5. Zur Kenntniss des Ablaufes der Lichtemission; von G. Jaumann.

(Aus den Sitzungsber. d. kaiserl. Akad. d. Wissensch. in Wien,
math.-naturw. Klasse; Bd. CIII. Abth. II. a. Mai 1894.)

Im Folgenden wird der Nachweis erbracht 1., dass die emittirenden Schwingungen der leuchtenden Körper eine nachweisbare und messbare Dämpfung aufweisen und 2., dass sie nicht durch zufällige Impulse, sondern durch den continuirlichen Einfluss eines periodischen Vorganges excitirt werden.

1. Dämpfung der Emission und continuirliche Spectren.

Man betrachtet gegenwärtig ein continuirliches Spectrum wie den Grenzfall eines Linienspectrums, in welchem die Zahl der Linien unendlich gross ist. Nach Newton sind unendlich viele verschiedene Farben im weissen Licht vorhanden. That- sächlich kann man aus diesen Farben wieder weisses Licht zusammensetzen.

Es ist nun unwahrscheinlich, dass es die beste Art ist, den *Emissionsvorgang* darzustellen, wenn man angiebt, der weissglühende Körper sende unendlich viele Schwingungen aus.

Man dürfte deshalb zu einer so complicirten Darstellung gekommen sein, weil es der Natur dieses Vorganges überhaupt nicht angemessen ist, das emittirte Licht als eine Summe von periodischen Schwingungen darzustellen. Um hingegen den *Dispersionsvorgang* zu verstehen, ist Newton's Darstellung die beste.

Die verschiedenen Farben eines Spectrums werden für *incohärent* gehalten. Dies ist ein Umstand, welcher schwerlich jemals direct bewiesen werden kann. Wohl aber kann das Gegentheil, falls es zutrifft, indirect bewiesen werden. Wenn die Farben eines continuirlichen Spectrums cohärent sind, so lassen sie sich zusammensetzen. Das Ergebniss dieser Integration kann die untersuchte Lichtwelle als eine einfache, wenn auch *nicht periodische* Function darstellen. Wäre nun die Emission der so resultirenden unperiodischen Welle an

sich aus anderen Gesichtspunkten verständlich, so könnte man hoffen, damit zu einem Aufschluss über die Natur der Emission gekommen zu sein und wird dann auch die Voraussetzung zugeben, dass die verschiedenen Farben des betrachteten continuirlichen Spectrums cohärent sind.

Die Intensität der Farben eines continuirlichen Spectrums ist eine Function der Schwingungsperiode u .¹⁾ Bezeichne da die Amplitude einer solchen Schwingung, d. h. die Wurzel aus der Intensität der gesammten Strahlung zwischen den Perioden u und $(u + du)$, so wird gelten

$$da = f(u) du.$$

Die Theilschwingung selbst stellt sich durch

$$da \sin ut = f(u) du \sin ut,$$

worin t die Zeit bedeutet, dar. Sind alle diese Schwingungen cohärent und gleichphasig, so werden sie sich zu einer resultirenden Schwingung zusammensetzen, welche gegeben ist durch das Integral

$$(1) \quad \varphi(t) = \int_0^{\infty} f(u) \sin ut du,$$

welches über das ganze Spectrum zu erstrecken ist. $\varphi(t)$ stellt dann die wahre Emission dar.

In dieser Richtung kann man jedoch nicht weiter kommen. Es fehlt an experimentellen Bestimmungen der $f(u)$, da nur sehr wenige bolometrische Messungen vorliegen und diese nicht für solche continuirliche Spectren, welche man für einfach halten könnte.

Man muss den umgekehrten Weg einschlagen, nämlich von einer Voraussetzung über die Natur der Emission, also der Function $\varphi(t)$ ausgehen. Am nächsten liegt nun die Vermuthung, dass die Emission unter starker Dämpfung erfolge.

Die emittirende Schwingung wird dann wie alle gedämpften Schwingungen das Gesetz befolgen:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{worin} \quad \varphi(t) = A e^{-\kappa t} \sin p t, \\ p^2 = u_1^2 - \kappa^2 \end{array} \right.$$

1) Als Schwingungsperiode wird hier bezeichnet der Quotient $2\pi/\tau$, worin τ die Schwingungsdauer bedeutet.

und κ die Dämpfungsconstante, ferner u_1 die Periode der ungedämpften Schwingung bedeutet.

Diese Schwingung $\varphi(t)$ dauert von $t=0$ bis $t=\infty$, ehe sie verlöscht. Eine solche Schwingung lässt sich nach dem Fourier'schen Theorem nicht in eine discrete, wenn auch unendliche Reihe von Sinusschwingungen zerlegen, sondern nur in ein *Continuum* derselben. Die Amplitudenvertheilung in diesem continuirlichen Spectrum findet man mittels des Fourier'schen Integrals:

$$\varphi(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin tu \, du \int_0^{\infty} \varphi(t) \sin ut \, dt.$$

Es ist hierbei vorausgesetzt, dass die Partialschwingungen gleichphasig mit der resultirenden Schwingung sind, welche Voraussetzung nothwendig ist, wenn man verlangt, dass das Spectrum im infrarothten und ultravioletten Theile (für $u=0$ und $u=\infty$) verschwindende Intensität habe.

Durch den Vergleich des Fourier'schen Integrals mit Gleichung (1) ergibt sich, dass die gesuchte Amplitudenvertheilung sich darstellt durch:

$$f(u) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \varphi(t) \sin ut \, dt.$$

Man erhält endlich nach Einführung der in Gleichung (2) ausgesprochenen Annahme über die Natur der Function $\varphi(t)$ und Ausführung der Integration:

$$(3) \quad f(u) = \frac{4}{\pi} A \kappa p \cdot \frac{u}{(\kappa^2 + p^2 + u^2)^2 - 4 p^2 u^2}.$$

Die Periode U , für welche $f(u)$ ein Maximum aufweist, bestimmt sich durch

$$U^4 - \frac{2}{3}(p^2 - \kappa^2) U^2 - \frac{1}{3}(p^2 + \kappa^2)^2 = 0.$$

Es existirt also innerhalb des Integrationsbereiches $u=0$ bis $u=\infty$ nur ein Maximum der $f(u)$. Dieses Maximum liegt stets zwischen $u_1 = \sqrt{p^2 + \kappa^2}$ und p , und rückt für abnehmende Dämpfungen (beim Anglühen) näher an u_1 heran. Fig. 1 stellt diese Verhältnisse dar.

Wenn die Dämpfung nicht fast aperiodisch ist, so ist die Verschiebung des Maximums aus der ungedämpften Periode u_1 also $(u_1 - V)$ stets von zweiter Ordnung unmerklich klein.

Der Uebergang von einer ungedämpften Sinusschwingung zu dieser Zerlegung einer gedämpften Schwingung entspricht so sehr dem Uebergange von einer scharfen Spectrallinie in eine verbreiterte Spectrallinie, dass anzunehmen ist:

Die Verbreiterung der Spectrallinien erklärt sich durch eine Dämpfung, welche die emittirende Schwingung erfährt.

Eine verbreiterte Linie ist im wesentlichen ein continuirliches Spectrum. Das Spectrum der meisten weissglühenden

Fig. 1.

Körper dürfte bestehen aus einer Ueberdeckung mehrerer verbreiteter Linien.¹⁾

1) Von früheren Erklärungen der Verbreiterung der Spectrallinien sind folgende zu erwähnen:

Zöllner (Pogg. Ann. 1871) nimmt an, dass die Gase immer continuirliche Spectren aussenden, deren Intensität in allen Theilen unmerklich klein ist, ausser in den Spectrallinien des Gases. Bei grösserer Dichte des Gases wird das continuirliche Spectrum merklich. Diese Meinung ist nicht unrichtig, aber im Grunde genommen inhaltslos.

Lippich (Pogg. Ann. 1870) bringt die Verbreiterung der Linien vom Standpunkte der kinetischen Gastheorie mit der Abweichung vom Mariotte-Gay Lussac'schen Gesetze in Beziehung.

Kayser (Winkelmann's Handb. der Phys. 1894) erklärt sie vom Standpunkte der Moleculartheorie durch die secundären Wirkungen des bei grösserer Dichte häufigeren Zusammenstosses der Molecüle.

Lockyer schliesst auf Dissociation der Elemente, aus der Verbreiterung ihrer Spectrallinien.

Ebert (Wied. Ann. 1889) erklärt die Verbreiterung durch die schwingende Bewegung der Molecüle in der Visirlinie auf das Doppler'sche Princip.

Es wurde auch die Ansicht ausgesprochen, dass es sich bei Verbreiterung von Duplets um eine Abweichung zufolge der grossen Amplitude der ausgesendeten Lichter handle, nach Art der Combinationstöne.

Die Emission eines festen oder flüssigen glühenden Körpers oder eines verdichteten Gases unterliegt also einer Dämpfung. Der Werth der Dämpfungsconstanten κ einer emittirten Schwingung lässt sich mit derselben Sicherheit angeben, mit welcher man die Intensitätsvertheilung in der verbreiterten Linie kennt.

Beispielsweise sei die Dämpfungsconstante für die Magnesiumlinie von der Wellenlänge $\lambda = 2852$ angegeben. Dieselbe verbreitert sich unter Umständen so sehr, dass noch bei der Wellenlänge 2950 die Lichtstärke den vierten Theil der maximalen Lichtstärke, die Amplitude $f(u)$ also die Hälfte der maximalen Amplitude $f(U)$ ausmacht. Mit diesen Zahlen berechnet sich aus Gleichung (3) die Dämpfungsconstante zu:

$$\kappa \doteq 10^{13} \cdot 19 \text{ sec}^{-1},$$

d. h. die Amplitude der emittirenden Schwingung sinkt schon während fünf Schwingungen im Verhältniss $e:1$ ab.

Einen noch extremeren Fall von Dämpfung zeigt die Wasserstoffemission unter höherem Druck. Die für gewöhnlich beobachtbaren Verbreiterungen von Spectrallinien sind jedoch sehr klein, man erkennt, dass erst nach 50—100 Schwingungen die Amplitude von e auf 1 absinkt.

2. Periode der Excitation. Die Banden der Serien.

Wenn die emittirende Schwingung gedämpft ist, so muss bei fortdauerndem Leuchten eine Ursache vorhanden sein, welche diese emittirende Schwingung von Zeit zu Zeit wieder excitirt. Diese Excitation könnte nun in ganz zufälligen und unregelmässigen Pausen oder aber periodisch erfolgen.

Wir wollen letzteres annehmen und zusehen, zu welchen Folgerungen dies führt.

Wenn die Excitation periodisch ist, so gewinnt der Emmissionsvorgang, obgleich er gedämpft ist, wieder eine Periode, nämlich die der Excitation.

Das Fourier'sche Theorem wurde meines Wissens nur von Stoney (Phil. Mag. 1871) auf Spectralprobleme bezogen, aber ohne Erfolg, da er demselben nichts entnahm als die Vermuthung, dass in dem Spectrum harmonische Schwingungen vorhanden sein müssen, was nicht der Fall ist.

Fig. 2 stellt eine derartige Schwingung dar.

Nun als eine periodische Function zerlegt sich die Schwingung am Prisma nach Fourier in eine Summe von discreten Sinusschwingungen, deren Perioden ganzzahlige Vielfache der Functionsperiode, hier der Excitationsperiode, sind.

Eine periodisch excitirte Emission sendet also ein Linienspectrum aus. Die Schwingungszahlen dieser Linien stellen alle ganzzahligen Vielfachen der Excitationszahl dar.

Die Excitationszahl pro Secunde ist jedenfalls viel kleiner als die Schwingungszahl der emittirenden Schwingung, da viele gedämpfte Schwingungen der Emission vorübergehen werden, ehe wieder eine Excitation erfolgt. Deshalb liegen auch die Vielfachen der Excitationszahl einander sehr nahe und das ausgesendete Spectrum wird durch zahlreiche, der

Fig. 2.

Schwingungszahl nach äquidistante Linien fein gestreift erscheinen.

Die Differenz der Schwingungszahlen zweier dieser Linien ist gleich der Excitationszahl pro Secunde.

Damit ist noch nichts über die Stärke dieser Linien ausgesagt. Aus der Convergenz der Fourier'schen Reihe ergibt sich, dass sie im äussersten Ultraviolett immer schwächer werden müssen. Im Infrarothten brauchen sie aber nicht etwa stärker zu sein als im sichtbaren Spectrum. Sie können dort auch schwächer sein oder ganz verschwinden. Ferner brauchen auch dort, wo sie stark sind, nicht alle zu erscheinen, sondern es können irgend welche gesetzmässige Auslassungen zwischen ihnen vorkommen, indem die Amplitude der so ausfallenden Schwingungen sich durch die Natur der dargestellten periodischen Function als gleich Null bestimmt.

Wie diese Amplitudenvertheilung sich im gegebenen Falle bestimmt, ist leicht vorauszusehen. Je länger das Excitationsintervall ist, desto feiner gestreift wird das Spectrum

sein und wenn die Zeit zwischen zwei Excitationen so lang ist, dass die emittirende Schwingung Zeit hat, fast ganz abzuklingen, so wird das Spectrum fast genau continuirlich sein und eine nach dem Gesetz des vorigen Kapitels vertheilte Lichtintensität aufweisen.

Bei grösseren Excitationszahlen wird es discontinuirlich, gestreift, sein, im wesentlichen aber dieselbe Intensitätsvertheilung aufweisen. *Es wird eine Spectralbande respective eine Spectralserie darstellen.*

Die Schwingungszahlen n aller Linien einer Bande bestimmen sich nach Deslandres¹⁾ durch das Gesetz

$$n = a \pm b x^2,$$

worin a und b Constante und x die ganzen Zahlen darstellt. Die Differenz je zweier Schwingungszahlen sind also ganzzahlige Vielfache der Constanten b und deshalb ist diese die Excitationszahl pro Secunde. *Die ganze oft aus hundertern von Linien bestehende Bande wird emittirt durch eine einfache, gedämpfte, periodisch excitirte Sinusschwingung.*

Deslandres stellt z. B. die Schwingungszahlen der 63 Linien der Bande $\lambda = 3914,6 - 3827,4$ am negativen Pol des Funkens in Stickstoff von normalem Druck dar durch

$$\frac{1}{3} 10^{-12} n = 255,45 + 0,001534(x - 1)^2.$$

Es treten somit für diese Schwingung während 255450 Emissionsschwingungen etwas über anderthalb (genau 1,534) Excitationen ein.

Eine Leuchtgasbande bei $\lambda = 3891,5 - 4033,8$, welche 20 Linien aufweist, stellt Deslandres dar durch

$$\frac{1}{3} 10^{-12} n = 257,04 - 0,02078(x - 1)^2.$$

Hier kommen also auf ungefähr dieselbe Zahl emittirender Schwingungen, nämlich auf 257040 nicht weniger als 20,78 Excitationen.

Dabei kann man aus der Lichtvertheilung in einer solchen Bande auch die Dämpfung der emittirenden Schwingung abschätzen, so wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde.

1) Deslandres, Compt. rend. 1889, 1890.

Die Linie Nr. 11 $\lambda = 3936,4$ der erwähnten Leuchtgas-ist die lichtstärkste. Nach beiden Seiten nimmt die Lichtstärke ab. Sie dürfte ungefähr bei der Linie Nr. 5 $\lambda = 3902,4$ den vierten Theil erreicht haben.

Hieraus berechnet sich die Dämpfungsconstante zu

$$\kappa = 10^{13} \cdot 3,9 \text{ sec}^{-1}.$$

Das Leuchtgas emittirt also eine Schwingung von der Wellenlänge 0,000394 mm, welche so gedämpft ist, dass ihre Amplitude nach je 21 Schwingungen im Verhältniss von $e:1$ absinkt und welche nach je 12360 Schwingungen neu excitirt wird.

3. Abweichungen von der Intensitätsvertheilung und dem Deslandres'schen Gesetz.

Die Intensitätsvertheilung in den Banden, seltener in den verbreiterten Linien, ist unter Umständen eine einseitige. Ich

Fig. 3.

bringe dies vorläufig in Zusammenhang mit dem Auftreten von Schwingungsduplets und Triplets, welches direct beobachtbar ist. Es sind dies simultane Schwingungen von gegebenem Amplitudenverhältniss. Verbreitern sich beide, so entsteht eine einseitige Intensitätsvertheilung nach Fig. 3, welche die Intensitätsvertheilung der Componenten des Duplets gestrichelt, die resultirende Vertheilung voll ausgezogen darstellt.

Balmer¹⁾ stellt die Serien genauer durch

$$n = a + b \kappa^{-2}$$

dar, während Kayser und Runge²⁾ mit der Formel

$$n = a + b \kappa^{-2} + c \kappa^{-4}$$

1) Balmer, Wied. Ann. 1885.

2) Kayser u. Runge, Abh. der Berl. Akad. 1890, 1891, 1892.

noch bessere Uebereinstimmung erzielen. Mit erster Annäherung stimmt diese Formel mit der Deslandres'schen überein, nur muss man die Zählung am anderen Ende der Serie beginnen.

In voller Genauigkeit gilt also die Deslandres'sche Formel nicht. Es folgt hieraus, dass die Excitation zwar mit erster Annäherung periodisch genannt werden kann, es aber nicht völlig ist. Da aber doch eine grosse Gesetzmässigkeit der Excitation vorhanden sein muss, um die Streifung nach dem Gesetz von Kayser und Runge zu bewirken, so drängt sich mir die Vermuthung auf, dass die Excitation nicht durch periodische Anstösse, sondern durch den continuirlichen Einfluss einer excitirenden Schwingung bewirkt wird, welche fast periodisch ist, aber deshalb nicht völlig periodisch, weil sie selbst gedämpft ist.

Als Bild vergleiche man die Schwingung einer Stimmgabel, welche durch einen Fiedelbogen angestrichen wird, der nicht gleichförmig, sondern gedämpft sinusförmig bewegt wird.

Ist die excitirende Schwingung gedämpft, so braucht sie selbst wieder eine excitirende Ursache, und diese Excitation zweiter Stufe kann entweder durch einen zufälligen gelegentlichen Anlass erfolgen, oder selbst wieder periodisch sein. In letzterem Falle wird ausgesendet werden statt einer Serie von Linien eine Serie von Banden, wie dies beispielsweise bei der Bandengruppe von Stickstoff bei $\lambda = 5000 - 2800$ der Fall ist.