VI.

Gefetze der Anziehung eines galvanisch-electrischen Stroms, und eines Prechtl'schen Transversal-Magneten auf die Magnetnadel, abgeleitet aus der Anziehung der einzelnen Punkte, und Vergleichung mit der Erfahrung,
in Beziehung auf das Muncke'sche Gesetz combinirter freundschaftlicher Magnetpole;

VON

Dr. G. G. SCHMIDT, Prof. d. Math. u. Phys. in Gießen.

Ein Schreiben an den Prof. Dr. Gilbert in Leipzig.

Gießen, den 22 Juli 1822.

In meinem in dem diesjährigen 3ten Stücke Ihrer Annalen S. 243 f. enthaltenen Aufsätze hatte ich mich bemüht, das Gesetz der Anziehung eines galvanisch-electrischen Stromes auf die Magnetnadel, wie es sich aus den Beobachtungen ergibt, festzustellen. Jetzt will ich versuchen dieses Gesetz aus der Voraussetzung abzuleiten, daß jeder einzelne Punkt des electricischen Stromes im verkehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen auf die Pole der Magnetnadel wirke. Ich werde mich dann zu den Gesetzen der Einwirkungen der von Hrn Prechtl entdeckten Transversal-Magneten auf die Magnetnadel wenden, und die Wirkungen dieser Magneten mit den Wirkungen des galvanischen Stromes vergleichen; und hierdurch wird

zugleich das von Hrn Prof. Muncke entdeckte Verhalten zweier combinirten ungleichartigen Pole auf die Magnetnadel in ein helleres Licht gesetzt werden. Sobald ich dieses scharfsinnigen Physikers Versuch über den Electro-Magnetismus im 2ten Stück dief. Annal. gelesen hatte, schrieb ich ihm, das von ihm aufgestellte Gesetz der combinirten freundschaftlichen Pole zweier Magneten, lasse sich aus den schon früher bekannten Gesetzen des Magnetismus herleiten; das Folgende wird diese Behauptung rechtfertigen.

Ehe ich jedoch zu der Abhandlung selbst schreite, will ich hier eine Beobachtung vorausschicken, die mir wenigstens noch neu war, und die sich auf die Frage bezieht: Wie verhält sich die Wirkung eines galvanischen Stromes auf die Magnetnadel *in dem luftleeren Raume*? Diese Frage durch einen Versuch zu beantworten schien mir um so mehr der Mühe werth, da bekanntlich ein Strom der gemeinen Electricität sich in dem luftleeren Raume zerstreuet und schwächet.

Den Apparat zur Anstellung dieses Versuchs zeigt Taf. V Fig. 1. Es ist *ABCD* ein kleiner 4 Zoll weiter und 6 Zoll hoher Glascyliner, auf dem Teller der Luftpumpe abgeschliffen, oben mit einer ebenfalls abgeschliffnen Metallplatte *DC* bedeckt. Durch die Metallplatte gehen zwei gläserne Röhrchen, und durch diese der vierfach unter rechten Winkeln gebogene Leitungs-Draht *EFGHIK* luftdicht. Etwas Kitt bewirkt diese Befestigung in den Glasröhrchen. Unter den horizontalen Theil des Drahtes *GH* im Glascyliner wurde eine kleine Magnetnadel *mn* gestellt, und unter den Theil des Drahtes *IK* außerhalb eine ähnliche *m'n'* in gleicher Entfernung von dem Drahte.

Nachdem der Glascylinder von Luft entleert worden war (die Barometerprobe zeigte 5''') wurde der galvanische Strom von *E* nach *K* durch den Draht geleitet. Es wichen sogleich beide Magnetnadeln um gleiche Winkel aus dem magnetischen Meridian, nämlich bei der ersten Berührung gegen 50°, und kamen bei 18° zum Ruhestand. Der Versuch wurde mehrmals mit demselben Erfolg wiederholt. Der galvanische Apparat war ein 6 Zoll hoher und breiter, 1 Zoll weiter Kasten von Kupfer mit eingehängter Zinkplatte, die Flüssigkeit bis auf $\frac{1}{8}$ verdünnte Schwefelsäure.

Es ist also durch diesen Versuch erwiesen, daß ein galvanischer Strom, wenigstens, von dieser Stärke, in Hinsicht seiner Wirkung auf die Magnetnadel durch die ableitende Kraft des luftleeren Raumes nicht geschwächt wird. Der Versuch scheint auch in Bezug auf die Theorie der Nordlichter, die ebenfalls in einer sehr stark verdünnten Luft Statt finden, nicht unwichtig zu seyn.

1.

Ableitung des Gesetzes, daß der galvanische Strom im verkehrten Verhältnisse der perpendicularen Abstände auf die Pole einer Magnetnadel wirkt, aus der Voraussetzung: jeder einzelne Punkt des Stromes ziehe oder stöße ab die Pole der Magnetnadel in dem verkehrten Verhältn. der Quadrate der Entfernungen.

§. 1. Es bezeichne *acb* Fig. 2 eine um *c* bewegliche Magnetnadel, und *AB* eine ihr parallele Linie, welche wir vorerst mit *ab* von gleicher Länge annehmen wollen. In derselben befinden sich eine unzahlige Menge Punkte *p, p'*, welche auf *a* anziehend, auf *b*

abstoßend in dem verkehrten Verhältnisse der Quadrate von pa , $p'b$ wirken mögen. Man sucht die Gesamtwirkung der Linie AB auf die Magnetnadel ab .

Der Zug des Elementes p nach pa läßt sich in einen auf die Magnetnadel senkrechten, und in einen mit ihr parallelen oder zusammenfallenden zerlegen. Bloss der erste ist hier der wirkfame Theil. Ein Gleiches gilt von dem Stosse des Elementes p' auf den Pol b . Und da die Wirkungen beider Elemente sich wechselseitig unterstützen, so darf man nur das Integral aller Wirkungen von A bis B verdoppeln, um die Gesamtwirkung der Linie AB auf die Magnetnadel zu finden.

Es heisse $Ap = x$, das Element $p = dx$, die Kraft desselben in der Entfernung $i = m$; so erhält man für die Wirkung des Elementes p auf a , in der Richtung

$$\text{folgenden Ausdruck: } \frac{m dx}{pa^2} \cdot \cos paA.$$

er Winkel paA werde gesetzt $= y$ und der perpendicularäre Abstand $Aa = a$, so kann man für dieses Differential der Kraft auch schreiben,

$$\frac{m dx}{a^2 + x^2} \cdot \cos y$$

oder, weil $x = a \tan y$ und $dx = a \cdot d(\tan y)$

$$\frac{ma \cdot d(\tan y)}{a^2 + a^2 \tan^2 y} \cdot \cos y = \frac{m}{a} \cdot \frac{d(\tan y)}{\sec^2 y} \cdot \cos y = \frac{m}{a} \cos y \cdot dy$$

wovon das Integral ist $= \frac{m}{a} \sin y$.

Dieses Integral verschwindet zugleich mit dem Winkel y , und wird vollständig, wenn man $y = AaB$ setzt. Man nenne $AB = l$, so hat man

$$\sin AaB = \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}; \text{ und daher wird der Ausdruck}$$

für die *gesammte Wirkung der Linie AB* auf die Magnetnadel $= \frac{2m}{a} \cdot \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}$. Denkt man sich also a veränderlich, aber immer klein gegen l , so stehen die Wirkungen der Linie *AB* auf die Magnetnadel nahe in dem verkehrten Verhältnisse von a .

§. 2. Ist die Magnetnadel um den Winkel aca' ausgewichen, so wird nun die Wirkung der Linie *AB* auf den Pol a' in der *senkrechten* Richtung $a'A$, wenn man $Aa' = a'$ bezeichnet, durch $\frac{m}{a'} \cdot \frac{l}{\sqrt{a'^2 + l^2}}$, und in der mit *AB* *parallelen* Richtung durch $\frac{m}{a'} \cdot \frac{a'}{\sqrt{a'^2 + l^2}}$ dargestellt. Denn es ist das Differential dieser Wirkung (wie man sich leicht durch eine ähnliche Betrachtung mit der vorstehenden überzeugen kann) $\frac{m}{a'} \sin y \, dy$, und davon ist das Integral $\frac{m}{a'} \cos y$. Eben so erhält man die beiden Wirkungen der Linie *AB* auf den andern Pol der Magnetnadel, wenn dessen *senkrechter* Abstand von *AB* $= b'$ heisst,

$$\frac{m}{b'} \cdot \frac{l}{\sqrt{b'^2 + l^2}}, \text{ und } \frac{m}{b'} \cdot \frac{b'}{\sqrt{b'^2 + l^2}}.$$

Da die mit *AB* *parallelen* Wirkungen auf beide Pole in Hinsicht ihrer drehenden Kraft einander entgegengesetzt sind, so werden sie sich aufheben, wenn sie gleich sind. Es war aber die eine $\frac{m}{\sqrt{a'^2 + l^2}}$, die andere $\frac{m}{\sqrt{b'^2 + l^2}}$. So lange a' sowohl als b' gegen l klein sind, geben beide Ausdrücke nahe eine und dieselbe Grösse; man kann also dann immer noch die *gesammte Wirkung der Linie AB* auf jeden Pol in

perpendicularer Richtung, und dem verkehrten Verhältnisse der Entfernung proportional nehmen.

§. 3. Man denke sich die Linie AB nach D und E zu verlängert, und noch jenseits A und B wirksame Theile; so werden jetzt um so mehr nur die perpendicularen Wirkungen der Linie ED auf die Magnetnadel in Rechnung kommen, als nur die symmetrisch in Bezug auf A und B liegenden Punkte $p, p''; p', p'''$ in Hinsicht ihrer mit der Linie DE parallelen Wirkungen sich wechselseitig aufhebend, zerstören. Man kann daher die *gesammte Wirkung* der Linie ED auf den Pol a darstellen durch

$$\frac{m}{a} (\sin AaE + \sin AaD),$$

und eben so die Wirkung auf den Pol b durch

$$\frac{m}{a} (\sin BbD + \sin BbE).$$

Sind die Winkel Daa, BbE gegen AaE und BbD klein, oder nimmt man auch nur Aa gegen AD sowohl als AE klein an; so kann man in beiden Ausdrücken für die Summe der Sinusse sehr nahe den Sinus von DaE schreiben. Nennt man nun $DE = l$ $Aa = a$, so erhält man für die Gesamt-Wirkung der Linie DE auf die Magnetnadel den Ausdruck $\frac{2m}{a} \cdot \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}$, wie in §. 1, und es gelten für ihn dieselben Schlüsse.

§. 4. Man denke sich endlich die Linie DE in einer parallelen Lage über oder unter der Magnetnadel, und die Wirkungen der einzelnen Punkte der Linie auf die beiden Pole der Magnetnadel, wie es bei dem electrischen Strome der Fall ist, in entgegenge-

setzten Richtungen liegend, übrigens im verkehrten der Quadrate der Entfernungen.

Es erhellet, daß nun die *Gesammt-Wirkungen* der polaren Linien auf die Pole der Magnetnadel in schiefe Ebenen fallen, welche um einen gewissen Winkel n gegen die horizontale Drehungsebene der Nadel geneigt sind. Will man daher die Wirkungen in der schiefen Ebene auf die Wirkungen in der horizontalen Ebene zurückführen, so muß man sich jene mit dem $\cos n$ multiplicirt denken. Nun heiße der perpendiculare Abstand aa' eines Poles der Magnetnadel von der über ab liegenden Linie DE in der schiefen Ebene genommen $= a$, dagegen der Abstand in der horizontalen Ebene genommen oder $a \cdot \cos n = b$; und die Höhe der Linie DE über $ab = h$. Man erhält dann für die *Gesammt-Wirkung* auf jeden Pol der Magnetnadel in der *schiefen* Ebene, wie oben

$$\frac{m}{a} \cdot \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}, \text{ und in der horizontalen Ebene}$$

$$\frac{m}{a} \cdot \cos n \cdot \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}, \text{ oder da } \cos n = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + h^2}}$$

ist, für die *Wirkung* in der horizontalen Ebene

$$\frac{mb}{a^2} \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}} = \frac{mb}{b^2 + h^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}.$$

Ist nun h gegen b klein (wie dieses bei meinen früher in Rechnung gezogenen Versuchen der Fall war), so kann man für $\frac{b}{a^2}$ auch $\frac{1}{b}$ schreiben. Und somit glaube ich die Ableitung des in der Ueberschrift angeführten Gesetzes unter den bereits erwähnten Einschränkungen demonstirt zu haben.

Erscheinungen, welche die Pechtl'schen Transverfal-Magneten zeigen, und Entwicklung ihrer Gesetze.

§. 5. Zur Darstellung der folgenden Erscheinungen bediente ich mich durchweg verschiedner Transverfal-Magneten, die ich mir auf die im 3ten Stück Ihrer Annalen S. 229 beschriebene Weise verfertigt hatte. Es hat sich aber dort eine Unrichtigkeit in den Ausdruck eingeschlichen, die ich vorerst hier verbessern will. Wenn man *nahe* über ein um einen Glas-cylinder gewickeltes Stahldraht-Gewinde, dessen einzelne Windungen sich berühren, und parallel mit der Axe des Cylinders, eine geladne Flasche entladet, so wird *nicht die Linie* des cylindrischen Drahtgewindes, über oder unter welcher der electriche Funke hergefahren ist, *polarisch* (wie es dort heisst), sondern sie bleibt vielmehr *eine Linie der magnetischen Indifferenz, und die links der Linie liegende Hälfte des Cylinders* (wenn man sich an dasjenige Ende versetzt, wo der positive Strahl eintritt, und den Cylinder vor sich hat) *wird nordpolarisch, die rechte Hälfte süd-polarisch*. Also ganz dem Oersted'schen Gesetze von der Einwirkung des electricheh Stromes auf den Magneten gemäß *).

*) Es ist also die Stelle St. 3, 1822, S. 229 u. 230, wo von Hrn Prof. Schmidt's Art die von Hrn Reg.R. Pechtl entdeckten und in diesen Annal. bekannt gemachten schraubenförmigen Transverfal-Magneten hervorzubringen die Rede ist, folgendermaßen zu verbessern: „Durch Entladen einer Leidner Flasche durch einen im Henley'schen Entlader über das isolirte Tischchen gespannten Clavierfalten-Draht von der dünnsten

Es bezeichne *ANBS* Fig. 3 einen senkrechten Querschnitt des schraubenförmigen Draht - Cylinders, und *A* die Stelle, wo der positive Strom eingetreten ist, so ist die Hälfte *ANB* nordpolarisch, die andre Hälfte *ASB* südpolarisir. Es steigert sich aber die magnetische Kraft von *A* und *B* aus nach *N* und *S* zu, und man kann sich daher an einem also magnetisirten Drahtgewinde, zwei *Linien der Indifferenz* durch *A* und *B*, und zwei *polare Linien* durch *N* und *S* parallel mit der Axe des Cylinders denken, wovon je zwei einander diametral gegenüber liegen, und zwar so, daß die sie verbindenden Durchmesser sich unter rechten Winkeln schneiden.

Hiervon kann man sich leicht durch das Verhalten einer kleinen Magnetnadel, deren Pole man den verschiedenen Punkten des Umfangs eines Transversalmagneten nähert, überzeugen. Ich hatte mir meh-

Sorte, über welchem auf Wachstafel ein um einen cylindrischen Stab schraubenförmig gewundner Stahldraht mit einander berührenden Umgängen liegt, entsteht in diesem Schraubendrahte unmittelbar über dem Clavirfalten-Drahte eine Linie magnetischer Indifferenz, und um einen Quadranten davon, *links* vom Fließen des positiven Entladungsstromes eine aus lauter Nordpolen, *rechts* eine aus lauter Südpolen bestehende gerade Linie.“ — Daß dieses übrigens ganz den von Sir H. Davy entwickelten Gesetzen des Magnetisirens durch Electricität entspricht, erhellt aus dem vorigen Stücke dieser *Anal.* S. 232, und in so fern schließen sich diese Versuche an die feinnigen an. Einige wichtige in noch näherem Zusammenhange mit ihnen stehende Reihen von Versuchen andrer Physiker, die für gegenw. Stück bestimmt waren, legte ich zurück, um die ausgezeichneten Untersuchungen eines der ersten deutschen Physiker ungefäulmt meinen Lesern zu übergeben. *Gillb.*

rere Transverfal Magneten von verschiedenen Durchmesser auf die beschriebene Weise verfertigt. Die Linie, nach welcher der electriche Schlag über das Drahtgewinde weggegangen war, bezeichnete ich in ihnen mit einem feinen Seidenfaden, der durch zwei Korkstöpsel, die an beiden Enden in die Oeffnungen des Cylinders paßten, festgehalten wurden. In der Folge werde ich unter *Linie der Indifferenz* stets die so bezeichnete Linie verstehen. Die Transverfal-Magneten brachte ich in ein hölzernes gabelförmiges Gestelle *acb* Fig. 4, worin sie durch zwei messingne Schraubchen *a* und *b*, die sich in Spitzen endigten, so befestigt waren, daß sie sich um ihre Axe drehen ließen. An der Gabel *acb* befand sich ein prismatischer Stiel *cd*, der durch eine Hülle *e* verschiebbar ging; die Hülle selbst ruhte auf einem lothrechten Stab, welcher in dem Fußgestelle auf und nieder geschoben werden konnte. Beide Verschiebungen ließen sich durch zwei auf den Stäben angebrachte Theilungen in Zollen und Linien messen. Auf die Art hatte ich es in meiner Macht den Transverfal-Magneten *mn* unter, über, oder neben eine Magnetradel zu bringen, die Entfernungen zu messen, und zugleich dem Magneten jede beliebige Drehung um seine Axe zu geben.

Die folgenden Beobachtungen habe ich mit drei verschiedenen Transverfal-Magneten angestellt, die ich mit I, II, und III bezeichnen will, und welche folgende Dimensionen hatten:

Magnete	I	;	II	;	III.
Durchmesser	2,2'''	;	4,8'''	;	1''' (par. Linie)
Länge	40	;	40	;	24

Die zunächst stehenden Beobachtungen wurden mit dem Magneten I und einer aus einer Uhrfeder verfertigten Magnetnadel angestellt, deren Pole um 15 Linien von dem Mittelpunkte entfernt lagen. Es sollten diese Beobachtungen dazu dienen, das Verhalten des Transversal-Magneten gegen die Magnetnadel im Allgemeinen kennen zu lernen. Die beigezeichneten Figuren 5 veranschaulichen die verschiedenen Lagen des Transversal-Magneten gegen die Magnetnadel.

Einwirkung des Transversal-Magneten auf die horizontale Magnetnadel.

Fall 1. (Fig. 5 A.) Die Pole des Magneten in einer vertikalen Ebene, die Linie der Indifferenz parallel mit der Axe der Magnetnadel und ihr zugekehrt.

Keine Ablenkung der Magnetnadel, wenn der Abstand über 6 Linien betrug. Bei größerer Annäherung fuhr bald der Nordpol, bald der Südpol der Nadel an den Magneten, jener unter, dieser über der Linie der Indifferenz.

Fall 2. (Fig. 5. B.) Die Pole des Magneten in einer horizontalen Ebene mit der Axe der Magnetnadel und ihr parallel, die Linie der Indifferenz nach oben gekehrt.

Abweichung des Nordpols der Magnetnadel östlich, der Magnet mochte östlich oder westlich von der Nadel stehn.

Fall 3. (Fig. 5. C.) Die Linie der Indifferenz in einer vertikalen Ebene parallel über der Axe der Magnetnadel und nach oben gekehrt.

Westliche Ausweichung des Nordpols der Magnetnadel.

Fall 4. (Fig. 5. D.) Die Linie der Indifferenz in einer vertikalen Ebene über der Axe der Magnetnadel und nach unten gekehrt.

Oestliche Ausweichung des Nordpols der Nadel.

Fall 5. (Fig. 5. E.) Die Pole in einer senkrechten Ebene

über der Axe einer Magnetnadel, den Nordpol nach unten gekehrt, die Linie der Indifferenz östlich.

Senkung des Nordpols der Magnetnadel ohne bedeutende Abweichung.

Fall 6. (Fig. 5. F.) Die Pole in einer senkrechten Ebene über der Axe der Magnetnadel, der Südpol unten, Linie der Indifferenz westlich.

Hebung des Nordpols der Magnetnadel,

In den sechs bis hierher beschriebenen Fällen war die Axe des Magneten *horizontal* und parallel mit der Axe der Magnetnadel. In den beiden folgenden Fällen stand die Axe des Magneten *vertical* in dem magnetischen Meridian vor dem Nordpole der Magnetnadel.

Fall 7. (Fig. 5. G.) Die Linie der Indifferenz in dem magnetischen Meridian, nach dem Nordpol der Magnetnadel gekehrt.

Westliche Abweichung des Nordpols der Magnetnadel.

Fall 8. (Fig. 5. H.) Die Linie der Indifferenz in dem magnetischen Meridian, aber von dem Nordpol der Magnetnadel abgewendet.

Oestliche Ausweichung des Nordpols der Magnetnadel.

Betrachtet man die beschriebenen Fälle genauer, so geht namentlich aus 3, 4, 7 und 8 eine Bestätigung des von Hrn **Muncke** entdeckten Verhaltens der Magnetnadel gegen die combinirten entgegengesetzten Pole zweier oder eines Magneten hervor.

Ferner läßt sich aus ihnen eine Folgerung ziehen, welche für die Aufstellung einer Hypothese zur Erklärung der electro-magnetischen Erscheinungen nicht unwichtig seyn dürfte. Es ist diese: Es bezeichne *m* den Nordpol einer horizontal schwebenden Magnetnadel. Man führe um denselben in einem nicht allzu

engen Kreise *ABCD* (Fig. 6), einen Transversal-Magneten dermaßen herum, daß die Axe des Transversal-Magneten stets mit der Abweichungs-Linie parallel, und die Linie der Indifferenz nach der Magnetnadel gekehrt sey, so wird der Transversal-Magnet eben so auf die Magnetnadel wirken, wie ein über, unter oder neben derselben vorbei fließender galvanischer Strom *).

*Einwirkung des Transversal-Magneten auf die
vertikal schwebende Magnetnadel.*

Es mögen in den Figuren 5, *C*, *D* bezeichnen *m* den Nordpol einer senkrecht frei schwebenden Magnetnadel, und *NES* einen senkrecht und parallel vor die Nadel gehaltenen Transversal-Magneten. Hier weicht der Nordpol der Magnetnadel östlich oder westlich nach der Richtung *NS* in die Höhe, je nachdem

*) Das Vorstehende ist Thatfache, von deren Richtigkeit sich Jeder durch einen Versuch leicht überzeugen kann. Man könnte daran folgende *Hypothese* knüpfen. Jeder galvanische Strom, der einen Leiter durchfließt, ist entweder selbst ein Transversal-Magnet, oder erregt in dem Leiter diesen Magnetismus. Ein von einem galvanischen Strom durchflossener Leiter hat in jedem seiner Querschnitte eine magnetische Axe, und eine Linie der Indifferenz, die einander unter rechten Winkeln schneiden. Die Linie der Indifferenz (worunter man sich auch eine electrisch-polare Linie denken könnte) besitzt eine richtende Kraft gegen andere Magneten, und steht somit auch unter dem Einflusse des Erd-Magnetismus etc. Es liegt jetzt außer meinem Zweck diese Hypothese weiter zu verfolgen. Sind erst die Gesetze der Erscheinungen vollständig entwickelt, so wird sich ohne Zweifel auch eine genügende Erklärung darbieten. Schmidt,

die Richtung von *NS* östlich oder westlich geht. Also gilt hier dasselbe Gesetz wie bei der horizontal schwebenden Magnetnadel.

*Einwirkung des Transversal-Magneten auf die
astatische Magnetnadel.*

Nachdem ich die im diesjährigen 3ten Stück dieser Annalen S. 243 beschriebene Magnetnadel in diejenige Ebene gebracht hatte, worin sie sich außer dem Einfluß des Erd-Magnetismus befindet, hielt ich einen Transversal-Magneten parallel über die Ebene dieser astatischen Magnetnadel, und zwar in Bezug auf die Lage seiner Indifferenz-Linie, wie die Figuren 5, C u. D es darstellen. Dabei ergaben sich folgende Resultate:

1. Wenn die Axe des Transversal-Magneten die Axe der Magnetnadel unter einem *rechten* Winkel schnitt, keine bemerkliche Abweichung.
2. Diese zeigte sich, sobald der Winkel, unter welchem sich beide Axen schnitten, ein *spitzer* war, wurde größer mit der Abnahme des Winkels, und war am stärksten, wenn man den Transversal-Magneten *parallel* über die ruhende Nadel hielt. Die Ausweichung des Nordpols der Nadel erfolgte stets nach der Richtung *NS* des Transversal-Magneten. Der Ruhepunkt des Nordpols konnte übrigens in Hinsicht auf die Weltgegenden nach sehr verschiednen Richtungen fallen. — Die Größe der Magnetnadel betrug in *keinem* Fall, selbst bei dem am stärksten wirkenden, oben mit II bezeichneten Transversal-Magneten 90° , und richtete sich nach dem Abstände des Transversal-Magneten von der Drehungs-Ebene der Magnetnadel. Ich

beobachtete die größte Ausweichung von 73° wenn jener Abstand 36 Linien betrug *). Bei größern Abständen schien die Trägheit und Reibung der Nadel allen fernern Einfluß aufzuheben, und die Nadel blieb still stehen; wurden aber die Abstände vermindert, so fing die Magnetnadel an zu oscilliren und ging auf eine kleinere Ausweichung zurück. Wenn der Abstand 6,4 Linien betrug, welches der kleinste war, den ich dem Magneten von der Drehungs-Ebene der Magnetnadel an diesem Instrumente geben konnte, so war die Ausweichung $= 16^\circ$.

3.

Theorie und Gesetze der Anziehungen der Transversal-Magneten.

§. 6. Es stellen in Fig. 7 AB und CD zwei magnetisch-polare Linien vor, die unter einander und mit der Magnetnadel mn in einer horizontalen Ebene parallel sind. Die eine Linie AB enthalte in ihrer ganzen Länge lauter Nordpole p , die andere lauter Südpole p' . Man fragt: *welches die gesammte Wirkung beider Linien auf die Magnetnadel sey.*

Aus dem was §. 1 bis §. 3 vorgetragen worden, kann man folgern, daß die Wirkung der beiden polaren Linien auf die Magnetnadel dargestellt wird durch

$$2m \left(\frac{\sin AmB}{Am} - \frac{\sin CmD}{Cm} \right),$$

wenn man die Kraft jedes einzelnen Poles in der Entfernung $1 = m$ setzt. Nun heiße

*) Auf der vorig. Seite Z. 5 v. u. lese man statt: Die Größe der Mgt., Die Größe der Ausweichung der Magnetnadel. G.

$$Am = b, \quad Cm = b + d, \quad AB = CD = l,$$

so verwandelt sich der obige Ausdruck in

$$v = 2m \left(\frac{l}{b\sqrt{(b^2+l^2)}} - \frac{l}{(b+d)\sqrt{[(b+d)^2+l^2]}} \right).$$

Diese Kraft kann man sich in die Perpendiculare CAm fallend denken. Ist nun die Magnetnadel um einen gewissen Winkel n ausgewichen, und nennt man die Kraft des Erdmagnetismus auf die Magnetnadel $= M$, so erhält man

$$v \cdot \cos n = M \cdot \sin n, \quad \text{oder} \quad v = M \cdot \tan n.$$

Es müssen sich also die Kräfte v wie die Tangenten der Ausweichungs-Winkel verhalten.

Folgesatz. So lange l sowohl gegen b als $b + d$ groß ist, kann man v der Größe $\frac{1}{b} - \frac{1}{b+d} = \frac{d}{b(b+d)}$ proportional setzen. Nimmt man nun wieder d gegen b klein an, so geht der Ausdruck in $\frac{d}{b^2}$ über; das heißt: „die Wirkungen eines Transversal-Magneten auf die „Magnetnadel stehen, unter diesen Bedingungen, „in verkehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernung, und im directen des Durchmessersdes Magneten.“

Dieses scheint nicht mit den Wirkungen eines galvanischen Stromes auf die Magnetnadel überein zu stimmen, welche, wie wir wissen, im einfachen verkehrten Verhältnisse der Entfernungen stehen. Indessen könnte man hiergegen bemerken, daß die oben angenommene Lage der polaren Linien nicht diejenige sey, welche man in einem galvanischen Strome voraussetzen müsse, wenn er auf die Magnetnadel wirkt.

*Vergleichung der vorstehenden Theorie mit der
Erfahrung.*

Es diente mir zu dieser Vergleichung der oben mit I bezeichnete Transversal-Magnet, den ich in verschiedene Entfernungen parallel neben eine kleine bewegliche Magnetenadel von 24''' Länge stellte, an welcher die Ausweichungen des Nordpols beobachtet wurden. So erhielt ich die in der Tafel stehenden beobachteten Werthe. Berechnet man aber die Ausweichungs-Winkel *erstens* nach dem verkehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernungen, und *zweitens* nach der vollständigen Gleichung für ν , so erhält man die in der Tafel daneben stehenden berechneten Werthe

Abstände	Ausweichung des Nordpols		
	beobachtete	berechnete	
		<i>erstens</i>	<i>zweitens</i>
12 Linien	7°	7°	7°
18	3	3 $\frac{1}{2}$	3,08
24	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{3}{4}$	1,65
30	1	1 $2\frac{3}{8}$	0,992
36	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$	0,64

Die zweite berechnete Reihe stimmt so genau mit den Beobachtungen, als man es erwarten kann.

Da die Wirkung dieses Transversal-Magneten überhaupt schwach war, so suchte ich die Kraft desselben durch eine wiederholte electriche Entladung zu verstärken, und stellte dann damit noch zwei Reihen von Beobachtungen an. Sie gaben folgende Werthe, denen ich die mittelst der Formel für ν berechneten Abweichungs-Winkel beifüge:

Abstände	Abweichungs-Winkel		
	beobachtete		berechnete
15 Linien	18°	; 17°	17½°
18	10	; 10½	11,77
21	7	; 7½	8,35
24	5½	; 6	6,16
27	4½	; 4,8	4,68
30	3½	; 4	3,64

Auch hier stimmt wieder die Berechnung nahe mit den Beobachtungen überein. Näher als 15 Linien dürfte man den Magneten der Nadel nicht bringen, wenn nicht der der polaren Linie zunächst liegende freundschaftliche Pol sogleich bis zum Anhaften gezogen werden sollte.

§. 7. Es seyen AB , CD Fig. 8 zwei parallele entgegengesetzt-polare Linien. Mitten unter ihnen befinde sich in einer gewissen Tiefe a ($AA' = CC'$ Fig. 8*) die bewegliche Magnetnadel mn . Man fragt, welche Wirkung die beiden polaren Linien auf die Magnetnadel ausüben werden?

Wir wollen AB nordpolarisch, CD südpolarisich setzen. Da in diesem Falle die stoßende Kraft von AB auf den Pol m durch die ziehende von CD auf denselben Pol unterstützt wird, so wird der Nordpol der Nadel nach der Richtung mm' ausweichen müssen. Ist dieser Pol jenseits CD gekommen, so wird die Kraft von CD der Kraft von AB entgegengesetzt, und es wird der Ruhestand der Magnetnadel da erfolgen, wo der Unterschied jener Kräfte der restituirenden Kraft des Erdmagnetismus gleich wird. Nach dieser allgemeinen Betrachtung wollen wir die Erscheinungen näher in Rechnung nehmen.

Aus den §. 1 bis §. 4 demonfirten Sätzen dürfen wir fchließen, daß die perpendicularare Wirkung der polaren Linie AB auf den Pol m' der Magnetnadel in der Ebene $Am'B = \frac{\sin Am'B}{Am'}$ betrage, und in der horizontalen Drehungs-Ebene der Magnetnadel (Fig. 8*) $= \sin . Am'B . \cos Am'A'$ fey.

Eben fo wird die Wirkung der polaren Linie CD auf den Pol m' in der Drehungs-Ebene der Magnetnadel durch $= \frac{\sin Cm'D}{m'C} . \cos Cm'C'$ dargestellt werden. Differ beiden Werthe Unterfchied giebt die Gefammtwirkung des Magneten auf den Pol m' . Und da die polare Linie AB gerade fo auf den Pol n' wie die polare Linie CD auf den Pol m' der Magnetnadel, und umgekehrt CD auf n' wie AB auf m' wirkt, fo darf man den Unterfchied diefer beiden Werthe nur verdoppeln um die Totalkraft ν beider polarer Linien auf die Magnetnadel zu erhalten. Es mögen nun

$AB = CD = l$	heiffen, fo erhält man die-
$CC' = AA' = a$	fer zu Folge für die Kraft ν
$Cm' = b$	folgenden Ausdruck:
$A'm' = B$	

$$\nu = \frac{Bl}{(a^2+B^2)\sqrt{(a^2+B^2+l^2)}} - \frac{bl}{(a^2+b^2)\sqrt{(a^2+b^2+l^2)}},$$

wobei die Kraft des Magnetismus der polaren Linien in der Entfernung 1 zur Einheit angenommen ift.

Nennt man die Kraft des *Erd-Magnetismus* auf die Magnetnadel $= M$, fo erhält man wie in §. 6, wenn n den Ausweichungs-Winkel der Magnetnadel bezeichnet, $\nu = M . \tan g n$. Da nun für einerlei Magneten die Länge l eine beftändige Größe ift, fo verhalten fich die Tangenten der Ausweichungs-Winkel wie

$$\frac{B}{(a^2 + B^2) \sqrt{(a^2 + B^2 + l^2)}} - \frac{b}{(a^2 + b^2) \sqrt{(a^2 + b^2 + l^2)}}.$$

Setzt man, wie bei der asiatischen Magnetnadel der Fall ist, $M = 0$, so wird der Ruhestand blos durch die Kraft ν bestimmt und da eintreten, wo $\nu = 0$, also wo ist

$$\frac{B}{(a^2 + B^2) \sqrt{(a^2 + B^2 + l^2)}} = \frac{b}{(a^2 + b^2) \sqrt{(a^2 + b^2 + l^2)}}.$$

Zusatz 1. Wenn man l gegen a, B und b groß nimmt, so kann man die beiden Wurzel-Größen in den Nennern, als eine fast beständige GröÙe, aus dem Verhältnisse lassen, und dasselbe stellt sich einfacher dar durch

$$\frac{B}{a^2 + B^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{(a^2 - Bb)(B - b)}{(a^2 + B^2)(a^2 + b^2)}.$$

Heißt der Halbmesser der Magnetnadel bis an die Pole $= r$, der Abstand der polaren Linien CA von einander $= d$, so ist $B = r \sin n + \frac{1}{2}d$, $b = r \sin n - \frac{1}{2}d$, also $B - b = d$ und $B.b = r^2 \sin^2 n - \frac{1}{4}d^2$. Man übersieht, daß hier die beiden Factoren des Zählers wachsen wenn d wächst; dagegen nimmt in dem Nenner nur der eine Factor $a^2 + B^2$ mit d zu, der andere nimmt ab, weil b kleiner wird wenn d wächst. Hieraus kann man die Folgen ziehn, daß die Kraft ν bei einerlei Intensität des Magneten mit dem Abstände d der beiden polaren Linien von einander zunehmen müsse, und wenn $d = 0$ oder $B = b$ wird, die Kraft ν ganz verschwindet.

Zusatz 2. Denkt man sich in den beiden Ausdrücken für ν , dem vollständigen und dem genäher-ten, alle GröÙen bis auf a unveränderlich, und läßt erstens a abnehmen bis es $= B.b$ wird, so wird die

Gleichung in Zusatz 1 geben $\nu = 0$. Läßt man *zweitens* a über alle Gränzen wachsen, so giebt die vollständige Gleichung $\nu = \frac{B-b}{a^2} = \frac{1}{\infty}$ abermals $= 0$.

Es muß also für einen bestimmten Werth von a ein größtes ν geben, und dieses Größte wird zugleich von $B - b = d$ abhängen.

§. 8. Nehmen wir nun, um die in §. 7 vorgetragenen Sätze durch die Erfahrung zu prüfen, die S. 401 angeführte Beobachtung mit der asiatischen Magnetnadel in Rechnung, so haben wir den Halbmesser der Magnetnadel $= 2'' 2''' = 26'''$, $a = 6,4'''$, $l = 40'''$, $d = 4,8'''$ und $n = 16^\circ$ zu setzen. Es findet sich dem gemäß der Werth von ν nach der vollständigen Formel $= 0,000214$. Und setzt man alles eben so, nur $n = 17^\circ$, so erhält man für $\nu = -0,000225$. Es muß also zwischen den Ausweichungen der Magnetnadel $n = 16^\circ$ und $n = 17^\circ$ ein Werth $\nu = 0$ fallen, und der dazu gehörige Werth von n müßte der Ruhestand der Nadel nach der Theorie seyn. Dafür gab die Beobachtung 16° .

Ich habe mit den drei oben, S. 396, beschriebenen und mit I, II und III bezeichneten Transversal-Magneten drei Reihen von Beobachtungen angestellt, deren Ergebnisse man in den beiden folgenden Tafeln zusammengestellt findet. Es wurde dabei der Transversal-Magnet mit seiner Linie der Indifferenz parallel über die Axe der Magnetnadel in verschiednen Entfernungen gestellt, und die Ausweichung der Magnetnadel, nachdem sie zur Ruhe gekommen war, in jeder dieser Lagen beobachtet. Der Halbmesser der Magnetnadel betrug $15'''$ par. Maas. Die folgende Tafel

zeigt die Resultate der beiden ersten Reihen dieser Versuche, und daneben stehend die Werthe, welche für sie die Berechnung nach meiner Formel giebt.

Abstand in den beiden Verf. Reihen	Ausweichung mit dem			
	Transversal-Magnete I		II	
	beobacht.	berechnete	beobacht.	berechn.
56'''	$\frac{1}{2}^{\circ}$	1° 29' (0° 36')	2°	3° 10'
33	$\frac{1}{2}$	1 51 (1)	2 $\frac{1}{2}$	4 5
30	1 $\frac{1}{2}$	2 19 (1 23)	3 $\frac{1}{2}$	5 2
27	1 $\frac{3}{4}$	2 57 (1 42)	4 $\frac{1}{2}$	6 15
24	2 $\frac{1}{4}$	3 54 (2 16)	6	8 5
21	3	5 10 (3 28)	8	10 50
18	4 $\frac{3}{4}$	7 3 (5 6)	11 $\frac{3}{4}$	13 52
15	7	9 39 (8 47)	15 $\frac{1}{2}$	18 44
12	10 $\frac{1}{2}$	11 36 (10 57)	20	20 18
9	14	14 47 (14 47)	* 21	21 0
7	15 $\frac{1}{2}$	15 30 (15 30)	20	20 23
4	13 $\frac{1}{4}$			

Bei der dritten Reihe dieser Versuche, welche mit dem Transversal-Magnet III angestellt wurden, gab mir die Magnethadel

in e. Abstände	eine Ausweichung
von 11 $\frac{1}{2}$ '''	von 1°
8 $\frac{1}{2}$	5
5 $\frac{1}{2}$	9
4	11
3 $\frac{1}{2}$	10
2 $\frac{1}{2}$	9
2	7

Die in der ersten Tafel neben den Beobachtungen stehenden berechneten Werthe, welche sich nicht eingeklammert finden, sind nach der Formel $v = M \tan n$

berechnet worden, indem ich dabei den *größten* Werth von n (der Ausweichung der Magnetnadel in der Versuchs-Reihe, welcher in der Tafel mit einem Sterne bezeichnet ist) zum Glied der Vergleichung gewählt habe. Wenn gleich diese berechneten Werthe von den Ausweichungs-Winkel nicht genau mit den beobachteten übereinstimmen, so zeigen sie doch im Ganzen ein ähnliches Gesetz, und sie geben nur die Werthe von n für die größern Entfernungen des Transversal-Magneten von der Magnetnadel etwas zu groß an. Hiervon überzeugt man sich noch mehr, wenn man vermittelst der Formel für v aus jedem *vorhergehenden* beobachteten Gliede der Reihe eines Versuches, das zunächst folgende durch die Rechnung sucht. Ich habe auf diese Art für die erste Reihe von Versuchen die in der dritten Spalte der ersten Tafel den berechneten beigefügten eingeklammerten Werthe der Ausweichung erhalten.

Ich suche die Ursache, warum die Rechnung die Werthe von n etwas zu groß giebt, in der der Formel zum Grunde liegenden Voraussetzung, die magnetische Kraft eines Transversal-Magneten sey in zwei Linien concentrirt, welche, um einen Durchmesser entfernt, einander gegenüber liegen. Aus dem Verhalten einer Magnetnadel gegen einen Transversal-Magneten, folgt bloß, daß das Maximum der Wirkung in zwei solchen Linien liege; wohin aber der eigentliche Mittelpunkt der Anziehung in jedem Querschnitte des Transversal-Magneten falle, das hängt theils von dem Gesetze der Anziehungen nach der Entfernung, theils von der Vertheilung der magnetischen Kraft in diesem Magneten ab. Es könnte also wohl seyn, daß der

Abstand der polaren Linien, worin man sich die Kraft vereinigt denken müßte, etwas kleiner als der Durchmesser des Transverfal-Magneten ausfiele.

Vergleichen wir die drei beobachteten Reihen von Ausweichungen der Magnetnadel, welche in den beiden Tafeln dargestellt sind, unter einander, so ergiebt sich folgendes:

1) Die Kraft der Transverfal-Magneten wächst mit ihrem Durchmesser.

2) Bei jedem Transverfal-Magneten, dessen Indifferenzlinie sich parallel über der Axe der Magnetnadel befindet, findet ein Maximum der Wirkung Statt.

3) Die Entfernung, wo das Maximum der Wirkung eintritt, nimmt mit dem Durchmesser des Transverfal-Magneten ab.

Dieses alles ist unterer Theorie gemäß.

Jetzt bleibt mir noch übrig, die Gesetze der Anziehungen eines galvanischen Stromes mit den Gesetzen der Wirkungen des Transverfal-Magneten genauer zu vergleichen. Diesen Theil meiner Untersuchung spare ich auf mein nächstes Schreiben, um Ihre Leser nicht durch eine zu große Ausdehnung der Abhandlung zu ermüden.

Dr. G. G. Schmidt.