Ferrohrs, annähernd die Schwingungszahl eines Glasstabes bestimmen, doch überzeugte ich mich bald, und liegt es in der Natur der Sache, daß diese Methode, anderen bekannten nicht an Genauigkeit gleich kommt, und dürfte dieselbe deshalb eine wirkliche Anwendung wohl nicht finden.

III. *Ueber ein System von geradlinigen Fransen, welche gleichzeitig mit den Newtonschen Ringen zu beobachten sind;*

von S. M. van der Willigen.

(Aus d. *Verlagen en Mededeeln d. Afd. Natuurk. Dl. XVII*, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Sieht man unter einer großen Neigung auf die Gläser, eine recht ebene Glasplatte und eine biconvexe Linse, zwischen welchen die Newtonschen Ringe sich bilden, so gewahrt man leicht, sowohl im Tageslicht, als im Licht des gesalzenen Alkohols, wenigstens zwei Ringsysteme, welche einander kreuzen. Das eine System ist das gewöhnliche primäre; das andere will ich das secundäre nennen, weil es durch doppelte Reflexion eines zweiten primären entsteht. Ausser diesen beiden Ringsystemen beobachtet man noch mehre, fast geradlinige und parallele Fransen, mit farbigen Säumen im Tageslicht versehen. Diese Fransen haben eine transversale Richtung auf den Gläsern, d. h. eine winkelrechte auf der lothrechten Ebene, die man sich durch den einfallenden Strahl und das Auge des Beobachters gelegt denken kann. Man erblickt sie besonders leicht gegen die Ränder der Linse hin, rechts und links von den Ringen, convergirend in dem Maasse als sie sich diesen Rändern nähern, wohlverstanden, wenn die biconvexe Linse oben liegt. Bemerken will ich, daß man, um sie gut zu unterscheiden, sich so stellen muß, daß das drei Mal reflec-

tirte und vergrößerte Bild der Flamme, des Fensters oder im Allgemeinen der Lichtquelle links oder rechts vom Centrum der Gläser erblickt wird.

Manchmal schon hatten diese Fransen meine Aufmerksamkeit erregt, ohne daß ich wußte sie mir genau zu erklären. Und dennoch ist die Erklärung, welche ich seitdem gefunden, ziemlich einfach und bietet sich natürlich dar, wenn man den Weg der Strahlen, die durch Reflexion und Theilung irgend eines einfallenden Strahls entstehen, verfolgt. Nachdem ich ihre Entstehungsweise festgestellt, war ich begierig zu wissen, ob Jemand sie vor mir wahrgenommen, und siehe da, ich fand im N. Gehler'schen Wörterbuch, daß sie schon i. J. 1815 von John Knox beobachtet wurden ¹⁾.

In der That, in einer Abhandlung voller interessanter Untersuchungen über die Ringsysteme, die sich zwischen zwei oder drei auf einander gelegten Gläsern bilden, erwähnt er auch dieser geradlinigen Fransen, welche er indess beschreibt, ohne ihren Ursprung nachzuweisen. Er sagt, alle diese Erscheinungen mit Hülfe der Karte oder des Schirms von William Herschel entdeckt zu haben, doch dient dieser Schirm bei seinen Versuchen nur dazu, das drei Mal reflectirte Bild der Flamme oder der Fenster Scheiben leichter zu finden.

Die Erklärung dieser Fransen, deren Richtigkeit aus der Messung der gegenseitigen Abstände derselben hervorgeht, ist folgende. Sey CD (Fig. 6 Taf. III) die Glasplatte, EF die darauf gelegte biconvexe Linse und G der Berührungspunkt. Der einfallende Strahl Aa , nachdem er durch die Linse gegangen, theilt sich bei b in zwei Theile, von denen der eine bc sogleich reflectirt wird, während der andere die Glasplatte in b' trifft, bevor er in der Richtung $b'c'$ zurückgeworfen wird; bc wird abermals in c reflectirt, längs cd , und erreicht die Platte in e , wo er nach ef reflectirt wird; der Theil $b'd'$ endlich reflectirt sich nach $c'd'$ und wiederum nach $d'f$. Somit haben wir als Resultat zwei

1) *Phil. Transact. of the Roy. Soc.* 1815 p. 181 etc.

austretende Strahlen, ef und $d'f$, welche, bis auf Größen zweiter Ordnung coïncidiren und bei ihrem Austritt aus dem Glase parallel sind. Diese beiden Strahlen, welche aus dem einzigen Strahl Aa entspringen und längs fB zu dem in B befindlichen Auge gehen, haben in dem convexen Glase und der Luftschicht respective die Wege $abcdef$ und $abb'c'd'f$ zurückgelegt; da nun diese Wege nicht genau dieselbe Länge haben, so können sie zu Interferenzphänomenen Anlaß geben. Ausser dem Weg-Unterschied der aus der ungleichen Dicke der Luftschichten in b und in e hervorgeht, muß man noch Rücksicht nehmen auf einen andern Unterschied, der aus der Krümmung der obern Fläche des convexen Glases und der nothwendig daraus folgenden Abnahme in der Dicke dieses Glases entspringt; man darf auch nicht die Veränderung in der Neigung der reflectirten Strahlen vernachlässigen, die ebenfalls aus dieser Krümmung hervorgeht.

Fig. 7 Taf. III stellt den innern Gang der Strahlen in größerem Maafsstabe dar; die beiden Strahlen finden sich hier mehr aus einander, damit man sie besser unterscheiden könne. Ich nenne r den Krümmungshalbmesser der Linsenfläche EHF ; R den von EGF ; f die Brennweite der Linse; D die Dicke HG im Mittelpunkt; K die Dicke an einem andern Punkt e ; den Abstand Ge oder $\alpha\gamma$ des Mittelpunkts vom Punkt e , wo der Strahl cd von der Glasplatte reflectirt wird, werde ich x nennen. Sey A der Winkel, welche die in f austretenden oder in e reflectirten Strahlen in der Luft mit der Normalen des ebenen Glases bilden z. B. der Winkel, den de mit der Normale in e bildet; und α der entsprechende Winkel des in dem Glase gebrochenen Strahls mit dessen Normale, z. B. der Winkel, den cd mit der Normale bildet.

Bezeichnen wir die Dicke der Luftschicht in b' durch u und die in e durch u' ; sey endlich n der Brechungsindex des angewandten Glases.

Setzen wir, der größseren Leichtigkeit wegen, voraus, das Licht folge dem umgekehrten Weg von f nach b , so

ist klar, daß der Winkel abh nicht mehr gleich ist dem Winkel in d , welchen wir a genannt haben, und zwar wegen der Reflexion, welche in c gegen die obere, ziemlich stark gekrümmte Fläche der Linse stattfindet. Bei dieser Reflexion ist der Winkel von cb mit der Verticale gewachsen und folglich auch der von ab mit seiner Normale bh . Dieser Winkel erlangt einen Werth gleich

$$a + \frac{2(x - K \operatorname{tg} a)}{r},$$

weil der Abstand des Punktes c von GH gleich ist: $x - K \operatorname{tg} a$ und $\frac{1}{R}$ gegen $\frac{1}{r}$ vernachlässigt werden kann, was bei unseren Versuchen vollkommen erlaubt ist.

Die Tangente dieses Winkels in dem Glase wird also für den Radius bc gleich:

$$\operatorname{tg} a + \frac{2(x - K \operatorname{tg} a)}{r \cos^2 a}$$

und folglich wird der Unterschied von x für die Punkte b und d , oder b' und e gleich seyn

$$2K \left(\operatorname{tg} a + \frac{(x - K \operatorname{tg} a)}{r \cos^2 a} \right).$$

Die Veränderung von a bedingt die des Winkels A am Punkt b , dessen Cosinus wird

$$\cos A - 2n \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r}.$$

Aus Mangel an Contact der beiden Gläser, ist in G eine Luftschicht vorhanden, deren Dicke, die ich U nennen will, sich jedes Mal durch Messung der Farbenringe bestimmen läßt. Der in e durch die Luftschicht erzeugte Weg-Unterschied wird also seyn:

$$2u \cos A = \left(\frac{x^2}{R} + 2U \right) \cos A,$$

und der in b' erzeugte:

$$2u' \left(\cos A - 2n \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} \right) \\
= \left\{ \frac{\left[x - 2K \left(\operatorname{tg} a + \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos^2 a} \right) \right]^2}{R} + 2U \right\} \left(\cos A - 2n \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} \right)$$

Dieser zweite, aus dem ersten abgeleitete Unterschied giebt den relativen Verlust unserer beiden Strahlen, welchen man den durchlaufenden Luftschichten zuschreiben muß. Allein außerdem sind die Längen dieser beiden Strahlen in der Linse nicht mehr gleich: cd ist länger als $c'd'$, und bc länger als der, welcher in c' ausläuft. Diese beiden Linienpaare können als parallel betrachtet werden. Der Weg bcd hat gegen den andern einen Ueberschuß, der, wenn man ihn mit dem Brechungsindex n multiplicirt, um ihn auf Luft als Medium zu reduciren, ausgedrückt wird durch:

$$2n \frac{(x - K \operatorname{tg} a)^2}{R} \cdot \frac{x - K \operatorname{tg} a}{\cos a} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) \operatorname{tg} A \\
+ 4n U \operatorname{tg} A \frac{x - K \operatorname{tg} a}{\cos a} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right)$$

oder, wenn wiederum $\frac{1}{R}$ gegen $\frac{1}{r}$ vernachlässigt wird,

$$\frac{2n(x - K \operatorname{tg} a)^2}{Rr \cos a} \operatorname{tg} A + 4n U \operatorname{tg} A \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos a}.$$

Der Werth von K in diesen Formeln bezieht sich streng auf den Punkt c .

Der gesammte Weg-Unterschied für unsere beiden Strahlen bcd und $bb'c'd'f$, welchen ich W nennen will, und welcher den Ueberschuß des ersten über den zweiten am Austrittspunkt f giebt, wird, reducirt auf Luft als Medium seyn:

$$W = \left(\frac{x^2}{R} + 2U \right) \cos A - \left\{ \frac{\left[x - 2K \left(\operatorname{tg} a + \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r^2 \cos a} \right) \right]^2}{R} + 2U \right\} \times \\
\left(\cos A - 2n \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} \right) + \frac{2n(x - K \operatorname{tg} a)^2}{Rr \cos a} \operatorname{tg} A \\
+ 4n U \operatorname{tg} A \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos a} \quad (I)$$

Entfernen wir zunächst aus dieser Formel die Glieder $\frac{x^2}{R} \cos A$ und $-\frac{x^2}{R} \cos A$, welche einander aufheben, so kommt:

$$\begin{aligned}
 W &= 2U \cos A \\
 &+ \left\{ \frac{4K \left(\operatorname{tg} a + \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos^2 a} \right) x - 4K^2 \left(\operatorname{tg} a + \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos^2 a} \right)^2}{R} + 2U \right\} \times \\
 &\quad \left(\cos A - 2n \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} \right) + x^2 2n \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{Rr} \\
 &\quad + 2n \frac{(x - K \operatorname{tg} a)^3}{Rr \cos a} \operatorname{tg} A + 4n U \operatorname{tg} A \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos a} \quad (\text{II}).
 \end{aligned}$$

Vernachlässigen wir die Producte so wie die Potenzen der Correctionen von $\operatorname{tg} a$ und $\cos A$, so vereinfachen wir die Formel möglichst.

Bei unseren Versuchen hatte r einen Werth von etwa 100 Centm. und R einen Werth von unter 5000 Centm.; mithin ist r^2 gleich 10000, d. h. mehr als doppelt so groß wie R . Gegen die durch r dividirten Glieder haben wir die durch R dividirten vernachlässigt, um so mehr ist es also erlaubt, die Glieder zu vernachlässigen in deren Nenner sich r zur zweiten Potenz erhebt.

Folglich hat man:

$$\begin{aligned}
 W &= 4 \frac{K \operatorname{tg} a}{R} x \cos A + 4 \frac{K \cos A}{R} \cdot \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos^2 a} x \\
 &- 8n \frac{K \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} A \cos a}{R} \times \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} \cdot x - 4 \frac{K^2 \operatorname{tg}^2 a}{R} \cos A \\
 &+ 8n \frac{K^2 \operatorname{tg}^2 a}{R} \operatorname{tg} A \cdot \cos a \times \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} - 8 \frac{K^2 \operatorname{tg} a}{R} \times \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos^2 a} \cdot \cos A \\
 &+ n U \operatorname{tg} A \cdot \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r} + 2n x^2 \operatorname{tg} A \cos a \frac{x - K \operatorname{tg} a}{Rr} \\
 &+ 2n \frac{(x - K \operatorname{tg} a)^3}{Rr \cos a} \operatorname{tg} A + 4n U \operatorname{tg} A \frac{x - K \operatorname{tg} a}{r \cos a} \quad \dots \quad (\text{III}).
 \end{aligned}$$

Diese, schon wenig verwickelte Formel reducirt sich noch mehr, wenn man die Glieder vereint, welche gemeinschaftliche Factoren haben. Man kann paarweise das erste und vierte Glied, das zweite und sechste, das dritte und fünfte vereinen; dies giebt

seitiger Abstand in einer bestimmten Entfernung vom Centrum, welchen ich im Auge habe. Der Abstand zweier aufeinanderfolgender Minima dieser Fransen bestimmt sich, wenn man den Weg-Unterschied W um einen Werth gleich einer ganzen Undulation λ wachsen läßt. Gesetzt nämlich W sey differentiirt in Bezug auf x und der Anwuchs von W sey gleich λ , so wird der Anwuchs von x den Abstand zweier aufeinanderfolgender Minima geben, gemessen in Richtung F (Fig. 7 Taf. III) d. h. winkelrecht gegen die Fransen.

Differentiiren wir also das zweite Glied von (VI) in der Voraussetzung, diese Anwüchse seyen unendlich klein, oder vielmehr mit Vernachlässigung der zweiten Differenzen, so haben wir:

$$\lambda = \frac{\delta W}{\delta x} \delta x = \frac{\delta Z}{R \delta x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (VII)$$

oder

$$\delta x = R \lambda \frac{1}{\frac{\delta Z}{\delta x}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (VIII)$$

für den gegenseitigen Abstand der Fransen.

Die Größen A und a und ebenso K hängen, wegen der festen Lage des Auges, von x ab. Sey O die Höhe des Auges über der oberen Fläche der Linse, d. h. der Perpendikel, gefällt vom Auge auf die Horizontalebene, welche man sich durch f (Fig. 7) vorgestellt denken kann, und P der Abstand des Fußes dieses Perpendikels vom Punkte f , so hat man:

$$\operatorname{tg} A = \frac{P}{O}; \quad K \text{ wird } = D - \frac{x^2}{2r}$$

wenn man abermals $\frac{1}{R}$ gegen $\frac{1}{r}$ vernachlässigt. Substituiert man diese Werthe in unserer Formel, so wird sie beträchtlich lang, unvermeidliche Folge davon, daß die Linse oben auf liegt.

Wir haben x von a gegen F gezählt, folglich werden wir haben:

$$\frac{\delta \operatorname{tg} A}{\delta x} = -\frac{1}{O}; \quad \frac{\delta A}{\delta x} = -\frac{\cos^2 A}{O}; \quad \frac{\delta \cos A}{\delta x} = \frac{\sin A \cos^2 A}{O}.$$

$$\frac{\delta \sin A}{\delta x} = -\frac{\cos^3 A}{O}; \quad \frac{\delta \sin a}{\delta x} = -\frac{\cos^3 A}{nO}$$

$$\frac{\delta \cos a}{\delta x} = \frac{\sin a \cos^3 A}{nO \cos a} = \frac{\operatorname{tg} a \cos^3 A}{nO}; \quad \frac{\delta \operatorname{tg} a}{\delta x} = -\frac{\cos^3 A}{nO \cos^2 a}$$

und endlich

$$\frac{\delta K}{\delta x} = -\frac{x}{r}.$$

Die Differentiation von (VI) führt zu einer langen Reihe von Gliedern; um sie abzukürzen unterdrücke ich zunächst alle die Glieder, welche r^2 im Nenner enthalten. Mit den Gliedern, worin sich rO im Nenner befindet, bedarf es mehr Behutsamkeit, weil O bei meinen Versuchen nur der dritte oder vierte Theil von r ist; deshalb habe ich diese Glieder beibehalten. Ich werde nun sectionsweise die Glieder hinschreiben, die durch Differentiation der successiven Glieder von W erhalten werden, dabei die Ordnung eingehaltend, dafs ich in jeder Section erst x , darauf K , dann $\cos a$ und $\operatorname{tg} A$ und endlich $\operatorname{tg} a$ und $\cos a$ differentiire. Die Glieder in $\frac{1}{r^2}$ sind von jetzt an fortgelassen; was die anderen betrifft, die nur einen kleinen Werth haben, so werden wir später sehen, dafs man sie vernachlässigen kann. So verfahrend fand ich:

sigt werden, weil sie von derselben Größenordnung sind wie die, welche r^2 im Nenner enthalten haben würden.

Jetzt will ich einige Versuche beschreiben, welche angestellt wurden, um die Formel (IX) zu prüfen. Das wird die Wahrheit meiner Erklärung bezeugen.

Die von mir angewandte Linse hat im Centro eine Dicke $D=4,85$ Mllm. und am Umfang eine von 4 Mllm.; ihr Durchmesser beträgt 8,6 Centm. Ihre Brennweite f ist $=199,6$ Centm. und ihren Brechungsindex schätze ich auf $n=1,53$. Die Messung der beim Licht der monochromatischen Lampe beobachteten Ringe, welche immer meine Messungen der Fransen vervollständigte, gab im Mittel $R=4855,0$ Centm.; nach der Formel

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R} + \frac{n-1}{r} \quad \text{oder} \quad f = \frac{R}{(n-1)(R+r)}$$

folgt daraus $r=108,1$ Centm.

Am 26. Aug. 1860 maß ich bei der monochromatischen Lampe den gegenseitigen Abstand der Fransen in der Stellung des Auges, welche Fig. 7 Taf. III voraussetzt. In der Fig 8 Taf. III ist die relative Lage der Lampe, des Auges und der Gläser folgendermaßen vorgestellt: $abcd$ bezeichnet die obere Fläche der Linse, O ist die Projection des Auges auf deren Ebene und B die der Lampe; die gemessenen Minima sieht man z. B. in e und sind dem Durchmesser bd parallel. Zuvörderst bestimmte ich den gegenseitigen Abstand der Fransen in der Richtung Ma auf dem Glase; alsdann, nachdem ich den Gläsern eine Azimutalbewegung von successive 180° , 90° und 270° gegeben und dabei dem Auge und der Lampe ihre absoluten Lagen gelassen, maß ich ihn in den Richtungen Mc , Mb und Ma mit der Vorsorge, daß der Contact der Gläser unverändert blieb. Aus diesen vier Beobachtungen nahm ich das Mittel. Statt den gegenseitigen Abstand zweier nebeneinanderliegender Minima zu messen, nahm ich nun den Abstand zweier Minima, welche sich in dem vierfachen Abstand befanden, so daß sich noch drei Minima mehr oder weniger gleich vertheilt zwischen ihnen befanden. Das Viertel die-

ses Abstandes nahm ich für den Abstand zweier benachbarten Minima. Der in das Protokoll der Beobachtungen eingetragene Werth von P oder Oe bezieht sich auf den Abstand zwischen O und dem Punkt e , genommen in der Mitte zwischen diesen beiden extremen Minimis.

Aus den Angaben der Beobachtung berechnete ich δx nach den Formeln (VIII) und (IX), d. h.

$$\delta x = R \lambda \frac{1}{\frac{\delta z}{\delta x}}.$$

Dieser Werth muß mit dem gemessenen Abstand coïncidiren. Die folgende Tafel giebt die Resultate. Alle kleinen Angaben wurden direct mit dem Zirkel aufgenommen und auf ein in 0,4 Mllm. getheiltes Doppel-Decimeter übertragen.

O	P	X	K	$K \operatorname{tg} a$	x	$4N$	N	δx	Diff.
27,0	26,3	1,7	0,475	0,25	1,45	1,180	0,295	0,293	0,002
27,0	25,8	2,2	0,467	0,24	1,96	0,996	0,249	0,255	— 0,006
27,0	25,0	3,1	0,441	0,22	2,88	0,792	0,198	0,196	0,004
29,0	22,0	1,6	0,476	0,20	1,40	1,192	0,298	0,331	— 0,033
29,0	21,1	2,4	0,462	0,19	2,21	1,028	0,257	0,271	— 0,014
29,0	20,4	3,1	0,446	0,18	2,92	0,788	0,197	0,205	— 0,008
29,2	9,5	3,3	0,437	0,09	3,21	1,320	0,330	0,368	— 0,039
Total —									0,093

Alle Angaben in dieser Tafel sind Centimeter.

Der Werth von λ in den Berechnungen ist genommen gleich 5888 Zehntausendstel eines Millimeters für das Licht des gesalzenen Alkohols; es ist nach Fraunhofer der Werth für den Strich D . Die beiden ersten Columnen geben die Coordinaten des Auges, bezogen als Anfang auf den Punkt, wo sich die Minima befinden. Die dritte Columnne enthält die Abscisse X des Punktes f , gezählt vom Punkte a (Fig. 7 Taf. III). Die vierte: die Dicke K der Linse an dem Ort dieser Frausen im Punkt c oder e ; die fünfte: das Product $K \operatorname{tg} a$ des Werthes von K in den von $\operatorname{tg} a$ erhalten von O und P ; die sechste: die Abscisse des Punktes e , welche man findet, wenn man von X die Werthe

der vorgehenden Columnne abzieht; die siebente: das Vierfache von N , directes Resultat unserer Messungen; die achte: den Abstand N zweier Fransen-Minima, erhalten durch Division der Zahlen der siebenten Columnne durch 4; die neunte: diesen Abstand, berechnet mit Hülfe der Formeln (VIII) und (IX) unter Anwendung der genannten, durch die Beobachtungen gegebenen Gröfsen; und die letzte: den Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung.

Die zu meiner Verfügung stehenden Mittel verbürgten mir lange nicht die erforderliche Genauigkeit in der Bestimmung der sehr kleinen Abstände der Minima, liefsen mich vielmehr in relativ sehr grofse Fehler verfallen, denen ich zum Theil die bei verschiedenen Richtungen der Linse beobachteten beträchtlichen Unterschiede zuschreiben will.

Ich enthalte mich noch mehr Beobachtungen anzuführen, hoffend dafs diese, ungeachtet der nicht zu leugnenden Abweichung zwischen Beobachtung und Rechnung, dem Leser genügend erscheinen werden, die Richtigkeit der aufgestellten Erklärung zu beweisen.

Aufser den Gliedern 18, 19, 20, 22, 23 und 24 der Formel (IX) habe ich keins bei meinen Rechnungen ausgeschlossen, um einen möglichst genauen Werth zu erhalten. Man kann daher die Divergenz zwischen Beobachtung und Rechnung in keiner Weise einem Mangel an Strenge von dieser Seite her zuschreiben. Die in der Entwicklung (II) vernachlässigten Glieder sind in dieser Beziehung nicht mehr einer Bürgschaft unterworfen.

Der Werth von U wurde für diese Rechnungen aus den Newton'schen Ringen abgeleitet; er fand sich gleich 0,0000426 Mllm. Ich nahm diesen Werth für alle angeführten Beobachtungen, voraussetzend, dafs die Gläser keine relative Verschiebung während der Versuche erlitten hätten, was wohl zulässig war, da ich die gröfste Sorgfalt darauf verwandt hatte, dafs die Linse sich nicht auf der Glasplatte verschob oder verrückte.

Die discutirten Beobachtungen beziehen sich, wie gesagt, auf die etwa beim Punkt e liegenden Fransen, vorausge-

setzt das Auge befinde sich in dem in O (Fig. 8 Taf. III) errichteten Perpendikel. Beim Lichte der monochromatischen Lampe und mit einer auf das Glas gelegten biconvexen Linse entdeckt man die Minima leicht; allein bei Tageslicht sieht man im Allgemeinen keine Fransen in einem so gelegenen Punkt auf der Linse. Jedoch eignen sich die in Fig. 7 dargestellten Umstände, welche die Basis meiner allgemeinen Formel (IX) ausmachen, am leichtesten zur Discussion des in Rede stehenden Phänomens, hinreichender Grund, für mich, es vorzugsweise auf diese Weise zu betrachten.

Knox hat, wie mir scheint, die Fransen nicht an so gelegenen Punkten beobachtet; auch mir zeigte sich das Problem anfangs auf eine andere Weise: als die Fransen zuerst meine Aufmerksamkeit auf sich zogen, sah ich sie anderwärts.

Die Knox'schen Fransen, mit welchen ich meine Untersuchungen anfang, und welche der Leser zweifelohne auch oft gesehen hat, liegen so, wie ich oben gesagt habe; sie finden sich an Punkten wie f und g (Fig. 9 Taf. III) zu beiden Seiten und erstrecken sich noch in einer dem transversalen Durchmesser parallelen Richtung, vorausgesetzt immer, O sey die Projection des Auges und B die der Lampe. Zu ihrer Discussion versetzt man sich unter Umstände, wie sie Fig. 7 darstellt, mit der Abänderung, daß die normale Ebene durch ac (Fig. 9) ersetzt wird durch eine normale Ebene parallel mit ac , z. B. durch f gehend, woraus folgt, daß die Linse in diesem Punkt, den man nun statt G nehmen muß, nicht mehr das Glas berührt, so daß U in der Formel (IX) einen bedeutenden und immer mehr wachsenden Werth haben wird, in dem Maasse als sich die Punkte f und g den Rändern der Linse nähern.

Ich werde nun y als Ordinate längs Mb in die Formel einführen, und den neuen Werth von U durch $\frac{y^2}{2R} + U$ ersetzen, wo U immer, wie zuvor, den Mangel des Contacts der beiden Gläser im Centro ausdrückt. Ueberdies

werde ich $x = 0$ nehmen, wie wir es zu thun haben für die Fransen die dicht am transversalen Durchmesser vorbeigehen. Ich werde endlich die sehr kleine Verringerung von r und R vernachlässigen, obwohl man sie streng genommen in Rechnung ziehen müßte, weil sie nicht mehr Radien eines größten Kreises sind, sondern eines Parallels, der von dem Centrum der Kugel, welche sie repräsentiren, sehr wenig entfernt ist. So transformirt, wird die Formel (IX):

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta Z}{\delta x} = \frac{\delta W}{\delta x} R = & 4 K \operatorname{tg} a \cos A - 4 \frac{K^2 \operatorname{tg}^2 a}{O} \sin A \cos^3 A \\
 & + 8 \frac{K^2 \operatorname{tg} a}{n O \cos^3 a} \cos^4 A \dots - 12 \frac{K^2 \operatorname{tg} a}{r \cos^2 a} \cos A \\
 & + 8 \frac{K^3 \operatorname{tg}^2 a}{r O \cos^3 a} \sin A \cos^2 A - \frac{14 K^3 \operatorname{tg} a}{r n O \cos^3 a} \cos^4 A \\
 & + 16 \frac{K^3 \operatorname{tg}^3 a}{r n O \cos^3 a} \cos^4 A \dots + 16 n \frac{K^3 \operatorname{tg}^3 a}{r} \cos a \operatorname{tg} A \\
 & + 8 n \frac{K^3 \operatorname{tg}^3 a}{r O} \cos - 12 \frac{K^2 \operatorname{tg}^2 a}{r O \cos^2 a} \cos^3 A \operatorname{tg} A \\
 & - 8 \frac{K^3 \operatorname{tg}^4 a}{r O} \cos^3 A \operatorname{tg} A \dots + 6 n \frac{K^2 \operatorname{tg}^2 a}{r \cos a} \operatorname{tg} A \\
 & + 2 n \frac{K^3 \operatorname{tg}^3 a}{r O \cos a} + 6 \frac{K^3 \operatorname{tg}^2 a}{r O \cos^4 a} \cos^3 A \operatorname{tg} A \\
 & + 2 \frac{K^3 \operatorname{tg}^4 a}{r O \cos^2 a} \cos^3 A \operatorname{tg} A \dots + 2 n \frac{(y^2 + 2 R U)}{r} \cos a \operatorname{tg} A \\
 & + 2 n \frac{(y^2 + 2 R U) K \operatorname{tg} a}{r O} \cos a + 2 \frac{K (y^2 + 2 R U)}{r O \cos^2 a} \cos^2 A \operatorname{tg} A \\
 & - 2 \frac{(y^2 + 2 R U) K \operatorname{tg}^2 a}{r C} \cos^3 A \operatorname{tg} A \dots + 2 n \frac{(y^2 + 2 R U)}{r \cos a} \operatorname{tg} A \\
 & + 2 n \frac{(y^2 + 2 R U) K \operatorname{tg} a}{r O \cos a} + 2 \frac{K (y^2 + 2 R U)}{r O \cos^4 a} \cos^3 A \operatorname{tg} A \\
 & + 2 \frac{(y^2 + 2 R U) K \operatorname{tg}^2 a}{r O \cos^3 a} \cos^3 A \operatorname{tg} A \quad (X).
 \end{aligned}$$

Von einem möglichst constantem Gesichtspunkt aus, maß ich am 14. August 1860 bei den links und rechts gleich weit vom Centrum der Linse liegenden Punkten f und g den gegenseitigen Abstand der Fransen; dann vertauschte ich die Durchmesser ac und bd durch eine azi-

mutale Drehung der Gläser um 90° und maafs abermals genau auf dieselbe Weise. Ich machte jede Messung vier Mal, so dafs bei der Berechnung des Mittels aus den Werthen, die in den vier unter sich rechtwinkligen Richtungen erhalten wurden, das Resultat auf sechszehn Beobachtungen beruhte. Ich bestimmte den Abstand der beiden ersten, dann der zweiten und dritten Minima dies- und jenseits des transversalen Durchmessers. Die Zahlen finden sich in der folgenden Tafel vereint; in dem Maafse als die Krümmung der Fransen schwächer ward und ein mehr oder weniger vollkommener Parallelismus sich einzustellen schien, nahm ich für den Abstand der beiden centralen Fransen das Mittel aus drei und selbst aus fünf auf angegebene Weise gemessenen Abständen.

<i>P</i>	<i>O</i>	<i>y</i>	<i>L</i>	<i>L tga</i>	<i>nN</i>	<i>N</i>	δx	Diff.
26,5	32,0	1	0,480	0,22	1,153	0,384	0,392	— 0,08
26,5	32,0	1,5	0,475	0,22	1,074	0,358	0,367	— 0,09
26,5	32,0	2	0,467	0,21	1,006	0,335	0,336	— 0,001
26,5	32,0	3	0,443	0,20	1,419	0,284	0,271	+ 0,013
26,5	32,0	3,5	0,428	0,20	1,297	0,259	0,241	+ 0,012

Total + 0,013

y bedeutet die schon genannte Ordinate; *L* ist nichts anderes als *K* in den Formeln; *N* ist der gemessene Abstand, δx der berechnete; *nN* bedeutet den von den Beobachtungen gelieferten Werth, er ist zuweilen der gegenseitige Abstand der zweiten Minima dies- und jenseits des transversalen Durchmessers und zuweilen der der dritten. Durch Vergleichung der Zahlen dieser Columne mit denen der folgenden, ersieht man zunächst, ob *n* den Werth drei oder fünf bat. Die übrigen Columnen sind schon bekannt.

Die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung ist ziemlich genügend, wenn man die totale Summe der Differenzen befragt. Die negativen Abweichungen für die kleineren Werthe von *y* rühren davon her, dafs die Krümmung der Fransen desto merklicher ist als diese dem Centro näher liegen, was für den Werth des Abstandes

der ersten Minima diefs- und jenseits des transversalen Durchmessers etwas mehr giebt als das Drittel des Abstandes der zweiten Minima. Der Werth von U für diese Beobachtungen ist 0,0000122 Milm.

Für etwas beträchtliche Werthe des Winkels A oder α bieten die Tafeln eine genügende Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung dar und beweisen die Richtigkeit der Formeln, allein für kleinere Werthe von A fürchte ich, daß die Formeln immer mangelhafter werden. Verlangte man genauere Formeln, so müßte man, scheint mir, darauf Rücksicht nehmen, daß das Licht (Fig. 9 Taf. III) welches, nachdem es eine dreifache Reflexion erlitten hat, von k gegen das Auge des Beobachters geht, zum ersten Male an einem gewissen Punkte h reflectirt worden ist, der so liegt, daß hi gleich ki sey, bis auf die Correctionen. Der Winkel lih wäre $\frac{2\sqrt{y^2+x^2}}{r \sin \alpha}$. Der Winkel der beiden Flächen der Linse im Punkt i und in der Richtung ih würde sich leicht berechnen, indem man die Linie ih verlängerte und das Perpendikel mp fällte, welche den Punkt p der größten Dicke der Linse in dieser Richtung gäbe. Dieser Winkel wäre also $\frac{ip}{r}$.

Allein unsere Frausen sind weder leicht zu beobachten noch zu messen, wenn das Auge eine Lage hätte, wo A kleiner wäre. Ich halte mich also an die aufgestellten Formeln, jedoch mit der Beschränkung, daß A nicht klein sey.

Ich will nun die Frausen ruhen lassen, so weit sie mit der obenauf gelegten biconvexen Linse beobachtet werden. Die Rechnungen sind noch einer großen Vereinfachung fähig. Wenn r unendlich ist, so sind die Glieder 1, 3 und 4 der Formel (IX) die einzigen, die bleiben; alle übrigen verschwinden. Allein zur Verwirklichung dieses Falls muß die Glasplatte auf die Linse gelegt werden. Das Bild der Flamme indeß, welches man durch die immer nothwendige dreifache Reflexion erhält, ist dann genau gleich dem Bilde, welches durch die erste Reflexion erzeugt wird, wor-

aus eine vollkommene Coincidenz der beiden Bilder entsteht. Dazu kommt die wegen Schwäche des Lichts erforderliche Nähe der Flamme, welche macht, daß eine Bewegung des Auges rechts oder links nichts hilft, um ein das gesuchte Bild überragendes Stück zu erblicken. In diesem für die Rechnung so einfachen Falle ist also die Beobachtung und um so mehr die Messung der geradlinigen Fransen beim Lichte des gesalzenen Alkohols unmöglich. Diefß hindert jedoch nicht, in diesem Falle Fransen von derselben Natur, die dem Durchmesser bd fast parallel sind, in Punkten wie f und g (Fig. 9 Taf. III) zu beobachten. Diese Fransen sind indess anderer Art, als die man suchte. Sie entstehen auf die in Fig. 10 Taf. III abgebildete Weise und rühren von den durchgelassenen Ringen her, wie die bisher betrachteten Fransen aus den zurückgeworfenen Ringen entspringen. Man gewahrt leicht ein sehr helles und vergrößertes Bild der Flamme, welches durch innere Reflexion an der concaven Fläche EHF erzeugt wird; dieß übertrifft an Intensität um Vieles dasjenige, welches ich bei meinen ersten Beobachtungen sah, weil es etwas weniger vergrößert ist, besonders aber weil es zum größseren Theil seinen Ursprung Strahlen verdankt, die nur eine einfache Reflexion erlitten haben. Daher auch das veränderte Ansehen der Minima dieser Fransen, welche wie noch ziemlich helle Striche das Netz der beiden Ringsysteme durchziehen, so daß scheint, man habe ein Phänomen von ganz anderer Natur vor sich.

Für diese anderen Fransen ist an unserer Formel (IX) durchaus nichts zu ändern; nur erlaube ich mir hier nicht mehr die Größe x in meinen Rechnungen zu vernachlässigen, obgleich die beobachteten Fransen dem Fall der zweiten Tafel entsprechen. Ich bin dazu gezwungen durch die Betrachtung, daß der Werth von N , den man mittelst Division der angegebenen Werthe von $3N$ und $5N$ durch 3 usw. erhält, nicht mehr genau $x=0$ entsprechen kann, was mich vermuthen läßt, daß die großen Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung in der erwähnten Tafel

wohl zum Theil dieser etwas willkürlichen Annahme zugeschrieben werden könnten. Um x aus X durch Subtraction von $E \operatorname{tg} a$ abzuleiten, muß man E , die Dicke des Glases, kennen, welche ich $= 9,2$ Mllm. fand.

Ich will nur eine Beobachtung vom 16. Aug. 1860 anführen. Die übrigen mußte ich verwerfen, weil sie, trotz, der vom Calcül angezeigten Rectification, so ungeheure Abweichungen gaben, daß ich sie einerseits den Unvollkommenheiten des Glases und andererseits den Fehlern in der Neigung A zuschreiben mußte, zu welchen letzteren oft eine Bewegung des Kopfes und die wenig genaue Art die Lage desselben zu bestimmen Veranlassung gaben. Ein Fehler in der Neigung aber kann sehr bedeutende in dem berechneten Werthe von δx herbeiführen, wie sein Einfluß sich gewiß schon in den vorhergehenden Tafeln bemerklich macht.

O	P	y	X	$E \operatorname{tg} a$	x	$L \operatorname{tg} a$	$6N$	N	δx	Diff.
31,5	20,0	2,0	0,55	0,34	0,21	0,17	2,204	0,367	0,390	— 0,023

Im Tageslicht experimentirend stellte ich mich drei oder vier Meter von dem halbgeöffneten Fensterladen auf und betrachtete die Gläser unter großer Neigung; während die Glasplatte den Obertheil des Paares bildete, bewegte ich den Kopf nach der Rechten oder Linken, so daß ich einen Theil beobachtete, der das von der inneren Reflexion an der oberen Fläche des Glases entstehende Bild überrandete. Auf diese Weise entdeckte ich Ueberreste von Fransen, die von dieser Reflexion herrühren und die überdies durch ihren vollständigen Parallelismus vollkommen erkennbar sind. Allein wie wenig ich auch die Lage meines Kopfes änderte, stieß ich doch wieder auf die von den durchgelassenen Ringen herrührenden Fransen, welche die ganze Oberfläche des Glases in der Umgegend des Durchmessers bd einnahmen.

Die Glieder 1, 5, 9, 17 und 21 der Formel (IX) sind

vorwaltend in der Rechnung; ersetzt man demnach U , wie ich es schon in der Formel (X) gethan, so erhält man eine Gleichung von dieser Form:

$$\frac{\partial W}{\partial x} R = A + Bx + Cx^2 + Dy^2$$

in welcher, wenn man nach einer rohen Schätzung für meine Beobachtungen $A = 25$ $B = 30$ $C = 15$ D nähme, sich eine leidlich richtige Idee von dem relativen Werth der Coefficienten machen würde.

Gleichergestalt ließe die Formel (V) sich so schreiben:

$$W = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + (\epsilon x + \zeta)y^2$$

oder, wenn man die aus unseren Beobachtungen gezogenen approximativen Werthe substituirt:

$$W = (n - 0,5)\lambda = -\mu + 5\mu x + 0,2\mu x^2 + 0,5\mu x^3 + (0,6\mu x - 0,15)y^2 \quad (XI)$$

wo μ statt $\frac{4K^2 \sin^2 a}{R} \cos A$ gesetzt ist. Daraus folgt, daß β fünf Mal so groß ist als α , daß γ , δ , ϵ höchstens drei Viertel und ζ nur ein Siebentel desselben ist; n ist die Ordnungszahl des beobachteten Minimums. Diese Curve repräsentirt nun im Allgemeinen die Form unserer Fransen; geht man von der einen zur andern über, so muß man W um λ vergrößern. Ist y sehr groß gegen x , so giebt sie Rechenchaft von den fast geradlinigen Fransen, welche gegen die Axe der y , d. h. gegen den Durchmesser bd convergiren. Ist dagegen x groß in Bezug auf y , wenn auch in geringerem Grade, so giebt sie gerade Linien parallel der Axe der y ; wenn endlich weder das eine noch das andere sehr klein ist, jedoch y zwei oder drei Mal größer als x , so hat sie viele Aehnlichkeit mit dem oberen Zweige einer Conchoide, die bd zur Directrix hat.

In der That erwägen wir zunächst, daß wenn x klein gegen y ist, die Formel wird:

$$W = \alpha + \beta x + (\epsilon x + \zeta)y^2$$

was giebt

$$x = \frac{W - \alpha - \zeta y^2}{\beta + \epsilon y^2} \quad \dots \quad (XII).$$

Die Abscisse wird also desto kleiner, je größere Werthe

man der Ordinate y beilegt, und unsere Fransen in den Punkten f und g sind folglich gerade Linien, welche sich desto mehr dem Durchmesser ba nähern, je entfernter f und g vom Centrum liegen.

Wenn x und y ein solches Größenverhältniß haben, daß das Glied $(\epsilon x + \zeta)y^2$ vernachlässigt werden kann, so hat man

$$W = \alpha + \beta x$$

was in der Umgegend von e (Fig. 8 Taf. III) gerade und parallele Linien giebt.

Alle Glieder beibehalten, ist unsere Formel:

$$W = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + (\epsilon x + \zeta)y^2$$

während die Gleichung der Conchoïde, die bd zur Axe der y und zur Directrix, so wie ca zur Axe der x hat, sich schreibt:

$$x^2 y^2 = (a + x)^2 (b^2 - x^2)$$

oder reducirt:

$$x^2 y^2 = a^2 b^2 - a^2 x^2 + 2ab^2 x - 2ax^2 + b^2 x^2 - x^4$$

oder, wenn man, den Anfangspunkt verlegend, x durch $x + c$ ersetzt:

$$(x + c)^2 y^2 = (a + c + x)^2 [b^2 - (x + c)^2]$$

und wiederum reducirt:

$$\begin{aligned} (x^2 + 2cx + c^2)y^2 &= (a + c)^2 b^2 + (a + c)^2 c^2 \\ &+ b^2 - 2(a + c)b^2 x - 2(a + c)c^2 x - 2(a + c)^2 cx \\ &+ [b^2(a + c)^2]x^2 - 4(a + c)cx^2 - 2(a + c)x^3 \\ &- 2cx^3 - x^4. \end{aligned}$$

Kurz die Gleichung der Conchoïde nimmt die Form an:

$$(x^2 + 2cx + c^2)y^2 = N + Mx + Ox^2 + Px^3 + x^4$$

und wenn man x^2 in dem Factor von y^2 , so wie x^4 im zweiten Theile vernachlässigt:

$$(2cx + c^2)y^2 = N + Mx + Ox^2 + Px^3$$

ein Ausdruck, welcher durch seine Aehnlichkeit mit unserer Formel, die Aehnlichkeit der Fransen, die man in einer mittleren Richtung zwischen Ma und Mb (Fig. 8 Taf. III) ziemlich nahe beim Centrum beobachtet, mit den Conchoïden erklärt.

Außer dem Licht des Tages und dem des gealzenen

Alkohols wandte ich noch das einer Kerze zur Beobachtung der Fransen an. Diefs ist vielleicht die beste Lichtquelle, um die Fransen noch leidlich gefärbt zu sehen und sie zugleich unter kleinem Neigungswinkel zu erblicken, was ihren gegenseitigen Abstand sehr vergrößert. Bei diesem Kerzenlichte und indem ich meine Gläser unter einer kleinen Neigung, möglichst der Verticalen nahe, betrachtete, gewahrte ich noch ein System von dichter zusammenliegenden Minimis, solchergestalt, daß sich drei Minima dieses neuen Systems auf einem schwarzen Streifen des ersten Systems zeigten. Ich habe mich nicht weiter mit demselben beschäftigt. Es ist bei einem so zusammengesetzten Lichte wie das einer Kerzenflamme zu schwierig diese Fransen zu erkennen, und andererseits ist kein Zweifel, daß sie sich durch eine noch verwickeltere Reflexion des einfallenden Lichtes erklären lassen.

Knox hat sehr oft beim Lichte einer gewöhnlichen Lampe beobachtet und daher sah er immer die Fransen gefärbt. Die Beobachtung ist leichter als beim Tageslicht. Beim Lesen der Knox'schen Abhandlung erkennt man bald, daß er ein Glas auf eine concav-convexe Linse legte ¹⁾. Er entdeckte solchergestalt die Fransen, welche durch Reflexion des primären Ringsystems gegen die obere Fläche des Glases erzeugt werden, und der Versuch mußte ihm bei Anwendung einer Lampe leicht gelingen. Man sieht also, daß sich das Phänomen *ab initio* dem Knox unter der einfachsten Form darbot, während es sich mir unter der verwickeltsten Gestalt zeigte. Knox fand die Fransen streng geradlinig, in voller Uebereinstimmung mit unserer Formel (V), aus der alle Glieder bis auf das erste verschwinden, sobald r unendlich wird. Ich dagegen beobachtete mit meiner oben aufgelegten biconvexen Linse krumme und gegen die Ränder convergirende Fransen, welche die Berechnung aller Glieder der Formeln (V) und (IX) erforderten. Das Gelingen des Knox'schen Versuchs schreibe ich vor Allem dem Umstand zu, daß kein vergrößertes

1) A. a. O. S. 63 u. ff.

Bild (was mir immer hinderlich war), seine Versuche störte, weil die untere Fläche seiner Linse concav, und überdies durch eine vollständige Schwärzung des gröfsern Theils ihres Reflexionsvermögens beraubt war; auch hatte er den Vortheil, dafs das von ihm angewandte Glas von geringerer Dicke war.

Endlich bleibt noch eine dritte Modification unserer Fransen übrig, diejenige, wo, bei einer obenauf gelegten concav-convexen Linse, der Werth von r in den Formeln (V) und (IX) negativ wird. Unter der mir zu Gebote stehenden Sammlung von Linsen, fand ich eine concav-convexe, die ganz gut anwendbar war. Ich legte sie, mit der concaven Seite nach oben, auf eine Glasplatte und erblickte diese dritte Form von Fransen sogleich bei Tageslicht. Man kann also nach Belieben unter diesen drei Fällen wählen. Die obere ebene Fläche giebt geradlinige Fransen, die convexe: krumme, gegen die Ränder convergirende Fransen, und die concave: krumme, gegen die Ränder divergirende Fransen, gemäß der Formel, in welcher r negativ genommen ist, wodurch die Coëfficienten der Glieder in y^2 in (V) und (XII) das Zeichen wechseln. Mit dieser concav-convexen Linse gelang die Knox'sche Beobachtung auch mir bei obenauf gelegtem Glase, vorausgesetzt jedoch, dafs ich eins von nur einem oder höchstens anderthalb Millimeter Dicke wählte, weil sonst die Fransen zu dicht lagen, um wohl gesehen werden zu können.

Diese concav-convexe Linse, die schlecht geschliffen zu seyn schien, gab mir zu der Bemerkung Anlaß, dafs unsere Fransen, wohl zur Controlle ihrer Flächen dienen könnten. Die Krümmung der Fransen zeigte nämlich in einer gewissen Richtung Anomalien, die nur aus einem Mangel des Schliffes wenigstens einer der mitwirkenden Flächen herrühren konnten. Sehr kleine und selbst unbedeutende Fehler, sey es in der Reinigung oder im Contact oder in Unvollkommenheit der Krümmung der Gläser verathen sich sogleich durch eine Modification oder Uaregelmäfsigkeit unserer Fransen.

Es ist auch Knox, welcher auseinandersetzt, wie diese

Frausen vorkommen in den Durchschneidungen der Ringe eines ersten Systems mit einem andern, in welchen es eingreift, und besonders in den Durchschneidungen der hellen Ringe des ersten Systems mit den hellen des zweiten und der dunklen des ersten mit den dunklen des zweiten. Man muß dieß von den Maximis verstehen, d. h. von hellen Frausen mit farbigen Streifen. Unsere Minima dagegen finden sich an den Durchschnittpunkten der dunklen Ringe des ersten Systems mit den hellen des zweiten, und umgekehrt: daher das gezahnte Ansehen, welches sie zeigen, besonders näher am Mittelpunkt der Gläser. Die Minima erfordern eine ungerade, die Maxima eine gerade Anzahl von halben Undulationen zum Unterschied für die interferirenden Strahlen wie für die einander kreuzenden Ringe. Die Bemerkung also, durch welche Knox ihre Lage bestimmt, ist eine unmittelbare und ganz natürliche Folgerung aus unserer Theorie.

Deventer, 8. August 1863.

IV. *Neue Methode, den Brechungsindex von Flüssigkeiten zu messen; von Ch. Montigny.*

(Aus d. *Bull. de l'acad. roy. de Belgique Ser. II, T. XVIII*
vom Hrn. Verf. übersandt.)

Die Wirkung der Gase und Flüssigkeiten auf das sie durchdringende Licht hängt nur von der Natur dieser Substanzen ab, weil der Einfluß der Structur sich im flüssigen Zustande, eliminirt findet; es ist daher nützlich die Beobachtungsmittel zu vervielfältigen, welche gestatten die Wirkungsweise der flüssigen und gasigen Substanzen auf das Licht zu studiren. Aus diesem Grunde beehre ich mich, der Akademie eine Methode zur Messung der Lichtbrechung der Flüssigkeiten vorzulegen, welche ich für neu halte.

Das Verfahren hat zunächst den Vorzug, daß es den Lichtstrahl aus der freien Oberfläche der Flüssigkeit in die