16. Ionentheorie der elektrischen Selbstentladung¹⁾; von J. Stark.

I. Allgemeines.

1. *Einleitung.* — Den Uebergang einer elektrischen Ladung von einem Körper in das umgebende Gas heisst man elektrische *Entladung*. Sie hat nach der Ionentheorie immer das Vorhandensein von Ionen im Gase zur Voraussetzung. Diese können auf zweierlei Weise erzeugt werden; entweder können sie unabhängig von einem elektrischen Feld von der Energie eines secundären Ionisators, wie durch Temperatur, Röntgen-, Becquerel-, ultraviolette Strahlen, geschaffen werden; oder sie können unter Ausschluss eines secundären Ionisators durch die Energie des elektrischen Feldes selbst aus neutralen Gas-
theilchen frei gemacht werden.

Den ersten Fall der Entladung hat man auch als elektrische *Zerstreuung* bezeichnet, den zweiten Fall nannte man, im Gefühl seiner Eigenartigkeit, auch *disruptive Entladung*. Hier sei er in Analogie zur „selbständigen Strömung“ und der Kürze halber *Selbstentladung* genannt.

Seit mehr als einem Jahrhundert ist die Selbstentladung Gegenstand ungemein zahlreicher qualitativer und quantitativer Untersuchungen gewesen, vor allem die Selbstentladung in Funkenform. Viele Physiker haben sich bemüht, sie theoretischen Gesichtspunkten unterzuordnen. Indes keine Hypothese oder Theorie besass so viel systematischen oder heuristischen Wert, dass sie weitergehende Anerkennung gefunden hätte.

Nachdem die Ionentheorie der Elektrizität in Gasen auf

1) Die vorliegende Abhandlung ist eine Fortsetzung zweier früheren Mittheilungen (Ann. d. Phys. 4. p. 402. 1901; 7. p. 417. 1902); zu ihrem Verständnis dürfte die Kenntnis der zweiten notwendig sein.

die Erforschung so vieler Erscheinungen bereits mit Erfolg angewendet worden ist, möge man ihr gestatten, sich auch an dem Problem der Selbstentladung zu versuchen. Der Erfolg hat zu zeigen, ob hier die Kraft der Ionentheorie versagt oder ob sie auch dieses Gebiet zu beherrschen vermag.

2. *Princip der Theorie.* — Ein Gas möge secundär nur sehr wenig ionisirt werden; in ihm sollen sich zwei Elektroden gegenüberstehen, diese mögen eine elektrische Spannungsdifferenz (Elektrodenspannung) besitzen. Solange diese klein ist, verhält sich das Gas gegen sie wie ein Isolator, wenn man von der geringen secundären Ionisirung absieht. Es ist zwischen den Elektroden ein *elektrostatisches Feld* vorhanden; dessen Form und Gefälle berechnet sich nach den Gesetzen der Elektrostatik. Sowie indessen die Elektrodenspannung einen gewissen Wert überschreitet, stellt sich im Gase zwischen den Elektroden ein leitender Canal her; es ist das Gas dann in diesem beträchtlich ionisirt, sodass ein relativer starker elektrischer Strom durch ihn fließen kann. Gleichzeitig ändert sich nach Maassgabe des leitenden Canales im Gase und der Stärke der elektrischen Strömung die Form des elektrischen Feldes; dieses verliert seinen statischen Charakter, es möge nach Eintritt der Ionisirung *dynamisch* heissen.

Unter Selbstentladung verstehen wir nun den *Uebergang eines elektrischen Feldes aus der statischen in die dynamische Form*. Nach der Ionentheorie vollzieht sich dieser Uebergang in folgender Weise.

Durch die Kraft des elektrischen Feldes werden die wenigen Ionen, die secundär zufällig vorhanden sind, in Bewegung gesetzt. Indem sie eine Spannungsdifferenz frei durchlaufen, nehmen sie proportional zu deren Grösse kinetische Energie an. Sowie diese den Betrag der Ionisierungsarbeit bei Erhöhung der Spannungsdifferenz überschreitet, zerlegen sie durch ihren Stoss neutrale Gasteilchen in Ionen. Indem das gleiche von den neu geschaffenen Ionen geschieht, steigt in kurzer Zeit die Ionisation und mit ihr die elektrische Strömung auf einen hohen Betrag: es hat Selbstentladung statt.

Nach dem Vorstehenden *ist die Theorie der Selbstentladung identisch mit der Theorie des Eintrittes der Ionisirung durch Ionenstoss.*

Aus der allgemeinen Theorie der Ionisirung von Gasen durch Ionenstoss seien kurz folgende Sätze angeführt. Damit ein Ion unter Verlust kinetischer Energie durch seinen Stoss ein Gasteilchen ionisiren kann, muss es ein Minimum von Spannungsdifferenz, seine Ionisierungsspannung, frei durchlaufen haben. Die Ionisierungsspannung des positiven Ions (200 bis 400 Volt) ist beträchtlich grösser als diejenige des negativen Ions (20—50 Volt). Im Innern eines durchströmten Gases wirken in der Regel nur die negativen Ionen ionisirend. Die positiven Ionen kommen in der Grenzschicht eines Gases an den Elektroden zur Ionisirung, da sie hier an Stellen mit grosser kinetischer Energie auftreten können, wo dies den negativen nicht möglich ist. In der zweifachen Grenzionisirung sind in der *einen* der zwei einander bedingenden Ionisierungs-partien die *positiven*, in der *anderen* die *negativen* Ionen als Ionisatoren thätig. Die Ionisierungsspannung des positiven Ions gegen ein Metall (an der Kathode) ist kleiner als diejenige gegen das Gasinnere (an der Anode).

3. *Selbstentladung, bedingt durch zweifache Grenzionisirung.* — Ein Ion, das in der Grenzfläche eines festen oder flüssigen Körpers gegen ein Gas liegt, wird von ihr mit grosser Kraft festgehalten. Schon die elektrische Kraft zwischen der Ladung des Ions und dem nicht gasförmigen Körper bedingt ein Festhaften in der Grenzfläche; daneben mag aber noch eine in der besonderen chemischen Natur des Ions und der aneinander grenzenden Medien begründete Kraft mitwirken. Indes das Wesen jener Kraft hat uns hier nicht zu beschäftigen; Thatsache ist jedenfalls, dass jene Kraft vorhanden und sehr gross ist. Die Ionen an der Oberfläche eines festen oder flüssigen Körpers entweichen nämlich bei Ausschluss secundärer Wirkungen nicht unter dem Antrieb der elektrischen Kraft eines statischen Feldes in das umgebende Gas. Daraus müssen wir schliessen, dass innerhalb des Wirkungsbereiches der Contactkraft diese grösser ist als das vorhandene elektrische Spannungsgefälle. Theoretisch besteht natürlich die Möglichkeit, durch genügende Erhöhung des Spannungsgefälles beispielsweise von einer Metalloberfläche die Ionen einer vorhandenen Ladung in das umgebende Gas entgegen der Contactkraft loszureissen. Indessen lässt sich in dem Wirkungsbereich der Contactkraft

das elektrische Spannungsgefälle nicht erhöhen, ohne dass es gleichzeitig auch im umgebenden Gasraum steigt. Wird aber hier der Spannungsabfall auf der mittleren freien Weglänge der Ionen gleich deren Ionisierungsspannung, so erfolgt Ionisierung des Gases durch Ionenstoss und damit Entladung, ehe jener zur Ueberwindung der Contactkraft notwendige Wert des Spannungsgefälles in der Grenzfläche erreicht ist. Dass dieser Wert sehr gross ist, kann man aus folgender Thatsache schliessen. Erschwert man die Ionisierung eines Gases durch Ionenstoss, indem man in einem engen Röhrchen in hochverdünntem Gas zwei Elektroden einander sehr nahe gegenüberstellt, so kann man sehr grosse Spannungsdifferenzen zwischen sie legen, ohne dass Selbstentladung eintritt.

Wir müssen darum folgendem Satze die Bedeutung einer Thatsache zuerkennen. *Die zwischen den Ionen und einem nicht gasförmigen Körper wirksame Contactkraft verhindert ein Losreissen einer auf der Oberfläche des Körpers liegenden Ionenschicht durch die elektrische Kraft eines statischen Feldes; die Selbstentladung spielt sich darum in dem Gase ab.* Dies entspricht dem Erklärungsprincip unserer Theorie.

Weiter hat die Erfahrung noch folgende wichtige Thatsache zu Tage gefördert. In zahlreichen Fällen der Selbstentladung beobachtete man, dass *die Aenderung des statischen Zustandes oder die Ionisierung*, wie wir uns ausdrücken, *nicht von einer Stelle im Gasinnern, sondern von einer Elektrode ausgeht und von da in das Gas hinein sich fortpflanzt.* Es soll nicht geleugnet werden, dass es auch Fälle geben kann, in denen die Selbstentladung von dem *Gasinnern* ausgeht; zu ihnen gehört wahrscheinlich die Selbstentladung zwischen parallelen grossen Platten in kleinem Abstand. Diese Art der Selbstentladung lässt sich ionentheoretisch ebenfalls erklären und analytisch behandeln. Gegenstand der vorliegenden Mitteilung ist indes lediglich die *an einer Elektrode entspringende Selbstentladung.*

Man kann auch verstehen, warum die Ionisierung bei der Selbstentladung überwiegend von einer Elektrode ausgeht. Die Ionisierung durch Ionenstoss hat ja das Vorhandensein von Ionen zur Voraussetzung. Soll im Innern des Gases starke Ionisierung statt haben, so müssen von einer Elektrode her

zahlreiche Ionen geliefert werden. Dies ist dann möglich, wenn an der Elektrode Ionisierung statt hat. Diese muss notwendig eine zweifache Grenzionisierung sein; denn sollen beständig negative und positive Ionen von der Elektrode weg- oder auf sie zufließen können, so müssen die Ionen des einen Vorzeichens beständig neu ersetzt werden durch den Stoss der Ionen des anderen Vorzeichens. Da die zweifache Grenzionisierung bestimmt wird durch die Ionsirungsspannung des positiven Ions, so *hängt auch die Selbstentladung, insofern sie durch eine zweifache Grenzionisierung zu stande kommt, ab von der Ionisierungsspannung des positiven Ions.*

Die Selbstentladung kann je nach den besonderen Verhältnissen an der positiven oder an der negativen Elektrode in Gestalt zweifacher Grenzionisierung eintreten. Diejenige Elektrode, an welcher dies der Fall ist, möge *Entladeelektrode* heissen. Ist die Kathode Entladeelektrode, so hängt die Selbstentladung ab von der Ionisierungsspannung des positiven Ions gegen das Kathodenmetall; ist die Anode Entladeelektrode, so kommt die Ionisierungsspannung des positiven Ions gegen das Gasinnere in Betracht.

Wie schon mehrmals an früherer Stelle auseinander gesetzt wurde, hat das Zustandekommen der Ionisierung durch Ionenstoss das Vorhandensein einiger secundär erzeugter Ionen zur Voraussetzung. Sind diese nur in sehr geringer Zahl vorhanden, so hat der bekannte *Entladeverzug* statt; es kann dann die Elektrodenspannung über die unten definirte Anfangsspannung erhöht werden, ohne dass Selbstentladung eintritt. Hier sei überall vorausgesetzt, dass kein Entladeverzug stattfindet.

4. *Gleichung der Anfangsspannung.* — *Anfangsspannung* heisst derjenige Wert der Elektrodenspannung, bei dessen Ueberschreitung Selbstentladung erfolgt. Diese tritt ein, wenn der Spannungsabfall auf der mittleren freien Weglänge des positiven Ions an der Entladeelektrode gleich der Ionisierungsspannung des positiven Ions geworden ist. Auf Grund dieser Ueberlegung lässt sich die Anfangsspannung in folgender Weise analytisch definiren.

Es sei $V(x, y, z)$ die Function, welche die elektrische Spannung in einem Punkte zwischen den Elektroden darstellt.

V hängt ab von der Form der Elektroden, der Nähe anderer Körper und der Ladung der Elektroden, nach Maassgabe der elektrostatischen Gesetze. Das Coordinatensystem sei so gelegt, dass sein Anfangspunkt in der Oberfläche der Entladeelektrode an derjenigen Stelle liegt, wo die Ionisirung beginnt, ferner dass dort die X -Axe in die Richtung der Ionenbewegung nach der anderen Elektrode zu fällt. Auf der Entladeelektrode, also für $x = y = z = 0$, habe V den Wert V_e , auf der anderen Elektrode den Wert V_0 . Die Spannungsdifferenz $V_e - V_0$ stellt dann die Elektrodenspannung dar. Ist λ_p die mittlere freie Weglänge der positiven Ionen, so ist für $y = 0, z = 0, x = \lambda_p$ die Differenz $V_e - V(\lambda_p)$ gleich dem Spannungsabfall auf der mittleren freien Weglänge des positiven Ions an der Entladeelektrode.

Es bezeichne weiter V_a die Anfangsspannung, ΔV_m die Ionisierungsspannung des positiven Ions. Es gelten dann für den Eintritt der Selbstentladung folgende zwei Gleichungen:

$$V_a = V_e - V_0,$$

$$\Delta V_m = V_e - V(\lambda_p).$$

Hieraus folgt:

$$V_a = \Delta V_m + V(\lambda_p) - V_0.$$

Diese Gleichung stellt das allgemeine Gesetz für die Anfangsspannung der Selbstentladung dar. ΔV_m darf hierin nahezu als unabhängig vom Gasdruck betrachtet werden; an der Anode hat es einen grösseren Wert (ΔV_{ma}) als an der Kathode (ΔV_{mk}).

Nach der vorstehenden Gleichung hängt die Anfangsspannung ab von der Form des elektrischen Feldes, also von den Dimensionen und dem Abstand der Elektroden, sowie der Nähe anderer Körper, weiter von dem Spannungswert auf der einzelnen Elektrode und endlich von der mittleren freien Weglänge des positiven Ions. Ist die Entladeelektrode positiv, so ist die Anfangsspannung wie die Ionisierungsspannung unabhängig vom Elektrodenmaterial; ist die Entladeelektrode negativ, so ist die Anfangsspannung wie der normale Kathodenfall abhängig von

dem Elektrodenmaterial. Unter allen Umständen ändert sie sich mit der chemischen Natur des Gases, da durch diese λ_p und ΔV_m bedingt wird. Da ΔV_{ma} grösser ist als ΔV_{mk} , so ist unter sonst gleichen Umständen auch die Anfangsspannung für die positive Entladeelektrode grösser als für die negative.

5. *Differenz zwischen Anfangs- und Minimalspannung.* — Auch nach Eintritt der Selbstentladung muss fortgesetzt Ionisierung durch Ionenstoss statthaben, wenn die selbständige Strömung weiter bestehen soll. Es muss an der Entladeelektrode oder der Elektrode mit zweifacher Grenzionisierung der Spannungsabfall auf der mittleren freien Weglänge des positiven Ions mindestens gleich dessen Ionisierungsspannung sein. Damit diese Bedingung erfüllt sei, darf auch die *Elektrodenspannung der selbständigen Strömung bei Verringerung der Stromstärke nicht unter einen bestimmten Wert, die Minimalspannung V'_a der Selbstentladung, sinken.* V'_a lässt sich ähnlich wie V_a definiren. Man muss lediglich beachten, dass nach Eintritt der Ionisierung unter sonst gleichen Umständen das elektrische Feld nicht mehr die statische, sondern die dynamische Form besitzt. Es sei V' die Spannungsfunktion des dynamischen Feldes. Als *Minimalspannung der Selbstentladung* lässt sich dann die Grösse definiren:

$$V'_a = \Delta V_m + V'(\lambda_p) - V'_0.$$

Das dynamische Feld unterscheidet sich von dem statischen dadurch, dass in der Richtung Anode-Kathode die elektrischen Kraftlinien mehr concentrirt sind. Darum wird auf der Strecke λ_p an der Entladeelektrode der Spannungsabfall ΔV_m im dynamischen Feld schon für einen kleineren Wert der Elektrodenspannung erreicht als im statischen Feld. Aus diesem Grunde ist die Anfangsspannung der Selbstentladung immer grösser als ihre Minimalspannung. Die Differenz zwischen Anfangs- und Minimalspannung ist um so kleiner, je geringer der Unterschied zwischen dem statischen und dem dynamischen elektrischen Feld ist. Am kleinsten ist dieser Unterschied bei der Selbstentladung zwischen einer scharfen Spitze und einer ausgedehnten Platte; in diesem Falle darf darum die Anfangsspannung mit Annäherung gleich der Minimalspannung gesetzt werden.

II. Einzelne Fälle.

1. *Einleitung.* — Die Berechtigung der oben entwickelten allgemeinen Theorie der Selbstentladung hat sich aus ihrem systematischen und heuristischen Vermögen zu ergeben. Sie sei darum auf das bis jetzt vorliegende Versuchsmaterial in Anwendung gebracht. Freilich kann dieses nur zu einem kleinen Teile herangezogen werden. In Ermangelung theoretischer Gesichtspunkte unterliess man es nämlich zumeist, die Versuchsbedingungen genau zu definiren; andererseits ist bis jetzt auch nur für sehr wenige Fälle die Function V dargestellt worden.

Als hierher gehöriges Versuchsmaterial kommen die Messungen über die Funkenspannung in Betracht; diese stellt nämlich eine Anfangsspannung der Selbstentladung dar; bis zu welcher Phase die selbständige Strömung des Funkens sich entwickelt, hat mit der Anfangsspannung selbst nichts zu thun. Ferner kommen in Betracht die Messungen über die Anfangs- und Minimalspannung des Spitzenstromes; für diesen können mit Annäherung die beiden Spannungen gleich gesetzt werden.

Die Prüfung unserer Theorie für specielle Fälle soll nicht bloß in einem Vergleich ihrer Folgerungen mit dem Versuchsmaterial bestehen; sie soll auch heuristisch zur Vorhersage neuer Beziehungen verwertet werden. Zunächst sei sie angewendet auf den Fall der gleichförmig geladenen Kugel. Hierfür ist nämlich die Function V bekannt.

2. *Selbstentladung an gleichmässig geladener Kugel.* — Eine metallische elektrisch geladene Kugel sei entweder bis in sehr grosse Entfernung gleichmässig von Gas oder in grösserem Abstand mit einer leitenden geerdeten Fläche umgeben. Dieser Fall ist beispielsweise an einem elektrisch geladenen in der Atmosphäre schwebenden Wassertröpfchen verwirklicht. Er kann ferner dadurch Gegenstand des Versuches werden, dass eine an einem Seidenfaden hängende geladene Kugel in grösserem Abstand von einem metallischen geerdeten Gehäuse umgeben wird.

In dem angenommenen Falle ist $V_0 = 0$, $V_e = V_a$; die Anfangsspannung der Selbstentladung an der gleichmässig elektri-

sirten Kugel ist darum gleich der auf die Erde bezogenen Spannung der Kugel kurz vor der Entladung. Ferner ist $V = e/(r + \rho)$, wo e die Gesamtladung, r der Radius der Kugel, ρ die radiale Entfernung des betrachteten Punktes von der Kugeloberfläche ist. Es gilt demnach $V_e = e/r = V_a$,

$$V_a = \Delta V_m + V(\lambda_p),$$

$$\frac{e}{r} = \Delta V_m + \frac{e}{r + \lambda_p}.$$

Nun können wir mit Annäherung die mittlere freie Weglänge des positiven Ions umgekehrt proportional dem Gasdruck setzen, also $\lambda_p = k/p$. Wir erhalten dann

$$\frac{e}{r} = \Delta V_m + \frac{p \cdot e}{p \cdot r + k}.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich, wenn zwei von den drei Variablen e , r , p gegeben sind, derjenige Wert der dritten berechnen, für welchen die Selbstentladung eintritt.

Wir betrachten zunächst den Fall, dass die elektrische Ladung und der Radius der Kugel constant ist, und suchen den Gasdruck auf, bei welchem Selbstentladung eintritt. Es möge also ein Wassertröpfchen bei constanter elektrischer Ladung und constantem Durchmesser durch eine Luftströmung aus tieferen Schichten der Atmosphäre in höhere getrieben oder es möge das Gas, welches unsere an einem Seidenfaden hängende Kugel umgiebt, allmählich verdünnt werden. *Der Druck, bei welchem die Selbstentladung eintritt, berechnet sich aus der obigen Gleichung zu*

$$p = \frac{k}{r \cdot \Delta V_m} \left(\frac{e}{r} - \Delta V_m \right);$$

er ist also um so kleiner, je grösser der Radius der Kugel ist. Nebenbei sei bemerkt, dass sich aus dieser Gleichung durch Bestimmung der übrigen Grössen der Proportionalitätsfactor k und damit die mittlere freie Weglänge der positiven Ionen berechnen lässt.

Wir betrachten weiter die Ladung und den Gasdruck als constant und den Radius r als variabel. Unser geladenes Wassertröpfchen möge also durch Verdunstung allmählich

einen kleineren Radius annehmen; dieser kann dann nach abwärts nicht einen gewissen Wert überschreiten, ohne dass Selbstentladung eintritt. Dieser Wert berechnet sich aus unserer Gleichung zu:

$$r = -\frac{k}{2p} + \sqrt{\frac{k \cdot e}{p \cdot \Delta V_m} + \frac{k^2}{4p^2}}.$$

3. *Kleinster Wert der Anfangsspannung.* — In dem Gesetze der Anfangsspannung

$$V_a = \Delta V_m + V(\lambda_p) - V_0$$

ist ΔV_m eine Constante; an der Anode (ΔV_{ma}) ist sie grösser als an der Kathode (ΔV_{mk}). Soll die Anfangsspannung den kleinsten möglichen Wert annehmen, so muss in der Gleichung

$$V_a = \Delta V_{mk} + V(\lambda_p) - V_0$$

die Differenz $V(\lambda_p) - V_0 = 0$ werden. Da V_0 die Spannung auf der Anode bedeutet, wenn die Kathode Entladeelektrode ist, so muss mit anderen Worten die mittlere freie Weglänge des positiven Ions von der Kathode bis zur Anode reichen. Wenn dies der Fall ist, so besitzt die Anfangsspannung ihren kleinsten möglichen Wert; sie ist dann nämlich unabhängig vom Gasdruck gleich dem normalen Kathodenfall. Ist demnach die verfügbare Elektrodenspannung kleiner als der normale Kathodenfall für das betreffende Metall, so kann man mit ihr bei keinem Gasdruck und keiner Elektrodenform eine Selbstentladung hervorbringen.

Wie Peace¹⁾ und Strutt²⁾ gezeigt haben, beträgt der kleinste Wert der Funkenspannung in Luft etwa 340 Volt; er ist gleich dem normalen Kathodenfall.

Allgemein ist die Meinung verbreitet, dass aus Spitzen, wenn sie nur fein genug sind, bei beliebig kleiner Spannung die Elektrizität sich entladen kann. Diese Meinung ist falsch. Auch zwischen der feinsten Spitze und einer ihr gegenüber stehenden Platte kann nicht eher Selbstentladung erfolgen, als bis die Elektrodenspannung den mehrere Hunderte Volt betragenden normalen Kathodenfall überschritten hat.

1) J. Peace, Proc. Roy. Soc. 52. p. 99. 1892.

2) R. J. Strutt, Phil. Trans. 193. p. 377. 1900.

4. *Ähnliche elektrische Felder.* — Auf zwei Elektroden, die sich in einem Gas gegenüberstehen, möge die Spannung in gleichem Verhältnis verändert werden; ebenso möge bei einer solchen Aenderung das Verhältnis der Spannungen zweier Punkte im Gasraum constant bleiben. Solche elektrische Felder, welche zu einander in dieser Beziehung stehen, in welchen also das Verhältnis der absoluten Spannungswerte homologer Punkte constant ist, sollen ähnlich heissen.

Die Spannungsfunktion V ähnlicher elektrischer Felder lässt sich durch das Product zweier Functionen φ und f darstellen. Die eine von diesen $f(x, y, z)$ ist lediglich eine Function der Coordinaten, die andere φ ist unabhängig von den Coordinaten und eine Function der Ladung auf den Elektroden. Es gilt also $V = \varphi \cdot f(x, y, z)$.

Für *ähnliche Felder* definirt sich die *Anfangsspannung* durch die Gleichungen:

$$\Delta V_m = V_e - V(\lambda_p) = \varphi [f_e - f(\lambda_p)],$$

$$V_a = V_e - V_0 = \varphi [f_e - f_0],$$

$$V_a = \Delta V_m \frac{f_e - f_0}{f_e - f(\lambda_p)}.$$

Diese letzte Gleichung kann man mit Annäherung auf die Funkenspannung zwischen Kugelelektroden anwenden. In der Verbindungslinie von deren Mittelpunkten kann man nämlich bei kleineren Abständen V als lineare Function der Coordinate x darstellen. Es sei also $V = \varphi \cdot (\alpha - \beta \cdot x)$; V_e ist dann gleich $\varphi \cdot \alpha$, V_0 gleich $\varphi \cdot (\alpha - \beta \cdot l)$, wenn l den Abstand der Kugeln bedeutet. Bei Einführung dieser Beziehungen erhält man für kleine Variationsintervalle von l

$$V_a = \Delta V_m \cdot \frac{l}{\lambda_p}.$$

Setzt man wieder

$$\lambda_p = \frac{k}{p},$$

so wird

$$V_a = \Delta V_m \cdot \frac{l \cdot p}{k}.$$

Gemäss dieser Gleichungen ist die Grösse $V_a/l \cdot p$ constant. Auf diese Beziehung hat Paschen¹⁾ aufmerksam gemacht. Sie

1) F. Paschen, Wied. Ann. 37. p. 69. 1889.

gilt indessen offenbar nur für kleine Intervalle des Kugelabstandes l und für annähernd constantes Spannungsgefälle in der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte; ihre Ungültigkeit für grössere Intervalle wurde in der That von Orgler¹⁾ nachgewiesen.

5. *Positive und negative Anfangsspannung des Spitzenstromes.* — Eine geladene Spitze sei einer abgeleiteten Platte gegenübergestellt. Bleibt ihr Abstand von der Platte constant, so bleibt bei Aenderung des Druckes das elektrische Feld sich ähnlich, ebenso auch für positive wie für negative Spitzenladung. Wir können darum zur Berechnung der Anfangsspannung die obige Formel für ähnliche Felder anwenden.

$$V_a = \Delta V_m \frac{f_e - f_0}{f_e - f(\lambda_p)}.$$

Da $f_0 = 0$ zu setzen ist, so erhält man für die positive Anfangsspannung (Spitze positiv)

$$V_{ap} = \Delta V_{ma} \frac{f_e}{f_e - f(\lambda_p)},$$

für die negative Anfangsspannung (Spitze negativ)

$$V_{an} = \Delta V_{mk} \frac{f_e}{f_e - f(\lambda_p)}.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{V_{ap}}{V_{an}} = \frac{\Delta V_{ma}}{\Delta V_{mk}}.$$

Bei gleichem Spitzenabstand und gleichem Gasdruck ist demnach das Verhältnis der positiven zur negativen Anfangsspannung des Spitzenstromes constant gleich dem Verhältnis der Ionisierungsspannung des positiven Ions gegen das Gasinnere zu derjenigen gegen das Spitzenmetall.

Da an feinen Spitzen die Minimalspannung nur wenig kleiner ist als die Anfangsspannung, so muss für das Verhältnis der positiven zur negativen Minimalspannung des Spitzenstromes der gleiche Satz gelten. In der That hat Tamm²⁾ gefunden, dass dieses Verhältnis unabhängig vom Gasdruck ist.

1) A. Orgler, Ann. d. Phys. 1. p. 167. 1900.

2) F. Tamm, Ann. d. Phys. 6. p. 277. 1901.

Nebenbei bemerkt, kann aus jenem Verhältnis und dem normalen Kathodenfall ΔV_{mk} die Ionisierungsspannung des positiven Ions gegen das Gasinnere berechnet werden. So ist nach Tamm in Luft für Platinspitzen

$$\frac{V_{ap}}{V_{an}} = \frac{\Delta V_{ma}}{\Delta V_{mk}} = k = 1,3;$$

ΔV_{mk} ist für Luft an Platin 340 Volt. Demnach ist die Ionisierungsspannung des positiven Ions gegen das Luftinnere $\Delta V_{ma} = 442$ Volt.

Göttingen, Januar 1902.

(Eingegangen 25. Februar 1902.)

— — — — —