**13. Zur Theorie der magneto-optischen
Erscheinungen am Eisen, Nickel und Kobalt;
von P. Drude.**

Eine Theorie dieser Erscheinungen ist kürzlich von Leathem¹⁾ veröffentlicht worden. Der Verfasser gelangt zu dem Schluss, dass seine Theorie mit den Experimenten gut übereinstimme, und zwar besser als die Theorie von Goldhammer²⁾ und die meinige.³⁾

Vielleicht ist Leathem zu dem zweiten Theil seines Schlusses veranlasst worden, weil er einen späteren Nachtrag⁴⁾ zu meiner Theorie übersehen hat. Ich habe dort behauptet, dass meine Theorie die Beobachtungen vollkommen zu berechnen erlaubt, sofern man die in der ersten Fassung meiner Theorie eingeführte reelle magneto-optische Constante als complex⁵⁾ annimmt, was also der Einführung zweier magneto-optischer Constanten entspricht. Diese Behauptung halte ich auch jetzt noch aufrecht, nachdem ein neues magneto-optisches Phänomen, welches eintritt, wenn die Magnetisirung des Spiegels senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes liegt, von Wind⁶⁾ theoretisch vorausgesagt

1) J. G. Leathem, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. **190.** p. 89. 1897.

2) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **46.** p. 71. 1892.

3) P. Drude, Wied. Ann. **46.** p. 353. 1892.

4) P. Drude, Wied. Ann. **52.** p. 496. 1894.

5) Wie eine complexe Constante aus den Differentialgleichungen folgt, habe ich im citirten Nachtrag angegeben. — Dass man übrigens mit einer reellen magneto-optischen Constante die Beobachtungen am Eisen auch für durchgehendes Licht sehr gut darstellen kann, habe ich in meiner ersten Arbeit, wie ich glaube, noch vollständiger, als Leathem durchdiscutirt. — In dem Nachtrag habe ich auch angegeben, weshalb in einer gewissen Richtung erneute Beobachtungen am Nickel und Kobalt wünschenswerth erscheinen. Ich halte es noch nicht für völlig ausgeschlossen, dass man auch für diese Metalle bei möglichst reinen Spiegeln mit einer reellen magneto-optischen Constanten auskommt.

6) C. H. Wind, Versl. d. Afd. natuurk. d. Kon. Akad. te Amsterdam, (1) 5. Nr. 3. 1896; Wied. Beibl. **21.** p. 253. 1897.

und von Zeeman¹⁾ beobachtet worden ist, und ich möchte hier hervorheben, dass die Leatham'sche Theorie die Beobachtungen genau so berechnen muss, wie meine erweiterte Theorie.

Es lässt sich nämlich leicht zeigen, dass die Theorie von Leatham schon in den Ausgangsgleichungen sofort auf die meinige zu reduciren ist.

Die Ausgangsgleichungen von Leatham sind folgende (es sind die Buchstaben und Formelbezeichnung wie in der Leatham'schen Arbeit gewählt):

$$(1) \quad \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial z} = 4\pi u, \quad \frac{\partial a}{\partial z} - \frac{\partial c}{\partial x} = 4\pi v, \quad \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial y} = 4\pi w,$$

$$(2) \quad \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{\partial a}{\partial t}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} = -\frac{\partial b}{\partial t}, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial c}{\partial t},$$

$$(10) \quad \begin{cases} u = \frac{1}{H} P + \eta_3 Q - \eta_2 R, \\ v = \frac{1}{H} Q + \eta_1 R - \eta_3 P, \\ w = \frac{1}{H} R + \eta_2 P - \eta_1 Q. \end{cases}$$

Als Grenzbedingungen gelten (Grenze sei die Ebene $z = 0$):

(g) Stetigkeit von P, Q, a, b .

a, b, c bedeuten die Componenten der magnetischen Kraft, P, Q, R die der electricischen Kraft, u, v, w die des electricischen Stromes. $H, \eta_1, \eta_2, \eta_3$ sind vier complexe Constanten, und zwar ist η_1, η_2, η_3 gleich der complexen magneto-optischen Constante multiplicirt bez. mit den Richtungscosinus $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ der Magnetisirung des Spiegels, d. h. in Formel:

$$(37) \quad (\eta_1, \eta_2, \eta_3) = C_0 \cdot e^{i\alpha} (\alpha_0, \beta_0, \gamma_0).$$

Mein Erklärungssystem lautet:

$$(53) \quad A \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} (b_2 X - b_1 Y) - \frac{\partial}{\partial z} (b_1 Z - b_3 X)$$

und zwei analoge Gleichungen.

$$(53') \quad A \epsilon' X = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}$$

und zwei analoge Gleichungen.

1) P. Zeeman, Communic. from the Laborat. of Phys. at Leiden, Nr. 29. 1896; Wied. Beibl. 21. p. 48. 1897.

Grenzbedingungen:

$$(58) \text{ Stetigkeit von } L, M, X + b_3 Y - b_2 Z, Y + b_1 Z - b_3 X.$$

$\varepsilon', b_1, b_2, b_3$ sind complexe Constanten, es ist

$$(b_1, b_2, b_3) = b'(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0),$$

wo b' die complexe magneto-optische Constante ist. A ist reciproke Lichtgeschwindigkeit im freien Aether. X, Y, Z bedeuten die Componenten der electricen, L, M, N die der magnetischen Kraft.

Setzt man nun

$$(A) \quad a = -AL, \quad b = -AM, \quad c = -AN,$$

$$(B) \quad P = X + b_3 Y - b_2 Z, \quad Q = Y + b_1 Z - b_3 X, \quad R = Z + b_2 X - b_1 Y,$$

so gehen die Gleichungen (2) von Leathem in meine Gleichungen (53) über; ferner die Grenzbedingungen (g) von Leathem in meine (58). Die Gleichungen (1) und (10) von Leathem werden vermöge der Substitution (A):

$$(C) \quad \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} = \frac{4\pi}{A} \left(\frac{1}{H} P + \eta_3 Q - \eta_2 R \right) \text{ etc.}$$

Da nun die Substitutionsgleichungen (B), wenn man nur bis auf erste Ordnung der magneto-optischen Constanten entwickelt, was in Anbetracht ihrer Kleinheit zulässig ist und was alle Theorien auch thun, ergeben:

$$X = P - b_3 Q + b_2 R \text{ etc.},$$

so folgt aus meinen Gleichungen (53'):

$$(D) \quad \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} = A \varepsilon' (P - b_3 Q + b_2 R) \text{ etc.}$$

Diese Gleichungen (D) sind nun identisch mit den Gleichungen (C) der Leathem'schen Theorie, es ist nur die Constantenbezeichnung eine andere.

Damit sind beide Theorien in ihren Ausgangsgleichungen völlig aufeinander reducirt.

Die Gleichungen (10) von Leathem kann man interpretiren als einen Halleffect für die Leitungs- und Verschiebungsströme. Auch Wind hat darauf aufmerksam gemacht, dass

man durch einen derartigen Ansatz eine ausreichende Grundlage für die Berechnung magneto-optischer Phänomene erhält. Mir scheint aber der Vortheil eines solchen Ansatzes vorläufig lediglich darin zu liegen, dass man bekanntere Gleichungsformen anwendet, vor allem auch darin, dass dann die Grenzbedingungen in der üblichen Form auszusprechen sind: Stetigkeit der der Grenze parallelen electricischen und magnetischen Kraft. Auch Koláček¹⁾ hat eine magneto-optische Theorie mit dieser Form der Grenzbedingungen, auf die er ein besonderes Gewicht legt, veröffentlicht. — Eine wirklich physikalische Beziehung der magneto-optischen Erscheinungen zum Halleffect scheint mir bisher aber trotz der ähnlich zu formulirenden Gleichungen nicht erreicht zu sein, bisher stehen trotzdem beide Erscheinungsgebiete physikalisch unvermittelt nebeneinander.

In meiner, auch von Leatham citirten Arbeit habe ich auf p. 389 behauptet, dass die Constante b_2 keine magneto-optischen Effecte ausübt, d. h. dass solche nicht eintreten, wenn die Magnetisirung des Spiegels senkrecht zur Einfallsebene liegt. Diese Behauptung muss ich zurücknehmen, da ja von Zeeman in der That solche Effecte beobachtet worden sind. Es floss aber meine Behauptung nicht etwa aus falschen Schlussgleichungen meiner Theorie, sondern nur aus einer unvollständigen Discussion derselben.

Veranlasst durch die Beobachtungsweise von Righi habe ich nach magneto-optischen Effecten nur gesucht, falls das einfallende Licht genau, oder fast vollständig in oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist. Dann übt b_2 keinen Effect. Im allgemeinen übt aber b_2 wohl einen Effect aus, wie sofort aus den Gleichungen (68) meiner ersten Arbeit hervorgeht, in denen b_2 auftritt. Jene enthalten durchaus auch die Theorie des von Zeeman beobachteten Phänomens; den Nachweis, dass dasselbe in richtiger Weise berechnet wird, brauche ich nicht zu führen, da Leatham dieses für seine Theorie nachgewiesen, und sich soeben die Identität der Resultate beider Theorien ergeben hat.

1) F. Koláček, Ber. d. k. böhm. Gesellsch. d. Wissensch. Math.-naturw. Kl. 1895.

Dieses Zeeman'sche Phänomen würde aber, wie mir scheint, aus der Goldhammer'schen Theorie allerdings nicht mit richtigem Vorzeichen folgen. Denn gerade bei diesem mit b_2 behafteten Gliede enthalten meine Schlussgleichungen (68) ein anderes Vorzeichen, als die Gleichungen, welche ich aus der Goldhammer'schen Theorie berechnet habe¹⁾, während für die anderen, bisher beobachteten magneto-optischen Phänomene die Goldhammer'sche Theorie und die meinige (mit complexer magneto-optischer Constanten) zu den gleichen Resultaten führen.

Im bisherigen sind Betrachtungen über Dispersionseigenschaften nicht angestellt worden, die Constanten sind als abhängig von der Schwingungsdauer des Lichtes anzusehen. Sowie man nach dem Muster der Theorie der anomalen Dispersion, welche zugleich die allgemeinste Dispersionstheorie ist, Gleichungen ansetzt, welche die Fähigkeit von Eigenschwingungen der Molecüle ausdrücken, werden die Constanten complicirte Functionen der Schwingungsdauer. Selbst ohne diese Complication stellen sich die Constanten als abhängig von der Schwingungsdauer dar, was schon mit ihrem Charakter als complexe Zahlen nothwendig verbunden ist. Es führt dann allerdings nicht jeder Ansatz der Theorie, der für die hier angestellten Betrachtungen völlig ausreichend ist, auch für die Dispersionerscheinungen zu einem, der Wirklichkeit sich gut anschliessendem Resultate.

Ich habe die vorstehenden Bemerkungen nicht unterdrücken zu sollen geglaubt, weil ich es im Interesse der Uebersicht und der Ersparniss zeitraubender Rechnungen für wichtig halte, dass man schon die Ausgangsgleichungen verschiedener Theorien miteinander vergleicht. Bei einer früheren Gelegenheit²⁾ habe ich zeigen können, wie man durch ein solches Verfahren in den Lichttheorien mehr Klarheit gewinnen kann und vor allem vor dem müssigen Streben bewahrt bleibt, nach einer experimentellen Entscheidung zwischen zwei Theorien zu suchen, die beide nothwendig dieselben Resultate liefern

1) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. 48. p. 123. 1893; 49. p. 695. 1893; D. A. Goldhammer, Wied. Ann. 48. p. 740. 1893.

2) P. Drude, Gött. Nachr. 11. p. 366 u. 393. 1892.

müssen. — Bei jeder Theorie ist für den Physiker die Frage von höchster Bedeutung, was sie wirklich Neues zu liefern vermag, für das die bisherigen Theorien versagten. Deshalb sollten Untersuchungen über die Vergleichung der Ausgangsgleichungen der verschiedenen Theorien möglichst vorgenommen werden.

Leipzig, October 1897.

(Eingegangen 25. October 1897.)