nigsberg angestellt, und hatte mich dabei häufig des gütigen Rathes meines hochverehrten Lehrers des Hrn. Prof. Neumann zu erfreuen, wofür ich ihm hiermit meinen Dank ausspreche.

II. *Ueber die Beziehungen des im Eisenkern der Elektromagnete erregten Magnetismus zu den Dimensionen des Magnetkernes; von Dr. J. Dub.*

Lenz und Jacobi waren die Ersten, welche systematisch den Einfluß der Dimensionen des Eisenkernes eines Elektromagneten auf seine magnetische Intensität untersuchten. Die erhaltenen Resultate sind im 61. Bande dieser Annalen S. 254 und 448 u. f. dargelegt, und werden in nachstehenden vier Theilen abgehandelt:

1. *»Welchen Einfluß hat die Dicke des Eisenkerns auf den in ihm erregten Magnetismus?«¹⁾*

2. *»Ueber den freien Magnetismus der Endflächen elektromagnetisch erregter Eisenstangen von gleichem Durchmesser aber ungleicher Länge«²⁾.*

3. *Ueber die Vertheilung des magnetischen Fluidums in Eisenstangen, die der ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind«³⁾.*

4. *»Ueber die magnetische Vertheilung in Eisencylindern, die nicht ihrer ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind«⁴⁾.*

Nach dieser Zeit sind von mehreren Physikern Versuche veröffentlicht, welche die von Lenz und Jacobi in der oben genannten Abhandlung aufgestellten Sätze nicht, oder doch nur theilweise bestätigen.

1) Diese Annalen Bd. 61, S. 255.

2) Ib. S. 265.

3) Ib. S. 275.

4) Ib. S. 459.

Dieser Widerspruch, in welchem mehrere von Lenz und Jacobi ausgesprochenen Sätze mit anderen Versuchen stehen, hat meist nicht seinen Grund in den von ihnen angestellten Versuchen, die stets mit anderen Beobachtungen übereinstimmende Resultate liefern, sondern in den Schlüssen, welche sie aus denselben ziehen. Schon in meiner letzten Abhandlung im 102. Bande dieser Annalen habe ich gezeigt, daß in dem zweiten von Lenz und Jacobi behandelten Abschnitte: »Ueber den freien Magnetismus der Endflächen elektromagnetisch erregter Eisenstangen von gleichem Durchmesser aber ungleicher Länge«, eine Methode angewandt ist, welche nicht das Mittel bietet, den freien Magnetismus zu beurtheilen. Lenz und Jacobi sagen nämlich zur Begründung ihrer Methode ¹⁾: »Wenn man an einen Magnetstab einen Anker von weichem Eisen anlegt, ein Fall, der übrigens in der Praxis am häufigsten vorkommt, so können wir annehmen, daß die Menge der zerlegten magnetischen Materie, oder der totale Magnetismus, der in diesem weichen Eisen entwickelt wird, proportional ist dem freien Magnetismus der Stelle des Magnetstabes, an welche der Anker angelegt worden. Diese Annahme ist einfach und dürfte wohl kaum einen Widerspruch erfahren, denn da die Umstände in allen Fällen gleich sind, so kann von jeder Art und Weise der Vertheilung im weichen Eisen abstrahirt werden; ja selbst wenn der freie Magnetismus der berührten Stelle des Stabes durch das Anlegen des Ankers modificirt werden sollte, so kann bei einer solchen Modification der ursprüngliche freie Magnetismus nicht gut anders als in Form eines constanten Factors auftreten. Denkt man sich nun ein solches weiches Eisen (Anker) von einer Inductionsspirale umgeben, so wird im Augenblicke des Abreißens ein Inductionsstrom entstehen, welcher dem verschwindenden totalen entwickelten Magnetismus, und also auch dem freien Magnetismus der berührten Stelle proportional seyn muß.«

1) Diese Annalen Bd. 61, S. 265.

Die aus meinen Versuchen gefundenen Resultate haben gelehrt, dafs dieser Schlufs nicht richtig ist. Ich habe gezeigt, und die folgenden Auseinandersetzungen werden diefs in ein noch helleres Licht stellen, dafs, während der freie Magnetismus den Wurzeln der Stablängen proportional ist, ein und derselbe Anker, wenn er kürzer ist als die angewandten Magnete, doch immer mit derselben Kraft gehalten wird. Der Grund hiervon liegt, wie wir später noch genauer sehen werden, in der Vertheilung des erregten Magnetismus durch die Gesamtlänge des Stabes *mit* seinem Anker, und wir können deshalb nicht die Ansicht von Lenz und Jacobi theilen, dafs »die Umstände in allen Fällen gleich sind«, obschon die Vertheilung im weichen Eisen (Anker) dieselbe ist. Schon aus meiner Untersuchung über die Wirkung der Länge der Magnete in Bezug auf die Tragkraft und Anziehung ¹⁾ geht hervor: »Mit der zunehmenden Länge der Magnete ändert sich die magnetische Vertheilung in der Weise, dafs, trotz der wachsenden Totalintensität, die Intensität der vom Ende gleichweit entfernten Querschnitte dieselbe ist«. Es bleibt deshalb bei allen Magneten in demselben Anker derselbe erregte Magnetismus, ohne dafs man deshalb auf dieselbe Intensität des freien Magnetismus der Endflächen verschiedener Magnete schließen dürfte. Da Lenz und Jacobi diefs thun, so mußten die von ihnen extrahirten Sätze im Widerspruch mit den Erscheinungen stehen, auf welche sie Anwendung finden sollten.

In der vorliegenden Darlegung habe ich einerseits zu zeigen gesucht, dafs die in den Abschnitten No. 1 und 3 der Abhandlung von Lenz und Jacobi angeführten Versuche im vollkommensten Einklange mit den von mir aufgestellten Gesetzen stehen, andererseits habe ich aus denselben Schlüsse gezogen, die auf bisher noch unbekannte Gesetze führen.

1) Diese Annalen Bd 102, S. 220.

I. Der Durchmesser der Elektromagnete.

In Bezug auf den Einfluß, welchen der Durchmesser des Kernes auf den Magnetismus des Elektromagneten übt, erscheinen mir die vorhandenen Untersuchungen ausreichend, um endgültig über diese Frage entscheiden zu können.

Im Jahre 1849 stellte Müller in Freyburg im Widerspruch mit der Behauptung von Lenz und Jacobi, daß der Magnetismus dem Durchmesser des Stabes proportional sey, den Satz auf:

»So weit man den Stabmagnetismus der Stromstärke proportional setzen kann, ist der durch gleiche Ströme in verschiedenen Eisenstäben erzeugte Magnetismus der Quadratwurzel aus dem Stabdurchmesser proportional«¹⁾.

Dem entgegen behauptete v. Feilitzsch in Greifswald, daß die Magnetismen den Umfängen (also den Durchmessern) der cylindrischen Eisenkerne proportional sind²⁾.

Im Jahre 1851 veröffentlichte Hankel in Leipzig Versuche, aus denen, wie ich früher gezeigt³⁾, hervorgeht, daß der freie Magnetismus den Wurzeln der Durchmesser der Eisenkerne proportional ist⁴⁾.

Zu dem letzteren Resultat bin auch ich durch Versuche gelangt, in denen ich die fragliche Wirkung des Kernes nach mehreren Methoden prüfte⁵⁾.

Alle Versuche, welche Lenz und Jacobi in Bezug auf den Eisenkern in den vorn genannten Abschnitten besprechen, werden mittelst der Inductionsspirale unternommen, weil diese Physiker der Meinung sind, daß sie das einzige Mittel sey um zu genügenden Resultaten zu gelangen. Sie sagen bei der Untersuchung des Durchmessers der Magnetkerne: »Es wäre nun wohl wünschenswerth gewesen, auch den freien Magnetismus der Endflächen dieser Eisenstangen von verschiedenem Durchmesser untersuchen und vergleichen zu

1) Bericht über die neusten Fortsch. d. Physik S. 498.

2) Diese Annal. Bd. 80, S. 327.

3) Diese Annal. Bd. 90, S. 255.

4) Bericht der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig 1851 S. 96 u. f.

5) Diese Annal. Bd. 90, S. 248 und 441.

können. Indessen setzten sich allen den bekannten Methoden, welche bei solchen Untersuchungen angewendet werden könnten, so viele materielle Schwierigkeiten entgegen, daß kaum mit einiger Sicherheit genaue Resultate erwartet werden können¹⁾.

Ihre Untersuchungen sind in der Weise angestellt, daß der Eisenkern mit einer Inductionsspirale und über derselben mit einer galvanischen Spirale umgeben wird. Sobald nun mittelst des galvanischen Stromes in dem Eisen Magnetismus erregt wird, so ruft dieser in jeder einzelnen Schicht des Magneten *erregte* Magnetismus, beim Verschwinden einen Inductionsstrom in der denselben umgebenden Inductionsspirale hervor. In Bezug auf diesen Strom sagen Lenz und Jacobi, *»daß dieser inducirte Strom, welcher durch das Verschwinden des Magnetismus im Eisenkern entsteht, diesem Magnetismus selbst proportional sey, ist die Voraussetzung, worauf unser ganzes Verfahren basirt ist²⁾.*

Sie sagen ferner: *»Da wir annehmen können, daß die totalen Quantitäten des entwickelten Magnetismus, die wir gemessen haben, auch auf der Oberfläche unserer Cylinder gleichartig verbreitet sind, so daß jedes Element der Oberfläche, das von der Grundfläche gleich weit entfernt ist, auch einen gleichen Magnetismus besitzt, so ist kein Grund vorhanden, warum nicht am Umfange dieser Grundflächen dasselbe stattfinden müsse. Wir können hierbei ganz von der Art und Weise der Vertheilung abstrahiren, welche der Länge nach stattfindet, und da diese bei allen Cylindern gleich ist, auch annehmen, daß der freie Magnetismus der Ränder sich gleichfalls wie deren Durchmesser verhalten werde³⁾.*

Da meine Untersuchungen diesem Satze widersprachen und ich voraussetzte, daß Lenz und Jacobi aus ihren Versuchsergebnissen die richtigen Folgerungen gezogen hätten, so habe ich in früheren Abhandlungen mehrmals gegen die

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 263.

2) Diese Annal. Bd. 43, S. 230.

3) Diese Annal. Bd. 61, S. 263.

obige Voraussetzung, daß der freie Magnetismus dem durch die ganze Masse des Kerns *erregten* Magnetismus proportional sey, Zweifel erhoben. Allein da ich mich jetzt bei andern Untersuchungen überzeugt habe, daß diese Proportionalität wirklich stattfindet, und der von mir gefundene Satz, daß der freie Magnetismus sich wie die Wurzeln der Durchmesser der Eisenkerne verhalte, doch unzweifelhaft richtig sey: so fand ich mich veranlaßt, zunächst die Versuchsergebnisse, welche Lenz und Jacobi in Bezug auf die Durchmesser der Magnetkerne angestellt haben, einer näheren Prüfung zu unterwerfen, welche ich denn hiermit der Beurtheilung der Physiker übergebe.

Um die Wirkung des Durchmessers verschiedener Magnetkerne zu prüfen, nahmen Lenz und Jacobi 10 Eisenkerne von einem Fufs Länge, deren Durchmesser $\frac{1}{6}$ ", $\frac{1}{3}$ ", $\frac{1}{2}$ ", $\frac{2}{3}$ ", $\frac{4}{6}$ ", 1", $1\frac{1}{2}$ ", 2", $2\frac{1}{2}$ ", 3" waren, so daß also das Verhältniß der Durchmesser durch die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 18 dargestellt ist. Für diese verschiedenen Kerne fanden sie das nachstehende Verhältniß des in jedem *cæteris paribus* erregten Magnetismus. Sie stellen mit demselben zwei verschiedene Versuche an, indem sie sie einmal in eine Spirale einführen, welche die Weite von 3" hat, und das andere Mal die Spirale jeden Kern eng umschließen lassen. Da nach dem eigenen Ausspruche der Experimentatoren die Weite der Windungen nicht ohne Einfluß ist ¹⁾, so habe ich hier nur die zweite Reihe, als die genauere, der Prüfung unterworfen.

I.

Durchmesser der Kerne d	Erregter Magnetismus m	$\frac{m}{d}$	$\frac{m}{\sqrt{d}}$
(1	6,244	6,244	6,244)
2	13,603	6,802	9,596
3	16,735	5,578	9,662
4	20,620	5,155	10,310
5	22,841	4,568	10,214

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 260.

Durchmesser der Kerne d	Erregter Magnetismus m	$\frac{m}{d}$	$\frac{m}{\sqrt{d}}$
6	24,914	4,152	9,492
9	31,803	3,534	10,001
12	40,946	3,412	11,820
15	49,127	3,275	12,684
18	55,558	3,087	13,092

Die dritte Colonne dieser Reihe giebt das Verhältniß des Magnetismus zu den Durchmessern, die vierte das zu den Wurzeln der Durchmesser der Kerne. Der erste Blick zeigt, daß die hier aufgeführte Reihe für das Verhältniß zu den *Wurzeln* der Durchmesser genauer paßt als das zu den Durchmessern selbst.

Lenz und Jacobi lassen bei ihren Berechnungen den Versuch mit dem $\frac{1}{6}$ " dicken Stab aufser Acht und zwar mit Recht, denn bei ihm kann nur schon eingetretene Sättigung die große Abweichung von den übrigen Resultaten hervorgerufen haben. Thun wir desgleichen und stellen die Differenzen der Verhältnisse zwischen dem $\frac{1}{3}$ " dicken Kerne und allen übrigen zusammen, so erhalten wir Folgendes:

	Differenzen der Reihe $\frac{m}{d}$	Differenzen der Reihe $\frac{m}{\sqrt{d}}$
2	0	0
3	+ 1,224	+ 0,066
4	+ 1,647	+ 0,714
5	+ 2,234	+ 0,618
6	+ 2,650	— 0,104
9	+ 3,268	+ 0,405
12	+ 3,390	+ 2,224
15	+ 3,527	+ 3,087
18	+ 3,715	+ 3,496

Während wir in der ersten Reihe eine regelmäßige Zunahme der Differenzen zwischen den Verhältnissen des Magnetismus zu dem Durchmesser der Kerne beobachten, und zwar eine so bedeutende Zunahme daß das letzte Verhält-

nifs kleiner als die Hälfte des ersteren ist; finden wir bei dem anderen $\frac{m}{\sqrt{d}}$ bis zu $1\frac{1}{2}''$ Durchmesser fast völlige Gleichheit der Werthe. Wenn nun die Resultate mit den drei stärksten Magneten plötzlich abweichen, so muß man den Grund davon doch sicher in äußeren Umständen suchen. Allein selbst *diese* Abweichungen sind noch nicht so groß als sie die Differenzenreihe unter den Verhältnissen zu den Durchmessern zeigt. Es wird daher nach dieser Versuchsreihe von Lenz und Jacobi Niemand den Satz beanstanden, »dafs der in Eisenkernen von gleicher Länge aber verschiedenem Durchmesser erregte Magnetismus *nicht den Durchmessern*, sondern den Wurzeln derselben proportional ist«.

Da nun einige Versuche von Hankel ¹⁾ wie auch die meinigen ²⁾ zeigen, dafs sowohl der mittelst der Ablenkung der Magnetnadel als auch der durch die Anziehung einer Spirale gemessene *freie* Magnetismus den Wurzeln der Durchmesser proportional ist, so muß hiernach der *erregte* Magnetismus dem *freien* proportional seyn. Diesen Satz haben Lenz und Jacobi schon längst als richtig angenommen, allein der von ihnen aus ihren Versuchen entnommene Satz, dafs der erregte Magnetismus sich wie die Durchmesser der Magnetkerne verhalte, stand im Widerspruch mit dieser ihrer Annahme. Sie sagen nämlich ³⁾: »Wir können ganz von der Art und Weise der Vertheilung abstrahiren, welche der Länge nach stattfindet, und da diese bei allen Cylindern gleich ist, annehmen, dafs der freie Magnetismus der Ränder sich gleichfalls wie deren Durchmesser verhalten werden, so dafs also z. B. die Tragkräfte dieser Cylinder, wenn man einen Anker an ihre Grundflächen anlegt, sich *ebenfalls* wie die Durchmesser verhalten werden.«

Dieser letzte Schluss widerspricht aller Erfahrung. Alle Beobachtungen lehren, dafs, *wenn nicht ungeeignete Dimen-*

1) Bericht der Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig 1851 S. 96 u. f.

2) Diese Annal. Bd. 90, S. 259.

3) Diese Annal. Bd. 61, S. 264.

sionen der Anker die *Erscheinung ändern*, die Anziehung wie die Tragkraft im quadratischen Verhältniß zu dem freien Magnetismus stehen ¹⁾. Da nun aber Tragkraft und Anziehung sich ganz entschieden wie die Durchmesser verhalten, wenn man den entsprechenden Anker nimmt, so muß daraus schon zurück auf das Wurzelverhältniß des entsprechenden freien Magnetismus geschlossen werden.

Wie die Versuche von Lenz und Jacobi den von mir gefundenen Satz bestätigen, so verhält es sich auch mit den Versuchen von v. Feilitzsch ²⁾, nur entbehren diese Versuche, wohl in Folge der angewandten Methode, etwas mehr der Genauigkeit, wie wir sogleich sehen werden. Man muß bei ihnen erst noch die zum Theil von v. Feilitzsch selbst angegebenen Versuchsfehler mit in Rechnung ziehen, um zu dem richtigen Resultat zu gelangen. Dieser Experimentator prüft den *freien* Magnetismus der Magnetkerne von verschiedenem Durchmesser in der Weise, daß er der durch den Kern abgelenkten Magnetnadel von der entgegengesetzten Seite her einen Stahlmagneten so weit nähert, bis die Nadel wieder auf Null steht und aus der Entfernung, bis zu welcher er in jedem einzelnen Falle den Magneten nahe bringt, auf die Intensität des Elektromagneten schließt. Mittelst dieser Methode werden 6 Magnetkerne, deren Umfänge von 42,9^{mm} bis 94,9^{mm} wachsen, bei 6 verschiedenen Stromstärken, die von 0,11 bis 8,499 zunehmen, in Rücksicht auf ihren an den Polen freien Magnetismus geprüft.

Es ergaben sich die nachstehenden Werthe:

III.

Umfang d. Eisenkerne.	Magnetismus bei nachstehenden Stromstärken.					
	0,110	0,269	1,070	2,811	4,956	8,499
42,9 ^{mm}	0,150	0,383	1,555	4,138	7,429	12,194
54,9	0,182	0,465	1,806	4,848	8,715	14,470
67,6	0,216	0,540	2,129	5,656	10,226	16,891
79,2	0,247	0,618	2,397	6,424	11,585	18,850
90,7	0,276	0,690	2,693	7,339	13,003	21,259
94,8	0,285	0,717	2,792	7,471	13,399	21,956

1) Diese Annal. Bd. 90, S. 442.

2) Diese Annal. Bd. 80, S. 321.

In der nächsten Tabelle habe ich die hier angeführten Werthe des freien Magnetismus mit den Umfängen der Eisenkerne, welche das Verhältniß der Durchmesser angeben, dividirt. Der Einfachheit wegen sind die Commata weggelassen.

IV.

Verhältniß des Magnetismus zu den Durchmessern der Eisenkerne bei den verschiedenen Stromstärken.

Verhältn. d. Durchmesser.	Stromstärken.					
	0,110	0,269	1,070	2,811	4,956	8,499
42,9	3496	8928	3625	9646	1732	2842
54,9	3315	8470	3290	8836	1587	2636
67,6	3195	7988	3149	8367	1513	2499
79,2	3119	7803	3027	8111	1463	2380
90,7	3043	7670	2969	7981	1434	2344
94,9	3003	7555	2942	7878	1442	2314

V.

Verhältniß des Magnetismus zu den Quadratwurzeln der Kerndurchmesser bei verschiedenen Stromstärken.

Verhältn. d. Durchmesser.	Stromstärken.					
	0,110	0,269	1,070	2,811	4,956	8,499
42,9	2290	5847	2374	6318	1134	1862
54,9	2456	6276	2437	6543	1176	1954
67,6	2627	6568	2590	6879	1243	2054
79,2	2776	6944	2694	7218	1302	2118
90,7	2898	7245	2828	7601	1365	2232
94,9	2926	7360	2859	7669	1375	2254

In dieser zweiten Tabelle ist mit den Wurzeln der Umfänge in die einzelnen Werthe der früher angegebenen Magnetismen dividirt, und wir erhalten somit in diesen Zahlen das Verhältniß des Magnetismus zu den Quadratwurzeln der Durchmesser. Vergleichen wir diese Reihen mit den in der Tabelle IV erhaltenen, so sehen wir, das hier das Verhältniß durchschnittlich in demselben Grade *zunimmt* als es in jener *abnimmt*. Wir müssen also, wenn v. Feilitzsch sich für berechtigt hält, jene Abweichungen ver-

nachlässigen zu dürfen, dieß Recht ebenfalls in Bezug auf die Wurzeln in Anspruch nehmen. Allein es kommen noch zwei Punkte mit hinzu, welche es außer Zweifel setzen, daß auch die Versuche von v. Feilitzsch sich so genau, wie man es nur verlangen kann, dem Verhältniß der Wurzeln der Kerndurchmesser anpassen.

1. v. Feilitzsch sagt: »die Wiederholung dieses Theiles der Untersuchungen der HH. Lenz und Jacobi auf einem gänzlich verschiedenen Wege dürfte für den Umfang der Beobachtungen zur Genüge die Richtigkeit der ausgesprochenen Gesetze darthun, noch dazu, *wenn wir für größere Stromstärken eine Neigung zur magnetischen Sättigung statuiren wollen, die immer mehr hervortritt, je dünner die angewandten Eisenkerne sind.*«

Statuiren wir nun diese Sättigung, so müßten darnach, wenn wir dieselbe bei den Kernen von geringerem Durchmesser wegdenken, die dünneren Kerne etwas größere Werthe für den freien Magnetismus zeigen, als sie v. Feilitzsch gefunden hat. Alsdann würden aber die Verhältniszahlen bei den dünneren Kernen in den beiden Tabellen IV und V größer werden, als sie die Rechnung ergeben hat, d. h. in IV würde das Verhältniß des freien Magnetismus zum Durchmesser der Kerne noch abweichender erscheinen, während in V das Verhältniß zu den Wurzeln der Kerndurchmesser sich constanter herausstellen müßte.

2. v. Feilitzsch hat zur Erzeugung des Magnetismus in den Kernen von verschiedenem Durchmesser ein und dieselbe Spirale von 40^{mm} innerem Durchmesser angewandt und sagt in Bezug hierauf: »daß die Weite der Windungen der Spirale ohne Einfluß auf den in einem Eisenkerne zu erzeugenden Magnetismus ist, haben die HH. Lenz und Jacobi in den citirten Abhandlungen erörtert.« In Bezug hierauf treten aber doch Beschränkungen ein, welche in dem vorliegenden Falle durchaus nicht vernachlässigt werden dürfen; denn in der erwähnten Abhandlung von Lenz und Jacobi ¹⁾ finden dieselben mit 6 Spiralen von

1) Diese Annalen Bd. 47, S. 248 u. f.

I	II	III	IV	V	VI	
2"	2",3	2",6	2",9	3",3	3",7	Durchmesser

welche also nicht einmal um das Doppelte an Weite von einander verschieden sind als erregten Magnetismus mit der

Spirale	Erregter Magnetismus
I	0,133
II	0,131
III	0,129
IV	0,125
V	0,121
VI	0,122

Sie sagen: »Aus dieser Tabelle ersieht man, daß die im Eisen erzeugten Magnetismen ein wenig an Kraft abnehmen, je weiter die Spiralen von dem Eisen entfernt sind.«

Im vorliegenden Falle würde eine doppelt so weite Spirale als die No. I etwa um ein Zehntel weniger Magnetismus in demselben Kerne erzeugt haben als diese.

Auf S. 261 sagen Lenz und Jacobi:

»Es ergibt sich aus den obigen Betrachtungen, daß die geringen Unterschiede, welche durch den weiteren Abstand vom Eisenkern entstehen, *für die Praxis eigentlich* vernachlässigt werden können, und daß vom Gesetze, daß bei gleichen Strömen die Weite der Windungen für die Magnetisirung von keinem Einflusse ist, desto weniger abgewichen werden wird, *je länger der Eisenkern im Verhältnisse zur Länge der Spirale ist, und je mehr man die äußern Windungen von den Enden zurückzieht*, die Umwicklung also ungefähr nach der folgenden Figur einrichtet.« Die nach besagter Figur gezeichnete Einrichtung ist aber die nachstehende:

Dieser Art ist nun aber keineswegs die Einrichtung der Elektromagnete von v. Feilitzsch. Die von ihm angewandte Spirale hatte 102^{mm} Länge, nämlich $2a$ und $a=51^{\text{mm}}$ während die Länge der Eisenkerne 110^{mm} betrug. Die Eisenkerne ragten bei ihm also nur 4^{mm}, mithin nur um $\frac{1}{10}$ der ganzen Kernlänge auf jeder Seite aus der Spirale hervor.

Hiernach sind also die von v. Feilitzsch erhaltenen Magnetismen der schwächeren Magnetkerne auch aus diesem Grunde zu klein. Nehmen wir an, daß auch hier bei dem halb so starken Kerne der Magnetismus um $\frac{1}{10}$ seiner Intensität vermehrt werden müßte, so gelangen wir durch Summirung der beiden genannten Fehlerquellen zu Werthen, deren Verhältnisse von denen der Wurzeln der Kerndurchmesser zu einander nur noch wenig abweichen würden, die wenigstens diesen viel näher stehen müssen als denen der Durchmesser, bei welchen sich durch Hinzufügung der genannten Fehlerwerthe die Verhältnisse in gleichem Maasse noch erweitern, als sie sich bei jenen mehr einem constanten Werthe nähern.

In Folge dieser Auseinandersetzung halte ich mich für berechtigt, auch nach den Untersuchungen von Lenz und Jacobi, wie nach denen von v. Feilitzsch in Uebereinstimmung mit den von mir früher angestellten den Satz auszusprechen:

»Der in Eisengliedern von gleicher Länge erregte Magnetismus, so wie der freie Magnetismus der Endflächen derselben, ist den Wurzeln der Durchmesser dieser Cylinder proportional.«

Bevor ich die Besprechung des Verhältnisses des freien Magnetismus zum Kerndurchmesser der Magnete schliesse, sehe ich mich genöthigt, noch einmal auf die von mir in dieser Hinsicht angestellten Versuche zurückzukommen. In der vor Kurzem erschienenen dritten Lieferung der allgemeinen Encyclopädie der Physik von Karsten giebt v. Feilitzsch in seiner Abhandlung über Elektromagnetismus §. 16, S. 111 eine Darlegung meiner Versuche, der ich nicht in allen Punkten beistimmen kann.

Die Wirkung des Kerndurchmessers in Bezug auf den freien Magnetismus ist von mir mittelst zweier Methoden geprüft¹⁾. Einmal wurde die Ablenkung beobachtet, welche eine kleine Declinationsnadel durch einen senkrecht auf ihrer Richtung stehenden Elektromagneten erleidet, und zweitens wurde die Kraft geprüft, mit welcher Stäbe von verschiedenem Durchmesser in eine vom galvanischen Strome durchflossene Spirale hineingezogen wurden. In Bezug auf diese Untersuchung sagt nun v. Feilitzsch:

»Es ist, wie noch bei einer späteren Gelegenheit nachgewiesen wird, die Kraft, mit welcher unter diesen Umständen der Eisenkern in die Spirale hineingezogen wird, dem »Quadrat« des in demselben frei gewordenen Magnetismus proportional. Diese Kraft kann aber an der Waage durch aufgelegte Gewichte gemessen werden. Ist nun der freie Magnetismus der Quadratwurzel aus dem Kerndurchmesser proportional, so wird jene durch Gewichte ausgedrückte Kraft diesen Durchmessern einfach proportional seyn müssen. Demgemäß müßten also die ausgezogenen Linien (welche v. Feilitzsch nach meinen Versuchen daneben gezeichnet hat) »Parabelbogen« und die punktirten Linien Geraden entsprechen. Diefes tritt aber nicht hervor. Ebenso zeigen auch die in der Originalabhandlung berechneten Quotienten aus den beobachteten Wirkungen, respective durch die Quadratwurzeln der Stabdurchmesser, oder im zweiten Falle durch die Durchmesser selbst, eine regelmäßige Zunahme, anstatt constanten Größen zu entsprechen, zum Beweise, daß die Magnetismen in größerem Verhältnisse wachsen, als die Quadratwurzeln an den Stabdurchmessern.«

v. Feilitzsch zieht daher aus diesen Resultaten den Schluß:

»Die durch gleiche Ströme in verschiedenen dicken cylindrischen Eisenstäben von gleicher Länge hervorgerufenen Quantitäten und Momente des Magnetismus wachsen in geringerem Verhältnisse als die Durchmesser, aber in größerm als die Quadratwurzeln derselben.«

1) Diese Annal. Bd. 90, S. 250.

In Bezug auf diesen letzten Satz läßt v. Feilitzsch aufser Acht, daß ich nach Aufführung meiner Versuchsergebnisse im 90. Bande dieser Annalen S. 258 sage, die durch Division der Wurzeln der Durchmesser in die beobachteten Werthe erhaltenen Quotienten können deshalb nicht als gleich erwartet werden, weil zu den verschiedenen Kernen dieselbe Spirale angewandt wurde, so daß aus diesem Grunde die Wirkung der dünnern Stäbe geringer werden mußte, als wenn die Spirale jeden einzelnen Kern eng umschlossen hätte. Dieselbe Ursache hat denn auch das Factum, daß die von v. Feilitzsch nach meinen Versuchen gezeichneten Linien nicht Parabelbogen erkennen lassen. Bei den vorangegangenen Versuchen Bd. 90, S. 254 hatte ich jedoch schon gezeigt, daß wirklich das genaue Verhältniß zwischen den Wurzeln der Kerndurchmesser und dem freien Magnetismus eintritt, sobald Spiralen angewandt werden, die die Kerne genau umschließen. Gewiß wird Niemand bezweifeln, daß die freien Magnetismen zweier gleich langer Magnete, deren Durchmesser 1" und 2" sind, sich wie die Quadratwurzeln dieser Durchmesser verhalten, wenn die durch Division dieser Wurzeln in die beobachteten freien Magnetismen erhaltenen Quotienten sich als 0,473 und 0,477 ergeben. — Die in den von v. Feilitzsch angegebenen Fällen *nicht constanten* Quotienten berechtigen daher nicht zu dem Schluß, daß der freie Magnetismus der untersuchten Stäbe in größerem Verhältniß als die Quadratwurzeln der Durchmesser stehe, sondern vielmehr daß durch eine den Kern nicht eng umschließende Spirale etwas von der magnetisirenden Wirkung derselben verloren gehe.

Was nun ferner das Gesetz betrifft, nach welchem die genannten Quotienten zu berechnen sind, so muß ich bemerken, daß die Kraft, mit der Eisenkerne von verschiedenem Durchmesser in eine galvanische Spirale hineingezogen werden, nicht dem *Quadrate* des freien Magnetismus in diesen Kernen, wie v. Feilitzsch sagt, sondern dem freien Magnetismus selbst proportional ist. Der Grund hiervon

geht aus der Erklärung hervor, welche v. Feilitzsch nach Joule's Auseinandersetzung in der Encyclopädie §. 19, S. 145 über den Grund der Proportionalität der Anziehung zum *Quadrate der Stromstärke* giebt. Sind nämlich die einander anziehenden Theile der Art, daß sie sich wechselseitig verstärken, so daß mit dem Wachsen der Kraft in dem einen Theile nothwendig eine Steigerung in dem anderen verbunden ist, so muß die Anziehung dem *Quadrate* der wirkenden Kraft proportional seyn. Läßt man also einen Magneten ein Stück weiches Eisen anziehen, so wird mit der Steigerung der Kraft des Magneten auch der Magnetismus des Ankers in demselben Maasse gesteigert, und die Anziehung muß alsdann im quadratischen Verhältnisse wachsen. Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn man in einer Spirale den Strom verstärkt und diese einen Stab in sich hineinziehen läßt, weil mit der Steigerung des Stromes auch ein stärkerer Magnetismus in dem Stabe hervorgerufen wird. Nicht so verhält es sich dagegen, wenn eine vom galvanischen Strome durchflossene Spirale *unverändert* bleibt und man sie auf Eisenstäbe von verschiedenem Durchmesser wirken läßt. In diesem Falle wird durch einen und denselben Strom in den dickeren Stäben wegen der größeren Eisenmasse *mehr* Magnetismus erregt; allein die größere Kraft kann nicht verstärkend auf den anderen Theil, die wirkende Spirale, in der Weise zurückwirken, daß auch diese verstärkt würde. Deshalb kann in diesem Falle die Kraftäußerung dem in verschiedenen Kernen entwickelten freien Magnetismus nur *einfach* proportional seyn. Eben aus diesem Grunde habe ich diese Methode zur Untersuchung der Wirkung des Stabdurchmessers gewählt. Die erhaltenen Gewichte geben *direct* den freien Magnetismus der angewandten Stäbe, und die constanten Quotienten werden durch Division mit den *Wurzeln* der Durchmesser in die Gewichte erhalten.

II. Ueber die Vertheilung des Magnetismus in Eisenstangen, die der ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind.

In dem mit gleicher Ueberschrift versehenen Kapitel der Untersuchungen von Lenz und Jacobi führen dieselben Versuche mit 7 Eisencylindern an, welche $1\frac{3}{4}$ " Durchmesser und 1' bis 4' Länge hatten. Diese waren alle ihrer ganzen Länge nach mit der galvanischen Spirale bedeckt, so daß die Zahl der Windungen mit der Länge wuchs. Ueber dieser Spirale wurde dann eine einen Zoll lange Inductionsspirale mit 123 Windungen von Zoll zu Zoll weiter geschoben und der, an jeder Stelle des Magneten in derselben bei Unterbrechung des Stromes durch den verschwindenden Magnetismus erregte Inductionsstrom gemessen. In Bezug hierauf sagen die Experimentatoren ¹⁾:

»Denken wir uns einen, entweder ganz oder nur zum Theil mit elektromagnetischen Spiralen bedeckten Eisenkern, der Länge nach senkrecht auf die Axe, in Schichten getheilt, so wird die totale Quantität des zerlegten magnetischen Fluidums der Summe der in den einzelnen Schichten zerlegten Magnetismen gleich seyn. Es kommen also die derartigen Untersuchungen auf die Frage zurück über die wahre Vertheilung des Magnetismus in einem Elektromagneten, und auf die Quadratur der dem Gesetze dieser Vertheilung entsprechenden Curve«. Sie fahren dann fort: »Es giebt, wie wir glauben, nur ein Mittel, diesen Zustand kennen zu lernen und wirklich zu messen, und dieses bietet unsere bisherige Anwendung der Inductionsströme dar, die wir erhalten, wenn wir das magnetische Gleichgewicht der Spannung aufheben und durch Unterbrechung des galvanischen Stromes den Magnetismus verschwinden lassen. Wir nehmen an, und unsere bisherigen Versuche haben uns dazu berechtigt, *daß der gemessene Inductionsstrom proportional ist der ganzen Quantität des magnetischen Fluidums, welches an dieser, unmittelbar unter der Inductionsspirale befindlichen Schicht zerlegt ist.* Wir können aber nicht mit

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 271.

Stillschweigen übergehen, daß wir uns auch davon überzeugt haben, wie der Einfluß, den die benachbarten Schichten auf die Inductionsspirale ausüben, zwar existirt, aber, da die Erregung bei geringer Dicke der Umwicklung nur unter einem spitzen Winkel stattfindet, so gering ist, daß er bei unseren Untersuchungen vorläufig außer Acht gelassen werden durfte. Von den verschiedenen hierüber angestellten Versuchen wollen wir nur anführen, daß, als wir eine mit 88 Windungen bedeckte Inductionsspirale in der Verlängerung einer $2\frac{1}{2}'$ langen, äußerst stark magnetisirten Eisenstange dicht an den Pol derselben anlegten, wir nur $0^{\circ},6$ Ablenkung am Inductionsmultiplicator erhielten.“

Ob Lenz und Jacobi diesen unter einem schiefen Winkel wirkenden Inductionsstrom auf die Spirale vernachlässigen dürfen oder nicht, hängt nach meiner Meinung nicht allein von der GröÙe der Wirkung ab, welche seitwärts auf die Spirale ausgeübt wird, sondern es kommt besonders auch darauf an, ob die Wirkung von beiden Seiten dieselbe ist. In Bezug auf die Stärke, mit der die Seitenwirkung außerhalb der Spirale vorhanden ist, muß bemerkt werden, daß eine Wirkung des einen Pols auf die vor ihm angebrachte Inductionsspirale von $0^{\circ},6$ keinesweges unbedeutend genannt werden kann. Die Messung nämlich, welche von Lenz und Jacobi mit dem $2,5'$ langen Eisenstabe angestellt ist ¹⁾, ergiebt, wenn die $1'$ lange Spirale sich am Ende desselben befindet $3^{\circ},16$ Ablenkung am Multiplicator, während derselbe Stab in der auf seiner Mitte befindlichen Spirale einen Inductionsstrom von $16^{\circ},67$ Ablenkung, also das 5 fache von dem am Rande hervorrief. Der $4'$ lange Stab ergab am Ende fast 4° , während er in seiner Mitte $31^{\circ},8$ also das 8 fache zeigte. Da wir nun annehmen müssen, daß die Seitenwirkung proportional der Totalwirkung auf die Inductionsspirale zunimmt, und da ferner die Seitenwirkungen von beiden Seiten der Spirale sich summiren, so müßte also bei diesem letzten Stabe die Seitenwirkung auf seiner Mitte sich auf $2 \cdot 8 \cdot 0^{\circ},6 = 9^{\circ},6$ belaufen und

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 280.

mithin für die rechtwinklige Wirkung nur 22° übrig bleiben, während die Maximumwirkung des $1\frac{1}{2}'$ langen Stabes nach Abzug der Seitenwirkung $10^\circ,67$ ergäbe.

Allein diese Unterschiede würden die Art der Curve, welche die Steigerung des erregten Magnetismus vom Ende bis zur Mitte eines Stabes darstellt, nicht ändern, sobald sie proportional nach der Mitte hin zunehmen. Bedenkt man nun aber, daß die Wirkung, welche auf die Inductionsspirale stattfindet, weder von beiden Seiten auf der Länge der Spirale noch von außen her gleich ist, oder daß diese Gleichheit doch nur in der Maximumstellung, d. h. in der Mitte des Stabes, vorhanden ist; so wird die Gröfse der Wirkung zu beiden Seiten des mittleren Querschnitts der Spirale von nicht geringer Bedeutung. Lenz und Jacobi haben nämlich bei ihren Messungen angenommen, daß der in den auf einen Zoll ausgedehnten Windungen der Spirale erregte Inductionsstrom angesehen werden könnte wie ein Strom, welcher in dem durch die Mitte der Spirale gehenden Querschnitt des Eisenstabes erregt wird. Sie messen daher immer die Entfernung von der Mitte des Stabes bis zur Mitte der Spirale. Nun wird man aber einsehen, daß die Lage der Resultante aller Ströme um so mehr aus der Mitte der Spirale heraustritt, je verschiedener die Wirkungen von beiden Seiten dieses mittleren Querschnitts sind und je weiter die Inductionsspirale ist, da es ja für eine unverhältnißmäfsig weite Spirale gleichgültig werden müfste, ob dieselbe sich am Ende oder in der Mitte befände.

Da nun einerseits die Spirale erst über der galvanischen Kern umgiebt und auferdem an manchen Punkten der erregte Magnetismus von einem Zoll zum andern fast um das Doppelte zunimmt; so wird man einsehen, daß die angegebenen Werthe für den an verschiedenen Punkten des Kernes erregten Magnetismus nur für die Maximumstellung der Spirale ganz zuverlässig seyn können und an den andern Punkten mehr oder weniger der Mitte näher liegen müssen.

Wir haben vorn gesehen, daß in Bezug auf den Durch-

messer der freie Magnetismus der Endflächen eines Stabes, dem in der ganzen Ausdehnung des Stabes durch den galvanischen Strom erregten Magnetismus proportional ist. Dasselbe gilt, wie wir sehen werden, auch von dem Verhältniß dieser beiden Wirkungen in Bezug auf die Länge eines Magnetkerns; allein wir können daraus keine Schlüsse auf die Tragkraft und Anziehung dieses Stabes machen. Man kann nämlich nicht sagen, daß, wenn man einen Anker an den Magneten legt, nun der freie Magnetismus hier thätig sey. Sobald der Pol durch den Anker armirt wird, ist eben an dieser Stelle kein freier Magnetismus vorhanden. Meine Untersuchungen haben gezeigt, daß man sich Anker und Magnet wie ein Continuum denken müsse, in welchem dann der *erregte* Magnetismus die Anziehung in jedem einzelnen Querschnitte bedingt. Hieraus liefs sich schließen, daß wohl die in jedem Querschnitte eines Stabes vorhandene Intensität des *erregten* Magnetismus das Verhältniß zu der Anziehung herausstellen werde.

Prüfen wir zunächst die Richtigkeit dieses Schlusses für den Fall, in welchem der mittelst der Inductionsspirale gemessene Strom sicher die Intensität des erregten Magnetismus des gemessenen Querschnitts des Magnetstabes angiebt. Dieß findet statt, wenn die Inductionsspirale in der Mitte des Stabes sich befindet. Hierzu bieten die von mir angestellten Messungen über die Kraft, mit welcher sich zwei gleich lange Stäbe halten, Gelegenheit. Ich habe gefunden:

Die Tragkraft und Anziehung zweier gleich langer Magnetstäbe oder eines Magnetstabes und eines ihm gleichen Ankers sind der Länge dieser Stäbe proportional.

Aus diesem Grunde müßte nach dem Vorhergehenden der in der Mitte von Stäben *erregte* Magnetismus den *Wurzeln* der Längen proportional seyn, wenn sämmtliche Stäbe ihrer ganzen Länge nach mit derselben Anzahl von Windungen der galvanischen Spirale bedeckt sind.

Die von Lenz und Jacobi angestellten Messungen mit verschieden langen Stäben von 1' bis 4' Länge tragen bekanntlich nicht alle dieselbe Anzahl von Spiralwindungen.

Da sie jedoch ihrer ganzen Länge nach mit der Spirale bedeckt sind und die Zahl der Windungen der Länge proportional wächst, so muß, weil der Magnetismus der Windungszahl proportional ist ¹⁾, eine Division der Werthe, welche die Intensität des erregten Magnetismus im Maximum angiebt, durch die Länge der Stäbe, den erregten Magnetismus feststellen, den mit gleicher Windungszahl bedeckte Stäbe von verschiedener Länge in ihrer Mitte zeigen.

VII.

Der in der Mitte von Stäben verschiedener Länge erregte Magnetismus.

Länge der Stäbe= l	Magnetismus = M	$\frac{M}{l}$	$\frac{M}{l\sqrt{l}}$
1'	0,07171	0,07171	0,07171
1 $\frac{1}{2}$ '	0,13485	0,08990	0,07340
2'	0,20811	0,10405	0,07357
2 $\frac{1}{2}$ '	0,28736	0,11494	0,07267
3'	0,36785	0,12261	0,07079
3 $\frac{1}{2}$ '	0,43471	0,12420	0,06639
4'	0,52690	0,13172	0,06536

Während in dieser Tabelle die zweite Colonne den von Lenz und Jacobi an den verschiedenen Stäben in der Mitte derselben erregten Magnetismus darstellt, giebt die dritte Colonne das Verhältniß der Magnetismen besagter Stäbe, wenn deren jeder seiner ganzen Länge nach mit derselben Windungszahl bedeckt wäre. Die vierte Colonne endlich giebt die Verhältnisse zu den Wurzeln der Länge der Magnete. Ein Blick auf diese Reihe läßt erkennen, daß die gefundenen Werthe nicht mehr von einander abweichen als auf die Versuchsfehler gerechnet werden muß.

Sie zeigt mithin den wichtigen Satz: *Der in der Mitte eines Stabes erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel aus der Länge des Stabes proportional.*

Da ich nun früher gefunden, *daß Tragkraft und Anziehung eines in der Mitte durchschnittenen Magneten der Länge proportional sind*, so folgt daraus:

1) Diese Annal. Bd. 47, S. 254.

»Die Tragkraft und Anziehung eines in der Mitte durchschnittenen Magnetstabes sind dem Quadrate des an dieser Stelle erregten Magnetismus proportional«.

Wie vorn erwähnt, sind von Lenz und Jacobi an den 7 Eisenstäben Messungen an jedem Punkte derselben vom Ende bis zur Mitte angestellt. Sie sagen nun ganz richtig: »Wenn die zu jedem Eisencylinder gehörige elektromagnetische Spirale ihrer ganzen Länge nach mit einer Inductionsspirale bedeckt wird, so erhält man einen Inductionsstrom, welcher der in dem ganzen Eisencylinder zerlegten Quantität des magnetischen Fluidums proportional ist. Zugleich muß dieser Inductionsstrom der Summe der an den successiven Schichten beobachteten Ströme oder dem Flächeninhalte der ganzen Curve gleich seyn.«

Die Summen aller auf der ganzen Länge der Magnete gemachten Beobachtungen sind von Lenz und Jacobi in diese Annalen Bd. 61, S. 454 zusammengestellt. Da bei diesen Versuchen mit der Länge der Kerne zugleich die Anzahl der galvanischen wie die der Inductionsspiralwindungen wächst, so müssen wir die Resultate Behufs der Vergleichung in *beiden Beziehungen* mit der Länge, d. h. mit dem Quadrat der Länge, dividiren, um, wie Lenz und Jacobi es nennen, »die specifische Wirkung des Eisens« zu erhalten. Diefs ist in der dritten Colonne der folgenden Tabelle geschehen.

VIII.

Erregter Magnetismus von Stäben von verschiedener Länge.

Länge der Stäbe = l	Erregter Magne- tismus bei steigender Windungszahl = M	$\frac{M}{l^2}$	$\frac{M}{l^2 \sqrt{l}}$
1'	0,66686	0,66686	0,66686
1,5'	1,83074	0,81634	0,66433
2'	3,69168	0,92292	0,65263
2,5'	6,40294	1,02442	0,64793
3'	9,89836	1,09982	0,57150
3,5'	13,51770	1,10351	0,58985
4'	18,66582	1,16661	0,58330

Aus der Division dieser dritten Colonne mit den Wurzeln der Längen der Elektromagnete, welche in der vierten Colonne zusammengestellt ist, ergiebt sich das Verhältniß des *erregten* Magnetismus in Eisenstäben von verschiedener Länge. Zwar sind diese Zahlen nicht absolut gleich, allein dieß liefs sich nach dem vorn Gesagten, wie auch deshalb nicht mit Genauigkeit erwarten, da ja diese Versuche, nach den eigenen Worten der Experimentatoren noch vielen störenden Einflüssen unterworfen sind. Nehmen wir jedoch die von mir auf anderem Wege erlangten genaueren Resultate über den freien Magnetismus mit hinzu ¹⁾, so werden uns auch diese Verhältnisse zu dem Satze führen:

»Der erregte Magnetismus verschieden langer Eisencylinder, die auf ihrer ganzen Länge mit derselben Kraft magnetisirt sind, verhält sich wie die Wurzeln der Längen derselben.«

Nachdem wir diese Beziehung des erregten Magnetismus zu der Anziehung und Tragkraft erkannt haben, wollen wir versuchen, das Gesetz für die Vertheilung des Magnetismus auf der ganzen Länge eines Magnetstabes festzustellen. Lenz und Jacobi zeichnen diese Vertheilung in einer Curve und sagen): »Schon die bloße Anschauung dieser Curven weist eine große Aehnlichkeit derselben mit einem Kegelschnitte und namentlich mit einer Parabel nach, weshalb wir auch versucht haben, unsere Beobachtung nach dieser Curve zu berechnen.« Nun ist es aber nicht schwer einer bestimmten Versuchsreihe eine Curve anzupassen, da ja je nach Annahme der Constanten dieselbe sich verschieden gestaltet. Läßt man dann noch einige Beobachtungen, die nicht passen wollen, als unbrauchbar hinweg, so lassen sich sehr verschiedenartige Curven auf eine und dieselbe Versuchsreihe anwenden. So hat denn auch später van Rees ³⁾ den Versuchen von Lenz und Jacobi die Kettenlinie angepaßt und meint, daß diese besser mit den Versuchen über-

1) Diese Annal. Bd. 102, S. 209.

2) Diese Annal. Bd. 61, S. 277.

3) Diese Annal. Bd. 70, S. 1.

einstimme; allein auch er läßt die Versuche hinweg, welche Lenz und Jacobi für unbrauchbar erklären.

Lenz und Jacobi wie van Reez nehmen an, die Versuche stellen eine Curve dar, deren Scheitel in der Mitte über der Abscissenaxe liegt, so daß sie die nebenstehende Figur erhalten, in welcher ab die Länge des Magneten darstellt. Wollen wir mit dieser Curve beispielsweise die Versuchs-

reihe vergleichen, welche, der Natur der Sache gemäß, die meisten Werthe zur Berechnung bietet, so müssen wir die Reihe wählen, welche mit dem 4 Fufs langen Stabe erhalten wurde ¹⁾.

IX.

4 Fufs langer Stabelektromagnet.

Entf. d. Mitte d. Ind.-Spirale von d. Mitte d. Stange in halben Zollen	Halber beobacht. Ablenkungs- winkel	Berech- neter Winkel	Differenz
0	31° 48'	32° 2'	— 24'
1			
3	31 44	31 55	— 11
5			
7	31 22	31 25	— 3
9			
11	30 20	30 32	— 12
13			
15	29 21	29 16	+ 5
17			
19	27 54	27 38	+ 17
21			
23	26 5	25 39	+ 26
25			

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 450.

Poggendorff's Annal. Bd. CIV.

Entf. d. Mitte d. Ind.-Spirale von d. Mitte d. Stange in halben Zollen	Halber beobacht. Ablenkungs- winkel	Berech- neter Winkel	Differenz
27	23 45	23 20	+ 25
29			
31	21 10	20 41	+ 29
33			
35	18	17 44	+ 16
37			
39	14 20	14 29	— 9
41			
43	9 49	10 56	— 1° 6,5
45			
47	3 48'	7 4'	— 3 7

Der Kürze wegen sind in dieser Tabelle unter der Rubrik: »Halber beobachteter Ablenkungswinkel« die Mittel aus den Beobachtungen verzeichnet, welche auf beiden Seiten des Stabes von der Mitte aus gemacht wurden. Die Differenz nun, welche zwischen dem beobachteten und dem nach der Formel der angenommenen Curve berechneten Ablenkungswinkel stattfindet, beweist, daß die Messungen besonders nach dem Ende des Stabes durchaus nicht für die angenommene Curve passen und »deshalb sind«, wie Lenz und Jacobi sagen, »auch diese Werthe bei der Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate *nicht mit hinzugezogen worden.*« Während für diesen Fall die Abweichungen noch größer geworden wären, führen uns die Mittel, welche die bisherigen Versuche an die Hand geben, auf ein ganz anderes Gesetz der magnetischen Vertheilung in einem Elektromagneten.

Stellen wir nämlich die bis jetzt als richtig anerkannten Sätze Hinsichts der Längenwirkung der Magnete zusammen, welche ihrer ganzen Länge nach mit derselben Windungszahl der galvanischen Spirale bedeckt und von demselben Strome durchflossen sind, so erhalten wir folgende:

1. Die Summe der in jedem Querschnitte des Stabes

erregten Magnetismen ist dem freien Magnetismus der Endflächen proportional ¹⁾).

2. Der erregte wie der freie Magnetismus sind den Wurzeln der Stablängen proportional ²⁾).

3. Der in der Mitte des Stabes erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel der Stablängen proportional ³⁾).

Hierzu kommen die Sätze, welche ich früher Hinsichts der Tragkraft und Anziehung gefunden habe:

4. Tragkraft und Anziehung sind, wenn der Stab in der Mitte durchgeschnitten wird, der Länge des Stabes proportional ⁴⁾).

5. Tragkraft und Anziehung nehmen proportional dem Abschnitte eines magnetischen Stabes von der Mitte aus ab ⁵⁾).

Wenn nun der erregte Magnetismus in der Mitte der Stäbe, so wie die Summe der in jedem Querschnitt erregten Magnetismen den Wurzeln der Stablängen proportional ist, und für alle bisher beobachteten Fälle Tragkraft und Anziehung stets dem Quadrat des erregten Magnetismus proportional sich erwiesen haben, so läßt sich mit Sicherheit schließen, daß auch in allen Querschnitten des Stabes der erregte Magnetismus der Quadratwurzel dieser in den einzelnen Querschnitten sich zeigenden *Anziehung* proportional seyn wird. Da nun aber diese Anziehung der Länge des Abschnittes des Stabes vom Ende ab gerechnet proportional ist, so muß der in diesen Querschnitten beobachtete *erregte* Magnetismus den *Wurzeln* der Längen dieser Abschnitte proportional seyn.

Bevor wir zur Prüfung dieses Satzes an den von Lenz und Jacobi angestellten Versuchen schreiten, müssen wir noch einmal auf die bei ihren Versuchen möglichen Fehler zurückkommen.

Wir haben schon vorn darauf hingewiesen, daß wegen der zunehmenden Intensität des erregten Magnetismus nach

1) Diese Abhand. S. 253

2) Diese Annal. Bd. 102, S. 209 und diese Abh. S. 256.

3) Diese Abh. S. 254.

4) Diese Annal. Bd. 102, S. 217.

5) Diese Annal. Bd. 102, S. 215.

der Mitte des Magneten hin die Wirkung auf die Inductionsspirale zu beiden Seiten des in der Mitte der Spirale angenommenen Querschnitts verschieden seyn mufs, und dafs aus diesem Grunde die Intensität des Inductionsstromes nicht immer das Verhältnifs des erregten Magnetismus in *dem* Querschnitt des Kernes angeben wird, welcher die Inductionsspirale in der Mitte theilt, wie diefs Lenz und Jacob; annehmen. Der dieser gemessenen Intensität entsprechende Querschnitt wird, da auf der Seite nach der Mitte des Magneten hin, die Wirkung gröfser ist, auch dieser Mitte des Magneten näher liegen. Man wird also, wenn man bei der Annahme beharrt, der die Resultante aller Wirkungen auf die Inductionsspirale darstellende Querschnitt liege in der Mitte der Inductionsspirale, etwas zu grofse Werthe für den in diesem Querschnitt erregten Magnetismus erhalten. Dieses Resultat wird sich am auffallendsten da zeigen, wo die Ordinaten der Curve am meisten wachsen, weil an diesen Stellen die Differenz der Wirkungen von beiden Seiten am gröfsten ausfällt. Anders ist es mit dem Resultat, welches den Inductionsstrom am Ende des Kernes angiebt. In diesem Falle fehlt auf der einen Seite die Seitenwirkung von aufsen ganz und es mufs daher diefs Resultat *im Verhältnifs zu den anderen* zu klein ausfallen.

Ich habe von den 7 Eisenkernen, mit denen Lenz und Jacobi hier die Messungen anstellten, an dem 1', 2', 3' und 4' langen die Prüfung unternommen, ob die eben gemachten Schlüsse sich auf jene Versuchsergebnisse anwenden lassen.

X.

Verhältnifs des erregten Magnetismus in einzelnen Querschnitten des 1' langen Magneten zu der Entfernung dieser Querschnitte vom Ende des Magneten.

Entf d. Mitte d. Induct.- Spirale vom Pol in halben Zollen = E	Erregter Magnetismus = M	$\frac{M}{\sqrt{E}}$
1	0,02530	0,025300
3	0,04416	0,025496
5	0,05528	0,024722
7	0,06322	0,023840
9	0,06868	0,023426
12	0,07171	0,020700

XI.

Verhältniß des erregten Magnetismus in einzelnen Querschnitten an der Länge eines 2' langen Magneten zu der Entfernung dieser Querschnitte vom Ende des Magneten.

Entf. d. Mitte d. Induct.- Spirale vom Pol in halben Zollen = E	Erregter Magnetismus	$\frac{M}{\sqrt{E}}$
1	0,04557	0,045570
5	0,10559	0,047004
9	0,14706	0,049020
13	0,17470	0,048456
17	0,19412	0,047085
21	0,20608	0,044960
24	0,20811	0,042450

XII.

3' langer Magnet.

1	0,06163	0,061630
5	0,15730	0,070347
9	0,22098	0,073660
13	0,27480	0,076216
17	0,31979	0,077560
21	0,35375	0,077195
25	0,38322	0,076644
29	0,40620	0,075930
33	0,42130	0,073340
37	0,42999	0,070690
42	0,43471	0,067077

XIII.

4' langer Magnet.

1	0,06888	0,06888
5	0,17078	0,076374
9	0,24756	0,082518
13	0,30902	0,085705
17	0,36108	0,087575
21	0,40275	0,087685
25	0,43968	0,087939

Entf. d. Mitte d. Induct.- Spirale vom Pol in halben Zollen = E	Erregter Magnetismus = M	$\frac{M}{\sqrt{E}}$
29	0,46793	0,086873
32	0,49014	0,085322
37	0,50503	0,083026
41	0,52052	0,081292
45	0,52596	0,078405
48	0,52690	0,077595

Alle hier angeführten Beobachtungen bestätigen mit irgend wünschenswerther Genauigkeit die oben gemachten Schlüsse und setzen die Richtigkeit des Satzes außer allen Zweifel.

»Der in jedem Querschnitte eines seiner ganzen Länge nach mit der galvanischen Spirale bedeckten Eisencylinders erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel aus der Entfernung dieses Querschnittes vom nächsten Ende des Magneten genau proportional.«

Aus diesem Satze folgt nun direct die Parabel als Curve, welche die Intensität des erregten Magnetismus in jedem einzelnen Querschnitt des Elektromagneten angiebt. Diese Parabel hat aber nicht die Lage, welche ihr Lenz und Jakobi geben. Stellt vielmehr die Länge des Magneten die Abscissenaxe dar, so sind die auf derselben als Ordinaten aufgetragenen Intensitätswerthe des an jedem Punkte des Magneten gefundenen »erregten Magnetismus« die Ordinaten zweier gleicher Parabeln, deren Scheitel in den beiden Enden der Abscissenaxe liegen und die sich in der Mitte über derselben schneiden, wo das Maximum des erregten Magnetismus liegt.

Da nun die Anziehung und Tragkraft im quadratischen Verhältniß zu dem erregten Magnetismus stehen, so folgt aus dem eben gefundenen Resultate der von mir schon früher unabhängig von diesen Versuchen durch Experimente nachgewiesene Satz, dafs, wenn der Elektromagnet an verschiedenen Stellen durchschnitten wird, die Tragkraft und An-

ziehung an diesen Stellen sich wie die Entfernungen der Querschnitte vom nächsten Pol verhalten müssen. Wie nun diese Sätze sich gegenseitig bestätigen, so läßt andererseits die genaue Uebereinstimmung der Werthe in den Tabellen X bis XIII mit den gemachten Schlüssen auf die Sorgfalt schliessen, mit der die Versuche von Lenz und Jacobi ausgeführt sind. Während z. B. in der Colonne $\frac{M}{\sqrt{E}}$ der obigen Tabellen der erste Werth sehr von den übrigen abzuweichen scheint, beträgt doch der Unterschied zwischen der hier gemessenen Entfernung der Resultante vom Ende des Magneten und der in welcher sie nach dem Mittel aus allen anderen Werthen liegen müßte, bei dem 4 Fufs langen Magneten nur $\frac{1}{15}$ Zoll, bei dem 3 Fufs langen nur $\frac{1}{15}$ '' und bei dem 2 Fufs langen sogar nur $\frac{1}{60}$ '', welche Verschiedenheiten selbst wieder in den früher angegebenen Gründen ihre Erklärung finden.

Nachdem die Uebereinstimmung aller dieser Sätze nachgewiesen ist, bleibt uns nur noch übrig zu zeigen, wie auch der wichtigste der von mir gefundenen Sätze, welcher gleichsam den Schlufsstein des Ganzen bildet, aus den Versuchen von Lenz und Jacobi hervorgeht. Ich habe gefunden: ¹⁾

»Die Anziehung muß bei gleicher magnetisirender Kraft (d. h. bei gleichem Product aus Stromstärke und Windungszahl) dieselbe seyn, wenn bei beliebiger Länge des ganzen Systemes (von Anker und Magnet, oder zweier Magnete) der kürzere Theil dieselbe Länge hat.«

Schliessen wir nach dem Vorhergehenden von diesem Satze auf den entsprechenden in dem vorliegenden Falle, so heisst derselbe für den erregten Magnetismus:

»Bei verschieden langen Elektromagneten, die auf ihrer ganzen Länge mit gleicher Kraft magnetisirt sind, ist der in jedem Querschnitte in gleicher Entfernung vom nächsten Pole erregte Magnetismus gleich stark.«

1) Diese Annalen Bd. 102, S. 220.

Um diesen Satz an den Versuchen von Lenz und Jacobi zu prüfen, haben wir die entsprechenden Resultate mit der Windungszahl zu dividiren, da alle Magnete mit einer ihrer Länge proportionalen Anzahl von Spiralwindungen bedeckt sind, und müssen dann gleiche Werthe erhalten. Die Zahl der Windungen verhält sich bei den 7 angewandten Magneten von 1', $1\frac{1}{2}'$ 4' Länge wie 2:3:4:5:6:7:8. In der folgenden Tabelle sind nun die Quotienten dieser mit den Verhältnisszahlen dividirten Werthe des erregten Magnetismus in verschiedenen Entfernungen vom Ende eines jeden Magneten zusammengestellt.

XIV.

Länge d Magnete	Entfernung des Querschnitts vom Ende eines jeden Magneten.					
	4,5"	6,5"	8,5"	12,5"	16,5"	20,5"
1'	0,03433					
1,5'	0,03693	0,04404	0,04506			
2'	0,03676	0,04368	0,04852			
2,5	0,03581	0,04380	0,04962	0,05630		
3'	0,03470	0,04281	0,04771	0,05828	0,06113	
3,5'	0,03150	0,03926	0,04568	0,05475	0,06017	0,06210
4'	0,03094	0,03863	0,04513	0,05496	0,06127	0,06506

Wir sehen, dafs die in jeder einzelnen Reihe befindlichen Zahlenwerthe gleich sind bis auf die Abweichungen, welche durch die schon oft erwähnte Verschiedenheit der auf die Inductionsspirale von beiden Seiten geübte Seitenwirkung des erregten Magnetismus hervorgerufen werden. Ein Vergleich mit den Quotienten in den Tabellen No. X bis XIII zeigt, dafs diese Abweichungen nicht gröfser sind als die, welche dort aus demselben Grunde hervortreten. Wir müssen daher die Richtigkeit auch dieses Satzes durch die Versuche von Lenz und Jacobi als bestätigt erkennen und uns in Folge dieser Untersuchungen für die nachstehenden Gesetze hinsichts der Wirkung des erregten Magnetismus in dem Eisenkerne der Elektromagnete erklären,

welche ihrer ganzen Länge nach mit der galvanischen Spirale bedeckt und von demselben Strome durchflossen sind.

1) *»Der gesammte in einem Stabe erregte Magnetismus ist dem freien Magnetismus seiner Endflächen proportional.«*

2) *»Der erregte wie der freie Magnetismus sind den Quadratwurzeln der Durchmesser der Magnetkerne proportional.«*

3) *»Der erregte wie der freie Magnetismus sind den Quadratwurzeln der Länge der Elektromagnete proportional, wenn diese auf ihrer ganzen Länge mit derselben Windungszahl bedeckt und von demselben Strome durchflossen sind.«*

4) *»Der in jedem Querschnitt eines Magnetstabes erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel der Entfernung des Querschnitts vom nächsten Ende des Magneten proportional.«*

5) *»Der erregte Magnetismus ist bei verschieden langen Elektromagneten in allen denjenigen Querschnitten gleich, welche gleich weit vom nächsten Pole entfernt sind.«*

Dieser letzte Satz giebt nun endlich noch ferneren Aufschluß über die von mir im 102. Bande S. 217 u. f. ausgesprochene Bemerkung hinsichts des Längenverhältnisses zwischen Anker und Magnet. Ich habe daselbst zunächst für zwei gleich lange Stäbe den Satz ausgesprochen: »Die Tragkraft und Anziehung zweier Stäbe ist dieselbe, mag die magnetisirende Kraft über die ganze Länge eines oder beider Stäbe ausgebreitet seyn.« — Dieselbe Erscheinung bietet in den meisten Fällen auch ein System, wenn Anker und Magnet nicht gleiche Länge haben, nur »zeigt sich dann bei unverhältnißmäßig kurzen Magneten, bei denen die magnetisirende Kraft sich mehr auf einen Punkt zusammenhäuft, eine stärkere Anziehung, als nach der oben beobachteten Proportionalität der Fall seyn müßte.« ¹⁾ Ich habe dabei bemerkt: »die Anziehung würde jedoch auch für diesen Fall dem Gesetze vollkommen entsprechen, wenn die Spirale über das ganze System ausgebreitet wäre.« Für diese Behauptung liefert der hier zuletzt aufgeführte Satz

1) Diese Ann. Bd. 102, S. 219.

den Beweis. Denn da für alle übrigen Fälle Anziehung und Tragkraft dem Quadrat des erregten Magnetismus proportional sind, so muß diese Proportionalität auch in diesem stattfinden, d. h. Anziehung und Tragkraft müssen stets dem kürzeren Theile der Magnete, mögen diese ganz beliebige Länge haben, proportional, und wenn diese kürzeren Theile gleich sind, auch gleich seyn.

Die bei Bewicklung nur des einen Stabes sich zeigende Abweichung in dem eben erwähnten Falle kann also nur von der Anhäufung der Spirale herrühren und nähert sich, je mehr die Spiralwindungen auf einen Punkt zusammen kommen, d. h. je kürzer der Magnet wird, so lange asymptotisch einem Maximum, bis in demselben Sättigung hervortritt.

Berlin den 10. März 1858.

III. *Zur mathematischen Theorie elektrischer Ströme; von Ernst Schering.*

Die mathematische Theorie elektrischer Ströme ist in diesen Annalen schon häufiger erörtert und namentlich sind die von Weber und Neumann darüber erschienenen Untersuchungen im Auszuge mitgetheilt worden. Die unter obigem Titel gedruckte Abhandlung, welche von der philosophischen Facultät in Göttingen im Jahre 1857 den Preis erhalten, steht mit den erwähnten Untersuchungen im engsten Zusammenhang, wie aus folgender kurzer Uebersicht der Resultate erschen werden wird.

§. 1.

Es ist in diesen Annalen Bd. 31, S. 483 von Lenz über die von Faraday entdeckte Volta-Induction zuerst folgende