°	6,6°	+0,07°	-0,05°
I ^b	12,0	20,6	13,15	13,31	13,2	-0,16	-0,19
I ^c	13,0	28,8	19,91	20,38	20,1	-0,47	-0,46
II ^a	11,8	15,7	10,20	10,22	10,2	-0,02	-0,04
II ^b	13,9	26,6	21,09	21,39	21,2	-0,30	-0,30

Dass $(T_1 - T_2) - (T_2 - T_3) = \delta$ mit wachsender Temperatur abnimmt, beweist, dass das Leitungsvermögen mit der

Temperatur zunimmt. Setzen wir nämlich in (5) $K_1 = K_2 = K$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ und $\frac{1}{2}(T_1 - T_2) + \frac{1}{2}(T_2 - T_3) = s$, so nimmt sie die Form an:

$$\delta + \alpha(s^2 + \delta T_2) = \frac{hAe_1}{kS}(T_2 - T_0).$$

Weil die rechte Seite der Gleichung positiv ist, muss, wenn wie hier δ negativ ist, α positiv sein. Durch diese Formel lassen sich die Versuche berechnen, wenn man:

$$\alpha = 0,001504, \quad \frac{hA}{kS} = 0,3931, \quad \frac{h}{k} = 1,43.$$

setzt. Es sind unter δ' die Werthe von δ angegeben, die man mit diesen Coëfficienten erhält; die Uebereinstimmung ist, wie man sieht, sehr befriedigend. Der hier gefundene Werth von α ist bedeutend kleiner als der von Winkelmann¹⁾ gegebene; und die Sache bedarf wohl einer näheren Untersuchung, besonders mit Rücksicht auf die Wärme, die durch Strahlung von der einen zur anderen Platte geht.

III. Wärmeleitung der Flüssigkeiten.

Um die Anwendbarkeit der Methode auf Flüssigkeiten zu prüfen, habe ich das Verhältniss des Wärmeleitungsvermögens der Luft zu denen einiger Flüssigkeiten zu bestimmen gesucht. Der obere Zwischenraum war mit Luft, der untere mit der Flüssigkeit gefüllt. Es war $e_1 = 0,0214$ cm, $e_2 = 0,1909$ cm.

Tabelle III.

	a. Luft und Wasser $T_0 = 13,4^\circ$			b. Luft und Wasser $T_0 = 13,9^\circ$			c. Luft und Weingeist $T_0 = 14,2^\circ$			d. Luft und Glycerin $T_0 = 16,4^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	28,6°	14,8°	8,7°	45,7°	20,8°	10,4°	30,2°	19,6°	7,8°	31,2°	16,8°	6,6°
2	29,4	14,65	8,5	45,8	21,0	10,55	29,8	19,6	7,75	31,1	16,8	6,6
4	30,0	14,8	8,4	45,95	21,15	10,8	30,0	19,6	7,6	31,0	16,7	6,4
6	29,8	14,8	8,45	46,0	21,2	10,55	30,4	19,65	7,6	31,35	16,65	6,35
8	30,5	14,9	8,5	46,05	21,2	10,4	30,2	19,7	7,6	31,3	16,65	6,4
10	30,2	15,0	8,5	46,0	21,15	10,4	—	—	—	31,2	16,65	6,4
12	20,2	14,9	8,5	46,0	21,1	10,4	—	—	—	31,15	16,6	6,4
Mittel	29,81	14,84	8,51	45,93	21,09	10,47	30,12	19,63	7,67	31,20	16,69	6,45

1) Winkelmann, Pogg. Ann. 157. p. 514. u. 159. p. 177. 1876.

	e. Luft und Glycerin $T_0 = 16,4^\circ$			f. Luft und Olivenöl $T_0 = 17,8^\circ$			g. Luft und Olivenöl $T_0 = 18,2^\circ$			h. Luft und Citronenöl $T_0 = 19,0^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0m	46,4°	23,6°	7,4°	32,8°	21,3°	6,4°	48,4°	30,6°	6,75°	31,75°	20,5°	5,65°
2	45,9	23,55	7,4	32,6	21,3	6,3	48,5	30,65	6,75	31,6	20,6	5,6
4	46,0	23,5	7,35	32,2	21,2	6,2	48,3	30,6	6,75	31,7	20,65	5,6
6	46,2	23,45	7,35	32,4	21,1	6,2	48,5	30,6	6,75	31,85	20,8	5,6
8	46,1	23,5	7,35	32,8	21,2	6,15	48,4	30,65	6,75	31,45	20,75	5,6
10	46,2	23,6	7,4	32,6	21,2	6,1	48,7	30,7	6,75	31,65	20,75	5,6
12	46,4	23,6	7,4	32,8	21,2	6,1	—	—	—	—	—	—
Mittel	46,17	23,54	7,38	32,60	21,21	6,21	48,47	30,63	6,75	31,67	20,67	5,61

Die Resultate sind in Tabelle V zusammengestellt.

Tabelle V.¹⁾

	$\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$	$T_1 - T_2$	$\frac{1}{2}(T_2 + T_3)$	$T_2 - T_3$	$T_2 - T_0$	K
a. Luft u. Wasser . .	22,32	14,97	11,67	6,33	1,4	21,09
b. „ „ Wasser . .	33,51	24,84	15,78	10,62	7,2	20,87
c. „ „ Weingeist	24,88	10,49	13,65	11,96	5,4	7,82
d. „ „ Glycerin .	23,94	14,52	11,57	10,24	0,3	12,64
e. „ „ Glycerin .	34,85	22,63	15,46	16,16	7,1	12,49
f. „ „ Olivenöl . .	26,90	11,89	13,71	15,00	8,4	6,77
g. „ „ Olivenöl . .	39,55	17,84	18,69	23,88	12,4	6,66
h. „ „ Citronenöl	26,17	11,00	13,14	15,06	1,7	6,52

Es ist hier zugleich unter K das Leitungsvermögen der Flüssigkeit in Bezug auf Luft angegeben. Man sieht, dass das Leitungsvermögen mit der Temperatur abnimmt; der Grund ist, dass das Leitungsvermögen der Luft mit der Temperatur zunimmt.

Als eine Probe der Richtigkeit der oben gefundenen Grössen habe die in Tabelle VI angegebenen Versuche an- gestellt.

1) In der Berechnung von K ist auf die Verdampfung von Wein- geist und Citronenöl Rücksicht genommen.

Tabelle VI.

Olivenöl. — Glycerin. $e_1 = 0,1945$ cm, $e_2 = 0,1937$ cm.

	$T_0 = 17,0^\circ$			$T_0 = 16,8^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	35,35°	16,7°	6,4°	49,2°	21,45°	6,8°
2	35,0	16,6	6,3	49,2	21,55	6,8
4	35,2	16,45	6,2	49,2	21,6	6,8
6	35,45	16,45	6,2	49,2	21,6	6,8
8	35,2	16,4	6,2	49,0	21,6	6,8
10	35,3	16,4	6,2	48,8	21,55	6,75
12	35,65	16,45	6,2	49,0	21,5	6,8
Mittel	35,31	16,49	6,24	49,09	21,55	6,79

Hieraus erhält man:

$$\begin{array}{lll} T_1 - T_2 & 18,82^\circ & 27,54, \\ T_2 - T_1 & 10,25 & 14,76. \end{array}$$

Das Verhältniss zwischen dem Leitungsvermögen des Glycerins und dem des Olivenöls wird also resp. gleich 1,83 und 1,86, während die Tabelle V das Verhältniss gleich 1,87 ergibt.

Tabelle VI.

	K	K'	$\frac{K}{K'}$
Wasser	21,09	0,0745	283
Weingeist	7,82	0,0292	268
Glycerin	12,64	0,0402	314
Olivenöl	6,77	0,0235	288
Citronenöl	6,77	0,0210	310

In obenstehender Tabelle findet sich unter K das von mir gefundene relative Leitungsvermögen, unter K' das von Weber gefundene absolute Leitungsvermögen. Die Uebereinstimmung ist so gross, wie man sie nur erwarten kann, wenn man bedenkt, dass nur das Wasser in beiden Versuchsreihen ganz dasselbe ist. Die Versuche sind für die Temperatur nicht corrigirt worden, ich werde das nachholen und die Resultate mittheilen, wenn ich das Leitungsvermögen der Luft bei verschiedenen Temperaturen genauer bestimmt habe.

IV. Wärmeleitung fester Körper.

Ich habe mehrere feste Körper auf dieselbe Weise auf ihr Leitungsvermögen untersucht. Der obere Zwischenraum war immer mit Luft gefüllt. In den mittleren Zwischenraum wurde der zu untersuchende Körper gebracht. Von der grössten Bedeutung war es hierbei, dass sich kein schädlicher Raum zwischen den Kupferplatten und dem Körper befand. Eigentlich hatte man hierzu Quecksilber dazwischen zu bringen, ich habe mich aber begnügt, Wasser oder Glycerin zu verwenden. Es sei die Dicke der Flüssigkeitsschicht gleich ϵ , ihr Leitungsvermögen gleich γk (das der Luft gleich k gesetzt), das Leitungsvermögen des zu untersuchenden Körpers gleich xk , dann wird:

$$Sk \frac{T_1 - T_2}{\epsilon} \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \right) - hA (T_2 - T_0) = Sk \frac{T_2 - T_0}{\frac{\epsilon_2}{x} + \frac{\epsilon}{\gamma}},$$

oder wenn man:

$$\frac{\epsilon_2}{y} = \frac{\epsilon_2}{x} + \frac{\epsilon}{\gamma}$$

setzt:

$$y = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_0} \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} - \epsilon_1 \frac{hA}{kS} \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_2} \right).$$

Es sei hier gleich bemerkt, dass das letzte Glied von gar keinem Einfluss ist wegen der Kleinheit des Factors:

$$\epsilon_1 \frac{hA}{kS}.$$

Ich mache gewöhnlich zwei Versuche. Bei dem einen wird die zu untersuchende Platte trocken eingelegt, bei dem anderen ist die Platte auf beiden Seiten benetzt. Man findet somit zwei Werthe y_1 und y_2 von y , und es ist:

$$x = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\frac{\gamma_1}{y_1} - \frac{\gamma_2}{y_2}}, \quad \epsilon = \epsilon_2 \frac{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}}{\frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\gamma_2}},$$

wo γ_1 und γ_2 das relative Leitungsvermögen der den „schädlichen Raum“ ausfüllenden Flüssigkeit sind.

So ergab sich an einer Spiegelglasplatte:

Tabelle VII.

Luft und Spiegelglasplatte (trocken). $\epsilon_1 = 0,0212$ cm. $\epsilon_2 = 0,277$ cm.

	$T_0 = 12,0^\circ$			$T_0 = 12,5^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	30,9°	14,5°	5,7°	49,7°	22,4°	7,8°
2	31,1	14,3	5,8	49,6	22,75	8,2
4	31,0	14,35	5,8	49,6	22,5	7,5
6	30,95	14,4	5,8	49,6	22,4	7,5
8	30,7	14,35	5,8	—	—	—
Mittel	30,93	14,34	5,78	49,62	22,51	7,76

Tabelle VIII.

Luft und Spiegelglasplatte (mit Wasser benetzt).

 $\epsilon_1 = 0,0212$ cm. $\epsilon_2 = 0,277$ cm.

	$T_0 = 19,0^\circ$			$T_0 = 18,8^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	31,4°	12,45°	5,7°	45,8°	16,9°	6,3°
2	30,8	12,4	5,7	45,8	16,9	6,3
4	31,5	12,4	5,7	45,6	16,9	6,3
6	31,0	12,4	5,6	45,6	16,8	6,25
8	—	—	—	45,5	16,85	6,2
Mittel	31,17	12,41	5,68	45,66	16,87	6,27

Aus der Tabelle VII findet man resp. $y_1 = 26,1$ und $y_1 = 25,3$, aus der Tabelle VIII, $y_2 = 37,6$ und $y_2 = 37,2$. Setzen wir nun $y_1 = 25,7$, $y_2 = 37,4$, so erhalten wir:
 $x = 38,3$.

Durch ähnliche Versuche habe ich das Leitungsvermögen des Marmors gleich 120 gefunden.

Die hier beschriebene Methode lässt sich auch nach anderen Richtungen hin anwenden, z. B. zur Messung electrischer Widerstände, wenn man statt der Temperatur das Potential misst. Man könnte vielleicht dem Apparate den Namen Leitungssäule geben, und wenn es sich um schnelle Messung mehrerer Widerstände handelt, könnte man sehr wohl mehrere Schichten übereinander legen.

Kopenhagen, März 1881.