6. *Luftwiderstandsmessungen mit einem neuen Rotationsapparat; von O. Mannesmann.*

(Inaugural-Dissertation mit Kürzungen, Tübingen 1897.)

Einleitung.

Die ersten genauen Versuche über den Widerstand, den feste Körper erfahren, wenn sie im gaserfüllten Raum einer Bewegung unterworfen werden, sind erst vor etwa 30 Jahren von Schellbach angestellt worden.¹⁾ Doch in dem Maasse, wie in den letzten Jahrzehnten das Problem des mechanischen Fluges mit in den Vordergrund des öffentlichen Interesses getreten ist, haben sich auch andere Physiker der Gegenwart, wie S. P. Langley, Lord Rayleigh, G. Wellner u. a. mit Experimenten über Luftwiderstände befasst. Trotzdem ist auch heute noch das ganze Gebiet der Aeromechanik in geheimnissvolles Dunkel gehüllt. Weichen doch die von den verschiedenen Forschern gemachten Beobachtungen so erheblich voneinander ab, dass man kein Resultat als vollständig fehlerfrei ansehen kann. Der Grund hierfür ist in der Unvollkommenheit der Vorrichtungen zu suchen, mit denen die Versuche angestellt wurden.

Die zunächst in Betracht kommende Vorrichtung, die dem Körper, dessen Luftwiderstand man messen will, eine geradlinig gleichförmige Bewegung ertheilt, erfordert sehr complicirte Mechanismen, und die umgekehrte Methode, einen constanten Luftstrom gegen den ruhenden Körper zu schicken, ist auch unzweckmässig, da bei künstlich erzeugten Luftströmen infolge der Reibung der Luft an den Wänden des Ausflussrohres und infolge ihrer Reibung mit benachbarten ruhenden Luftschichten die einzelnen Punkte des Querschnittes verschiedene Geschwindigkeiten haben.

Diese Schwierigkeiten glaubte man zu umgehen, indem man den Wind zu Hülfe nahm. Man setzte den auf seinen Luftwiderstand zu untersuchenden Körper einem natürlichen

1) K. H. Schellbach, Pogg. Ann. 143. p. 1. 1871.

Luftstrom aus, ermittelte mit einem Anemometer die Geschwindigkeit desselben und bestimmte dann durch eine in geeigneter Weise angebrachte Messvorrichtung die Kraft, mit der der Körper sich in Richtung des Windes fortzubewegen strebte.¹⁾

Aber alle auf diesem Princip beruhenden Versuche sind werthlos geworden, nachdem S. P. Langley²⁾ nachgewiesen hat, dass der Wind niemals die gleiche Geschwindigkeit auch nur eine Secunde lang beibehält, sich vielmehr aus rasch aufeinander folgenden Stößen zusammensetzt.

Langley machte die Versuche mit einem sehr empfindlichen Robinson'schen Anemometer mit Papierschalen, die bei jeder halben Umdrehung auf einen Chronographen eine Marke aufzeichneten. Die Windgeschwindigkeit schwankte oft mehrere Male in einer Secunde zwischen 0 und 25 m.

Wir haben es daher hier mit sogenannten Schlagbewegungen zu thun, bei welchen, wie O. Lilienthal gezeigt hat, unter Umständen der Luftwiderstand das 25 fache des Werthes annehmen kann, der ihm bei gleichförmiger Bewegung zukommt.

Schellbach war der erste, der zur Untersuchung des Luftwiderstandes einen Rotationsapparat angewendet hat, und gebührt ihm ferner das grosse Verdienst, denselben gleich auf eine grosse Höhe der Vervollkommnung gebracht zu haben.

Heute werden, abgesehen von den Versuchen mit Fallschirmen, zur Untersuchung der Luftwiderstandsgesetze ausschliesslich Rotationsapparate verwendet.

I. Theil.

Bestimmung des Luftwiderstandes ebener und gewölbter Flächen, die einer zur Fläche senkrechten Bewegung unterworfen werden.

Indem ich für eine Besprechung der bisher benutzten Rotationsapparate auf meine Dissertation p. 9 bis 12 verweise, gehe ich zur Beschreibung des von mir construirten Apparates (vgl. Fig. 1) über.

1) W. H. Dines, Proc. Roy. Soc. **48**, p. 233. 1890; O. Lilienthal, Der Vogelflug als Grundlage der Luftschiffahrt. Gärtner's Verlag, Berlin 1889.

2) S. P. Langley, Phil. Mag. **37**, p. 425. 1894.

Die zu untersuchende Fläche F wird an einem in horizontaler Ebene rotirenden Messingarm A von 0,485 m Länge so befestigt, dass sie sich nur in Richtung der Bewegung des Armes in einer Führung f verschieben kann. Die Verschie-

Fig. 1.

bung der Fläche in der der Bewegung entgegengesetzten Richtung wird gehemmt durch einen straff angezogenen Seidenfaden S , der, von der Fläche ausgehend, über eine in der Verlängerung der Führung liegende Rolle R läuft und in der

verticalen Axe des Apparates mit einem durch ein Gewicht G angespannten verticalen Faden S_1 so befestigt ist, dass er um denselben möglichst reibungslos rotiren kann. Wenn man die Fläche in der Führung nach rückwärts verschiebt, so erfährt der verticale Faden eine seitliche Ausbiegung, wobei das ihn belastende Gewicht gehoben wird, und zwar um so mehr, je weiter die Rückwärtsbewegung der Fläche in der Führung fortschreitet. Wird der Apparat in Rotation versetzt, so bewirkt der Luftwiderstand der Fläche ihre Rückwärtsverschiebung in der Führung und somit ein Heben des Gewichtes G .

Die Verschiebung der Fläche hört erst auf, wenn der Zug in dem Seidenfaden dem Luftwiderstand das Gleichgewicht hält.

Infolge dessen entspricht jedem Luftwiderstand eine ganz bestimmte Hebung des Gewichtes. Das Gewicht ist mit einem Aluminiumzeiger Z von 65 cm Länge im Abstand von 0,65 cm von der Drehaxe fest verbunden, sodass seine verticalen Verschiebungen auf einer Messingscala M , an welcher der Zeiger entlang geht, in 100 facher Vergrösserung sichtbar gemacht werden.

Der bei der Construction des Apparates leitende Gesichtspunkt war, die rotirenden Massen klein zu halten und denselben eine solche Gestalt zu geben, dass sie möglichst geringe Luftbewegungen hervorrufen. Meine Vorrichtung besitzt deshalb im Gegensatz zu allen bisherigen Apparaten nur *einen* rotirenden Arm. Derselbe wurde als einfacher Brückenträger ausgebildet, dessen obere „Gurtung“ ein zur Axe hin sich verdickender Messingarm ist, dessen untere „Gurtung“ aus gehärtetem Kupferdraht von 1,2 mm Dicke besteht und bei dem ein 1,2 mm dicker, 1,5 mm breiter und 70 mm langer Messingstab als Diagonalverband dient. Der Querschnitt der oberen Gurtung ist ein Rhombus, dessen grössere Diagonale 10—20 mm lang ist, während die kleinere nach der Axe hin allmählich von 3 auf 7 mm steigt. Dieser Brückenträger durchschneidet fast ohne Widerstand die Luft, und selbst bei 500 Umdrehungen pro Minute verursacht er nur unbedeutende Luftströmungen.

Die rotirende Messingaxe B von 15 mm Durchmesser und 200 mm Länge trägt am oberen Ende eine Riemscheibe L von

60 mm Durchmesser, die durch einen Lederriemen mit der Kraftmaschine verbunden ist, und ferner eine mit einem Gummirand armirte Scheibe L_1 von demselben Durchmesser, die auf dem Rade eines Tourenzählers T rollt. Der Apparat wird getragen von einer 2 m langen, massiven quadratischen Stange C aus Schmiedeeisen, die bei einer Dicke von 60 mm keine Vibrationen zulässt und die einerseits mit einer in die Zimmerwand eingemauerten Steinconsole K fest verbunden ist, während das andere Ende auf einem gusseisernen Gestell E ruht. Der zum Aluminiumzeiger Z führende verticale Faden geht durch das 2 mm weite Loch der rotirenden Axe B von einem mit dem schmiedeeisernen Träger fest verbundenen Holzstab H aus, der zugleich zur Befestigung des Tourenzählers dient. Die verticale Einstellung des Fadens wird durch einen „Support“ U ermöglicht, der den Aluminiumzeiger trägt. Der Zeiger ist durch ein Gegengewicht theilweise ausbalancirt, während ein verschiebbares Gewicht N von 28 g verschiedene Fadenspannungen hervorrufen kann. Die mit 200 Theilstrichen versehene Messingscala M ist ein 40 cm langer und 2 cm breiter Kreishogen.

Als Kraftquelle diente für kleine Rotationsgeschwindigkeiten eine Turbine von $\frac{1}{20}$ P.S., die durch Wasserleitungswasser, das unter einem Druck von 6 Atmosphären steht, getrieben wird. Mittlere Rotationsgeschwindigkeiten wurden durch einen Siemenselktromotor von max. $\frac{1}{4}$ P.S. erzeugt, und für Geschwindigkeiten von 15—25 m pro Secunde wurde ein grösserer Siemenselktromotor von max. $\frac{1}{2}$ P.S. verwendet. Der elektrische Strom für die Motoren wurde von einer aus 36 Elementen bestehenden Accumulatorenatterie von 72 Volt Spannung geliefert.

Für die beabsichtigten Versuche war es erforderlich, die Tourenzahl des Elektromotors in weiten Grenzen variiren zu können. Es musste daher das Augenmerk auf die in den Stromkreis einzuschaltenden Widerstände gerichtet werden.

Um die Beobachtungsfehler zu verkleinern, wurde der einzelne Versuch auf mindestens 500 Umdrehungen ausgedehnt. Hierbei machte es sich störend bemerkbar, dass infolge der starken Erwärmung der eingeschalteten Drahtwiderstände der Motor am Ende des Versuches eine geringere Geschwindigkeit

besass wie am Anfang. Eine genaue Beobachtung war dadurch ausgeschlossen, indem während des Versuches der Aluminiumzeiger langsam sank. Dieser Uebelstand wurde dadurch fast vollständig beseitigt, dass eine Combination von Draht- und Flüssigkeitswiderständen eingeschaltet wurde. Da bei Flüssigkeiten im Gegensatz zu den metallischen Leitern die Leitungsfähigkeit mit wachsender Temperatur zunimmt, so kann man, nachdem man durch Versuche das richtige Verhältniss zwischen Draht und Flüssigkeit ermittelt hat, einen für alle Temperaturen fast constanten Gesamtwiderstand herstellen.

Der übrigbleibende Rest der Unregelmässigkeit der Bewegung wurde durch die am Elektromotor befindliche, mit der Hand zu regulirende Bandbremse so weit beseitigt, dass z. B. für 1000 Umdrehungen die Zeitunterschiede bei 10 Beobachtungen $\frac{2}{10}$ Sec. nicht überstiegen, was einem möglichen Fehler von 1,5 pro mille entspricht. Der Flüssigkeitswiderstand konnte durch Verschieben der Elektroden in seiner Breite und Länge geändert werden. Der grösste angewandte Widerstand hatte eine Länge von 20 cm und einen Querschnitt von 5,20 qcm; der kleinste aber eine Länge von 5 cm und einen Querschnitt von 5,2 qcm. In dem letzten Widerstand stieg zuweilen die Temperatur während des Versuches auf 40° C., ohne dadurch den gleichmässigen Gang des Elektromotors zu beeinträchtigen. Bei den ersten Versuchen wurde eine 25 proc. Salmiaklösung (Leitungsvermögen bei 18° C. 0,0000048) zwischen Platinelektroden eingeschaltet, wegen des auftretenden Polarisationsstromes aber bald durch einen Widerstand aus 15 proc. Kupfersulfatlösung (Leitungsvermögen bei 18° C. 0,0000039) zwischen Kupferelektroden ersetzt.

Dieser letztere Widerstand hat sich sehr gut bewährt, nur mussten die Kupferelektroden häufig ersetzt werden. Die Metallwiderstände wurden von drei Widerstandskästen geliefert. Der erste Kasten gestattete acht, der zweite neun und der dritte elf Variationen, sodass man durch richtiges Hinein- und Hineinschalten jeden gewünschten Gesamtwiderstand erhalten konnte.

Beseitigung etwaiger Bedenken gegen den Rotationsapparat.

Bei der Bewegung eines Körpers wird die ihn umgebende Luft in Bewegung gesetzt, die hauptsächlich darin besteht, dass die Luft vor dem Körper auseinander und hinter ihm wieder zusammengeht und dass gleichzeitig Luftwirbel entstehen. Der Luftwiderstand kommt aber nur dann rein zur Geltung, wenn für die abfliessenden Lufttheilchen keine Richtung bevorzugt ist. Jeder Rotationsapparat hat aber den Nachtheil, dass, infolge der ungleichen Geschwindigkeit der einzelnen Theile der Scheibe, ein von dem inneren nach dem äusseren Rande hinfließender Luftstrom entsteht.

Der Luftstrom wird bekanntlich dahin gelenkt, wo die stärkste Luftverdünnung eingetreten ist. Dieses ist aber hinter dem äusseren Rande der rotirenden Fläche geschehen, da derselbe die grösste Geschwindigkeit besitzt. Diese Fehlerquelle wurde dadurch möglichst verkleinert, dass man meistens nur kleine Flächen bis zu 10 cm Durchmesser untersuchte, was bei der grossen Empfindlichkeit des Apparates keinen Nachtheil hatte. Bei grösseren Flächen wurde die Geschwindigkeit so klein gewählt, dass die Luftströmungen überhaupt keine Rolle mehr spielen konnten.

Auch der Umstand, dass die Flächen in ihren Mittelpunkt geführt werden, schliesst eine kleine Gefahr in sich. Theilt man nämlich ein Quadrat in viele gleiche verticale Streifen und trägt die diesen Streifen entsprechenden Luftwiderstände als Ordinaten auf, so schliesst die durch die Endpunkte derselben gelegte Curve mit den Coordinatenachsen eine Fläche F ein, deren Schwerlinie S das Centrum C des auf das Quadrat wirkenden Luftwiderstandes liefert. Dasselbe fällt, wie aus der Fig. 2 ersichtlich ist, nicht mit dem geometrischen Mittelpunkt M der Fläche zusammen; infolge dessen tritt eine Klemmung in der Führung ein, wodurch die Verschiebbarkeit erschwert wird. Betrachtet man statt des Quadrates eine kreisrunde Scheibe, so erhält man eine complicirtere

Fig. 2.

Widerstandsfläche, doch weicht auch in diesem Falle das Centrum des Widerstandes vom Mittelpunkt des Kreises ab. Eine Klemmung kann nur eintreten, wenn Körper aneinander gleiten, nicht aber, wenn man es nur mit rollender Reibung zu thun hat. Es wurde deshalb eine Führung verwendet, bei der zwischen dem beweglichen Mantel und dem festen Kern 2,2 mm dicke gehärtete Stahlkugeln eingelegt waren.

Da die Stahlkugeln aber das Gewicht wesentlich erhöhen, wurden bei den späteren Versuchen die Kugeln weggelassen und die Klemmung dadurch vermieden, dass man den von der verticalen Axe des Apparates kommenden Seidenfaden nicht an der Führung befestigte, sondern ihn kurz vor seinem Ende verzweigte und an drei nahe der Peripherie liegenden Punkten der Fläche angreifen liess. Die Führung hat jetzt nur noch den Zweck, eine seitliche Verschiebung der Fläche zu verhindern.

Grosse Schwierigkeiten verursachte anfänglich die auftretende Centrifugalkraft, die, wie an einem Beispiel erläutert werden soll, unter Umständen eine ganz bedeutende Rolle spielen kann. Die zu den ersten Versuchen verwendete Führung aus Kupfer wog mit der auf ihr befestigten runden Scheibe aus Zinkblech, von 10 cm Durchmesser und $\frac{3}{10}$ mm Dicke, 35 g. Die Umfangsgeschwindigkeit betrug 20 m; der Rotationsarm hatte eine Länge von 0,485 m.

Die Centrifugalkraft, nach der Formel $F = (m v^2 / R)$ berechnet, war also in diesem Falle nicht weniger wie 2,8 kg, während der Luftwiderstand des Zinkbleches nur etwa 0,27 kg betrug. In obiger Formel ist die Masse m in Kilogramm, der Krümmungsradius R und die Geschwindigkeit v in Meter einzusetzen. Wenn nun auch in der Führung der Reibungscoefficient sehr klein ist ($\mu = 0,03$), so war doch zur Verschiebung eine Kraft von 84 g erforderlich, das sind 31 Proc. des gesammten Luftwiderstandes, und folglich war es unwahrscheinlich, dass die Führung sich genau auf den dem Widerstand der Fläche entsprechenden Punkt einstellte.

Es war nothwendig, das Gewicht der rotirenden Masse bedeutend zu verkleinern und wurden deshalb sowohl die Führung als auch die Flächen aus Aluminium verfertigt.

Es gelang auf diese Weise, das Gewicht der Führung mit der auf ihr befestigten Scheibe in den Grenzen von 3,5 bis 5,5 g zu halten. Die Aluminiumscheiben hatten eine Dicke von 0,2 mm und waren gegen Verbiegung durch einen Rand von doppelter Dicke verstärkt. Die grösseren Flächen von 12—20 cm Durchmesser wurden aus einem mit Pergamentpapier beklebten Ring aus Aluminiumdraht von 2 mm Dicke hergestellt, nachdem Versuche mit Aluminium- und Papierscheiben von gleicher Grösse gleiche Resultate und damit den Beweis geliefert hatten, dass durch das Pergamentpapier keine Luft durchdringen konnte.

Bei diesen leichten Flächen spielt die Centrifugalkraft keine grosse Rolle mehr. Die zur Verschiebung der Führung nöthige Kraft beträgt, wie Versuche ergeben haben, im ungünstigsten Falle etwa 4 Proc., meistens aber nur 2 Proc. des gesammten Luftwiderstandes. Den nur schwer zu ermittelnden Werth dieser Reibung kann man dadurch eliminiren, dass man beim ersten Versuch von geringerer Geschwindigkeit, beim zweiten Versuch dagegen von höherer Geschwindigkeit aus auf die gewünschte Geschwindigkeit übergeht und den Mittelwerth der beiden Beobachtungen nimmt. Die erste Beobachtung giebt dann den Luftwiderstand vermindert um die Führungsreibung an, während beim zweiten Versuch der Werth der Reibung sich zum Luftwiderstand addirt, da jetzt die Fläche sich mit dem Führungsmantel nach vorn bewegt.

Noch einfacher ist es, wenn man während des einzelnen Versuches die Geschwindigkeit häufig um den Mittelwerth herum kleinen Schwankungen unterwirft. Steigt die Geschwindigkeit über den Mittelwerth, so verschiebt sich die Fläche nach rückwärts. Im nächsten Augenblick, entsprechend der Verlangsamung der Bewegung, rückt sie wieder vor und stellt sich allmählich auf den Punkt, der ihrem thatsächlichen Widerstande entspricht. Diese kleinen Geschwindigkeitsänderungen werden durch mehr oder weniger starkes Anziehen einer Bandbremse auf einfache Weise hervorgebracht.

1. Ebene Vollflächen.

Zunächst muss die Scala, an welcher der Aluminiumzeiger entlang geht, geaicht werden. Dies geschieht, indem man,

während der Apparat in Ruhe ist, den von der Mitte aus zur Führung gehenden Seidenfaden über eine Rolle leitet und dann mit Gewichten belastet. Jedem Fadenzug entspricht eine ganz bestimmte Stellung des Zeigers.

Aus der graphischen Darstellung der zwischen Zeigerstellung und Fadenzug bestehenden Beziehungen ist ersichtlich, dass in den meisten Stellungen dem Steigen des Zeigers um einen Theilstrich eine Vermehrung des Fadenzuges um 1 g entspricht.

Die Empfindlichkeit der Methode hängt davon ab, mit welcher Genauigkeit man die Zeigerstellung ablesen kann und ob es überhaupt möglich ist, eine genügende Ruhe des Zeigers zu erzielen. Die letztere Bedingung verursachte nicht unerhebliche Schwierigkeiten, die erst vollständig gehoben wurden, nachdem der in der verticalen Axe des Apparates befindliche belastete Faden durch dünne Kupferdrähte ersetzt wurde, die durch Gelenke die gewünschte seitliche Ausbiegung ermöglichten, die aber nicht wie die vorher angewandten Seiden- oder Zwirnfäden sich tordirten.

Zur Illustrirung der Beobachtungsmethode soll zunächst der Verlauf der Versuche beschrieben werden.

Die Anordnung ist so gewählt, dass der Beobachter von seiner Stellung vor der Scala aus die in Betracht kommenden Erscheinungen bequem übersehen kann. Nachdem der Apparat in Bewegung gesetzt worden ist, muss zunächst mit Hülfe der Bandbremse, die während des ganzen Versuches mit der rechten Hand regulirt wird, die erforderliche Ruhe des Zeigers hergestellt werden. Sodann wird in dem Augenblick, wo der Zeiger des Tourenzählers auf Null steht, mit der linken Hand ein Chronoskop in Bewegung gesetzt. Nach weiteren 500 Umdrehungen wird das Chronoskop arretirt, der Stand des Aluminiumzeigers abgelesen und durch den Unterbrecher der electriche Strom geöffnet.

Während des Versuches müssen Fenster und Thüren geschlossen sein und jede hastige Bewegung des Körpers vermieden werden, da der geringste Luftzug sich durch Schwanken des Zeigers störend bemerkbar macht. Die Versuche können ferner nur bei Tages- oder elektrischem Licht gemacht werden,

da Gas- und Kerzenflammen nicht unerhebliche Luftbewegungen hervorrufen und ferner die bei der Verbrennung sich bildende Kohlensäure den Widerstand der Flächen ändert.

Zur Vermeidung der Parallaxe muss beim Ablesen der Zeigerstellung bei allen Versuchen sich das Auge auf derselben Stelle befinden, die als ideeller Schnittpunkt zweier in der Wand des Zimmers befestigter dünner Metallstäbe von je 1 m Länge genau fixirt ist. Es muss endlich noch erwähnt werden, dass die Versuche in einem gegen directes Sonnenlicht geschützten Kellerraum des hiesigen physikalischen Instituts gemacht wurden, der wegen seiner constanten Temperatur ermöglicht, die Versuche verschiedener Tage direct miteinander zu vergleichen.

Meine ersten Experimente galten der Frage, in welcher Beziehung die Geschwindigkeit der bewegten Fläche zu ihrem Luftwiderstand steht. Newton hat bekanntlich angenommen, dass der Luftwiderstand dem Quadrat der Geschwindigkeit des Körpers proportional sei¹⁾, und Schellbach hat in seiner bereits erwähnten Arbeit die experimentelle Bestätigung des Newton'schen Gesetzes für Geschwindigkeiten von 17 cm bis zu 6 m gebracht.

Die heute ziemlich allgemein herrschende Ansicht geht dahin, dass, während bei Geschwindigkeiten bis zu einigen Centimetern pro Secunde der Luftwiderstand mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit zunimmt, man allmählich zur zweiten, dann zur dritten und bei 500 m sogar zur vierten Potenz übergehen muss.

Es lag daher die Vermuthung nahe, dass ich mit meinem Apparate, mit dem ich die Luftwiderstände noch genau messen kann, wenn die Geschwindigkeit der Fläche 25 m beträgt, eine wenn auch unbedeutende Abweichung von dem Newton'schen Gesetze wahrnehmen würde. Die Tabellen Ia und Ib geben zwei beliebig herausgegriffene Versuchsreihen über die Luftwiderstände ebener Scheiben bei verschiedenen Geschwindigkeiten wieder.

1) A. Wüllner, Experimentalphysik 5. Aufl. 1. p. 668.

Tabelle Ia.

Versuche vom 20. Juni 1897 mit einer Papierscheibe von 14,5 cm Durchmesser. Temperatur 17,5° C. Barometerstand 748 mm.

Geschwindigkeit in m pro Secunde	Specifischer Widerstand	Abweichung vom Mittelwerth	Geschwindigkeit in m pro Secunde	Specifischer Widerstand	Abweichung vom Mittelwerth
2,45	0,01176	0,00004	7,84	0,01161	0,00019
3,84	0,01193	0,00013	9,80	0,01169	0,00011
4,75	0,01178	0,00002	11,32	0,01197	0,00019
5,14	0,01175	0,00005	13,40	0,01191	0,00011
5,62	0,01194	0,00014	16,18	0,01177	0,00017
6,24	0,01188	0,00008	21,10	0,01177	0,00003
7,26	0,01181	0,00001	23,96	0,01198	0,00018
7,31	0,01185	0,00005			

Tabelle Ib.

Versuche vom 27. Juni 1897 mit einer Aluminiumscheibe von 10 cm Durchmesser. Temperatur 19° C. Barometer 742 mm.

Geschwindigkeit in m pro Secunde	Specifischer Luft- widerstand	Abweichung vom Mittelwerth	Geschwindigkeit in m pro Secunde	Specifischer Luft- widerstand	Abweichung vom Mittelwerth
4,79	0,00937	0,00015	11,42	0,00933	0,00011
6,14	0,00932	0,00010	13,59	0,00897	0,00025
7,26	0,00924	0,00002	16,41	0,00910	0,00012
7,84	0,00906	0,00016	17,30	0,00909	0,00013
8,60	0,00909	0,00013	21,22	0,00924	0,00002
9,27	0,00930	0,00008	25,18	0,00936	0,00014
10,38	0,00926	0,00004			

Die in der zweiten Verticalreihe stehenden Zahlen wurden durch Division des Inhaltes der Fläche und des Quadrates der Geschwindigkeit in den gemessenen Widerstand erhalten. Die Tabellen zeigen, dass dieser Quotient bei 25 m Geschwindigkeit nicht von demjenigen bei 2,4 m abweicht und ist somit das Newton'sche Gesetz bis zu max. 25 m Geschwindigkeit experimentell bestätigt.

Welche Gesetze bei noch höheren Geschwindigkeiten gelten, ob der Luftwiderstand allmählich den ihm nach dem

Newton'schen Gesetze zukommenden Werth überschreitet oder ob infolge einer plötzlichen Verdichtung der vor dem Körper hergetriebenen Luftmasse der Luftwiderstand sich sprungweise ändert, ist noch nicht entschieden. Die letztere Annahme gewinnt aber an Wahrscheinlichkeit durch die Untersuchungen von E. Valler¹⁾, der an Geschossen nachgewiesen hat, dass, wenn die Geschwindigkeit des Körpers der Schallgeschwindigkeit gleichkommt, ganz unerwartete Erscheinungen auftreten, und der Luftwiderstand sehr verschieden ist von dem Mittelwerth des Widerstandes bei etwas geringerer und etwas höherer Geschwindigkeit.

Um die Uebersicht über die Versuche zu erleichtern, ist in den folgenden Tabellen der „specifische“, d. h. der auf die

Fig. 3.

Einheit der Fläche und Geschwindigkeit reducirte Luftwiderstand eingeführt worden. Hierbei wurden die Widerstände in Gramm gemessen, die Einheit der Geschwindigkeit war 1 m pro Secunde, und als Flächeneinheit wurde 1 qcm festgesetzt. Die Bezeichnung „specifischer“ Luftwiderstand ist zwar üblich, aber doch nicht glücklich gewählt, da, wie durch die folgenden Versuche bewiesen wird, der specifische Widerstand von der Flächengrösse abhängig ist.

Die Versuche mit kreisrunden Scheiben von 6,6 bis 20 cm Durchmesser und verschiedenen Rechtecken sind in Tabelle II zusammengestellt.

Aus der Tabelle geht hervor, dass der specifische Luftwiderstand bei jeder Vergrößerung der bewegten Scheibe zunimmt. In Fig. 3 sind die Flächeninhalte als Abscissen und die entsprechenden specifischen Widerstände als Ordinaten auf-

1) E. Valler, Compt. rend. **119**. p. 885. 1890.

getragen. Die durch die Endpunkte der Ordinaten gelegte Curve nähert sich für grössere Flächen sehr der geraden Linie AB , sodass man annehmen kann, dass der *specifische Luftwiderstand proportional der Flächenvergrößerung wächst*, und dass die Abweichung von der geraden Linie nur den durch Führung und rotirenden Arm hervorgerufenen Luftströmungen zuzuschreiben ist.

Tabelle II.

Widerstände ebener Flächen.

Einheit der Geschwindigkeit = 1 m. Einheit des Fadenzuges = 1 g.

Einheit der Fläche = 1 qcm.

Form der Fläche	Inhalt der Fläche	Widerstand in g	Specifischer Widerstand
		Quadr. d. Geschw. in m	
1. Kreis D. = 6,6	34,17	0,264	0,00775
2. Kreis D. = 10 cm	78,29	0,723	0,00922
3. Quadrat $q = 8,87$	78,37	0,739	0,00943
4. Rechteck $a = 15,6, b = 5$	78,11	0,784	0,01004
5. Kreis D. = 12,6	124,47	1,31	0,01055
6. Kreis D. = 14,5	165,36	1,95	0,01180
7. Quadrat $a = 12,9$	165,42	1,99	0,01201
8. Kreis D. = 17,5	240,79	3,30	0,01328
9. Kreis D. = 20	313,94	4,54	0,01442

Bei der Bestimmung der Flächengrösse war der Querschnitt der Führungsaxe zu subtrahiren.

Aus Tabelle II geht ferner hervor, dass der specifische Luftwiderstand auch von der Gestalt der ebenen Fläche ab-

hängt. Derselbe ist am kleinsten bei runden Scheiben, er hat bei einem Quadrat von gleicher Grösse einen um 2 Procent höheren Werth, während bei langgestreckten Rechtecken die Vergrösserung des specifischen Widerstandes bis zu 8 Procent betragen kann.

2. Ebene poröse Flächen.

Bei den Untersuchungen über Luftwiderstände hat man sich bisher auf vollständig luftdichte Flächen beschränkt. Es schien mir aber von Interesse zu sein, die Erscheinungen zu beobachten, die auftreten, wenn eine mit vielen kleinen Oeffnungen versehene Scheibe gegen ruhende Luft bewegt wird.

Solche Scheiben wurden hergestellt, indem man auf Ringe aus Aluminiumdraht poröse Stoffe, sog. „Gaze“, mit Kolophonium befestigte.

Tabelle III.

Widerstände durchlöcherter runder Scheiben.

Flächeninhalt	Geschwindigkeit	Specifischer Widerstand
I.	6,52; 11,80	0,00482; 0,00431
36,27	15,76; 18,03	0,00354; 0,00266
II.	6,64; 10,31	0,00527; 0,00486
78,51	14,65; 14,77	0,00405; 0,00318
III.	6,45; 9,4	0,00573; 0,00551
125,28	14,85; 18,31	0,00442; 0,00371
IV.	6,27; 10,47	0,00391; 0,00543
163,70	13,96; 18,25	0,00458; 0,00369
V.	6,78; 10,54	0,00632; 0,00583
242,47	12,99; 17,87	0,00484; 0,00391
VI.	6,51; 9,83	0,00664; 0,00608
316,63	14,15; 17,94	0,00535; 0,00419

Tabelle III ergibt die als Mittelwerth aus einer grossen Zahl von Versuchen gefundenen Luftwiderstände bei je vier verschiedenen Geschwindigkeiten. Aus derselben geht hervor, dass der specifische Widerstand bei porösen Flächen mit der Scheibengrösse bedeutend langsamer wächst wie bei den Voll-

flächen. Vgl. Fig. 4. Diese Erscheinung ist nicht auffallend, wenn man bedenkt, dass hier der Luftabfluss keine so erhebliche Rolle spielt, indem ein grosser Theil der vor der bewegten Fläche befindlichen Luft durch die Oeffnungen direct auf die Rückseite gelangen kann.

Tabelle III zeigt aber auch, dass hier das quadratische Widerstandsgesetz keine Gültigkeit mehr hat, dass vielmehr bei wachsender Geschwindigkeit der specifische Widerstand kleiner wird. Wie lässt sich diese überraschende Erscheinung erklären?

Zunächst schrieb ich sie der Beschaffenheit des porösen Tuches zu. Da nämlich die einzelnen Fäden der Gaze sehr zusammendrückbar sind, so war es denkbar, dass infolge der Luftströmung die Löcher sich erweiterten. Um hierüber Aufschluss zu erhalten, wurden die Versuche mit einer fein durch-

Fig. 4.

löcherten Aluminiumscheibe wiederholt, die wegen ihrer Starrheit keine Veränderungen der Löcher zuließ. Aber auch hier wurden qualitativ dieselben Erscheinungen wahrgenommen, sodass man sie als allgemein gültig ansehen darf. Wahrscheinlich hängen sie mit der an der Oberfläche fester Körper verdichteten Luftschicht zusammen, die beim langsamen Fliessen der Luft durch die Poren in Ruhe bleibt und dadurch der strömenden Luft einen grösseren Widerstand leistet, als bei grossen Durchflussgeschwindigkeiten, wo sie an der Bewegung theilnimmt und sogar zum Theil mit fortgerissen wird. Auch spielt wohl die Zusammendrückbarkeit der Luft hier eine Rolle, indem bei einem Ueberdruck auf der Vorderseite die durch die Löcher durchgepresste Luftmasse nicht nur infolge der Erhöhung der Durchflussgeschwindigkeit zunimmt, sondern auch wegen des Umstandes, dass die Luft in diesem Falle eine grössere Dichte hat.

Für die Segelschiffahrt dürfte die hier erörterte Erscheinung von Interesse sein, da aus derselben hervorgeht, dass durch undichte Segel die lebendige Kraft eines starken Windes schlechter ausgenützt wird, wie die einer leichten Brise.

3. Gewölbte Flächen.

Während die Herstellung leichter ebener Platten keine Schwierigkeiten bot, waren mir bei gewölbten Flächen Beschränkungen auferlegt, da man hier Versteifungen durch Zugstangen nicht anbringen kann und selbst Flächen aus Celluloid zu schwer werden. Nur 0,20 mm dicke Aluminiumbleche, die auf gusseisernen Kugeln „gedrückt“ wurden, vereinigten die beiden Bedingungen der Leichtigkeit und der grossen Steifigkeit. Die in den Tab. IV und V niedergelegten Versuche wurden mit solchen Kugelflächen angestellt.

Dass bei Kugelflächen der auf die Einheit der Grundfläche und auf die Einheit der Geschwindigkeit reducirte Luftwiderstand mit zunehmender Krümmung wächst bez. abnimmt, je nachdem man die concave oder convexe Seite in Richtung der Bewegung stellt, ist nicht auffallend, obwohl L. Cailletet und E. Colardeau¹⁾, die am Eiffelthurme Fallversuche gemacht haben, und auch O. Lilienthal²⁾ die Beobachtung gemacht zu haben glauben, dass schwache Krümmungen keinen Einfluss auf den spezifischen Widerstand hätten.

Tabelle IV.

Concav gekrümmte Fläche (Kugelhaube).

Grundfläche: Kreis von 10 cm Durchmesser.

Krümmungsradius in cm	Geschwindigkeit v in m	Fadenzug α α in g	$\frac{\alpha}{v^2}$	Specificher Widerstand
I. ∞			0,723	0,00923
II. 15	10,37	78,1	0,731	0,00931
III. 12,5	10,55	78,7	0,736	0,00938
IV. 10	10,21	77,7	0,747	0,00951
V. 7,5	10,23	79,5	0,761	0,00967
VI. 6	10,21	80,2	0,769	0,00976
VII. 5	10,34	82,3	0,768	0,00975

1) L. Cailletet u. E. Colardeau, Compt. rend. 115. p. 13. 1892.

2) O. Lilienthal, „Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst“.

Tabelle IV (Fortsetzung).

Grundfläche: Kreis von 15 cm Durchmesser.

Krümmungsradius in cm	v	z	$\frac{z}{v^2}$	
I. ∞			2,092	0,01188
II. 15	6,92	101,4	2,117	0,01203
III. 10	7,13	112,1	2,105	0,01241

Tabelle V.

Convex gekrümmte Fläche.

Grundfläche: Kreis von 10 cm

Grundfläche: Kreis von 15 cm

Durchmesser.

Durchmesser.

Krümmungsradius in cm	$\frac{z}{v^2}$	Specifischer Widerstand
I. ∞	0,723	0,00923
II. 15	0,642	0,00821
III. 12,5	0,598	0,00765
IV. 10	0,551	0,00706
V. 7,5	0,493	0,00627
VI. 6	0,482	0,00619
VII. 5	0,472	0,00606

Krümmungsradius in cm	$\frac{z}{v^2}$	Specifischer Widerstand
I. ∞	2,092	0,01188
II. 15	1,461	0,00829
III. 10	1,147	0,00652

II. Theil.

Bestimmung des Luftwiderstandes beliebig geneigter ebener und gewölbter Flächen, die einer Bewegung unterworfen werden.

Während für den ersten Theil dieser Untersuchungen die Arbeit von Schellbach theilweise als Grundlage diente, werde ich bei den Versuchen über die Luftwiderstände schräg gestellter Flächen hauptsächlich auf Resultate hinweisen, die O. Lilienthal und P. S. Langley veröffentlicht haben.

Lilienthal lässt horizontal gestellte Stangen von 2 bis 7 m Länge um ihre verticale Axe rotiren. Die Rotation wird durch Abrollen von Gewichten bewirkt, und bestimmt er die Grösse der horizontalen Luftwiderstandscomponente durch Reduction der treibenden Gewichte auf die Luftwiderstandscentren der Flächen. Um die verticale Componente des Luftwiderstandes messen zu können, wurde die rotirende Axe mit den an ihr angebrachten Theilen durch einen Hebel mit Gegengewicht ausbalancirt. Die Axe, die drehbar auf dem freien

Ende dieses Hebels ruhte, konnte sich heben und wurde bei den einzelnen Versuchen durch Gewichte soweit belastet, bis sie auf den Anfangspunkt zurücksank. In den aufgelegten Gewichten erhielt man dann die verticale Luftwiderstandskomponente.

Diese Anordnung ist für exacte Versuche nicht geeignet, denn die Antriebsvorrichtung des Abrollens von Gewichten erlaubt nicht, den einzelnen Versuch solange auszudehnen, wie es zur Vermeidung störender Einflüsse der Umgebung nothwendig ist. Während ich bei meinen Versuchen erst den Widerstand von dem Moment an messe, wo vollständige Ruhe des Zeigers eingetreten ist, also erst, wenn ich die Gewissheit habe, dass keine störenden Luftströmungen vorhanden sind, giebt der Lilienthal'sche Apparat gar keine Mittel an die Hand, kleine Störungen irgend welcher Art zu erkennen. Auch Geschwindigkeitsänderungen, die z. B. dadurch verursacht werden können, dass sich in die Räder des Getriebes Staub ansetzt, kann Lilienthal nur dann wahrnehmen, wenn dieselben so erheblich sind, dass dadurch die ganze ausbalancirte Masse merklich gehoben oder gesenkt wird, während ich die geringste Aenderung der Geschwindigkeit, die sofort auch die Zeigerstellung verändert, durch meine Bandbremse ausgleiche.

Die von S. P. Langley zur Ermittlung des Widerstandes schräg gestellter Platten construirte Vorrichtung, die von ihm „Gesamtdruckschreiber“ genannt wird und an dem an früherer Stelle beschriebenen rotirenden Arm angebracht ist, steht auf einer so grossen Höhe der technischen Vervollkommenung, dass es gewagt scheinen müsste, etwas Besseres finden zu wollen, wenn nicht bei dem Versuche eine Fehlerquelle sich eingestellt hätte, die die gefundenen Werthe stark beeinflusst. Langley beabsichtigte nämlich, die Versuche mit seinem unter freiem Himmel stehenden Apparat nur an vollständig windfreien Tagen anzustellen. Solche Tage blieben aber aus und auch nachdem nach der Hauptwindseite hin eine grosse Schutzwand errichtet worden war, machten sich immer noch störende Luftströmungen bemerkbar. Infolge dessen weichen die einzelnen Beobachtungen oft ganz bedeutend voneinander ab, und da die einzelnen Versuche sehr zeitraubend sind, konnten sie nicht so häufig wiederholt werden, wie in diesem Falle noth-

wendig war, wollte man den schädlichen Einfluss der Luftströmungen eliminiren. So findet Langley z. B. bei einer quadratischen ebenen Fläche in drei aufeinander folgenden Versuchen für den specifischen Luftwiderstand die stark voneinander abweichenden Werthe

$$\frac{\kappa}{v^2} = 0,097,$$

$$\frac{\kappa}{v^2} = 0,066,$$

$$\frac{\kappa}{v^2} = 0,070.$$

Wenn es aber auch Langley nicht gelungen ist, die Grösse des Luftwiderstandes absolut genau zu ermitteln, so

Fig. 5.

ist es ihm doch vergönnt gewesen, mit seinem Apparat eine Erscheinung zu entdecken, die für das Flugproblem von grundlegender Bedeutung ist. Er hat nämlich nachgewiesen, dass ebene Scheiben, welche in horizontaler Lage horizontal vorwärts bewegt werden, die also keine verticale Druckcomponente besitzen, während sie zugleich frei herabfallen können, um so langsamer fallen, je grösser die Horizontalbewegung ist; und zwar wächst die Fallzeit schneller wie die seitliche Bewegung, sodass man die erstere beliebig verlängern kann.

Meine Versuche werden mit dem im I. Theil beschriebenen Apparat gemacht, nachdem man an dem rotirenden Arm eine neue Führung angebracht hat, die in Fig. 5 veranschaulicht

wird. Die Axe a ist in verticaler Ebene drehbar; infolge dessen kann der auf ihr verschiebbaren, mit dem Führungsmantel fest verbundenen Fläche jede gewünschte Neigung gegen die Horizontalebenen gegeben werden.

Die Führung besteht aus Messing; nur der Mantel ist aus Aluminium und die Axe a aus glatt polirtem, gehärteten Stahl, um den Reibungscoefficienten möglichst klein zu halten. (Der runde Stab b wird erst bei den im III. Theil beschriebenen Versuchen mit zwei hintereinander angeordneten Platten gebraucht.) Durch Drehung der Führung um 180° , und durch gleichzeitiges Umkehren der Rotationsbewegung kann man nacheinander den „Auftrieb“ und auch den „Abtrieb“ der geneigten Fläche für gleiche Neigungswinkel ermitteln. Dieses bietet eine einfache Controle der Beobachtungen, indem die so erhaltenen Werthe um den doppelten Betrag der Fadenspannung voneinander abweichen müssen, den die schräge Fläche, wenn sie schräg nach unten gestellt ist, infolge ihres Gewichtes schon vor der Bewegung des Apparates in dem Seidenfaden hervorruft. Bei schräg nach unten gestellten Platten befindet sich also der Aluminiumzeiger schon vor der Bewegung nicht mehr in der Nullstellung, sondern steigt mit fallendem Neigungswinkel allmählich bis auf Theilstrich 1,2 entsprechend einem Plattengewicht von 6 g. Dieser Werth ist natürlich von der während des Versuches abgelesenen Fadenspannung in Abzug zu bringen.

Die Versuche liefern den Luftwiderstand W in der zur Fläche senkrechten Richtung; die horizontale Componente desselben findet man durch Multiplication von W mit dem Sinus des Neigungswinkels α , während der „Auftrieb“ sich als $W \cdot \cos \alpha$ ergibt. Zu dieser Annahme wird man berechtigt durch die Untersuchungen von W. H. Dines und S. P. Langley, die, obwohl mit sehr verschiedenen Methoden angestellt, darin übereinstimmen, dass man den wirkenden Luftdruck immer normal zur Fläche annehmen kann, wie im Falle eines ideellen Fluidums.

Zu diesen Versuchen war die in der Einleitung erwähnte Messvorrichtung von Dines sehr geeignet, da es sich hier nicht um die Ermittlung genauer Zahlenwerthe, sondern um eine principielle Frage handelt, wo die ungleichförmige Be-

wegung des Windes keine Rolle spielt. Dines setzte eine 54 Quadratfuss grosse Platte unter verschiedenen Neigungswinkeln dem Winde aus und fand, dass immer die Tangentialcomponente des Luftdruckes gegenüber der verticalen Componente vernachlässigt werden darf. Die Lilienthal'schen Versuche lassen sich hiermit nicht in Einklang bringen; aus denselben soll nämlich hervorgehen, dass bei schwach gewölbten Flächen der Luftwiderstand bei gewissen Neigungen überhaupt seine hemmende Wirkung verliert und unter Umständen eine solche Richtung zur erzeugenden Fläche bekommt, dass statt der hemmenden eine treibende Componente auftritt, dass also die Druckrichtung nicht hinter, sondern vor der normalen zur Fläche zu liegen kommt. A. v. Obermayer¹⁾ schreibt die Beobachtung von Lilienthal dem Umstand zu, dass nicht mit freien Systemen experimentirt wurde, sondern mit solchen, welche feste Axen enthalten.

Die Frage, wo bei geneigten Flächen das Centrum des Luftwiderstandes liegt, ist noch nicht entschieden; während J. Pillet²⁾ sagt, dass der Normaldruck auf den geometrischen Schwerpunkt der Fläche wirke, vertritt Duroy de Bringnac³⁾ die Ansicht, dass der Mittelpunkt des Druckes sich von dem Schwerpunkt der Fläche in dem Maasse entfernt, wie der Sinus des Neigungswinkels abnimmt. Dass mit kleiner werdendem Neigungswinkel das Centrum des Luftwiderstandes nach der Vorderkante der Fläche rückt, wird auch von Langley, Dines und Lilienthal behauptet. Es wird ferner von v. Obermayer bestätigt, der mit Hülfe des Dvorzak'schen Schlierenapparates beobachtet hat, dass die auf der vorderen Flächenhälfte auftreffende Luft die für die hinteren Theile der Fläche bestimmten Luftschichten zum Theil ablenkt.

Mein Apparat gestattet nicht, diese Fragen zu untersuchen, doch ist es auch für meine Messungen aus dem schon auf p. 111 erörterten Grunde nicht von Bedeutung, ob das Centrum des Luftwiderstandes variirt oder immer genau mit dem Flächenmittelpunkt zusammenfällt.

1) A. v. Obermayer, Anz. d. kais. Akad. d. Wissensch. zu Wien 18. p. 167. 1894; oder Fortschr. d. Physik (I) 50. p. 401. 1894.

2) J. Pillet, Fortschr. d. Physik (I) 41. p. 380. 1885.

3) Duroy de Bringnac, Fortschr. d. Physik (I) 41. p. 376. 1885.

Der Neigungswinkel der Fläche wird bestimmt, indem man eine mit Gradtheilung versehene Messingscheibe von 15 cm Durchmesser, die in verticaler Ebene an einem gusseisernen Gestell befestigt ist, in die Nähe der Führungsaxe bringt und die letztere dann so lange verschiebt, bis das in gleicher Höhe befindliche Auge keine Abweichung von dem gewünschten Neigungswinkel mehr wahrnehmen kann. Vor der Einstellung wird die Nullstellung des getheilten Kreises durch ein Loth controlirt.

1. Ebene Scheiben.

Die in Tab. VI niedergelegten Werthe des Gesamtwiderstandes, der Horizontalcomponente desselben und endlich des

Tabelle VI.
Kreisrunde Scheibe.
Flächeninhalt = 126,31 qcm.

Neigungs- winkel α	s in m	α in g	$\frac{\pi}{v^2}$	Specifischer Widerstand	Horizontal- componente	Auftrieb
90 °	8,5	85,9	1,196	0,00948	0,00948	0
82,5	8,33	84,5	1,228	0,00976	0,00953	0,00124
75	8,41	70,9	1,27	0,01005	0,00968	0,00261
67,5	7,84	97,1	1,24	0,00983	0,00903	0,00374
60	8,87	93,4	1,198	0,00950	0,00823	0,00475
45	9,41	99,5	1,12	0,00889	0,00624	0,00622
41	9,8	97,8	1,06	0,00841	0,00547	0,00635
37,5	10,3	104,2	0,982	0,00778	0,00462	0,00618
30	11,2	91,0	0,728	0,00579	0,00289	0,00498
23	12,3	62,3	0,413	0,00326	0,00127	0,00301
15	14,6	47,2	0,227	0,00182	0,00047	0,00173
0	0	0	0	0	0	0

Auftriebes sind in Fig. 6 als Ordinaten aufgetragen. Die punktirte Linie ergab sich durch Anwendung der Formel

$$H = \frac{\pi \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha} \rho v^2,$$

die Lord Rayleigh¹⁾ aus den Principien der Hydrodynamik nach der Kirchhoffschen Theorie entwickelt hat. In der Formel bedeutet ρ die Dichte des Mediums, v die Strom-

1) Lord Rayleigh, Wied. Beibl. 16. p. 584. 1892.

geschwindigkeit und α den Winkel zwischen Stromrichtung und Platte.

Meine experimentelle Curve stimmt mit der Lord Rayleigh'schen besser überein wie mit der aus der Newton'schen Sinusquadratformel $W = K F v \sin^2 \alpha$, oder der aus der Duroy de Bringnac'schen¹⁾ Formel $W = K F v \sin^3 \alpha$ resultirenden Linie.

Von praktischer Bedeutung ist sowohl das Maximum des Auftriebes für eine gegebene Flächengrösse, das, wie ein Blick auf Fig. 6 zeigt, bei $\sim 42^\circ$ liegt, als auch das Verhältniss

Fig. 6.

W = Gesamtwiderstand; H = Horizontalcomponente; V = Auftrieb;
 L = theor. Curve von Lord Rayleigh.

der Ordinaten der beiden Curven V und H , die dem Auftrieb und der Horizontalcomponente entsprechen. Will man mit dem geringsten Kraftaufwand die grösste Hebekraft erzielen, so muss man der Fläche eine Neigung von $\sim 4^\circ$ geben, da hier das Verhältniss der V - zur H -Ordinate den grössten Werth hat. Man muss aber berücksichtigen, dass man, um gleiche Hebekraft zu erhalten, bei 4° Neigung eine 18 mal grössere Fläche benöthigt wie bei 42° Neigung, und wird also durch die Vermehrung des Flächengewichtes der Vortheil des geringeren Kraftaufwandes theilweise aufgehoben. Die Frage der günstigsten Flächenneigung muss man daher in jedem speciellen Fall unter Berücksichtigung des specifischen Flächengewichtes berechnen.

1) Duroy de Bringnac, Fortschr. d. Physik (I) 41. p. 376. 1885.

Meine Versuche mit langgestrecktem Rechtecken bestätigten die Langley'schen Beobachtungen, dass der Luftwiderstand grösser ist, wenn die längere Kante senkrecht zur Bewegung steht als wie im umgekehrten Fall.

2. Gewölbte Flächen.

Langley, Dines und Lilienthal haben bei ihren Untersuchungen gefunden, dass die ebene Fläche in Bezug auf die Hebewirkung nicht die günstigste ist. Ueber die Frage, welche gewölbte Fläche die günstigste ist, weichen aber ihre Ansichten voneinander ab. Theoretisch lässt sich hier auch nichts voraussagen und man kann erst dann eine bestimmte Form als die günstigste bezeichnen, wenn man mit allen existierenden Flächen experimentirt hat. Aus dem schon erörterten Grunde standen mir nur Kugelflächen zu Gebote. Die Versuche mit sechs Flächen von verschiedenen Krümmungsradien ergaben, dass bis herunter zum Neigungswinkel von 25° eine Fläche den grössten Auftrieb hat, bei der das Verhältniss der Wölbungstiefe zum Durchmesser $= 1/7,5$ ist, während bei kleineren Winkeln eine schwächere Krümmung eine grössere Hebewirkung hervorruft. In den Tab. VII und VIII ist besonders auffallend, dass beim Neigungswinkel von 0° immer noch ein kleiner Auftrieb vorhanden ist.

Tabelle VII.

Kugelhaube.

Krümmungsradius = 15 cm. Durchmesser des Grundkreises = 15 cm.

Die *concave Seite* ist nach vorne gekehrt.

Neigungswinkel $\alpha^1)$	$\frac{z}{v_2}$	Specifischer Widerstand	Horizontalcomponente	Auftrieb
90°	2,117	0,01203	0,01203	0
75	2,260	0,01285	0,01241	0,00327
60	2,051	0,01163	0,01004	0,00582
45	1,641	0,00987	0,00697	0,00698
30	1,052	0,00596	0,00298	0,00516
15	0,510	0,00291	0,000756	0,00282
5	0,102	0,00058	0,000088	0,00057
0	0,071	0,000403	?	0,000403

1) Für kleine Neigungswinkel ist die Horizontalcomponente mit dem Apparat nicht messbar.

Tabelle VIII.

Kugelhaube.

Krümmungsradius = 10 cm. Durchmesser des Grundkreises = 15 cm.

Die *concave* Seite ist nach vorne gekehrt.

Neigungswinkel α	$\frac{x}{\varphi^2}$	Specifischer Widerstand	Horizontal-componente	Auftrieb
90°	2,195	0,01241	0,01241	0
75	2,067	0,01167	0,01212	0,00315
60	1,793	0,01079	0,00931	0,005395
45	1,316	0,00744	0,00549	0,00527
30	0,947	0,00568	0,00284	0,00492
15	0,396	0,00226	0,000586	0,00218
0	0,072	0,00041	?	0,00041

Tabelle IX.

Kugelhaube.

Krümmungsradius = 15 cm. Durchmesser des Grundkreises = 15 cm.

Die *convexe* Seite ist nach vorne gekehrt.

Neigungswinkel α	$\frac{x}{\varphi^2}$	Specifischer Widerstand	Horizontal-componente	Auftrieb
90°	1,461	0,00829	0,00829	0
75	1,158	0,00653	0,00631	0,00169
60	0,856	0,00483	0,00418	0,00242
45	0,658	0,00374	0,00264	0,00342
30	0,182	0,00102	0,00051	0,00088
15	0,118	0,00067	0,000174	0,00065
0	?	?	?	?

Die Tab. IX ergibt die Widerstände der Kugelflächen, wenn die *convexe* Seite in Richtung der Bewegung steht. Hier tritt schon, namentlich wenn die Krümmung gross ist, lange bevor der Neigungswinkel = 0° wird, kein Auftrieb mehr ein.

Es muss aber bemerkt werden, dass zum Messen der geringen Kräfte, die bei ganz kleinen Neigungswinkeln auftreten, meine Versuchsmethode nicht mehr sehr zuverlässig ist, und es hier zweckmässiger wäre, die Versuche in grösserem Maassstabe, z. B. mit dem Langley'schen Apparate, anzustellen.

Standen die bewegten Flächen senkrecht zur Bewegungsrichtung, so hatte eine rauhe Oberfläche, die ich herstellte, indem ich grobkörnigen Sand auf eine Aluminiumplatte auf-

klebte, keinen merklichen Einfluss auf die Grösse des Luftwiderstandes. Auch bei schräg gestellten Flächen spielte die Oberflächenbeschaffenheit nur dann eine Rolle, wenn der Neigungswinkel sehr klein wurde. In diesem Falle trat bei rauhen Flächen wohl deshalb eine Vermehrung des Widerstandes um einige Procente ein, weil durch die Erhöhungen auf der Fläche entferntere Luftschichten mit fortgerissen wurden, die bei glatten Flächen an der Bewegung nicht mehr theilnahmen.

Im dritten Theil meiner Dissertation werden noch die folgenden Sätze entwickelt:

1. Der Luftwiderstand nimmt mit steigender Temperatur nicht ab, sondern scheint mit derselben zu wachsen.

2. Ebenso nimmt derselbe mit steigendem Barometerstand zu.

3. Der Einfluss von Luftströmungen (des sogenannten Mitwindes), welche durch den rotirenden Apparat hervorgebracht werden, ist von keinem bedeutenden Einfluss auf die Messung des Luftwiderstandes.

4. Werden zwei gleich grosse Platten im Sinne der Bewegung hintereinander aufgestellt, und der Luftwiderstand der hinteren Platte gemessen, so wird derselbe bei kleiner Entfernung der Platten bedeutend verringert. Bei grösserer Entfernung wird der Einfluss der vorderen Platte gering und es kann eine kleine Vermehrung des Widerstandes stattfinden.

Es sei mir gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. Oberbeck, unter dessen Leitung die vorliegende Arbeit gemacht wurde, für seine gütige Unterstützung auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Tübingen, Physik. Inst. d. Univ., November 1897.

(Eingegangen 12. November 1898.)