

samkeit zu schenken, wird sicher das Zugewagte in den von mir aufgestellten Vermuthungen ausgesondert, aber auch das Gegründete darin bedeutend erweitert werden.

II. *Ueber die Gesetze der Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom;* *von M. E. Lenz.*

(Aus dem Bulletin der phys. math. Klasse der St. Petersburger Academie,
T. II p. 161 ¹⁾).

Wärmeentwicklung in Drähten.

17) In dem Früheren habe ich zuerst die Richtigkeit des Gesetzes der Tangenten für meinen Nervander'schen Multiplicator bewiesen, indem ich mich der drei mir bisher bekannten Methoden zur Berichtigung desselben bediente. Die erste besteht in der Vergleichung der Abweichungen, die ein und derselbe Strom auf die Nadel hervorbringt bei verschiedenen Azimuthen der Windungen gegen den magnetischen Meridian; sie ist zuerst von Nervander in Anwendung gebracht, ihr Princip von ihm in der Versammlung der Naturforscher zu Bonn auseinandergesetzt, und von Moser in Dove's Repertorium (Theil I S. 261) kurz angedeutet worden; seit acht Jahren kenne ich sie durch Mittheilung des Erfinders und durch eine gemeinschaftlich mit ihm angestellte Prüfung seines Dosenmultiplicators, und seit der Zeit habe ich mich ihrer stets mit dem größten Nutzen bedient. — Die zweite Methode war die der Sinusbussole, die bekanntlich zuerst von Pouillet und nach ihm von vielen Anderen in der Galvanometrie benutzt worden ist, — Die dritte endlich bestand in der Vergleichung des Galvanometers mit chemischer Action bei ein und demselben constanten Strom; eine solche Vergleichung ist

1) Fortsetzung des Aufsatzes in dies. Ann. Bd. LIX S. 203 und 407.

zuerst von Jacobi in der von mir schon oben citirten Abhandlung ausgeführt worden.

Seit der Zeit hat Hr. Poggendorff ebenfalls eine Methode angegeben, um einen Multiplicator, dessen Gesetz der Ablenkung nicht bekannt ist, empirisch zu berichtigen und hiernach eine Correctionstabelle für ihn zu entwerfen. Diese Methode ist aber offenbar die nur in abgeänderter Form dargestellte Methode Nervander's, wie ich sie im Obigen angewendet habe, und ich muß sie hier für ihn vindiciren. Die Anwendung seines Principis auf die empirische Berichtigung liegt auf der Hand, und ist auch sowohl von ihm, als von mir öfters ausgeführt worden, von mir namentlich, wenn die Ablenkungen über 40° gingen.

Nachdem ich die Richtigkeit meines Multiplicators bis zu Ablenkungen von 40° außer Zweifel gesetzt hatte, suchte ich zu zeigen, daß man den Widerstand des Ueberganges bei Stromberechnungen der galvanischen Kette außer Acht lassen dürfe, und statt dessen nur eine Polarisation der Platten zu berücksichtigen brauche. — Die zunächst folgenden Untersuchungen sind übrigens von dem letzten Satze ganz unabhängig und setzen nur einen richtigen Multiplicator voraus.

18) Meine Untersuchungen über die Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom zerfallen in zwei Abtheilungen, in die Bestimmung dieser Wärmeentwicklung, wenn keine chemische Zersetzung damit verbunden ist, und diejenige Wärmeentwicklung, wo letztere vorhanden ist.

Zur Entscheidung der Fragen im ersten Falle bestimmte ich die Wärmeentwicklung beim Durchgang des Stromes durch metallische Drähte. Es diente hierzu der Apparat Taf. I Fig. 10.

Auf dem Brette *NO* ist in der Mitte der für die umgekehrt gestellte Glasflasche *GH* eingeschliffene Glasstöpsel *AB* befestigt, so daß auf ihn die Flasche *GH*

vermittelst etwas Fett zwischen dem Pfropfen und der Flasche luft- und wasserdicht aufgesetzt werden konnte. — Eine in der Figur fortgelassene Messingklemme drückt den unteren horizontalen Rand der Flasche an das Brett an, so daß die Flasche auch bei heftigem Bewegen des Apparats nicht hinabfällt. Die Flasche hat oben, also eigentlich in ihrem Boden, ein cylindrisches eingeschliffenes Loch *I*, in welches ein Kork gesteckt wird, durch den das Thermometer *KL* mit der Kugel in die Mitte der Flasche hineinreicht. Das Thermometer trägt eine Theilung in $\frac{1}{3}$ Grad auf der Röhre selbst mit dem Diamanten eingegritzt, so daß $\frac{1}{3}$ Grad mit aller Sicherheit abgelesen werden kann; es ist sehr sorgfältig calibrirt. Die Kugel desselben kann durch Verschieben des Rohrs im Kork mit Leichtigkeit auf jede Höhe gebracht werden. Durch den Glasstöpsel *AB* sind zwei Platindrähte, *C* und *D*, hindurchgebohrt und festgekittet, welche in Form zweier Kegel in die Flasche hineinreichen; auf diese Kegel können zwei Platinklötzchen, die auf ihnen abgeschliffen sind, gesteckt werden.

Der Draht, welcher erwärmt werden soll, ist vorläufig um einen cylindrischen, 1 bis 2 Linien dicken Stift zu einer Spirale gewunden, und mit seinen Enden zwischen Platinkegel und Klötzchen eingeklemmt, und hält sich durch seine Elasticität aufrecht, wie die Figur es zeigt, ohne mit seinen Windungen sich irgend wo zu berühren. Die unteren Enden der Platinkegel sind an Kupferdrähte gelöthet, die in das Brett eingelassen sind und an ihren Enden Klemmschrauben tragen, mittelst welcher die Verbindung mit der galvanischen Batterie bewirkt wird. Als solche dient eine Daniell'sche von 24 Paar. In die Flasche wurde die Flüssigkeit gegossen, deren Erwärmung durch den Draht am Thermometer bestimmt wurde; die Höhe der Flüssigkeit in der Flasche war so groß, daß der ganze Draht untergetaucht war. Diese Flüssigkeit bestand aus Spiritus von circa

85 bis 86 Proc. Alkohol, indem Wasser, selbst destillirtes, einen so guten Leiter abgab, daß ein Theil des Stroms durch dasselbe hindurchging, was sogleich an einer schwachen Gasentwicklung am Drahte zu erkennen war. Der Spiritus dagegen gab keine Spur von Gasentwicklung, und bei genauer Besichtigung des Drahts mit der Loupe, während der Strom hindurchging, sah man nur durch Verschiedenheit der Strahlenbrechung die erwärmte Flüssigkeit von allen Theilen des erwärmenden Drahts emporsteigen. Nur in einem Falle war der angewendete und geglühte Neusilberdraht mit einer solchen schmutzigen Oberfläche überzogen, daß er auch im destillirten Wasser keine Gasentwicklung gab.

Die Art, wie mit diesem Apparate die Versuche angestellt wurden, war die folgende: Nachdem die Drahtspirale in den Apparat hineingesetzt und der Spiritus nach einem bestimmten Maasse eingefüllt worden war, wurde der Apparat zugleich mit dem Multiplicator, dem Agometer (*A*) und der Daniell'schen Batterie zur Kette verbunden; ein Gehülfe hielt mit dem Agometer den Strom beständig bei einer bestimmten Stärke, und ich selbst beobachtete am Chronometer das Steigen des Thermometers im Spiritus. Dabei brachte ich, durch ein Herumdrehen des Apparats in einem kleinen Kreise, die Flüssigkeit in eine fortwährende rotirende Bewegung, wodurch die Temperatur im Innern derselben in allen Theilen eine beständig gleichmäßige war. Auf diese Weise geschah das Steigen des Thermometers sehr regelmäßig, während bei Unterlassung dieser beständigen Mischung das Thermometer sprungweis stieg und das Resultat der Beobachtung ein ganz unsicheres wurde. — War die Erwärmung bis auf einen Grad gestiegen, über welchen hinaus ich sie nicht treiben wollte, und über welchen ich sogleich das Nähere mittheilen werde, so wurde der Strom unterbrochen und der Stand des Agometers abgelesen; dann ward die Kette wiederum, aber mit Weg-

lassung des Erwärmungsapparates, geschlossen, der Strom auf die alte Gröfse gebracht und der dazu nöthige Stand des Agometers abgelesen; dann ward der Apparat wieder eingeschaltet, dann wieder weggelassen und zuletzt nochmals eingeschaltet. So erhält man für denselben Strom drei Ablesungen des Agometers mit eingeschaltetem Erwärmungsapparat und zwei ohne denselben. Aus beiden wurde das Mittel genommen; ersteres von letzterem abgezogen, gab den Leitungswiderstand des Erwärmungsapparats in der Einheit einer Agometerwindung, welche Einheit nach dem Obigen die von mir für alle Widerstände festgesetzte Einheit ist. Dieser Widerstand des Apparats bestand aus drei Theilen, dem Widerstande der kupfernen Zuleitungsdrähte, der Platinkegel und der zu untersuchenden Spirale. Der erste dieser Widerstände ist gegen die übrigen völlig zu vernachlässigen, da die kupfernen Drähte im Ganzen nur 4 Zoll lang waren und mehr als 1 Linie dick; der Widerstand der Platinkegel, die ebenfalls nahezu eine Linie dick und dabei nur etwas über einen Zoll lang waren, ist ebenfalls fast Null. Uebrigens wäre dieser Widerstand der Platinkegel, selbst wenn er nicht für Null angesehen werden dürfte, dennoch von keinem Einflusse auf das Resultat, da ihre Erwärmung größtentheils der Flüssigkeit mitgetheilt wird, und dabei sich genau nach denselben Gesetzen richtet, wie die des Drahts; dieses wird aus dem Nachfolgenden noch deutlicher hervorgehen.

Nach Beendigung jeder dieser Versuche ward das Gewicht des ganzen Apparats in Grammen bestimmt, so wie das Gewicht des leeren Apparats; der Unterschied beider Gewichte gab die Quantität der gebrauchten Flüssigkeit. Ein Alkoholometer bestimmte an jedem Tage den Gehalt des Spiritus an Alkohol.

19) Ehe ich die Beobachtungen selbst auseinandersetze, werde ich einige theoretische Betrachtungen vorausschicken, durch die ich mich bei den Beobachtungen habe leiten lassen.

Es sey eine Flüssigkeitsmasse Q gegeben, ihre spezifische Wärme sey s , und innerhalb derselben befinde sich eine constant-wirkende Wärmequelle, die in der Zeiteinheit eine Quantitätseinheit von der spezifischen Wärme 1 eine Erwärmung w mittheilt, so ist die Erwärmung, welche dieselbe Wärmequelle in unserem Flüssigkeitsquantum Q hervorbringt, $= \frac{w}{Qs} = k$. Nun befinde

sich Q in einem Mittel, welches die Temperatur U hat, und aus dem es in der Zeiteinheit so viel Wärme erhält, daß wenn der Temperaturunterschied 1° bliebe, der Wärmegewinn so groß wäre, daß ein eben so großes Quantum Q dadurch um m° erwärmt würde. Es sey angenommen, die Anfangstemperatur von Q sey $= u_0$ und niedriger als das Mittel, wie groß wird die Temperatur u nach der Zeit t seyn?

Nehmen wir an, daß der Wärmegewinn nach dem Newton'schen Gesetze dem Temperaturunterschiede proportional sey (was hier für geringe Unterschiede immer angenommen werden darf), und daß die Masse Q in allen Theilen eine gleiche Temperatur habe (was durch das beständige Rotiren der Flüssigkeit bewirkt wurde), so können wir folgendermaßen schließen:

Wenn für die Zeit t die Temperatur u ist, so ist für die unendlich kleine Zeit dt die Zunahme der Temperatur $= du$; die Zunahme rührt aus zwei Ursachen her, *erstens* aus der Erwärmung durch die Wärmequelle, welche durch $k dt$ angedeutet wird, und *zweitens* durch Erwärmung an dem umgebenden Mittel, die durch $m(U-u)dt$ ausgedrückt wird; folglich ist:

$$du = k dt + m(U-u)dt = [k + m(U-u)] dt,$$

oder:

$$dt = \frac{du}{k + m(U-u)}$$

und das Integral:

$$t = C - \frac{1}{m} \log(k + m(U-u));$$

da nun für $t=0$ die Anfangstemperatur von $U=u_0$ ist, so haben wir:

$$t = \frac{1}{m} \log \frac{k+m(U-u_0)}{k+m(U-u)}.$$

Es fragt sich nun, ob man nicht durch gewisse Combinationen bei der Beobachtung der Erwärmung den Einfluß des umgebenden Mittels ganz eliminiren könne? Wäre dieses der Fall gewesen, so würden wir in der Zeit t offenbar eine Erwärmung kt erhalten haben, woraus also die Bedingung $u-u_0=kt$ oder $t = \frac{u-u_0}{k}$

erhält; es ist also für diesen Fall:

$$\frac{u-u_0}{k} = \frac{1}{m} \cdot \log \frac{k+m(U-u_0)}{k+m(U-u)},$$

oder wenn man $\frac{m}{k} = \mu$ setzt:

$$\mu(u-u_0) = \log \frac{1+\mu(U-u_0)}{1+\mu(U-u)},$$

oder:

$$e^{\mu(u-u_0)} = \frac{1+\mu(U-u_0)}{1+\mu(U-u)}.$$

Entwickeln wir die Ausdrücke auf beiden Seiten in Reihen, so ist:

$$1 + \mu(u-u_0) + \frac{\mu^2}{2}(u-u_0)^2 + \frac{\mu^3}{2 \cdot 3}(u-u_0)^3 + \dots \\ = 1 + \mu(u-u_0) - \mu^2(u-u_0)(U-u) + \mu^3(u-u_0)(U-u)^2.$$

Ist nun μ eine kleine GröÙe, d. h. geschieht die Erwärmung der Flüssigkeit durch die beständige Wärmequelle viel rascher, als die durch das umgebende Mittel, so können wir die dritten Potenzen von μ vernachlässigen, und dann erhalten wir aus obiger Gleichung:

$$\frac{u-u_0}{2} = -(U-u),$$

oder:

$$u-U = U-u_0 \dots \dots \dots (A)$$

d. h. die anfängliche Temperatur der sich erwärmenden Quantität Q muß eben so viel unter der Temperatur

des umgebenden Mittels stehen, als die Endtemperatur über ihr steht. Dann gewinnt die Masse Q von dem umgebenden Mittel eben so viel, als sie nachher, wenn ihre Temperatur höher ist, wieder verliert. Nur müssen die Temperaturen nicht *viel* über oder unter der des umgebenden Mittels seyn.

20) Da das Verfahren bei allen meinen Versuchen stets dasselbe blieb, so will ich es hier an einem willkürlich gewählten Beispiele erläutern. Es wurde die Erwärmung bestimmt, welche eine Kupferspirale in dem sie umgebenden Spiritus hervorbrachte bei einem Strom von 35° am Multiplicator. Die Temperatur der Luft während dieses Versuches war $16^\circ,0$ R. Es wurde eine Flasche mit Spiritus zuvor durch Eiswasser auf etwa 7° erkältet, dann das bestimmte Volum in den Apparat gegossen, das Thermometer hineingesetzt, der Apparat in die Kette und der Strom vermittelst des Agometers am Multiplicator auf 35° gebracht. Ich beobachtete hierauf, bei beständigem Rotiren der Flüssigkeit, am Chronometer die Momente, wo das Thermometer 10° zeigte, dann 11, 12, 13, 14 und 15; da bei 15° das Thermometer an der Temperatur des Mittels $= 16^\circ$ um 1° abstand, so machte ich die nächste Beobachtung als die Temperatur um eben so viel höher stand als 16, also bei 17, und dann weiter bei 18, 19, 20, 21 und 22. Hierauf zog ich die Zeit für 15 an der von 17 ab, die für 14 an der für 18 u. s. w., und erhielt auf diese Weise die Erwärmungen für sechs Zeitintervalle, von denen jeder eben so viel Grade über als unter dem umgebenden Mittel umfaßte. Die folgende Tabelle enthält die beobachteten Zahlen :

für 12° ist die Zeit der Erwärmung 6,53 Minuten

-	10	-	-	-	-	-	5,42	-
-	8	-	-	-	-	-	4,30	-
-	6	-	-	-	-	-	3,25	-
-	4	-	-	-	-	-	2,22	-
-	2	-	-	-	-	-	1,05	-

Ich setze nun die Zeit, die auf 1° verwendet wird, $=\tau$, so erhalte ich folgende sechs Gleichungen:

$$12\tau=6,53$$

$$10\tau=5,42$$

$$8\tau=4,30$$

$$6\tau=3,25$$

$$4\tau=2,22$$

$$2\tau=1,05,$$

woraus ich nach der Methode der kleinsten Quadrate τ berechne. Setze ich diesen Werth statt x in die obigen Gleichungen, so erhalte ich die berechneten Werthe für die Zeiten der verschiedenen Erwärmungen; die Differenzen derselben und der beobachteten zeigen mir an, ob die Temperaturen nicht zu viel von der des Mediums entfernt waren, oder ob man unsere obige Formel 19 (A) für sie gelten lassen könne.

Für unser Beispiel findet sich $\tau=0,5419$, und hiermit

Erwärmungszeiten		
beobachtet.	berechnet.	Differenz.
6,50	6,53	+0,03
5,42	5,42	+0,00
4,33	4,30	-0,03
3,25	3,25	-0,00
2,17	2,22	+0,05
1,08	1,05	-0,03.

Aus den Differenzen und der völlig regellosen Vertheilung der Zeichen bei denselben ersieht man, daß die Erwärmungen in Gränzen fallen, wo der Einfluß des Mittels durch diese Beobachtungsart ganz eliminirt wird.

Zuletzt wurde das Gewicht der Flüssigkeit $Q=90,174$ Gran bestimmt, der Widerstand des Drahts $\lambda=5,406$ und der Alkoholgehalt des Spiritus Sp.=85,1.

Die Form, unter welcher ich obige Reihe im Nachfolgenden darstellen werde, ist nun die folgende; die Ströme sind nicht in Graden, sondern in der früher von uns festgesetzten Einheit angegeben.

Kupferdraht.

Strom 40,12.

Erw.	Zeit d. Erw. in Minuten.		Differenz.	
	Beobachtet.	Berechnet.		
12°	6,53	6,50	+0,03	$\tau = 0,5419$ $\lambda = 5,406$ $Q = 90,174 \text{ Grm.}$ $Sp. = 85,1 \text{ Proc.}$
10	5,42	5,42	0,00	
8	4,30	4,33	-0,03	
6	3,25	3,25	0,00	
4	2,22	2,17	+0,05	
2	1,05	1,08	-0,03	

Die angewandten Drähte waren von Kupfer, Eisen, Platin, Neusilber, letzteres von drei verschiedenen Durchmesser, die ich mit I, II, III bezeichnen will; I war der feinste. Die Drähte von Kupfer, Eisen I, Platin, Neusilber I waren durch dasselbe Loch gezogen, hatten also gleiche Durchmesser, Neusilber II war dicker als I, und III noch dicker.

21) Ich halte es für's Beste zuvörderst alle angestellten Beobachtungen folgen zu lassen, da ich sie zur Herleitung der Resultate auf verschiedene Weise zu combiniren gedenke.

Neusilber I.

Strom 15,35.

	Erwärm.	Zeit der Erwärmung.		Differenz.	
		Beobacht.	Berechn.		
1	10°	5,28	5,27	+0,01	$\tau = 0,5271$ $\lambda = 36,294$ $Q = 89,723$ $Sp. = 87,0$
	8	4,22	4,22	0,00	
	6	3,15	3,16	-0,01	
	4	2,10	2,11	-0,01	
	2	1,05	1,05	0,00	
(A) 2	10°	5,32	5,28	+0,04	$\tau = 0,5285$ $\lambda = 36,545$ $Q = 89,514$
	8	4,22	4,23	-0,01	
	6	3,15	3,17	-0,02	
	4	2,08	2,11	-0,03	
	2	1,05	1,06	-0,01	
3	10°	5,27	5,26	+0,01	$\tau = 0,5261$ $\lambda = 37,179$ $Q = 87,787$
	8	4,23	4,21	+0,02	
	6	3,13	3,16	-0,03	
	4	2,08	2,10	-0,02	
	2	1,05	1,05	0,00	

Im Mittel aus allen drei Reihen $\tau = 0,5272$, $\lambda = 36,673$,
 $Q = 89,675$, $Sp. = 87 \text{ Proc.}$

Strom 10,10.

		Erwärm. Zeit der Erwärmung.		Differenz.		
		Beobachtet.	Berechnet.			
(B)	1	10°,8	14,85	14,82	+0,03	$\tau = 1,373$ $\lambda = 35,122$ $Q = 89,930$ $Sp. = 85,7$
		8 ,8	12,10	12,08	+0,02	
		6 ,8	9,30	9,33	-0,03	
		4 ,8	6,57	6,59	-0,02	
		2 ,8	3,85	3,84	+0,01	
		0 ,8	1,10	1,10	0,00	
(B)	2	8°,8	11,68	11,69	-0,01	$\tau = 1,326$ $\lambda = 35,177$ $Q = 90,020$
		6 ,8	9,02	9,02	0,00	
		4 ,8	6,35	6,37	-0,02	
		2 ,8	3,70	3,71	-0,01	
		0 ,8	1,02	1,06	-0,04	

Im Mittel aus beiden Reihen (B) $\tau = 1,3495$,
 $\lambda = 35,150$, $Q = 89,975$, $Sp. = 85,7$.

Strom 15,35.

(C)	1	10°,4	5,97	5,93	+0,04	$\tau = 0,5706$ $\lambda = 35,204$ $Q = 89,989$ $Sp. = 85,7$
		8 ,4	4,75	4,79	-0,04	
		6 ,4	3,63	3,65	-0,02	
		4 ,4	2,52	2,51	+0,01	
		2 ,4	1,37	1,37	0,00	
(C)	2	10°,6	6,05	6,07	-0,02	$\tau = 0,7516$ $\lambda = 35,192$ $Q = 90,056$
		8 ,6	4,92	4,92	0,00	
		6 ,6	3,78	3,78	0,00	
		4 ,6	2,73	2,63	+0,10	
		2 ,6	1,42	1,49	-0,07	

Im Mittel aus beiden Reihen (C) $\tau = 0,5711$,
 $\lambda = 35,198$, $Q = 90,024$, $Sp. = 85,7$.

Strom 20,85.

(D)	1	10°,6	3,17	3,19	-0,02	$\tau = 0,3007$ $\lambda = 35,338$ $Q = 90,140$ $Sp. = 85,7$
		8 ,6	2,55	2,59	-0,04	
		6 ,6	2,05	1,98	+0,07	
		4 ,6	1,42	1,38	+0,04	
		2 ,6	0,75	0,78	-0,03	
(D)	2	10°,4	3,15	3,11	+0,04	$\tau = 0,2998$ $\lambda = 35,298$ $Q = 90,146$
		8 ,4	2,52	2,51	+0,01	
		6 ,4	1,87	1,91	-0,04	
		4 ,4	1,27	1,31	-0,04	
		2 ,4	0,70	0,72	-0,02	

Im Mittel aus beiden Reihen (D) $\tau = 0,3002$,
 $\lambda = 35,318$, $Q = 90,143$, $Sp. = 85,7$.

Neusilberdraht II.

Strom 15,35.

		Erwärm. Zeit der Erwärmung.		Differenz.		
		Beobachtet.	Berechnet.			
(E)	1	10°,4	9,52	9,53	−0,01	$\tau=0,9162$ $\lambda=22,088$ $Q=90,360$ $Sp.=86,4$
		8 ,4	7,70	7,70	0,00	
		6 ,4	5,87	5,87	0,00	
		4 ,4	4,03	4,03	0,00	
		2 ,4	2,17	2,20	−0,03	
(E)	2	10°,4	9,60	9,64	−0,04	$\tau=0,9216$ $\lambda=22,095$ $Q=90,309$
		8 ,4	7,82	7,79	+0,03	
		6 ,4	5,93	5,93	0,00	
		4 ,4	4,10	4,08	+0,02	
		2 ,4	2,22	2,22	0,00	

Im Mittel aus beiden Reihen (E) findet sich:
 $\tau=0,9189$, $\lambda=22,091$, $Q=90,335$, $Sp.=86,4$.

Strom 20,85.

(F)	1	10°,4	4,97	4,97	0,00	$\tau=0,4782$ $\lambda=22,053$ $Q=90,172$ $Sp.=86,4$
		8 ,4	4,00	4,02	−0,02	
		6 ,4	3,08	3,06	+0,02	
		4 ,4	2,10	2,10	0,00	
		2 ,4	1,15	1,15	0,00	
(F)	2	10°,4	5,10	5,10	0,00	$\tau=0,4843$ $\lambda=22,039$ $Q=90,254$
		8 ,4	4,12	4,12	0,00	
		6 ,4	3,13	3,14	−0,01	
		4 ,4	2,15	2,16	+0,01	
		2 ,4	1,17	1,18	−0,01	

Im Mittel aus beiden Reihen (F) finden sich:
 $\tau=0,4813$, $\lambda=22,046$, $Q=90,213$, $Sp.=86,4$.

Strom 26,71.

(G)	1	10°	2,88	2,89	−0,01	$\tau=0,2891$ $\lambda=22,171$ $Q=90,186$ $Sp.=86,4$
		8	2,32	2,31	+0,01	
		6	1,72	1,73	−0,01	
		4	1,18	1,16	+0,02	
		2	0,60	0,58	+0,02	
(G)	2	10°,4	2,98	2,98	0,00	$\tau=0,2876$ $\lambda=22,186$ $Q=90,286$
		8 ,4	2,42	2,40	+0,02	
		6 ,4	1,82	1,83	−0,01	
		4 ,4	1,25	1,26	−0,01	
		2 ,4	0,65	0,69	−0,04	

Im Mittel aus beiden Reihen (G) findet sich:
 $\tau=0,2883$, $\lambda=22,178$, $Q=90,236$, $Sp.=86,4$.

Mit einer andern Spiritussorte und viel früher, sind mit demselben Draht folgende drei Reihen beobachtet worden:

Strom 20,85.

		Erwärm. Zeit der Erwärmung.		Differenz.	
		Beobachtet.	Berechnet.		
1	10°,8	4,73	4,77	—0,04	$\tau = 0,4421$ $\lambda = 22,525$ $Q = 89,850$ $Sp. = 85,2$
	8 ,8	3,90	3,89	+0,01	
	6 ,8	3,03	3,01	+0,02	
	4 ,8	2,15	2,12	+0,03	
	2 ,8	1,27	1,24	+0,03	
(H) 2	10°,8	5,02	5,02	0,00	$\tau = 0,4646$ $\lambda = 22,660$ $Q = 90,090$
	8 ,8	4,05	4,09	—0,04	
	6 ,8	3,18	3,16	+0,02	
	4 ,8	2,28	3,23	+0,05	
	2 ,8	1,28	1,30	—0,02	
3	12°,6	5,83	5,86	—0,03	$\tau = 0,4647$ $\lambda = 22,660$ $Q = 89,906$
	10 ,6	5,00	4,93	+0,07	
	8 ,6	4,00	4,00	0,00	
	6 ,6	3,00	3,08	—0,08	
	4 ,6	2,12	2,14	—0,02	
a	2 ,6	1,22	1,21	+0,01	

Im Mittel aus den drei Reihen (H) findet sich:
 $\tau = 0,4571$, $\lambda = 22,615$, $Q = 89,949$, $Sp. = 85,2$.

Neusilberdraht III.

Strom 26,71.

1	11°,2	4,25	4,31	—0,06	$\tau = 0,3850$ $\lambda = 16,817$ $Q = 89,928$ $Sp. = 85,9$
	9 ,2	3,55	3,54	+0,01	
	7 ,2	2,80	2,77	+0,03	
	5 ,2	2,03	2,00	+0,03	
	3 ,2	1,28	1,23	+0,05	
(K) 2	11°,4	4,30	4,34	—0,04	$\tau = 0,3808$ $\lambda = 16,831$ $Q = 89,994$
	9 ,4	3,60	3,58	+0,02	
	7 ,4	2,82	2,82	0,00	
	5 ,4	2,07	2,06	—0,01	
	3 ,4	1,33	1,29	+0,04	
	1 ,4	0,55	0,53	+0,02	

		Erwärm. Zeit der Erwärmung.		Differenz.		
		Beobachtet.	Berechnet.			
(K) 3	{	11°,6	4,38	4,42	−0,04	$\tau=0,3850$ $\lambda=16,642$ $Q=90,078$
		9 ,6	3,62	3,66	−0,04	
		7 ,6	2,95	2,90	+0,05	
		5 ,6	2,18	2,13	+0,05	
		3 ,6	1,40	1,37	+0,03	
		1 ,6	0,63	0,61	+0,02	

Im Mittel aus allen drei Reihen (K) finden sich:
 $\tau=0,3836$, $\lambda=16,763$, $Q=89,967$, Sp.=85,9

Platindraht.

Strom 20,85.

(L)	1	10°,4	5,78	5,75	+0,03	$\tau=0,5534$ $\lambda=18,976$ $Q=89,838$ Sp.=85,2
		8 ,4	4,63	4,65	−0,02	
		6 ,4	3,55	3,54	+0,01	
		4 ,4	2,42	2,43	+0,01	
		2 ,4	1,28	1,33	−0,05	
2		10°,4	5,78	5,78	0,00	$\tau=0,5558$ $\lambda=18,956$ $Q=90,044$
		8 ,4	4,68	4,67	+0,01	
		6 ,4	3,55	3,56	−0,01	
		4 ,4	2,43	2,44	−0,01	
		2 ,4	1,32	1,33	−0,01	

Im Mittel aus beiden Reihen (L) findet sich:
 $\tau=0,5546$, $\lambda=18,966$, $Q=89,941$, Sp.=85,2.

Strom 26,71.

(M)	1	10°,0	3,22	3,24	−0,02	$\tau=0,3244$ $\lambda=19,332$ $Q=90,597$ Sp.=85,2
		8 ,0	2,58	2,59	−0,01	
		6 ,0	1,97	1,95	+0,02	
		4 ,0	1,35	1,30	+0,05	
		2 ,0	0,65	0,65	0,00	
2		10°,4	3,35	3,38	−0,03	$\tau=0,3253$ $\lambda=19,144$ $Q=90,214$
		8 ,4	2,73	2,73	0,00	
		6 ,4	2,10	2,08	+0,02	
		4 ,4	1,48	1,43	+0,05	
		2 ,4	0,78	0,78	0,00	

Im Mittel aus beiden Reihen (M) findet sich:
 $\tau=0,3248$, $\lambda=19,238$, $Q=90,405$, Sp.=85,2.

Eisenspirale.

Strom 33,08.

		Erwärm. Zeit der Erwärmung.		Differenz.		
		Beobachtet.	Berechnet.			
1	{	9°,2	4,03	4,04	−0,01	$\tau=0,4391$ $\lambda=9,105$ $Q=89,204$ Sp.=85,3
		7 ,2	3,20	3,16	+0,04	
		5 ,2	2,28	2,28	0,00	
		3 ,2	1,38	1,40	−0,02	
		1 ,2	0,47	0,53	−0,06	
(N) 2	{	10°,8	4,65	4,67	−0,02	$\tau=0,4329$ $\lambda=9,578$ $Q=89,779$
		8 ,8	3,82	3,81	+0,01	
		6 ,8	2,97	2,94	+0,03	
		4 ,8	2,08	2,08	0,00	
		2 ,8	1,22	1,21	+0,01	
3	{	11°,4	4,97	4,95	+0,02	$\tau=0,4339$ $\lambda=9,417$ $Q=?$
		9 ,4	4,07	4,08	−0,01	
		7 ,4	3,18	3,21	−0,03	
		5 ,4	2,32	2,34	−0,02	
		3 ,4	1,57	1,47	+0,10	
		1 ,4	0,67	0,61	+0,06	

Im Mittel aus allen drei Reihen (N) findet sich:
 $\tau = 0,4353$, $\lambda = 9,367$, $Q = 89,492$, $Sp. = 85,3$.

Kupferspirale.

Strom 26,71.

1	{	8°,8	11,67	11,58	+0,09	$\tau = 1,316$ $\lambda = 5,233$ $Q = 90,187$ $Sp. = 86,4$
		6°,8	8,87	8,95	−0,08	
		4°,8	6,28	6,32	−0,04	
		2°,8	3,68	3,68	0,00	
		0°,8	1,07	1,05	+0,02	
(P) 2	{	8°,6	11,05	11,06	−0,01	$\tau = 1,286$ $\lambda = 5,218$ $Q = 90,195$
		6°,6	8,52	8,49	+0,03	
		4°,6	5,95	5,92	+0,03	
		2°,6	3,27	3,34	−0,07	
		0°,6	0,80	0,77	+0,03	

Im Mittel aus beiden Reihen (P) finden sich:
 $\tau = 1,301$, $\lambda = 5,225$, $Q = 90,191$, $Sp. = 86,4$.

Strom

Strom 33,08.

		Zeit der Erwärmung.		Differenz.	
		Beobachtet.	Berechnet.		
(Q)	1	10°,8	9,00	0,00	$\tau=0,8335$ $\lambda=5,236$ $Q=89,781$ $Sp.=86,4$
		8,8	7,30	-0,03	
		6,8	5,67	0,00	
		4,8	4,05	+0,05	
		2,8	2,38	+0,05	
(Q)	2	10°,8	9,02	-0,02	$\tau=0,8373$ $\lambda=5,210$ $Q=89,950$
		8,8	7,40	+0,03	
		6,8	5,73	+0,04	
		4,8	4,07	+0,05	
		2,8	2,33	-0,01	

Im Mittel aus beiden Reihen (Q) finden sich:

$$\tau=0,8354, \lambda=5,223, Q=89,825, Sp.=86,4.$$

Strom 40,12.

(R)	1	9°,4	5,40	5,39	+0,01	$\tau=0,5729$ $\lambda=5,226$ $Q=89,641$ $Sp.=86,4$
		7,4	4,22	4,24	-0,02	
		5,4	3,12	3,09	+0,03	
		3,4	1,92	1,95	-0,03	
		1,4	0,75	0,80	-0,05	
(R)	2	12°,2	6,97	7,04	-0,07	$\tau=0,5771$ $\lambda=5,238$ $Q=89,853$
		10,2	5,95	5,89	+0,06	
		8,2	4,78	4,73	+0,05	
		6,2	3,57	3,58	-0,01	
		4,2	2,42	2,42	0,00	
		2,2	1,25	1,27	-0,02	

Im Mittel aus beiden Reihen (R) finden sich:

$$\tau=0,5750, \lambda=5,232, Q=89,747.$$

Strom 48,07.

(S)	1	10°,4	3,95	3,94	+0,01	$\tau=0,3793$ $\lambda=5,268$ $Q=89,768$ $Sp.=86,4$
		3,4	3,18	3,19	-0,01	
		6,4	2,43	2,43	0,00	
		4,4	1,68	1,67	+0,01	
		2,4	0,88	0,91	-0,01	
(S)	2	10°,6	4,07	4,06	+0,01	$\tau=0,3826$ $\lambda=5,267$ $Q=90,190$
		8,6	3,28	3,29	-0,01	
		6,6	2,53	2,52	+0,01	
		4,6	1,75	1,76	-0,01	
		2,6	0,98	0,99	-0,01	

Im Mittel aus beiden Reihen (S) findet sich:

$$\tau=0,3810, \lambda=5,267, Q=89,979.$$

Mit einer andern Spiritussorte und viel früher, wurde nachfolgende Reihe beobachtet:

Strom 40,12.

Erwärm.		Zeit der Erwärmung.		Differenz.		
		Beobachtet.	Berechnet.			
1	{	11°	5,90	5,96	—0,06	$\tau=0,5421$ $\lambda=5,341$ $Q=90,237$ $Sp.=85,1$
		9	4,90	4,88	+0,02	
		7	3,82	3,79	+0,03	
		5	2,78	2,71	+0,06	
		3	1,62	1,63	—0,01	
		1	0,58	0,54	+0,04	
(T) 2	{	12°	6,53	6,50	+0,03	$\tau=0,5419$ $\lambda=5,406$ $Q=90,174$
		10	5,42	5,42	0,00	
		8	4,30	4,33	—0,03	
		6	3,25	3,25	0,00	
		4	2,22	2,17	+0,05	
		2	1,05	1,08	—0,03	
3	{	12°,6	6,78	6,85	—0,07	$\tau=0,5438$ $\lambda=5,392$ $Q=90,544$
		10 ,6	5,78	5,76	+0,02	
		8 ,6	4,70	4,68	+0,02	
		6 ,6	3,65	3,59	+0,06	
		4 ,6	2,52	2,50	+0,02	
		2 ,6	1,43	1,41	+0,02	

Im Mittel aus diesen drei Reihen (T) findet sich:

$$\tau=0,5436, \lambda=5,380, Q=90,319.$$

Unter den vielen im Anfang von mir angestellten Versuchen, wo die zu erwärmende Flüssigkeit destillirtes Wasser war, finden sich einige mit einem Neusilberdraht angestellte, wo durchaus keine Wasserzersetzung zu bemerken war, wo man also annehmen kann, daß der ganze Strom durch die Metallspirale hindurch ging. Die Oberfläche dieses Drahtes war schwärzlich vom Glühen vor dem Ziehen. Diese Reihen sind folgende:

Neusilberdraht.

Strom 57,29.

Erwärm.		Zeit der Erwärmung.		Differenz.	
		Beobachtet.	Berechnet.		
11°	7	7,52	7,38	+0,14	$\tau=0,6314$ $\lambda=4,220$ $Q=105,889$
10	,0	6,25	6,31	—0,06	
8	,0	4,90	5,05	—0,15	
6	,0	3,80	3,79	+0,01	
4	,0	2,58	2,53	+0,05	
2	,0	1,25	1,26	—0,01	

Strom 48,07.

1	12°	52	10,83	10,02	+0,01	$\tau=0,8640$ $\lambda=4,22$ $Q=105,86$
	8	,08	6,92	6,98	—0,06	
	6	,08	5,33	5,26	+0,07	
	4	,08	3,50	3,53	—0,03	
	2	,00	1,75	2,02	—0,27	
2	10°		8,75	8,92	+0,17	$\tau=0,8917$ $\lambda=4,240$ $Q=105,35$
	8		7,25	7,13	—0,12	
	6		5,42	5,35	—0,07	
	4		3,58	3,57	+0,01	
	2		1,92	1,78	—0,14	

Im Mittel aus den Reihen 1 und 2 findet sich:

$$\tau=0,8778, \lambda=4,23, Q=105,60.$$

Strom 40,12.

10°	9	14,00	13,90	—0,01	$\tau=1,273$ $\lambda=4,237$ $Q=105,921$
9	,8	12,42	12,47	+0,05	
7	,8	9,92	9,93	—0,06	
5	,8	7,25	7,38	+0,13	
3	,8	4,92	4,84	—0,08	
1	,8	2,25	2,29	+0,04	

Strom 33,08.

10°	3	19,50	19,36	+0,14	$\tau=1,880$ $\lambda=1,527$ $Q=105,401$
7	,2	13,33	13,53	—0,20	
5	,2	9,83	9,77	+0,06	
3	,2	5,97	6,01	—0,04	
1	,2	2,28	2,26	+0,02	

Strom 20,85.

7°	2	35,42	35,21	—0,21	$\tau=4,8901$ $\lambda=4,206$ $Q=105,924$
5	,2	25,33	25,43	+0,10	
3	,2	15,33	15,65	+0,30	
1	,2	5,83	5,87	+0,04	

22) Wenn wir die Wärmeentwicklung in einem Drahte durch den galvanischen Strom betrachten, so können wir füglich annehmen, daß sie durch drei Umstände bedingt werde: 1) durch den Leitungswiderstand des Drahtes, 2) durch die Natur des Metalls, aus welchem der Draht besteht, und 3) durch die Stärke des Stromes.

Da die Metallverschiedenheit der Drähte auf alle übrigen galvanischen Phänomene nur durch Verschiedenheit der dadurch bedingten Leitungswiderstände influirt, so liegt es nahe anzunehmen, daß es hier eben so der Fall sey, und zu untersuchen, ob nicht der erste und der zweite der oben erwähnten bedingenden Umstände in einen einzigen zusammenfallen. Ich werde daher zuerst untersuchen, wie die Leitungswiderstände der Drähte auf das Phänomen influiren, und daher ganz von der Natur der Drähte abstrahiren.

Ehe wir die dazu tauglichen Beobachtungen benutzen, dürfen wir es nicht unerwähnt lassen, daß, streng genommen, die Versuche mit Drähten von verschiedenen Durchmessern und aus verschiedenen Metallen nicht so unmittelbar mit einander verglichen werden können, denn die Erwärmung der Flüssigkeit wird nach der Masse und Wärmecapacität der Drähte selbst, die ja auch erwärmt werden müssen, modificirt. Allein es ist leicht zu zeigen, daß dieser Umstand bei unseren Versuchen von so geringem Belang ist, daß er mit vollem Recht übersehen werden kann. In der That, betrachten wir den Einfluß desselben in dem Falle, wo er am größten ist, namentlich beim dicksten Neusilberdraht III, dessen Gewicht $= 0,572$ Grm. ist. Da ich die Wärmecapacität des Neusilbes nirgends angegeben finde, so werde ich sie nach Analogie mit anderen Metallen $= 0,1$, die des angewendeten Spiritus $= 0,7$ annehmen; dann ist das Gewicht einer in Hinsicht auf Erwärmungsfähigkeit dem Drahte äquivalenten Spiritusmasse $= 0,081$. Nun beträgt aber im Mittel die Masse des angewendeten Spiritus $Q = 90$

Grm., und die des Glases G kann (nach Abwägung desselben und mit Zugrundlegung der Wärmecapacität des Glases $=0,177$) $=28$ Grm. angeschlagen werden; wir haben also $P+Q=118$, und hiervon ist die reducirte Masse des Drahtes $0,081$ nur $\frac{1}{1430}$. Diese Größe wird bei den übrigen dünnen Drähten noch bei weitem geringer, und der *Unterschied* dieser verschiedenen Größen kann daher auf die Resultate nur einen so geringen Einfluß ausüben, daß wir mit vollem Rechte auf die verschiedenen Erwärmungsfähigkeiten der Drähte selbst gar nicht Rücksicht zu nehmen brauchen.

Bei den nachfolgenden Vergleichen der verschiedenen Erwärmungsergebnisse finden sich noch Unterschiede in den Werthen von Q ; allein besonders bei ein und demselben Strom sind sie so gering, daß ich nicht Rücksicht darauf nehmen werde, sondern die Werthe von τ so gebrauchen, wie sie unsere Versuche unmittelbar ergeben. Ich stelle nun aus den in No. 21 angegebenen Versuchen diejenigen zusammen, die bei gleichen Strömen angestellt sind; der vor jeder Reihe in Klammern stehende Buchstabe bezieht sich auf den entsprechenden Buchstaben in No. 21, und bezeichnet die Reihen, aus denen die Resultate genommen sind.

Für den Strom 15,35.

(C)	Neusilber I.	$\tau=0,5711$	$\lambda=35,20$	$Q=90,02$
(E)	- II.	$\tau=0,9189$	$\lambda=22,09$	$Q=90,35$

Für den Strom 20,85.

(D)	Neusilber I.	$\tau=0,3002$	$\lambda=35,32$	$Q=90,14$
(F)	- II.	$\tau=0,4813$	$\lambda=22,05$	$Q=90,21$
(L)	Platin	$\tau=0,5546$	$\lambda=18,97$	$Q=89,94$

Für den Strom 26,71.

(G)	Neusilber II.	$\tau=0,2883$	$\lambda=22,18$	$Q=90,24$
(K)	- III.	$\tau=0,3836$	$\lambda=16,76$	$Q=89,97$
(M)	Platin	$\tau=0,3248$	$\lambda=19,24$	$Q=90,40$
(P)	Kupfer	$\tau=1,3010$	$\lambda=5,22$	$Q=90,19$

Für den Strom 33,08.

(N) Eisendraht	$\tau=0,4353$	$\lambda=9,37$	$Q=89,49$
(Q) Kupferdraht	$\tau=0,8354$	$\lambda=5,22$	$Q=89,82$

Halten wir nun für ein und denselben Strom die Werthe von τ und die ihnen entsprechenden Werthe von λ gegen einander, so finden wir sogleich, daß τ wächst, wenn λ abnimmt; stellen wir die Hypothese auf, sie seyen umgekehrt proportional, so muß $\tau\lambda$ für alle Beobachtungen bei ein und demselben Strom einen constanten Werth haben. Im Folgenden sind diese Producte enthalten:

Für den Strom 15,35.

(C) Neusilber I.	$\tau\lambda=20,10$
(E) - II.	$\tau\lambda=19,84$

Für den Strom 20,85.

(D) Neusilber I.	$\tau\lambda=10,60$
(F) - II.	$\tau\lambda=10,61$
(L) Platin	$\tau\lambda=10,52$

Für den Strom 26,71.

(G) Neusilber II.	$\tau\lambda=6,394$
(K) - III.	$\tau\lambda=6,429$
(M) Platin	$\tau\lambda=6,249$
(P) Kupfer	$\tau\lambda=6,791$

Für den Strom 33,08.

(N) Eisen	$\tau\lambda=4,079$
(Q) Kupfer	$\tau\lambda=4,361$

Die Gleichheit der Werthe von $\tau\lambda$ für ein und denselben Strom ist so augenfällig, daß unsere Annahme, die Erwärmungszeit sey dem Leitungswiderstande umgekehrt, oder die Erwärmungen in bestimmter Zeit seyen ihm direct proportional und unabhängig von der sonstigen Natur des Metalles, gerechtfertigt wird. Indessen verkenne ich nicht, daß die Zahl der Beobachtungen,

namentlich für die Entscheidung der Frage über den Einfluß der Natur des Metalles, nur gering ist; allein es ist schwierig die Versuche so anzustellen, daß bei denselben Strömen die Widerstände sehr verschieden seyen, weil dann die Erwärmungszeit bei guten Leitern so sehr verlängert wird, daß die Beobachtungen, wegen Einflusses der Temperatur des umgebenden Mittels, unsicher werden; dagegen bei sehr großen Widerständen die Erwärmung so sehr rasch ist, daß die Beobachtung unmöglich wird. Wir werden aber eine noch vollständigere Bestätigung unseres gewonnenen Resultates später finden, wo wir Beobachtungen bei verschiedenen Stromstärken auch im Punkte der Leitungsfähigkeit werden mit einander vergleichen können.

23) Um die Abhängigkeit der Wärmeerzeugung von der Stärke des Stromes zu ermitteln, müssen wir die Versuche, die mit demselben Drahte angestellt sind, zusammenstellen für verschiedene Ströme. So kann für's Erste die folgende Combination gemacht werden, wo F die Stromstärke bedeutet:

Für Neusilber No. I.

(B)	$F=10,10$	$\tau=1,3495$	$\lambda=35,15$	$Q=89,97$
(A)	$F=15,35$	$\tau=0,5272$	$\lambda=36,67$	$Q=89,67$
(C)	$F=15,35$	$\tau=0,5711$	$\lambda=35,20$	$Q=90,02$
(D)	$F=20,85$	$\tau=0,3002$	$\lambda=35,32$	$Q=90,14$

In den Beobachtungen (A) und (C), die mit einem und demselben Drahte angestellt sind, finden sich die Widerstände λ dennoch bedeutend verschieden. Dieses rührt daher, daß die beiden Reihen, der Zeit der Beobachtung nach, sehr weit auseinanderstehen, und wahrscheinlich bei dem öfteren Einstellen des Drahtes in den Apparat ein Stück desselben abgebrochen wurde, oder daß in einem Falle ein längeres Ende der Drahtspirale mit den Platinkegeln in Berührung war, als das andere Mal. Man könnte nun nach dem Resultat der vorigen

Nummer die beobachtete Zeit τ der Reihe (A) auf den Widerstand 35,2 reduciren, und würde dann 0,5497 erhalten; allein da auch die Stärke des Spiritus verschieden ist, so ziehe ich es vor die Reihe (A) ganz wegzulassen und nur die drei übrigen Reihen in Betracht zu ziehen, für welche die übrigen Umstände, außer den Strömen, als ganz gleich erachtet werden können.

Wir sehen beim ersten Anblick, daß die Zeiten τ im umgekehrten Verhältnisse zu den Stromstärken F stehen, oder daß die Erwärmung um so stärker ist, je stärker der Strom; allein es ergiebt sich auch sogleich, daß erstere in bei weitem stärkeren Verhältniß wachsen, als das einfache Verhältniß der Stromstärken. Versuchen wir die Voraussetzung, die Erwärmungszeiten τ seyen den *Quadraten* der Stromstärken umgekehrt proportional, dann müßten offenbar die Producte $F^2 \tau$ für alle Versuche mit ein und demselben Drahte einander gleich seyn. Wir erhalten für die vorliegende Versuchsreihe:

$$\begin{aligned} \text{aus } (B) \text{ ist } F^2 \tau &= 137,7 \\ - (C) \quad - \quad - &= 134,5 \\ - (D) \quad - \quad - &= 130,5, \end{aligned}$$

welche Werthe in der That nahe genug mit einander übereinstimmen.

Ich werde nun eben so für die übrigen uns zu Gebote stehenden Reihen die Werthe von $F^2 \tau$ bestimmen, nur lasse ich die Werthe von λ und Q fort, da sie einander so nahe stehen, daß wir sie für gleich ansehen können. Auf diese Weise ergiebt sich:

Für Neusilber No. II.

$$\begin{array}{llll} (E) & F=15,35 & \tau=0,9189 & F^2 \tau=216,5 \\ (F) & =20,85 & =0,4813 & =209,1 \\ (G) & =28,71 & =0,2883 & =205,7 \end{array}$$

Für Platin.

$$\begin{array}{llll} (L) & F=20,85 & \tau=0,5546 & F^2 \tau=241,1 \\ (M) & =26,71 & =0,3248 & =231,7 \end{array}$$

Für Kupfer.

(P)	$F=26,71$	$\tau=1,3010$	$F^2 \tau=928,2$
(Q)	$=33,08$	$=0,8354$	$=914,2$
(R)	$=40,12$	$=0,5750$	$=925,5$
(S)	$=48,07$	$=0,3810$	$=880,4$

Das Resultat der Reihe (S) allein weicht von der Gleichheit der übrigen Zahlen ab; aus welcher Ursache ist schwer zu sagen.

Endlich benutze ich noch die Reihen, die ich für die Neusilberspirale im Wasser erhalten habe, sie sind:

$F=20,85$	$\tau=4,8901$	$F^2 \tau=2126$
$=33,08$	$=1,8800$	$=2057$
$=40,12$	$=1,2730$	$=2049$
$=48,07$	$=0,8640$	$=2038$
$=57,29$	$=0,6314$	$=2072$

In allen diesen Fällen ist die Constanz der Producte von $F^2 \tau$ so augenscheinlich, daß wir mit Recht den Satz als in der Erfahrung begründet annehmen können, die Wärmeentwicklung sey den *Quadraten der Ströme* proportional. Auch hier wird dieses Gesetz noch besser bestätigt werden, wenn wir sämtliche Beobachtungen dazu benutzen werden.

24) Wenn wir also nach (22) annehmen, daß die Wärmeentwicklung durch den Strom nur in sofern von der Natur des Metalls, aus welchem die Drähte bestehen, abhängt, als durch solche die Widerstände bewirkt werden, so haben wir in (22) und (23) die Sätze dargethan:

1) Die Wärmeentwicklung ist den Leitungswiderständen der Drähte proportional, und

2) die Wärmeentwicklung ist den Quadraten der Ströme proportional.

Mit Berücksichtigung dieser Gesetze können wir nun alle angestellten Versuche benutzen, um aus ihnen die Zeit zu berechnen, die bei dem Strom $=1$ und bei dem Widerstande $=1$ erforderlich ist, um eine bestimmte Spiritusmasse auf 1° zu erwärmen. Wenn wir dann

diese Zeit mit den Quadraten der beobachteten Ströme und den beobachteten Widerständen dividiren, so bekommen wir die Erwärmungszeiten für unsere Beobachtungen; ihre Vergleichung mit den unmittelbar beobachteten Zeiten wird uns das Mittel seyn, unser obiges Gesetz selbst noch genauer zu prüfen. Zuerst aber werde ich sämtliche beobachtete Zeiten τ auf dieselbe Spiritusmasse reduciren. Aus dem Früheren wissen wir, daß wenn wir die auf die Wärmecapacität der Spiritusmasse reducirte Glasmasse P zu der mittleren abgewogenen Spiritusmasse Q addiren, wir die ganze zu erwärmende Spiritusmasse

$$P + Q = 118 \text{ Grm.}$$

erhalten. Nehmen wir nun an, die Zeit zur Erwärmung dieser Spiritusmasse auf 1° R. bei dem Strom $= 1$ und dem Widerstande $= 1$ sey θ , so ist die Zeit τ für den Strom F und der Widerstand λ gegeben durch die Gleichung:

$$\tau = \frac{\theta}{\lambda F^2},$$

für τ und den Coëfficient $\frac{1}{\lambda F^2}$ sind nun sechszehn gute Beobachtungen vorhanden, die, nach der Methode der kleinsten Quadrate combinirt, die gesuchte Größe θ ergeben. Indem ich die nach der Formel $\frac{\theta}{\lambda F^2}$ berechneten Werthe von τ mit den unmittelbar beobachteten vergleiche, erhalte ich Differenzen, die ein Urtheil zulassen über die Zulässigkeit der beiden früher aufgestellten Gesetze. Sämmtliche Größen sind in folgender Tabelle enthalten:

Bezeichnung der Reihen.	<i>F.</i>	λ .	τ .	<i>P+Q.</i>	τ reducirt auf <i>P+Q=118.</i>	τ berechn.	Differenz.
(<i>B</i>)	10,10	35,15	1,3459	118,0	1,3500	1,3240	+0,0260
(<i>E</i>)	15,35	22,09	0,9189	118,3	0,9166	0,9122	+0,0040
(<i>C</i>)	15,35	35,20	0,5711	118,0	0,5711	0,5727	—0,0016
(<i>A</i>)	15,35	36,67	0,5272	117,7	0,5286	0,5496	—0,0210
(<i>L</i>)	20,85	18,97	0,5546	117,9	0,5556	0,5755	—0,0205
(<i>F</i>)	20,85	22,05	0,4813	118,2	0,4805	0,4951	—0,0146
(<i>H</i>)	20,85	22,62	0,4571	117,9	0,4575	0,4828	—0,0253
(<i>D</i>)	20,85	35,32	0,3002	118,1	0,2999	0,3091	—0,0093
(<i>G</i>)	26,71	22,18	0,2883	118,2	0,2878	0,2999	—0,0121
(<i>P</i>)	26,71	5,22	0,3010	118,2	4,2990	1,2740	+0,0250
(<i>M</i>)	26,71	19,24	0,3248	118,4	0,3237	0,3458	—0,0221
(<i>K</i>)	26,71	16,76	0,3836	118,0	0,3836	0,3970	—0,0134
(<i>Q</i>)	33,08	5,22	0,8354	117,9	0,8362	0,8314	+0,0048
(<i>N</i>)	33,08	9,37	0,4353	117,5	0,4372	0,4633	—0,0262
(<i>R</i>)	40,12	5,23	0,5750	117,7	0,5765	0,5639	+0,0128
(<i>T</i>)	40,12	5,38	0,5436	118,3	0,5423	0,5484	—0,0061

Es ergab sich hierbei:

$$\theta = 4748",3.$$

Setzen wir die Masse des erwärmten Spiritus nach Obigem = 118 Grm., seine Wärmecapacität = 0,7 gegen Wasser, so würde die Zeit zur Erwärmung von 1 Grm. Wasser auf 1° R. bei dem Strom = 1 und dem Widerstande = 1 sich ergeben = $5\frac{3}{4}$ Secunden.

Dieses Resultat ist ein bloß angenähertes, und kann nur zu ganz rohen Ueberschlägen dienen, denn weder die absolute Quantität des Spiritus, noch seine Wärmecapacität sind mit Sicherheit bestimmt worden. Meine gegenwärtigen Versuche hatten keinen andern Zweck, als das Gesetz der Erwärmung von Metalldrähten zu bestimmen; für die genaue Bestimmung des absoluten Werthes dieser Erwärmung denke ich noch besondere Versuche anzustellen.

Die nicht bedeutende Gröfse der Differenzen in unserer Tabelle, so wie die Regellosigkeit der Zeichen derselben lassen nun nicht mehr an der Richtigkeit der der

Berechnung zu Grunde gelegten Sätze zweifeln, und also haben wir als Resultat aller unserer Untersuchungen die beiden Sätze:

- 1) *Die Erwärmung eines Drahtes durch den galvanischen Strom ist dem Leitungswiderstande des Drahtes proportional.*
- 2) *Die Erwärmung eines Drahtes durch den galvanischen Strom ist dem Quadrate des angewandten Stroms proportional.*

25) Ich werde nun die so eben aufgefundenen Gesetze benutzen, um einige Aufgaben zu lösen, die sich bei der Wärmeerzeugung durch den galvanischen Strom in Drähten darbieten können.

- 1) *Es ist ein bestimmtes Volum eines Metalls gegeben, und eine bestimmte Zinkoberfläche mit der entsprechenden Kupfer- (oder Platin-) Fläche zur Construction einer galvanischen Kette, welche Anordnung muß für beide getroffen werden, damit in dem Metallvolum die größtmöglichste Wärmemenge entwickelt werde?*

Bezeichnen wir das Metallvolum mit v , — die Zinkoberfläche mit s , den Widerstand der Einheit der Zinkoberfläche mit der zugehörigen Kupfer- (oder Platin-) Fläche mit λ , — den Durchmesser des Drahtes, welcher aus dem Metallvolum v gezogen ist, mit z , — den Widerstand dieses Drahtes von der Länge l und dem Durchmesser l mit L , — die Anzahl der Platten, zu welcher die Zinkoberfläche zerschnitten ist, mit x , die elektromotorische Kraft eines Paares der Kette mit k , so ist, wenn π das bekannte Verhältniß des Halbkreises zum Radius bedeutet:

$$\text{die Länge des aus dem Metall gezogenen Drahtes} = \frac{4v}{\pi z^2},$$

$$\text{folglich der Widerstand dieses Drahtes} = \frac{4L\lambda}{\pi z^4},$$

$$\text{die Oberfläche eines Elements der Kette} = \frac{s}{x},$$

der Widerstand sämmtlicher galvan. Elemente $= \frac{\lambda x^2}{s}$,
 folglich die Stärke des Stromes in der Kette oder:

$$F = \frac{kx}{\frac{\lambda x^2}{s} + \frac{4L\nu}{\pi z^4}} = \frac{\pi s k x z^4}{\pi \lambda x^2 z^4 + 4L\nu s}.$$

Heißt nun die beim Widerstand 1 und dem Strom 1 in einem Draht in der Zeiteinheit erzeugte Wärme ω , so haben wir für die in unserem Draht in der Zeiteinheit erzeugte Wärmemenge W nach den oben gefundenen Gesetzen folgende Gleichung:

$$W = \omega F^2 \cdot \frac{4L\nu}{\pi z^4} = c \frac{x^2 z^4}{(ax^2 z^4 + b)^2},$$

wo wir der Kürze halber setzen $c = 4L\nu\omega\pi s^2 k^2$, $a = \pi\lambda$ und $b = 4L\nu s$.

Suchen wir nun die Werthe für x und z , für welche die Wärmemenge W ein Maximum wird, so haben wir durch Differenziren:

$$\frac{dW}{dx} = 0 = ax^2 z^4 - b$$

$$\frac{dW}{dz} = 0 = ax^2 z^4 - b.$$

Die Identität beider Ausdrücke zeigt, daß wir das Maximum auf unendlich verschiedene Weise erreichen können, wenn wir für irgend einen Durchmesser z die Zinkfläche so zerschneiden, daß

$$z^4 = \frac{b}{ax^2}$$

wird. Für diese Anordnung wird die Wärmemenge selbst oder:

$$W_{(max)} = \frac{1}{4} \frac{c}{ab} = \frac{1}{4} \frac{\omega s k^2}{\lambda},$$

d. h. unter Voraussetzung der vortheilhaftesten Construction der ganzen Kette ist die erzeugte Wärmemenge der Oberfläche des Zinks direct, dem Quadrat der elektromotorischen Kraft direct, und dem Widerstand der Einheit der Oberfläche der galvanischen Elemente um-

gekehrt proportional, sie ist aber unabhängig von ν und von L , d. h. von dem Volum und der Natur des Metalls, woraus der merkwürdige Schluss folgt:

Wenn man die vortheilhafteste Anordnung der Kette anwendet, so wird aus jedem beliebigen Volum eines jeden beliebigen Metalls bei derselben Zinkoberfläche dieselbe Wärmemenge entwickelt.

Zu bemerken ist noch, daß wenn man den Werth $z^2 = \frac{b}{ax^2} = \frac{4L\nu s}{\pi\lambda x^2}$, welcher das Maximum der Wärmeerzeugung bedingt, in den Ausdruck setzt, den wir oben für den Widerstand des Drahtes gefunden haben, nämlich $\frac{4L\nu}{\pi z^4}$, so erhalten wir diesen Widerstand $= \frac{\lambda x^2}{s}$, d. h. gleich dem Widerstande der galvanischen Batterie, folglich gilt auch hier der im ganzen Gebiet des Galvanismus nachzuweisende Satz, daß, bei der vortheilhaftesten Anordnung der Kette für die Wärmeerzeugung, der Widerstand des zu erwärmenden Drahtes gleich seyn müsse dem Widerstande der galvanischen Batterie.

- 2) *Wie ist bei einem gegebenen Metallvolum und einer gegebenen Zinkoberfläche die Kette anzuordnen, damit der aus dem Metall gezogene Draht in's stärkste Glühen gerathe?*

Wenn ein Draht sich immer mehr und mehr erwärmt, und endlich in's stärkste Glühen geräth, so wird die Temperatur in ihm constant, d. h. der Verlust, den der Draht an Wärme durch Berührung der kalten Luft und durch Strahlung erleidet, ist gleich dem Gewinn durch den in ihm befindlichen galvanischen Strom; unsere Aufgabe besteht also darin, die Temperatur zu suchen, bei der diese Bedingung erfüllt ist.

Heißt T der Ueberschuß der Temperatur des Drahts über den des umgebenden Mittels, — E der Wärmeverlust des Drahtes in der Zeiteinheit, — G die Oberfläche des Drahtes, — ε der Wärmeverlust, den dieses

Metall bei dem Temperaturunterschiede 1 und der Oberfläche 1 erleidet; — so können wir setzen:

$$E = \varepsilon T G.$$

Nun finden wir aber, daß da ist $G = \frac{4\nu}{z}$,

folglich $E = 4\nu\varepsilon \frac{F}{z}$,

aus der vorigen Aufgabe ist die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit durch den Strom erzeugt wird:

$$W = c \frac{x^2 z^4}{(ax^2 z^4 + b)^2},$$

die obige Bedingung der Unveränderlichkeit der Temperatur des Drahtes wird also erfüllt, wenn:

$$c \frac{x^2 z^4}{(ax^2 z^4 + b)^2} = 4\nu\varepsilon \cdot \frac{T}{z},$$

woraus wir erhalten:

$$T = \frac{4\nu\varepsilon}{c} \cdot \frac{x^2 z^5}{(ax^2 z^4 + b)^2} = c' \cdot \frac{x^2 z^5}{(ax^2 z^4 + b)^2},$$

wo $c' = \frac{c}{4\nu\varepsilon} = \frac{\lambda\omega\pi s^2 k^2}{\varepsilon}$, $a = \pi L$, $b = 4\lambda\nu s$ ist.

Um die Bedingung des Maximums von T zu bestimmen, haben wir:

$$\frac{dT}{dx} = 5b - 3ax^2 z^4 = 0$$

$$\frac{dT}{dz} = b - ax^2 z^4 = 0.$$

Da es unmöglich ist, diesen beiden Gleichungen zu gleicher Zeit Genüge zu leisten, so ist also ein Maximum für T nicht möglich; in der That sieht man auch, daß, da für jeden Durchmesser des Drahtes die galvanischen Elemente so angeordnet werden können, daß dasselbe Maximum der Wärme in ihm erzeugt wird, so wird es für's Glühen um so vorteilhafter seyn, je geringer die Oberfläche G ist, d. h. je geringer $\frac{4\nu}{z}$, oder je größer der Durchmesser des Drahtes genommen wird.

- 3) Wenn man eine Kette von n Paaren braucht, um einen Draht von bestimmtem Durchmesser und der Länge l glühen zu machen, wie viele Paare derselben Gröfse braucht man dann für einen Draht von demselben Durchmesser, aber von der Länge pl ?

Sey der Widerstand eines Paares $=L$, die elektromotorische Kraft eines Paares $=k$, der Widerstand des Drahtes von der Längeneinheit und bei demselben Durchmesser $=1$, so ist der Widerstand des ganzen Drahtes $=l$,

also der Strom für die Länge $l \dots F = \frac{nk}{nL+l}$,

folgl. Wärmequantität in der Zeiteinheit $W = w \frac{n^2 k^2}{(nL+l)^2} l$,

folglich ist die Erwärmung der Einheit der Länge l :

$$= \frac{W}{l} = w \frac{n^2 k^2}{(nL+l)^2}.$$

Ganz eben so ist diese Gröfse bei der Länge pl :

$$= \frac{W_p}{pl} = w \frac{x k^2}{(xL+pl)^2},$$

wo x die gesuchte Anzahl galvanischer Elemente bedeutet. — Soll das Glühen in beiden Drähten gleich stark seyn, so muß in beiden in der Längeneinheit des Drahtes eine gleiche Wärmequantität in der Zeiteinheit erzeugt werden, oder es muß seyn:

$$w \frac{n^2 k^2}{(nL+l)^2} = w \cdot \frac{x^2 k^2}{(xL+pl)^2},$$

woraus sich ergibt:

$$x = np,$$

d. h. es müssen so viel Mal mehr Plattenpaare genommen werden, als wie viel Mal der Draht länger genommen wird.

- 4) Es ist eine galvanische Batterie von n Paaren gegeben, deren Gesamtwiderstand $=\lambda$ ist, es soll ein Draht von der Länge l in's Glühen gebracht

wer-

werden, bei welchem Durchmesser wird dieses am vortheilhaftesten geschehen?

Es sey der gesuchte Durchmesser $= x$, der Widerstand eines Drahtes von dem angewendeten Metall vom Durchmesser 1 und der Länge 1 sey $= L$; es ist alsdann, wenn ω , ε und T die frühere Bedeutung haben, der Leitungswiderstand des Drahtes $\dots = \frac{lL}{x^2}$,

der Strom $\dots \dots \dots F = \frac{nk^2 x^2}{lx^2 + lL}$,

die in der Zeiteinheit erzeugte Wärme, wenn $c = \omega l L n^2 k^2$ ist

$$\omega \cdot F^2 \cdot \frac{lL}{x^2} \frac{x^2}{(\lambda x^2 + lL)^2},$$

die Oberfläche des Drahtes $\dots \dots = x\pi l$,

Wärmeverlust $\dots \dots \dots = \varepsilon x \pi l T$,

folgl. bei gleichmäßigem Glühen $\varepsilon x \pi l T = c \frac{x^2}{(\lambda x^2 + lL)^2}$,

also Temperatur des Glühens:

$$T = \frac{c}{\varepsilon \pi \lambda} \cdot \frac{x}{(\lambda x^2 + lL)^2} = \frac{\omega L n^2 k^2}{\varepsilon \pi} \cdot \frac{x}{(\lambda x^2 + lL)^2},$$

für's Maximum ist $\frac{dT}{dx} = 0 = lL - 3\lambda x^2$,

also $x = \sqrt[3]{\frac{lL}{3\lambda}}$

und hiernach $T_{max} = 0,102 \cdot \frac{\omega}{\varepsilon} \cdot \frac{n^2 k^2}{\lambda l L^{1/3}}$.

Ist T'_{max} die Glühtemperatur, welche einer Länge l' des Drahtes entspricht, so haben wir für den Durchmesser x' die Proportion:

$$\frac{x}{x'} = \frac{\sqrt[3]{l}}{\sqrt[3]{l'}} \text{ und } \frac{T_{max}^2}{T'^2_{max}} = \frac{l'^3}{l^3},$$

d. h. erstens für verschiedene Längen verhalten sich die Durchmesser wie die Quadratwurzeln der Längen und zweitens die Quadrate der Glühtemperaturen sind den Kuben der Drahtlängen umgekehrt proportional.