III. *Das Kerr'sche magnetooptische Phänomen und die magnetische Circularpolarisation nach der electrischen Lichttheorie; von D. A. Goldhammer.*

Im Anfange dieses Jahres hat in diesen Annalen Hr. R. Sissingh¹⁾ eine Abhandlung veröffentlicht, in welcher die Resultate einer experimentellen Untersuchung des sogenannten Kerr'schen Phänomens mit der Theorie von H. A. Lorentz²⁾ verglichen werden. Bekanntlich entsteht bei der Reflexion parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes durch magnetisirtes Eisen, Nickel oder Cobaltspiegel im reflectirten Lichte neben der von der metallischen Reflexion gelieferten „gewöhnlichen“ Componente noch eine senkrecht zu letzterer polarisirte „magneto-optische“. Sissingh hat die Amplitude und Phase dieser neuen Componente bei äquatorialer Magnetisirung und bei verschiedenen Einfallswinkeln experimentell bestimmt und zwischen den beobachteten und theoretisch berechneten Phasen einen constanten Unterschied von nahezu 85° gefunden, der sich aus der Lorentz'schen Theorie nicht erklären lässt.

Ich erlaube mir daher zur Erklärung aller magnetooptischen Erscheinungen einen etwas anderen Weg vorzuschlagen und aus einigen Gründen will ich dazu die Maxwell'sche³⁾ Lichttheorie benutzen.⁴⁾

§ 1. Es sei bezeichnet mit

P , Q , R Componenten in der Richtung der x -, y -, z -Aren der gesammten electromotorischen Kraft, die sich als die Lichterscheinung äussert;

1) R. Sissingh, Wied. Ann. 42. p. 115. 1891.

2) H. A. Lorentz, Versl. en Meded. d. Akad. Amsterdam (2), XIX, 1883. Auch v. Loghem, Theorie der Terugkaatsing van het licht door magneten, Dissertation, Leiden, 1883.

3) Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism, Second Edition, II. art. 604—620. 1881.

4) Die Theorie von Lorentz ist aus den von v. Helmholtz aufgestellten Gleichungen der electrischen Lichttheorie entwickelt.

u, v, w analoge Componenten des „totalen“ Stromes;

$\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}$ Componenten der dielectricischen Polarisation¹⁾;

U, V, W Componenten des Vector-Potentiales²⁾;

f Potential der electricischen Ladung³⁾;

D Dielectricitätsconstante eines isotropen Medium⁴⁾;

K spezifische Widerstand desselben⁵⁾;

alle Grössen *electrostatic* in C. G. S. gemessen.

Ferner sei

$\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ Componenten der magnetischen Kraft⁶⁾, die von u, v, w herrührt;

$\mathfrak{X}_x, \mathfrak{X}_y, \mathfrak{X}_z$ Componenten der Magnetisirung, $\mathfrak{J}$ (magnetisches Moment pro Volumeinheit), welche von einer äusseren magnetischen Kraft $\mathfrak{J}$ her stammt;

M magnetische Permeabilität des Mediums⁷⁾; für sehr rasch oscillirende Magnetisirung, wie das bei den Lichterscheinungen der Fall ist, wollen wir für alle Körper $M = 1$ setzen. Alle diese Grössen sind *electromagnetisch* in C. G. S. gemessen.

Endlich bezeichne man

$\mathfrak{B}_0$ Lichtgeschwindigkeit im Vacuum;

L_0 Wellenlänge von einer Schwingungsperiode T im Vacuum,

L im betrachteten Medium;

t Zeit.

§ 2. Es gelten für ein isotropes Medium, in welchem eine Lichtbewegung stattfindet, folgende Gleichungen der electromagnetischen Lichttheorie⁸⁾

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} P = -\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial U}{\partial t} \\ Q = -\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial V}{\partial t} \\ R = -\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial W}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$(2) \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

1) f, g, h von Maxwell.

2) F, G, H von Maxwell.

3) Ψ von Maxwell.

4) K von Maxwell.

5) $1/C$ von Maxwell.

6) α, β, γ von Maxwell.

7) μ von Maxwell.

8) Maxwell, l. c.

$$(3) \quad x = \frac{D}{4\pi} P \quad y = \frac{D}{4\pi} Q \quad z = \frac{D}{4\pi} R$$

$$(4) \quad u = \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{P}{k} \quad v = \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{Q}{k} \quad w = \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{R}{k}$$

$$(5) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$(6) \quad \Delta U = -4\pi u \quad \Delta V = -4\pi v \quad \Delta W = -4\pi w$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega = \frac{1}{\mathfrak{B}_0} \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \right) \\ \mathfrak{M} = \frac{1}{\mathfrak{B}_0} \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \right) \\ \mathfrak{N} = \frac{1}{\mathfrak{B}_0} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \end{array} \right.$$

und an der Grenze von zwei verschiedenen Medien

$$(8) \quad a(u - u_1) + b(v - v_1) + c(w - w_1) = 0,$$

worin a, b, c die Richtungscosinus der Normale zur Grenzfläche bedeuten. Ferner müssen an der Grenze $f, U, V, W, \partial U / \partial x, \partial U / \partial y, \partial U / \partial z, \partial V / \partial x, \partial V / \partial y, \partial V / \partial z, \partial W / \partial x, \partial W / \partial y, \partial W / \partial z$, sich continuirlich ändern. Combinirt man nun die Gl. (6) und (8), so folgt

$$\Delta \{a(U - U_1) + b(V - V_1) + c(W - W_1)\} = 0,$$

was mit der Continuität von U, V, W unverträglich ist. Daraus ist zu schliessen, dass man

$$(9) \quad U = U + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad V = V + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad W = W + \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$(10) \quad \Delta \varphi = 0$$

setzen muss, womit übergehen die Gl. (2), (6), (7) in

$$(2') \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$(6') \quad \Delta U = -4\pi u \quad \Delta V = -4\pi v \quad \Delta W = -4\pi w$$

$$(7') \quad \left\{ \begin{array}{l} \Omega = \frac{1}{\mathfrak{B}_0} \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \right) \\ \mathfrak{M} = \frac{1}{\mathfrak{B}_0} \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \right) \\ \mathfrak{N} = \frac{1}{\mathfrak{B}_0} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \end{array} \right.$$

§ 3. Wie wir sehen, enthalten nur die Gl. (3) und (4) die specifischen Constanten des Mediums D und k ; die übrigen Gleichungen sind davon unabhängig. Ich schliesse daraus, dass eben diese Gleichungen (3) und (4) einige Aenderungen erleiden müssen, wenn das Medium sich in einem magnetischen Felde befindet.

Zunächst sei bemerkt, dass bei den Lichterscheinungen alle in Betracht kommenden Functionen von der Zeit nur in der Weise abhängen, dass sie einen Factor

$$e^{-\frac{2\pi i}{T}}$$

enthalten; dann folgt unmittelbar aus der Gl. (3) und (4)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i\frac{2T}{k}} u \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{4\pi}{D + i\frac{2T}{k}} v \quad \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i\frac{2T}{k}} w.$$

Stelle man nun sich vor, dass durch die Magnetisirung unser isotropes Medium in ein aelotropes verwandelt wird; dann ist zu setzen, eine gewisse Axenauswahl vorausgesetzt¹⁾,

$$(11) \quad \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{4\pi}{D_x + i\frac{2T}{k_x}} u + \lambda_3 v - \lambda_2 w \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{4\pi}{D_y + i\frac{2T}{k_y}} v - \lambda_3 u + \lambda_1 w \\ \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_z + i\frac{2T}{k_z}} w + \lambda_2 u - \lambda_1 v, \end{cases}$$

worin natürlich auch $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ complexe Werthe von der Gestalt

$$\lambda_1 = \frac{4\pi}{D_1 + i\frac{2T_1}{k_1}} \text{ etc.}$$

darstellen, und $D_1, k_1, \dots$, als specifische Constanten des Mediums zu betrachten sind. Jetzt ist leicht ersichtlich, dass die Gl. (11) nicht nur die Theorie des Hall'schen Phänomens, sondern auch der Widerstandsänderung der Körper bei der

1) Maxwell, l. c., 1. art. 297, and 2. art. 794.

Magnetisirung in sich enthalten, falls man T sehr gross annimmt. Es lauten dann die Gleichungen

$$(11') \quad \begin{cases} P = k_x u + k_3 v - k_2 w \\ Q = k_y v - k_3 u + k_1 w \\ R = k_z w + k_2 u - k_1 v \end{cases}$$

wo die Glieder mit k_1 , k_2 , k_3 die Hall'sche electromotorische Kraft, $k_x - k$, $k_y - k$, $k_z - k$ die Widerstandsänderung bei der Magnetisirung darstellen.¹⁾ Für die Erklärung aber des Kerr'schen Phänomen, ist erstens die Verschiedenheit von k_x , k_y , k_z unnöthig und zweitens sind dazu die Glieder mit λ_3 , λ_2 , λ_1 in der Gleichung (11) ungenügend.

§ 4. Wir wollen daher eine allgemeinere Annahme gelten lassen und $\partial P/\partial t$, $\partial Q/\partial t$, $\partial R/\partial t$ nicht nur als lineäre Functionen von u , v , w , sondern auch von ihren Differentialquotienten nach der Zeit betrachten. Natürlich müssen auch die neu eingeführten Coefficienten complex genommen werden. Wir setzen also ganz allgemein

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_x + i \frac{2T}{k_x}} u + \lambda_3 v - \lambda_2 w + \mu_x \frac{\partial u}{\partial t} + \mu_3 \frac{\partial v}{\partial t} - \mu_2 \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_y + i \frac{2T}{k_y}} v - \lambda_3 u + \lambda_1 w + \mu_y \frac{\partial v}{\partial t} - \mu_3 \frac{\partial u}{\partial t} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_z + i \frac{2T}{k_z}} w + \lambda_2 u - \lambda_1 v + \mu_z \frac{\partial w}{\partial t} + \mu_2 \frac{\partial u}{\partial t} - \mu_1 \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\mu_1 = \frac{4\pi}{D'_1 + i \frac{2T}{k'_1}} \text{ etc.}$$

Wird nun T sehr gross genommen, was dem Falle eines stationären electrischen Stromes entspricht, so gehen diese Gleichungen in (11') über; wird aber der entgegengesetzte Fall — T sehr klein — betrachtet, was gerade den Lichtbewegungen entspricht, so können wir offenbar die Glieder mit λ , als unendlich klein, fortfallen lassen. Endlich können

1) Goldhammer, Wied. Ann. 31. p. 370. 1887.

wir die Gleichung noch vereinfachen, wenn wir μ_x, μ_y, μ_z unendlich klein und

$$D_x = D_y = D_z, \quad k_x = k_y = k_z$$

annehmen.

Dann haben wir

$$(12) \quad \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i \frac{2T}{k}} u + \mu_3 \frac{\partial v}{\partial t} - \mu_2 \frac{\partial w}{\partial t} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i \frac{2T}{k}} v - \mu_3 \frac{\partial u}{\partial t} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial t} \\ \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i \frac{2T}{k}} w + \mu_2 \frac{\partial u}{\partial t} - \mu_1 \frac{\partial v}{\partial t} \end{cases}$$

In Fernerem wollen wir diese Gleichung als rein hypothetisch betrachten, wodurch die Lösung der Aufgabe sich in etwas allgemeinerer Form durchführen lässt.

Da weiter die Glieder mit μ nur bei der Magnetisirung gelten, so liegt es der Vermuthung nahe, dieselben der Magnetisirung proportional zu setzen.

Wir nehmen also an

$$(13) \quad \begin{cases} \frac{4\pi}{D_1} = p \Im_x, \quad \frac{4\pi}{D_2} = p \Im_y, \quad \frac{4\pi}{D_3} = p \Im_z, \\ k_1 = q \Im_x, \quad k_2 = q \Im_y, \quad k_3 = q \Im_z, \\ \frac{1 - i \frac{T}{2\pi} \frac{p}{q}}{1 + \left(\frac{T}{2\pi} \frac{p}{q} \right)^2} = e^{-i\delta}. \end{cases}$$

woraus folgt

$$(14) \quad \begin{cases} \mu_1 = p \Im_x e^{-i\delta}, \quad \mu_2 = p \Im_y e^{-i\delta}, \quad \mu_3 = p \Im_z e^{-i\delta}, \\ \operatorname{tg} \delta = \frac{T}{2\pi} \frac{p}{q}. \end{cases}$$

Für ein durchsichtiges Medium muss

$$k = \infty, \quad k_1 = k_2 = k_3 = \infty, \quad q = \infty, \quad \delta = 0$$

sein, und wir bekommen einfach

$$\mu_1 = p \Im_x, \quad \mu_2 = p \Im_y, \quad \mu_3 = p \Im_z.$$

§ 5. Die Elimination von P, Q, R aus der Gleichung (1) mit Hülfe der Gleichung (6') und (12) führt zu den Gleichungen

$$(15) \quad \begin{cases} \Delta \left\{ \mathfrak{B}^2 U + \mu'_3 \frac{\partial V}{\partial t} - \mu'_2 \frac{\partial W}{\partial t} \right\} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \mathfrak{B}_0^2 \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(f + \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \\ \Delta \left\{ \mathfrak{B}^2 V - \mu'_3 \frac{\partial U}{\partial t} + \mu'_1 \frac{\partial W}{\partial t} \right\} = \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \mathfrak{B}_0^2 \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} \left(f + \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \\ \Delta \left\{ \mathfrak{B}^2 W + \mu'_2 \frac{\partial U}{\partial t} - \mu'_1 \frac{\partial V}{\partial t} \right\} = \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \mathfrak{B}_0^2 \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(f + \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \end{cases}$$

worin

$$(16) \quad \mathfrak{B}^2 = \frac{\mathfrak{B}_0^2}{D + i \frac{2T}{k}}, \quad \mu' = \frac{\mathfrak{B}_0^2}{4\pi} \mu$$

gesetzt ist.

Nun bemerken wir folgendes: U , V , W , f und φ sind Functionen von einer ganz verschiedenen Gestalt, da φ der Gleichung (10) genügt, was für U , V , W , f nicht der Fall ist. Daraus ist zu schliessen, dass erstens

$$(17) \quad f = f' + f'',$$

worin f' der Gleichung

$$\Delta f = 0$$

genügt, und zweitens

$$(18) \quad f'' + \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

Jetzt lässt sich f aus den Gleichungen (15) eliminiren und wir bekommen

$$(19) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta U + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta V + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta W + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial h} = \mu'_1 \frac{\partial}{\partial x} + \mu'_2 \frac{\partial}{\partial y} + \mu'_3 \frac{\partial}{\partial z} \end{cases}$$

und

$$(20) \quad \mathfrak{B}_0^2 f'' = \mu'_1 \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \mu'_2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \mu'_3 \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right).$$

§ 6. Für einen isotropen Körper fallen die Glieder mit μ fort und es wird daher $f'' = 0$; für ein unbegrenztes Medium lässt sich auch

$$f' = \varphi = 0$$

setzen, nicht aber für ein begrenztes, was oft mit Unrecht gethan wird. Es sei nun die Grenzfläche eines isotropen durchsichtigen Körpers ($D, k = \infty, \mu = o$) und eines magnetisirten Leiters (D', k', μ') für die yz -Ebene genommen; liegt das zweite Medium *unten* und richten wir die x -Achse nach *oben*, die y -Achse nach *links*, die z -Achse *rückwärts*, so stimmen diese Axenrichtungen mit den Gleichungen (7) zusammen; wählen wir ferner die xy -Ebene für die Einfallsebene, in welcher sich im ersten Medium eine ebene geradlinig polarisirte Lichtwelle fortpflanzt, deren Normale n mit der positiven x -Achsenrichtung den Winkel ψ bildet. Dann kann man für die einfallende Lichtwelle setzen:

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} U = F e^{i\Theta}, \quad V = G e^{i\Theta}, \quad W = H e^{i\Theta} \\ \Theta = 2\pi \left(\frac{x \cos \psi + y \sin \psi}{L} - \frac{t}{T} \right), \\ f = o, \quad \varphi = o; \end{array} \right.$$

für die reflectirte Welle ist ebenso

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_r = F_r e^{i\Theta_r}, \quad V_r = G_r e^{i\Theta_r}, \quad W_r = H_r e^{i\Theta_r} \\ \Theta_r = 2\pi \left(\frac{x \cos \psi_r + y \sin \psi_r}{L} - \frac{t}{T} \right) \\ f_r = -\frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi_r}{\partial t}, \quad \Delta \varphi_r = o \end{array} \right.$$

und für die gebrochene Welle

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} U' = F' e^{i\Theta'}, \quad V' = G' e^{i\Theta'}, \quad W' = H' e^{i\Theta'} \\ \Theta' = 2\pi \left(\frac{x \cos \psi' + y \sin \psi'}{L'} - \frac{t}{T} \right) \\ \Delta \varphi' = o, \quad f' = -\frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi'}{\partial t}; \quad \mathfrak{B}_0^2 f'' = \mu'_1 \left(\frac{\partial W'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial x} \right) \\ \quad + \mu'_2 \left(\frac{\partial U'}{\partial z} - \frac{\partial W'}{\partial x} \right) + \mu'_3 \left(\frac{\partial V'}{\partial x} - \frac{\partial U'}{\partial y} \right); \end{array} \right.$$

dabei müssen U, V, W den Gleichungen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta U, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta V, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta W,$$

U_r, V_r, W_r den Gleichungen

$$\frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta U_r, \quad \frac{\partial^2 V_r}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta V_r, \quad \frac{\partial^2 W_r}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta W_r$$

und U', V', W' den Gleichungen (19) genügen.

Die Substitution von U' , V' , W' in die Gleichungen (19) gibt nun

$$(\mathfrak{B}'^2 - \mathfrak{B}^2) F' = + i q' \sin \psi' H'$$

$$(\mathfrak{B}'^2 - \mathfrak{B}^2) G' = - i q' \cos \psi' H'$$

$$(\mathfrak{B}'^2 - \mathfrak{B}^2) H' = - i q' (\sin \psi' F' - \cos \psi' G')$$

$$\mathfrak{B}' = \frac{L'}{T}$$

$$q' = \frac{2\pi}{T} p' e^{-i\delta} \mathfrak{S} \cos \chi$$

$$p' = \frac{\mathfrak{B}_0^2}{4\pi} p$$

$$\cos \chi = \cos \psi' \cos (\mathfrak{S}, x) + \sin \psi' \cos (\mathfrak{S}, y) = \cos (\mathfrak{S}, n),$$

woraus folgt

$$\mathfrak{B}'^2 = \mathfrak{B}^2 \pm q', \quad I' = \pm i H' \sin \psi', \quad G' = \mp i H' \cos \psi'.$$

Das bedeutet, dass in unserem Medium sich zwei verschiedene Wellen fortpflanzen, deren Geschwindigkeiten $\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{B}_2$

$$\mathfrak{B}_1^2 = \mathfrak{B}^2 + q_1, \quad \mathfrak{B}_2^2 = \mathfrak{B}^2 - q_2$$

und Brechungswinkel ψ_1 und ψ_2 sind.

Wir haben somit anstatt der Gleichungen (23) die Gleichungen

$$(24) \left\{ \begin{array}{l} U_1 = F_1 e^{i\Theta_1}, \quad V_1 = G_1 e^{i\Theta_1}, \quad W_1 = H_1 e^{i\Theta_1} \\ U_2 = F_2 e^{i\Theta_2}, \quad V_2 = G_2 e^{i\Theta_2}, \quad W_2 = H_2 e^{i\Theta_2} \\ \Theta_1 = 2\pi \left(\frac{x \cos \psi_1 + y \sin \psi_1}{L_1} - \frac{t}{T} \right); \quad \Theta_2 = 2\pi \left(\frac{x \cos \psi_2 + y \sin \psi_2}{L_2} - \frac{t}{T} \right) \\ \Delta \varphi_1 = 0, \quad \Delta \varphi_2 = 0 \\ f'_1 + \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = 0, \quad f'_2 + \frac{1}{\mathfrak{B}_0^2} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = 0 \\ \mathfrak{B}_0^2 f'_1 = \mu'_1 \left(\frac{\partial W_1}{\partial y} - \frac{\partial V_1}{\partial z} \right) + \mu'_2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial z} - \frac{\partial W_1}{\partial x} \right) + \mu'_3 \left(\frac{\partial V_1}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y} \right) \\ \mathfrak{B}_0^2 f'_2 = \mu'_1 \left(\frac{\partial W_2}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial z} \right) + \mu'_2 \left(\frac{\partial U_2}{\partial z} - \frac{\partial W_2}{\partial x} \right) + \mu'_3 \left(\frac{\partial V_2}{\partial x} - \frac{\partial U_2}{\partial y} \right) \\ q_1 = \frac{2\pi}{T} p' e^{-i\delta} \mathfrak{S} \cos (\mathfrak{S}, n_1); \quad q_2 = \frac{2\pi}{T} p' e^{-i\delta} \mathfrak{S} \cos (\mathfrak{S}, n_2) \\ \mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B} \sqrt{1 + \frac{q_1}{\mathfrak{B}^2}}; \quad \mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B} \sqrt{1 - \frac{q_2}{\mathfrak{B}^2}} \end{array} \right.$$

$$(25) \quad \begin{cases} F_1 = i H_1 \sin \psi_1 & F_2 = -i H_2 \sin \psi_2 \\ G_1 = -i H_1 \cos \psi_1 & G_2 = i H_2 \cos \psi_2. \end{cases}$$

§ 7. Den Differentialgleichungen

$$\Delta \varphi_r = 0, \quad \Delta \varphi_1 = 0, \quad \Delta \varphi_2 = 0$$

kann man Genüge leisten, indem man setzt

$$(26) \quad \begin{cases} \varphi_r = i D_r e^{i \Psi_r}, & \varphi_1 = i D_1 e^{i \Psi_1}, & \varphi_2 = i D_2 e^{i \Psi_2}, \\ \Psi_r = 2\pi \left(\frac{x \cos \theta_r + y \sin \theta_r}{l_r} \right), & \Psi_1 = 2\pi \left(\frac{x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1}{l_1} - \frac{t}{T} \right), \\ \Psi_2 = 2\pi \left(\frac{x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2}{l_2} - \frac{t}{T} \right), \\ l_r = l_1 = l_2 = \infty; \end{cases}$$

was nun aber die Grenzbedingungen anbetrifft, so fordern dieselben ohne weiteres

$$(27) \quad \frac{\sin \psi}{L} = \frac{\sin \psi_r}{L_r} = \frac{\sin \psi_1}{L_1} = \frac{\sin \psi_2}{L_2} = \frac{\sin \theta_r}{l_r} = \frac{\sin \theta_1}{l_1} = \frac{\sin \theta_2}{l_2}$$

woraus folgt

$$(28) \quad \psi_r = \pi - \psi, \quad \frac{\cos \theta_r}{l_r} = +i \frac{\sin \psi}{L}, \quad \frac{\cos \theta_1}{l_1} = \frac{\cos \theta_2}{l_2} = -i \frac{\sin \psi}{L}.$$

Endlich geben die Gleichungen (2') noch

$$(29) \quad \begin{cases} F \cos \psi + G \sin \psi = 0 \\ -F_r \cos \psi + G_r \sin \psi = 0. \end{cases}$$

Von den 13 Grenzgleichungen für $x = 0$

$$\begin{array}{ll} 1. U + U_r = U_1 + U_2 & 4. \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U_r}{\partial x} = \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial x} \\ 2. V + V_r = V_1 + V_2 & 5. \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U_r}{\partial y} = \frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial y} \\ 3. W + W_r = W_1 + W_2 & 6. \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial U_r}{\partial z} = \frac{\partial U_1}{\partial z} + \frac{\partial U_2}{\partial z} \\ 7. \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial x} = \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial x} & 10. \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W_r}{\partial x} = \frac{\partial W_1}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial x} \\ 8. \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V_r}{\partial y} = \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial V_2}{\partial y} & 11. \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W_r}{\partial y} = \frac{\partial W_1}{\partial y} + \frac{\partial W_2}{\partial y} \\ 9. \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\partial V_1}{\partial z} + \frac{\partial V_2}{\partial z} & 12. \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial W_r}{\partial z} = \frac{\partial W_1}{\partial z} + \frac{\partial W_2}{\partial z} \\ & 13. f_r = f_1 + f_2 \end{array}$$

sind (5), (8), (11) mit (1), (2), (3) identisch, (6), (9), (12) geben identisch 0, und (4) ist identisch mit (2) infolge der Gleichung (2'). Es bleiben uns also nur 6 Gleichungen übrig, die geben

$$(30) \left\{ \begin{array}{l} F + F_r = F_1 + F_2 + 2\pi i \frac{\sin \psi}{L} (D_r + D_1 + D_2) \\ G + G_r = G_1 + G_2 + 2\pi i \frac{\sin \psi}{L} (D_r - D_1 - D_2) \\ H + H_r = H_1 + H_2 \\ (G - G_r) \frac{\cos \psi}{L} = G_1 \frac{\cos \psi_1}{L_1} + G_2 \frac{\cos \psi_2}{L_2} + 2\pi i \frac{\sin^2 \psi}{L^2} (D_r + D_1 + D_2) \\ (H - H_r) \frac{\cos \psi}{L} = H_1 \frac{\cos \psi_1}{L_1} + H_2 \frac{\cos \psi_2}{L_2} \\ D_r - D_1 - D_2 = -i\mu'_1 T \left(H_1 \frac{\sin \psi_1}{L_1} + H_2 \frac{\sin \psi_2}{L_2} \right) \\ \quad + i\mu'_2 T \left(H_1 \frac{\cos \psi_1}{L_1} + H_2 \frac{\cos \psi_2}{L_2} \right) \\ \quad - i\mu'_3 T \left(G_1 \frac{\cos \psi_1}{L_1} - F_1 \frac{\sin \psi_1}{L_1} + G_2 \frac{\cos \psi_2}{L_2} - F_2 \frac{\sin \psi_2}{L_2} \right). \end{array} \right.$$

Diese Gleichungen wollen wir auf drei Fälle anwenden, die am besten experimentell untersucht sind.

§ 8. Erster Fall: *polare Magnetisierung*.

Dann haben wir

$$(31) \quad \mu'_1 = p' \Im e^{-i\delta}; \quad \mu'_2 = 0, \quad \mu'_3 = 0;$$

bemerken wir aber noch, dass ψ_1, ψ_2 nur sehr wenig von einander, d. h. auch von ψ' verschieden sind, so folgt nach Vernachlässigung von Gliedern mit p^2 ,

$$(32) \left\{ \begin{array}{l} q_1 = q_2 = q' = \frac{2\pi}{T} p' \Im e^{-i\delta} \cos \psi' \\ \Re_1 = \Re' (1 + \mu \cos \psi'); \quad \Re_2 = \Re' (1 - \mu \cos \psi') \\ \sin \psi_1 = \sin \psi' (1 + \mu \cos \psi'); \quad \sin \psi_2 = \sin \psi' (1 - \mu \cos \psi') \\ \cos \psi_1 = \cos \psi' \left(1 - \mu \frac{\sin^2 \psi'}{\cos \psi'} \right); \quad \cos \psi_2 = \cos \psi' \left(1 + \mu \frac{\sin^2 \psi'}{\cos \psi'} \right) \\ \mu = \frac{1}{4T} \frac{\Re_0^2}{\Re_1^2} p \Im e^{-i\delta} \end{array} \right.$$

und weiter, wenn man

$$\left\{ \begin{array}{ll} F = R \sin \psi; & G = -R \cos \psi \\ F_r = R_r \sin \psi; & G_r = R_r \cos \psi \end{array} \right.$$

setzt, und D_r D_1 D_2 F_1 F_2 G_1 G_2 eliminirt, gehen die Gleichungen (30) in

$$(34) \begin{cases} R + R_r = i \frac{\sin \psi}{\sin \psi'} \{H_1 (1 - \mu \cos \psi') - H_2 (1 + \mu \cos \psi')\} \\ R - R_r = i \frac{\cos \psi'}{\cos \psi} \left\{ H_1 \left(1 + \mu \frac{\sin^2 \psi'}{\cos \psi'} \right) - H_2 \left(1 - \mu \frac{\sin^2 \psi'}{\cos \psi'} \right) \right\} \\ H + H_r = H_1 + H_2 \\ H - H_r = \frac{\sin \psi}{\sin \psi'} \frac{\cos \psi'}{\cos \psi} \left\{ H_1 \left(1 - \frac{\mu}{\cos \psi'} \right) + H_2 \left(1 + \frac{\mu}{\cos \psi'} \right) \right\} \end{cases}$$

über.

§ 9. Ist nun das einfallende Licht in der Einfallsebene($\parallel$), d. h.

$$R = 0, \quad H = 1$$

oder senkrecht dazu polarisirt ($\perp$), d. h.

$$R = 1, \quad H = 0$$

so leitet man aus der Gleichung (34) mit Hilfe der Gleichung (25) und mit Vernachlässigung der Glieder mit μ gegen die Einheit, die folgenden Werthe ab

$$(35) \begin{cases} (R_r)_{\parallel} = -i\mu \frac{\sin \psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} & (R_r)_{\perp} = \frac{\operatorname{tg}(\psi - \psi')}{\operatorname{tg}(\psi + \psi')} \\ (H_r)_{\parallel} = -\frac{\sin(\psi - \psi')}{\sin(\psi + \psi')} & (H_r)_{\perp} = -i\mu \frac{\sin \psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \\ (R_1)_{\parallel} = i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (R_1)_{\perp} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi' \cos(\psi - \psi'))} \\ (H_1)_{\parallel} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (H_1)_{\perp} = -i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \\ (R_2)_{\parallel} = -i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (R_2)_{\perp} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \\ (H_2)_{\parallel} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (H_2)_{\perp} = i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \end{cases}$$

worin

$$\begin{aligned} F_1 &= R_1 \sin \psi' & F_2 &= R_2 \sin \psi' \\ G_1 &= -R_1 \cos \psi' & G_2 &= -R_2 \cos \psi' \end{aligned}$$

gesetzt ist.

$(H_r)_{\parallel}$ und $(R_r)_{\perp}$ stellen den „gewöhnlichen“ reflectirten Strahl, $(R_r)_{\parallel}$ und $(H_r)_{\perp}$ die „magnetooptische“ Lichtcompo-

nente dar.

Ist nun unser Medium ein Metall, so sind μ , $\sin \psi' \cos \psi'$

complex; das reflectirte Licht erscheint elliptisch polarisirt und die grosse Axe der Ellipse gegen das Incidenzazimuth gedreht; ist aber das betrachtete Medium durchsichtig, so müssen μ , $\sin \psi'$, $\cos \psi'$ reell genommen werden; das Licht ist wieder elliptisch polarisirt, es fällt aber die grosse Axe der Ellipse mit dem Incidenzazimuth zusammen.

Was nun das gebrochene Licht anbetrifft, so folgt für einen durchsichtigen Körper, wenn man von $e^{i\Theta}$ zu $\cos \Theta$ übergeht,

$$U \sin \psi' - V' \cos \psi' = 2 \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} \sin \frac{d}{2} \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) \cos \Theta'$$

$$W' = 2 \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} \cos \frac{d}{2} \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) \cos \Theta'$$

und

$$U' \sin \psi' - V \cos \psi' = 2 \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \cos \frac{d}{2} \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) \cos \Theta'$$

$$W' = -2 \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \sin \frac{d}{2} \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) \cos \Theta'$$

$$d = x \cos \psi' + y \sin \psi'.$$

Daraus folgt, dass die Polarisationssebene des durchgehenden Lichtes um einen Winkel φ gedreht erscheint, worin

$$\varphi = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right),$$

oder da

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L'} (1 - \mu \cos \psi')$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{1}{L'} (1 + \mu \cos \psi'),$$

so folgt

$$\varphi = \frac{d}{L'} \mu \cos \psi'$$

oder anders

$$(37) \quad \varphi = p \frac{\mathfrak{B}_0}{4} \frac{N'^3}{L_0^2} \mathfrak{S} \cos \psi' d.$$

worin

$$(38) \quad N' = \frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}'},$$

den Brechungsexponenten des Medium auf den Aether bezogen bedeutet. Man kann sich leicht überzeugen, dass auch bei constantem p gewissermaassen die Abhängigkeit φ von L_0 mit den Beobachtungsergebnissen stimmt; es lässt sich aber

natürlich p auch als eine Function von L_0 ansehen — dann stimmt die Formel für φ mit den Versuchsergebnissen vollkommen.

§ 10. Zweiter Fall; *äquatoriale Magnetisirung*.

Jetzt ist

$$(39) \quad \mu_1 = 0, \mu_2 = p \Im e^{-i\delta}, \mu_3 = 0$$

zu setzen, woraus folgt, ganz dem Früheren analog,

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{l} q_1 = q_2 = q' = \frac{2\pi}{T} p' \Im e^{-i\delta} \sin \psi' \\ \mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}' (1 + \mu \sin \psi'); \quad \mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B}' (1 - \mu \sin \psi') \\ \sin \psi_1 = \sin \psi' (1 + \mu \sin \psi') \quad \sin \psi_2 = \sin \psi' (1 - \mu \sin \psi') \\ \cos \psi_1 = \cos \psi' \left(1 - \mu \frac{\sin^2 \psi'}{\cos^2 \psi'} \right) \quad \cos \psi_2 = \cos \psi' \left(1 + \mu \frac{\sin^2 \psi'}{\cos^2 \psi'} \right) \\ -2\pi i \mu_2' T \frac{\sin \psi}{L \cos \psi} \left(H_1 \frac{\cos \psi_1}{L_1} + H_2 \frac{\cos \psi_2}{L_2} \right) = -2i\mu \frac{\sin \psi' \cos \psi'}{\cos \psi} (H_1 + H_2) \end{array} \right.$$

und weiter nach der Lösung der Gleichung (30)

$$(41) \quad \left\{ \begin{array}{ll} (R_r)_{||} = +i\mu \frac{\sin \psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \operatorname{tg} \psi'; & (R_r)_{\perp} = \frac{\operatorname{tg}(\psi - \psi')}{\operatorname{tg}(\psi + \psi')} \\ (H_r)_{||} = -\frac{\sin(\psi - \psi')}{\sin(\psi + \psi')} & (H_r)_{\perp} = -i\mu \frac{\sin \psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \operatorname{tg} \psi \\ (R_1)_{||} = i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (R_1)_{\perp} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \\ (H_1)_{||} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (H_1)_{\perp} = -i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \\ (R_2)_{||} = -i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (R_2)_{\perp} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \\ (H_2)_{||} = \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi')} & (H_2)_{\perp} = i \frac{\sin \psi' \cos \psi}{\sin(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')} \end{array} \right.$$

$$(42) \quad \varphi = p \frac{\mathfrak{B}_0 N'^3}{4 L_0^2} \Im \sin \psi' d.$$

Alle Schlüsse, die wir für die poläre Magnetisirung aus den Formeln gezogen haben, bleiben auch jetzt bestehen.

§ 11. Dritter Fall: *normale Reflexion* (Magnetisirung in einer beliebigen Richtung).

Jetzt ist

$$\psi = \psi_1 = \psi_2 = \pi; \quad \psi_r = 0$$

zu setzen; dann folgt

$$\begin{aligned}
 \mu'_1 &= p' \Im e^{-i\delta \cos(\Im, x)}; & \mu'_2 &= p' \Im e^{-i\delta \cos(\Im, y)}; \\
 \mu'_3 &= p' \Im e^{-i\delta \cos(\Im, z)} \\
 (43) \quad q' &= \frac{2\pi}{T} p' \Im e^{-i\delta \cos(\Im, x)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= 0; & F_r &= 0; & F_1 &= 0 & F_2 &= 0 \\
 G &= R; & G_r &= -R_r; & G_1 &= iH_1; & G_2 &= -iH_2
 \end{aligned}$$

und die Gleichungen (30) gehen über in

$$\begin{aligned}
 R + R_r &= iH_1 \frac{L_1}{L} - iH_2 \frac{L_2}{L} + \frac{2\pi i}{L} (D_r + D_1 + D_2) \\
 D_r - D_1 - D_2 &= -ip' \Im e^{-i\delta T} \left\{ \cos(\Im, y) \left(\frac{H_1}{L_1} + \frac{H_2}{L_2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \cos(\Im, z) \left(\frac{G_1}{L_1} + \frac{G_2}{L_2} \right) \right\} \\
 R - R_r &= G_1 + G_2 \\
 R + R_r &= G_1 \frac{L}{L_1} + G_2 \frac{L}{L_2} \\
 H - H_r &= H_1 \frac{L}{L_1} + H_2 \frac{L}{L_2} \\
 H + H_r &= H_1 + H_2,
 \end{aligned}$$

von denen die ersten zwei D_r und $D_1 + D_2$, die übrigen vier aber R_r , H_r , H_1 , H_2 bestimmen.

Weiter haben wir in diesem Falle

$$(44) \quad \begin{cases} \Re_1 = \Re(1 + \mu \cos(\Im, x)); & \Re_2 = \Re(1 - \mu \cos(\Im, x)) \\ \frac{L}{L_1} = \frac{\Re}{\Re'}(1 - \mu \cos(\Im, x)); & \frac{L}{L_2} = \frac{\Re}{\Re'}(1 + \mu \cos(\Im, x)), \end{cases}$$

und indem man der Kürze wegen

$$(45) \quad \frac{\Re}{\Re'} = n \quad \mu \cos(\Im, x) = \mu_1,$$

setzt, die Gleichungen

$$\begin{cases} R - R_r = i(H_1 - H_2) \\ R + R_r = in\{H_1(1 - \mu_1) - H_2(1 - \mu_1)\} \\ H + H_r = H_1 + H_2 \\ H - H_r = n\{H_1(1 - \mu_1) + H_2(1 + \mu_1)\}, \end{cases}$$

woraus sich leicht alle gesuchten Grössen bestimmen lassen.

Auf diese Weise bekommen wir

$$(47) \left\{ \begin{array}{ll} (R_r)_{||} = -i\mu \frac{2n}{(1+n)^2} \cos(\mathfrak{S}, x); & (R_r)_{\perp} = \frac{n-1}{n+1} \\ (H_r)_{||} = -\frac{n-1}{n+1} & (H_r)_{\perp} = -i\mu \frac{2n}{(1+n)^2} \cos(\mathfrak{S}, x) \\ (R_1)_{||} = i\frac{1}{1+n} & (R_1)_{\perp} = \frac{1}{1+n} \\ (H_1)_{||} = \frac{1}{1+n} & (H_1)_{\perp} = -i\frac{1}{1+n} \\ (R_2)_{||} = -i\frac{1}{1+n} & (R_2)_{\perp} = \frac{1}{1+n} \\ (H_2)_{||} = \frac{1}{1+n} & (H_2)_{\perp} = i\frac{1}{1+n}; \end{array} \right.$$

für ein durchsichtiges Medium beträgt wieder

$$(48) \quad \varphi = p \frac{\mathfrak{S}_0 N^3}{4 L_0^2} \mathfrak{S} \cos(\mathfrak{S}, x) d.$$

Und diese Formel stimmt mit den Beobachtungen zusammen.

Zum Ende sei Folgendes bemerkt; für durchsichtige Körper ist immer μ so klein, dass man kaum die Ellipticität des reflectirten Lichtes untersuchen kann. Darum müssen wir uns nur auf die Reflexion an den metallischen Oberflächen beschränken.

§ 12. Um unsere Theorie mit den Beobachtungen an Metallspiegeln vergleichen zu können, wollen wir drei Arten von Versuchen benutzen. Es liegen nämlich die Beobachtungen von Sissingh¹⁾ vor über die Reflexion an einem Eisenspiegel bei äquatorialer Magnetisirung; die Beobachtungen von Kaz²⁾ über die poläre Reflexion an einem Stahlspiegel, und endlich Beobachtungen von du Bois³⁾ über die normale Reflexion am Eisen, Nickel und Cobalt. Dazu können auch die Beobachtungen von Kundt⁴⁾ und H. E. J. G. du Bois⁵⁾ über die Drehung der Polarisationssebene des durchgehenden Lichtes in dünnen, durchsichtigen Fe-Ni-Co-Schichten beigelegt werden.

1) Sissingh, l. c.

2) Kaz, Over de terugkaatsing van het licht of magneten, Diss., Amsterdam, 1884. Beibl. **9**. p. 275. 1885.

3) du Bois, Wied. Ann. **39**. p. 25. 1890.

4) Kundt, Wied. Ann. **23**. p. 228. 1884 u. **27**. p. 191. 1886.

5) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **31**. p. 941. 1887.

Für Metalle sind bekanntlich L' , $\sin \psi'$, $\cos \psi'$ complex; wir setzen daher

$$(49) \quad \frac{L}{L'} = F e^{i\alpha}; \quad \cos \psi' = c e^{i\beta}; \quad \sin \psi' = \frac{\sin \psi}{F} e^{-i\alpha},$$

woraus folgt, wie bekannt

$$(50) \quad \begin{cases} c^2 \cos 2s = 1 - \frac{\sin^2 \psi \cos 2\alpha}{F^2} \\ c^2 \sin 2s = \frac{\sin^2 \psi \sin 2\alpha}{F^2} \\ \operatorname{tg} \psi' = \frac{\sin \psi}{c F} e^{-i(\alpha + \beta)}; \end{cases}$$

weiter gibt die letzte der Gleichungen (32)

$$(51) \quad \begin{cases} \mu = \frac{1}{4} \frac{\mathfrak{B}_0^2}{T \mathfrak{B}^2} p \mathfrak{S} e^{-i\delta} = \frac{1}{4} \frac{\mathfrak{B}_0^2}{T} \frac{\mathfrak{B}^2}{\mathfrak{B}^2} p \mathfrak{S} e^{-i\delta} = \frac{1}{2} \nu F^2 e^{i(2\alpha - \delta)} \\ \nu = \frac{1}{2T} \frac{\mathfrak{B}_0^2}{\mathfrak{B}^2} p \mathfrak{S}, \end{cases}$$

und ist dabei

$$c < 0, \quad F > 0, \quad \frac{\pi}{2} > \alpha > 0, \quad \frac{\pi}{4} > s > 0; \quad \pi > \psi > \frac{\pi}{2}.$$

Setzen wir weiter

$$(52) \quad \begin{cases} A_0 e^{iA_0} = - \frac{\sin(\psi - \psi')}{\sin(\psi + \psi')} & A_1 e^{iA_1} = \frac{\operatorname{tg}(\psi - \psi')}{\operatorname{tg}(\psi + \psi')} \\ \operatorname{tg} f_0 = \frac{\cos \psi}{F c}; \quad \operatorname{tg} f_1 = \frac{c}{F \cos \psi} \end{cases}$$

so finden wir nach leichten Reductionen die Cauchy'schen Gleichungen

$$(53) \quad \begin{cases} A_0 = - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 f_0 - 2 \operatorname{tg} f_0 \cos(o + s)} \\ A_1 = + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 f_1 - 2 \operatorname{tg} f_1 \cos(o - s)} \\ \operatorname{tg} A_0 = \sin(o + s) \operatorname{tg} 2f_0 & \operatorname{tg} A_1 = \sin(o - s) \operatorname{tg} 2f_1 \\ \operatorname{tg}(A_1 - A_0) = \sin(o + s) \operatorname{tg} 2 \operatorname{artg} \frac{\sin^2 \psi}{c F \cos \psi}. \end{cases}$$

Dabei ist zu bemerken, dass $A_0 < 2f_0$, $A_1 < 2f_1$; $\operatorname{tg} f_0 > 0$, $\operatorname{tg} f_1 > 0$, $\operatorname{tg} f_0 < 1$, $\operatorname{tg} f_1 \leq 1$, $2f_1 \leq \pi/2$.

§ 13. Beobachtungen von Sissingh.

Setzen wir nun

$$(R_r)_{\perp} = M_0 e^{im_0}, \quad (H_r)_{\perp} = M_1 e^{im_1},$$

so folgt aus der Gleichung (41)

$$(54) \quad \begin{cases} M_0 e^{i m_0} = + i \mu \frac{\sin \psi' \sin 2 \psi}{\sin^2 (\psi + \psi') \cos (\psi - \psi')} \operatorname{tg} \psi' \\ M_1 e^{i m_1} = - i \mu \frac{\sin \psi' \sin 2 \psi}{\sin^2 (\psi + \psi') \cos (\psi - \psi')} \operatorname{tg} \psi' \\ M_0 = -M_1; \quad m_0 = m_1. \end{cases}$$

Ferner beträgt

$$\sin (\psi + \psi') = \frac{\sin \psi \cos \psi}{F} e^{-i o} (1 + \operatorname{ctg} f_0 e^{i(o+s)})$$

$$\cos (\psi - \psi') = \frac{\cos^2 \psi}{F} e^{-i o} (\operatorname{tg}^2 \psi + \operatorname{ctg} f_0 e^{i(o+s)}),$$

oder indem man

$$(55) \quad \begin{cases} 1 + \operatorname{ctg} f_0 e^{i(o+s)} = r_1 e^{i \delta_1} \\ \operatorname{tg}^2 \psi + \operatorname{ctg} f_0 e^{i(o+s)} = r_2 e^{i \delta_2} \end{cases}$$

setzt, woraus folgt

$$(56) \quad \begin{cases} r_1^2 = 1 + \operatorname{ctg}^2 f_0 + 2 \operatorname{ctg} f_0 \cos (o+s); \\ r_2 = + \sqrt{\operatorname{tg}^4 \psi + \operatorname{ctg}^2 f_0 + 2 \operatorname{ctg} f_0 \operatorname{tg}^2 \psi \cos (o+s)} \\ \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\operatorname{ctg} f_0 \sin (o+s)}{1 + \operatorname{ctg} f_0 \cos (o+s)}; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\operatorname{ctg} f_0 \sin (o+s)}{\operatorname{tg}^2 \psi + \operatorname{ctg} f_0 \cos (o+s)}, \end{cases}$$

so lässt es sich leicht berechnen

$$(57) \quad \begin{cases} M_0 = -M_1 = v \frac{\sin \psi}{\cos^3 \psi} \frac{F^3}{c r_1^3 r_2} \\ m_0 = m_1 = 3 o - s + \frac{\pi}{2} - \delta - 2 \delta_1 - \delta_2. \end{cases}$$

Diese Formeln sind von derselben von Lorentz'schen Theorie nur durch den Glied $-\delta$ in der Phase verschieden.

Aus den Werthen von Haupteinfallswinkel $76^\circ 30,5'$ und von Hauptazimuth $26^\circ 44'$ (für Spiegel II, auf welche sich die meisten Beobachtungen beziehen¹⁾) lassen sich nun die Zahlen für F und o

$$F = 4,022 \quad o = 51^\circ 52',$$

für das gelbe Licht (etwa Spectrallinie D), und daraus folgende Werthe von s , δ_1 , δ_2 , f_0 , A_0 berechnen:

1) Sissingh, l. c. p. 136.

Tabelle 1.

$\pi - \psi$	s	δ_1	δ_0	f_0	Δ_0
86°	1° 41'	52° 46'	11° 04'	0° 59'	1° 27'
82° 30	1° 40	52° 05	18° 09,5	1° 50,5	2° 58'
76° 30,5	1° 36	50° 54	26° 44	3° 17,5	5° 18
71° 52	1° 32	50° 01,5	31° 27	4° 23,5	7° 04,5
61° 30	1° 19	48° 09	38° 42	6° 43,5	10° 50
51° 22	1° 02,5	46° 28,5	43° 21	8° 47	14° 10,5
36° 10	0° 36	44° 24	47° 54,5	11° 20	18° 19
24° 16,5	0° 17,5	43° 14	50° 08	12° 45,5	20° 39,5
12°	0° 04,5	42° 29	51° 27	13° 40	22° 08,5
6°	0° 01	42° 18	51° 46	13° 53,5	22° 30,5

Dann sind auch M_0/ν und $m_0 - \Delta_0 + \delta$ bestimmt. Nun ist unsere Formel für M_0 (57) mit derselben von Lorentz identisch, und in der That fand Sissingh, dass ν eine Constante ist. In dieser Hinsicht stimmt also unsere Theorie mit der Beobachtung vollkommen überein; was aber die Phase anbetrifft, so sind in der folgenden Tabelle die Werthe von $m_0 - \Delta_0$ beobachtet und $m_0 - \Delta_0 + \delta$ berechnet zusammengestellt

Tabelle 2.

$\pi - \psi$	$m_0 - \Delta_0$ (beob.)	$m_0 - \Delta_0 + \delta$ (ber.)	δ	$m_0 - \Delta_0$ (ber.)
86°	$\pi + 29° 26'$	$\pi - 54° 08'$	$- 83° 34'$	$\pi + 29° 43'$
82° 30	$+ 24° 22$	$- 61° 21,5$	$- 85° 43,5$	$+ 23° 03,5$
76° 30,5	$+ 14° 49$	$- 69° 50$	$- 84° 39$	$+ 14° 35$
71° 52	$+ 10° 03$	$- 74° 30,5$	$- 84° 33,5$	$+ 9° 54,5$
61° 30	$+ 1° 49$	$- 81° 33$	$- 83° 22$	$+ 2° 53$
51° 22	$- 1° 00$	$- 85° 55$	$- 84° 55$	$- 1° 30$
36° 10	$- 5° 51$	$- 90° 01,5$	$- 84° 10,5$	$- 5° 36,5$
24° 16,5		$- 91° 57$	$- 84° 25,3'$	$- 7° 32$
12°		$- 93° 01,5$		$- 8° 36,5$
6°		$- 93° 17,5$		$- 8° 52,5$

Wie wir sehen, ergibt sich δ in der That als constant, und stimmen die berechneten mit Hülfe eines Mittelwerthes von δ Zahlen für $m_0 - \Delta_0$ mit den beobachteten vollständig überein.

Der Mittelwerth von ν beträgt bei $\mathfrak{N} = 1400$

$$\nu = 1,494 \cdot 10^{-3}$$

§ 14. Beobachtungen von Kaz.

Setzen wir jetzt, der Gleichung (35) gemäss

$$(58) \quad M e^{im} = -i\mu \frac{\sin \psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi + \psi') \cos(\psi - \psi')}$$

und nehmen wir M als positiv, so folgt

$$(59) \quad \begin{cases} M = -v \cdot \frac{F}{\cos^3 \psi r_1^2 r_2} \\ m = 4\sigma + \frac{\pi}{2} - \delta - 2\delta_1 - \delta_2 \end{cases}$$

oder anders

$$(60) \quad \begin{cases} m = m_0 + \sigma + s \\ M = -\frac{cF}{\sin \psi} M_0. \end{cases}$$

Indem wir aus den Beobachtungen von Sissingh M_0 und m_0 kennen, berechnen wir leicht auch M und m .

Tabelle 3.

$\pi - \psi$	$M \cdot 10^3$	$m - A_0$	$M \cdot 10^3$ (reduc)
86°	1,37	$\pi + 83^\circ 16'$	0,822
$82^\circ 30'$	2,19	$+ 76^\circ 35,5$	1,31
$76^\circ 30,5$	3,07	$+ 68^\circ 03$	1,84
$71^\circ 52$	3,49	$+ 63^\circ 18,5$	2,09
$61^\circ 30$	4,12	$+ 56^\circ 04$	2,47
$51^\circ 22$	4,21	$+ 51^\circ 24,5$	2,53
$36^\circ 10$	4,34	$+ 46^\circ 51,5$	2,60
$24^\circ 16,5$	3,89	$+ 44^\circ 37,5$	2,33
12°	4,39	$+ 43^\circ 20$	2,63
6°	4,23	$+ 43^\circ 00,5$	2,54

Nun aber sind M und M_0 mit $\mathfrak{S}$ proportional und es liegen uns die Beobachtungen von Kaz vor, die an einem Stahlspiegel und bei dem nicht vom Verfasser angegebenen Werthe von $\mathfrak{S}$ (sei $\mathfrak{S}_1$) angestellt worden sind. So beträgt bei Kaz z. B. bei $\pi - \psi = 76^\circ$, $M \cdot 10^3 = 1,66$, bei $\pi - \psi = 72^\circ$, $M \cdot 10^3 = 1,98$, bei $\pi - \psi = 60^\circ$, $M \cdot 10^3 = 2,6$ und bei $\pi - \psi = 52^\circ$, $M \cdot 10^3 = 2,76$; bemerken wir ferner, das die optischen Constanten von Eisen und Stahl nicht zu viel verschieden sind, so liegt die Vermuthung nahe dass

$$\frac{M(\text{beob.})}{M(\text{ber.})} = \text{const.} = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}_1}$$

ist und in der That finden wir für

$$\left. \begin{array}{ll} \pi - \psi = 76^\circ & \frac{M(\text{beob.})}{M(\text{ber.})} = 0,54 \\ \pi - \psi = 72^\circ & 0,57 \\ \pi - \psi = 60^\circ & 0,63 \\ \pi - \psi = 52^\circ & 0,65 \end{array} \right\} \text{Mittel } 0,60.$$

Die letzte Columnne der vorigen Tabelle (Tab. 3) gibt die reducirten für $\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1$ Werthe von $M \cdot 10^3$. Daraus kann man auch durch Interpolation die Zahlen für M und $m - \Delta_0$ berechnen, die den von Kaz benutzten Einfallswinkeln entsprechen.

In dieser Weise ist die Tabelle 4 berechnet, worin auch die Werthe von $\Delta_1 - \Delta_0$ nach Kaz und die beobachteten M und $m - \Delta_0$ zusammengestellt sind. Es ist aber zu bemerken, dass das, was Hr. Kaz als die Phase magnetischer Licht-componente angibt, m_k , in der That mit der wirklichen Phase $m - \Delta_0$ durch die Gleichung

$$\pi - m_k + \Delta_1 - \Delta_0 = m - \Delta_0$$

verbunden ist. Somit bekommen wir

Tabelle 4.

$\pi - \psi$	$\pi - m_{kaz}$	$\Delta_1 - \Delta_0$	$M \cdot 10^3$ (beob.)	$M \cdot 10^3$ (ber.)	$m - \Delta^0$ (beob.)	$m - \Delta^0$ (ber.)
84°	$\pi - 42^{0*}$	144°	$0,721^*$	$1,10$	$\pi + 102^{0*}$	$\pi + 79^\circ 42'$
80°	$- 40^{0*}$	112°	$1,3^*$	$1,53^*$	$+ 72^*$	$+ 73^\circ 02'$
76°	$- 34$	90°	$1,66$	$1,84$	$+ 56$	$+ 68^\circ 03'$
72°	$- 18$	71°	$1,98$	$2,09$	$+ 53$	$+ 63^\circ 30'$
68°	$- 6$	57°	$2,00$	$2,24$	$+ 51$	$+ 60^\circ 36'$
64°	$- 4$	46	$2,22$	$2,36$	$+ 42$	$+ 58^\circ 28,5'$
60°	$+ 5$	39	$2,6$	$2,48$	$+ 44$	$+ 55^\circ 22'$
56°	$+ 6,5$	32	$2,49$	$2,50$	$+ 38,5$	$+ 53^\circ 32'$
52°	$+ 7^*$	26	$2,76^*$	$2,52$	$+ 33^*$	$+ 51^\circ 41,5'$
46°	$+ 8,5^*$	19	$2,41^*$	$2,55$	$+ 27,5^*$	$+ 49^\circ 49'$
40°	$+ 12^*$	14	$2,38^*$	$2,58$	$+ 26,0^*$	$+ 48^\circ 00,5'$

In den Tabellen sind mit einem * die Zahlen bezeichnet, die etwas unsicher sind¹⁾; übrigens scheinen die berechneten Amplituden ziemlich gut mit den beobachteten übereinzustimmen. Zwischen den Phasen aber ergibt sich ein Unterschied von

$$+ 8^\circ, + 10^\circ,5, + 8^\circ,5, + 16^\circ,5, + 11^\circ,5, + 15^\circ,$$

im Mittel etwa 10° , dessen Ursprung vielleicht in optischer Verschiedenheit von Eisen und Stahl zu suchen ist.

Allerdings scheint es uns kaum zu kühn zu sagen, dass auch für die polare Magnetisirung der Einklang unserer Theorie mit den Versuchsergebnissen im Grossen und Ganzen befriedigend ist.

§ 15. Beobachtungen von du Bois.

Jetzt haben wir (vgl. Gl. 47)

1) Kaz, l. c. p. 77—78.

$$(61) \quad M' e^{im'} = -i \mu \frac{2n}{(1+n)^2} \cos(\Im, x)$$

$$(61) \quad n = \frac{\Im}{\Re} = F e^{io}; \quad \cos(\Im, x) = \cos \chi,$$

woraus folgt, wenn man

$$(62) \quad 1 + F e^{io} = r_3 e^i \delta_3$$

setzt,

$$(63) \quad \begin{cases} M' = \nu \cdot \frac{F^3}{r_3^2} \cos \chi \\ m' = 3o - \frac{\pi}{2} - \delta - 2\delta_3 \end{cases}$$

$$(64) \quad r_3 = + \sqrt{1 + F^2 + 2F \cos o}; \quad \operatorname{tg} \delta_3 = \frac{F \sin o}{1 + F \cos o}.$$

Ferner ist in diesem Falle nach den Gl. (53)

$$s = 0, \quad c = -1, \quad \operatorname{tg} f_0 = \frac{1}{F}$$

$$(65) \quad \Delta_0 = - \sqrt{\frac{1 + F^2 - 2F \cos o}{1 + F^2 + 2F \cos o}}, \quad \operatorname{tg} \Delta_0 = \sin o \operatorname{tg} 2f_0,$$

und für die Drehung η der grossen Axe der Ellipse im reflectirten Lichte finden wir

$$\operatorname{tg} 2\eta = 2 \frac{\Delta_0 M' \cos(m' - \Delta_0)}{\Delta_0^2 - M'^2}$$

oder angenähert nach den Gl. (63) und (65)

$$\eta = -\nu \cdot \cos \chi \cdot \frac{F^3 \cos(m' - \Delta_0)}{\sqrt{(1 + F^2)^2 - 4F^2 \cos^2 o}}$$

oder anders

$$(66) \quad \begin{cases} \eta = -\varrho \cdot \frac{F^3 \cos(m' - \Delta_0)}{\sqrt{(1 + F^2)^2 - 4F^2 \cos^2 o}} \cdot \frac{1}{L_0} \cdot \Im \cos \chi \\ \varrho = \frac{L_0 \nu}{\Im} = \frac{1}{2} p \frac{\Im_0^3}{\Im^2}. \end{cases}$$

Mit den früheren Daten für F und o berechnen wir

$$\delta_3 = 42^\circ 14', 5; \quad \Delta_0 = 22^\circ 38'; \quad m' = 65^\circ 22' \quad m' - \Delta_0 = 42^\circ 44'.$$

Daraus folgt, dass die Drehung beim Eisen negativ ist, was mit den Beobachtungen im Einklange steht. Ferner hängt bei uns η von $\Im \cos \chi$ in der Weise ab, die H. E. J. G. du Bois experimentell gefunden hat.

Setzt man ferner mit du Bois

$$(67) \quad \eta = K \cdot \Im \cos \chi,$$

worin K die Benennung „Kerr'sche Constante“ bekommen hat, so ist

$$(68) \quad K = -\varrho \cdot \frac{1}{L_0} \frac{F^3 \cos(\varphi' - \delta_0)}{\sqrt{(1 + F^2)^2 - 4F^2 \cos^2 \varphi}}.$$

Für Eisen beträgt K in Minuten $-0,0130^1$) für gelbes Licht, oder im Bogenmaass

$$K = -3,77 \cdot 10^{-6};$$

daraus berechnen wir

$$\varrho = +7,60 \cdot 10^{-11}.$$

§ 16. *Beobachtungen im durchgehenden Lichte.* (Kundt und du Bois.) Es sei eine sehr dünne Schicht von Fe, Ni, Co gegeben. Bei einer normalen Incidenz bekommen wir für den gebrochenen Strahl die Formeln (47), die zu den folgenden Ausdrücken für die Schwingungscomponenten führen

$$U' \sin \psi' - V' \cos \psi' = \frac{1}{r_3} e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right)} \cdot e^{\Theta_1} - \frac{1}{r_3} e^{i\left(-\frac{\pi}{2} - \delta_1\right)} e^{\Theta_2}$$

$$W' = \frac{1}{r_3} e^{-i\delta_1} \cdot e^{\Theta_1} + \frac{1}{r_3} e^{-i\delta_2} \cdot e^{\Theta_2},$$

$$\Theta_1 = 2\pi i \left(\frac{d}{L_1} - \frac{t}{T} \right), \quad \Theta_2 = 2\pi i \left(\frac{d}{L_2} - \frac{t}{T} \right)$$

oder

$$\Theta_1 = -\frac{2\pi d F}{L} \left\{ \sin \varphi - \nu \cos \chi \cdot F^2 \sin(3\varphi - \delta) \right\}$$

$$+ 2\pi i \frac{d F}{L} \left\{ \cos \varphi - \nu \cos \chi \cdot F^2 \cos(3\varphi - \delta) \right\}$$

$$\Theta_2 = -2\pi \frac{d F}{L} \left\{ \sin \varphi + \nu \cos \chi \cdot F_2^2 \sin(3\varphi - \delta) \right\}$$

$$+ 2\pi i \frac{d F}{L} \left\{ \cos \varphi + \nu \cos \chi \cdot F_2^2 \cos(3\varphi - \delta) \right\}$$

Wenn man nun von der exponentialen Function zu der trigonometrischen übergeht, und den Absorptionsunterschied von zwei circularpolarisirten Strahlen ausser Acht lässt, so findet man für die Schwingungscomponenten in resp. senkrecht zu der Einfallsebene

1) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **39**. p. 38. 1890.

$$\frac{2}{r_3} e^{-2\pi \frac{dF}{L} \sin o} \cos \left[2\pi \left(\frac{dF}{L} \cos o - \frac{t}{T} \right) - \delta_3 \right] \cdot \sin \left[\nu \cos \chi \frac{2\pi d}{L} F_3 \cos (3o - \delta) \right]$$

$$\frac{2}{r_3} e^{-2\pi \frac{dF}{L} \sin o} \cos \left[2\pi \left(\frac{dF}{L} \cos o - \frac{t}{T} \right) - \delta_3 \right] \cdot \cos \left[\nu \cos \chi \frac{2\pi d}{L} F_3 \cos (3o - \delta) \right]$$

woraus sich ergibt für die Drehung der Polarisationssebene des durchgehenden Lichtes

$$(69) \quad \varphi = \varrho \frac{2\pi d \mathfrak{B}_0}{L_0^2 \mathfrak{B}} F^3 \cos (3o - \delta) \mathfrak{B} \cos \chi,$$

und beträgt nahezu

$$\frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}} = 1,$$

wenn das Metall sich in der Luft befindet.

Ferner berechnet sich $3o - \delta$ für gelbes Licht zu $240^\circ 1'$, also ist

$$\cos (3o - \delta) < 0,$$

und φ daher *negativ*. Das bedeutet, dass die Drehung gegen die Richtung der Bewegung der Uhrzeiger vor sich geht, wenn man sie von der Seite der positiven x -Axe betrachtet. Bekanntlich aber geschehen die Drehungsbeobachtungen in der Weise, dass man sich in den Weg des durchgehenden Lichtes stellt und die Drehungen von der Seite der *negativen* x -Axe ansieht; demzufolge erscheinen die Drehungen *positiv* und in der Bewegungsrichtung des Uhrzeigers, was schon lange experimentell gefunden ist.

Bei dieser neuen Definition von φ lautet unsere Gleichung

$$(70) \quad \varphi = - \varrho \frac{2\pi d \mathfrak{B}_0}{L_0^2 \mathfrak{B}} F^3 \cos (3o - \delta) \mathfrak{B} \cos \chi.$$

Setzen wir ferner

$$(71) \quad \varphi = \Psi \cdot d \cdot \mathfrak{B} \cos \chi,$$

so folgt

$$(72) \quad \Psi = - \varrho \frac{2\pi \mathfrak{B}_0}{L_0^2 \mathfrak{B}} F^3 \cos (3o - \delta),$$

und für diese Grösse hat du Bois den Namen „Kundt'sche Constante“ vorgeschlagen.

Nach Beobachtungen von Kundt berechnet du Bois für Eisen und $L_0 = 0,656 \cdot 10^{-4}$ cm.

$$\Psi = + 2,63 \text{ C. G. S. } ^1)$$

Wolle man nun denselben Werth von Ψ auch für die Linie D vorbehalten, so kann man wieder die Grösse ϱ berechnen. Es ergibt sich

$$\varrho = + 2,58 \cdot 10^{-11},$$

d. h. etwa drei Mal kleiner, als früher. Diese Thatsache scheint uns ganz natürlich, da sich z. B. ergibt für sehr dünne Eisen und Kobalt Schichten $F \cos o = 2,72$ resp. $2,76^2)$, während Drude³⁾ aus der Reflexion an massiven Spiegeln für dieselben Metalle 2,36 resp. 2,12 gefunden hat.

§ 17. Zu dem Ende wollen wir noch einige Bemerkungen über den Zusammenhang der oben studirten Erscheinungen mit dem Hall'schen Phänomen aussprechen.

Nach Lorentz wird das Zeichen von p (also auch von μ , ν , ϱ) durch das Zeichen der Hall'schen Constante bestimmt. Nun ist aber dieselbe für Eisen *positiv* (wie auch für Kobalt und Stahl), für Nickel aber *negativ*.⁴⁾ Weiter lassen sich auch o für diese Metalle aus den Beobachtungen von Drude berechnen. Es ist nämlich

Fe	$F \cos o = 2,36,$	$F \sin o = 3,20,$	$F = 3,98,$	$o = 53^\circ 35',5$
Ni	1,79	3,32	3,77	$61^\circ 40'$
Co	2,12	4,03	4,55	$62^\circ 15',$

woraus folgt

	f_0	A_0	$3 o$
Fe	$14^\circ 6'$	$23^\circ 20,5$	$160^\circ 46,5'$
Ni	$14^\circ 51$	$26^\circ 02$	$185^\circ 00'$
Co	$12^\circ 24$	$22^\circ 14,5$	$186^\circ 45'.$

Setzt man nun in dem Ausdrucke von Ψ $\delta = 0$, wie das der Lorentz'schen Theorie entspricht, so folgt für alle drei Metalle $\cos 3 o < 0$; das Zeichen von Ψ hängt dadurch allein vom Zeichen von ϱ ab. Den Beobachtungen zufolge ist Ψ bei Ni, Fe, Co *positiv*; es muss daher auch ϱ positiv sein und dies Zeichen von ϱ mit demselben der Hall'schen Constante keineswegs übereinstimmen.

1) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **31**. p. 969. 1887.

2) du Bois u. Rubens, Wied. Ann. **41**. p. 521. 1890.

3) Drude, Wied. Ann. **39**. p. 537. 1890; **42**. p. 189. 1891.

4) Nernst, Wied. Ann. **31**. p. 775. 1887.

Was aber unsere Theorie anbetrifft, so stehen die magnetooptischen Erscheinungen von dem Hall'schen Phänomen vollständig abgesondert und zwischen der Hall'schen Constante und den magnetooptischen K und Ψ ist kein Zusammenhang vorhanden. Indessen sind alle diese Erscheinungen durch eine und dieselbe Ursache — die Magnetisirung — hervorgerufen; da nun für das Kerr'sche Phänomen und die magnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes eine Proportionalität mit $\Im$ als experimentell nachgewiesen zu betrachten ist, so scheint uns höchst wahrscheinlich, dass dasselbe auch für das Hall'sche Phänomen der Fall ist.

§ 18. Bezeichnen wir mit h die Hall'sche Constante, so wurde früher angenommen, dass

$$h \Im$$

mit wachsendem $\Im$ zunimmt, und zwar dem Werthe von $\Im$ genau proportional. Nun haben v. Ettingshausen und Nernst¹⁾ nachgewiesen, dass dieses Gesetz der Wirklichkeit nicht entspricht, und dass daher h nicht mehr von $\Im$ unabhängig ist. So bleibt z. B. h bei Bi nahezu constant, wenn $\Im$ sich von 7,63 bis 1000 ändert, und bei weiterem Wachsen von $\Im$ nimmt es ab; ebenso bei Ni, wenn $\Im$ von 1550 bis 15850 zunimmt, nimmt h ziemlich regelmässig ab.

Wollen wir die Voraussetzung machen, es sei das Hall'sche Phänomen der Magnetisirung proportional, so müssen wir setzen

$$(73) \quad h \Im = \Gamma \cdot \Im,$$

worin Γ eine neue *Constante* bedeutet.

Bei den Beobachtungen über das Hall'sche Phänomen wird bekanntlich eine dünne Metallplatte senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien gestellt, d. h. sie wird *transversal* magnetisirt. Ist nun k die magnetische Susceptibilität des Mediums (des Metalls), so gilt für transversale Magnetisirung die bekannte Relation

$$(74) \quad \Im = \frac{k}{1 + 4\pi k} \Im.$$

Für den Fall eines sehr schwach para- oder diamagnetischen

1) v. Ettingshausen u. Nernst, Wiener Ber. **94**. p. 560. 1886.

Körpers, ist k sehr klein, und es lässt sich daher die Gl. (74) einfach schreiben

$$(75) \quad \Im = k \S.$$

Es scheint uns sehr wahrscheinlich, dass Bi, gerade wie die magnetischen Metalle, ein Magnetisirungsmaximum bei sehr grossem $\S$ besitzt; das hat schon Plücker im Jahre 1854 behauptet¹⁾; ist nun das wirklich so, so muss für dieses Metall k bei kleinen $\S$ constant sein und später für grössere $\S$ abnehmen. Da aber aus den Gl. (73) und (75) für Wismuth folgt

$$h = \Gamma \cdot k,$$

so muss auch h denselben Verlauf zeigen, und das Product

$$h \S = \Gamma \Im$$

nach einem Maximum streben. Dass das eben der Fall ist, wird durch die folgende Tabelle bestätigt, die ich aus der Abhandlung von v. Ettingshausen und Nernst entnehme:

Tabelle 5.

Wismuth.

$\S$	h	$h \S = \Gamma \Im$	$\S$	h	$h \S = \Gamma \Im$
7,08	— 7,63	— 54	1432	— 7,57	— 10840
14,50	7,59	110	3843	6,43	21490
37,01	7,58	280	4222	5,84	24660
66,6	7,57	504	6590	4,69	30910
108,6	7,60	825	7145	4,35	31080
168,7	7,62	1285	8140	4,15	33780
177	7,57	1340	9190	3,76	34550
371	7,80	2894	13800	2,39	32930
694	7,82	5427	16290	2,01	32680

Es scheint also unsere Behauptung allgemein für Bi der Wirklichkeit nicht zu widersprechen.

Wenden wir uns jetzt zum Nickel. Für dieses Metall nehmen wir

$$(76) \quad h = \Gamma \cdot \frac{k}{1 + 4\pi k}$$

und wollen einen Versuch, den Werth von k zu berechnen, machen. Bekanntlich fand Rowland¹⁾, dass Nickel bei einer

1) Plücker, Pogg. Ann. **91**. p. 1. 1854.

2) Rowland, Phil. Mag. (4), **46**. p. 140. 1873; (4), **48**. p. 321. 1874.

longitudinalen Magnetisirung schon bei $\S < 200$ ein Magnetisirungsmaximum erreicht und für dieses Maximum ist der Werth

$$\S \text{ max.} = 500$$

angegeben. Daraus folgt, dass für $\S > 1000$ man k aus der Gleichung

$$(77) \quad \S \text{ max.} = 500 = k \S$$

berechnen kann. In der Tabelle 6 habe ich die Werthe von h und $\S$ von v. Ettingshausen und Nernst mit dem aus der Gl. (77) berechneten Werthe von k und $k/1 + 4\pi k$ zusammengestellt. Die letzte Columnne gibt die Grösse von I an.

Tabelle 6.

Nickel					
$\S$	h	$I\S$	k	$\frac{k}{1 + 4\pi k}$	I
1550	- 0,02420	- 37,51	0,323	0,0638	- 0,38
3970	0,02230	88,48	0,126	0,0488	0,46
5750	0,02050	120,9	0,087	0,0425	0,48
8500	0,01486	126,2	0,059	0,0339	0,44
11300	0,01084	122,5	0,044	0,0283	0,38
15850	0,00823	130,4	0,032	0,0228	0,36
					0,425

Wie wir sehen, erscheint wirklich I nahezu constant. Bei Co, Fe, Sb, ergab sich die Abnahme von h weit weniger regelmässig; es tritt sogar zunächst ein geringes Ansteigen der Werthe von h bis zu einer gewissen Feldstärke, etwa 5000 bis 6000 c. g. s., und nur später nimmt h mit wachsender Scheidekraft ab.¹⁾ Bemerkenswerth ist jedoch, dass ein solches Verhalten von h bei Stahl nicht stattfindet und h nimmt bei diesem Metall immer ab. Wir glauben daher die Ursache dieser Unregelmässigkeit in einigen Nebenumständen suchen zu dürfen. Vielleicht ist dabei der Einfluss der sogenannten „thermomagnetischen“ Ströme nicht ohne Bedeutung.²⁾

Kasan, im December 1891.

1) v. Ettingshausen und Nernst, l. c., p. 584—586.

2) Die Bemerkungen, welche den Inhalt des § 18 bilden, wurden schon im Jahre 1888 in russischer Sprache veröffentlicht.