ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o. 655.

Ueber die Bestimmung der Differentialquotienten des geocentrischen Orts eines Himmelskörpers nach den Elementen seiner Bahn, von *William Charles Goetze*.

Bei der Erforschung der wahrscheinlichsten Elemente eines Himmelskörpers ist es üblich, nachdem man sich genäherte Elemente verschafft hat, sämtliche vorhandene Beobachtungen des Himmelskörpers mit diesen genäherten Elementen zu vergleichen, und zwischen den dadurch sich ergebenden Unterschieden der Rechnung und Beobachtung, und den Verbesserungen, die an die angenommenen genäherten Elemente angebracht werden müßten, um alle vorhandenen Beobachtungen am besten darzustellen; Gleichungen zu bilden, deren nachherige Auflösung, durch die Methode der kleinsten Quadrate, zu der Erfindung derjenigen Verbesserungen führt, die an die angenommenen Elemente angebracht, die wahrscheinlichsten Elemente des Himmelskörpers ergeben.

Es sei nun L' der wahre geocentrische Ort des Himmelskörpers zur Zeit t , und die genäherten Elemente seiner Bahn, seien $T, q, e, \omega, \Omega, i$, wo T die Zeit des Durchgangs durchs Perihel, q die Periheldistanz, e die Excentricität, ω der Abstand des Perihels vom Knoten, Ω die Länge des aufsteigenden Knotens, auf der Ecliptic vom wahren Aequinox im Moment t , gezählt, und i die Neigung der Bahnebene gegen die Ecliptic bedeutet: es sei ferner L , der aus diesen Elementen für die Zeit t berechnete geocentrische Ort, und $T + \delta T, q + \delta q, e + \delta e, \omega + \delta \omega, \Omega + \delta \Omega, i + \delta i$, die wahren Elemente des Himmelskörpers, so hat man nach dem erweiterten *Taylor'schen Theorem*, bis zur ersten Ordnung der Größen $\delta T, \delta q, \delta e, \delta \omega, \delta \Omega, \delta i$, inclusive:

$$\delta L = L' - L = \left(\frac{dL}{dT}\right) \cdot \delta T + \left(\frac{dL}{dq}\right) \cdot \delta q + \left(\frac{dL}{de}\right) \cdot \delta e + \left(\frac{dL}{d\omega}\right) \cdot \delta \omega + \left(\frac{dL}{d\Omega}\right) \cdot \delta \Omega + \left(\frac{dL}{di}\right) \cdot \delta i$$

wo $\left(\frac{dL}{dT}\right), \left(\frac{dL}{dq}\right), \dots$ etc. die partiellen Differenzialquotienten des geocentrischen Orts L in Bezug auf die genäherten Elemente der Bahn bedeuten.

Diese Differenzialquotienten hat *Gauß* in seinem unsterblichen Werke: (*Theoria motus corporum coelestium*. Lib. I. Sect. II. §. 76) für den bestimmten Fall entwickelt, daß der geocentrische Ort sich auf die Ecliptic beziehe, es sind dort die Werthe der Differentialquotienten des Orts L auf die Ecliptic bezogen, nach den drei Elementen, die die Lage der Bahn und des Perihels gegen die Ecliptic feststellen, explicite ausgedrückt, während die Differenzialquotienten in Beziehung auf die übrigen drei Elemente, successiv durch numerische Substitutionen erhalten werden. Die nachfolgende Abhandlung beschäftigt sich daher mit dem allgemeineren Fall, wo die Ebene, auf die sich der geocentrische Ort L bezieht, jede beliebige Lage gegen die Ecliptic haben kann, und giebt ferner die Werthe der Differentialquotienten $\left(\frac{dL}{dT}\right), \left(\frac{dL}{dq}\right), \left(\frac{dL}{de}\right), \left(\frac{dL}{d\omega}\right), \left(\frac{dL}{d\Omega}\right), \left(\frac{dL}{di}\right)$, explicite ausgedrückt.

Man bezeichne nun mit V , eine feste Richtung in der Ebene der Ecliptic, und mit X und Y ebenfalls zwei Richtungen in derselben Ebene; man nehme an die Längen seien

von der Richtung V aus gezählt, und daß $VX = N, VY = 90 + N$; setzt man dann für die Richtung, die senkrecht auf der Ebene der Ecliptic steht, Z , so werden X, Y, Z ein rechtwinkeliges Coordinaten-Axen-System bilden, und wenn r die Entfernung des Himmelskörpers von der Sonne, ν seine wahre Anomalie, und $u = \omega + \nu$, das Argument der Breite zur Zeit t bedeuten, so sind die heliocentrischen Coordinaten des Himmelskörpers nach *Gauß*: (*Theor. mot. corpor. coel.* pag. 50),

$$\left. \begin{aligned} x &= r (\cos(\Omega - N) \cos u - \sin(\Omega - N) \sin u \cos i) \\ y &= r (\sin(\Omega - N) \cos u + \cos(\Omega - N) \sin u \cos i) \\ z &= r \sin u \sin i \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Bezeichnet man nun mit R die Richtung des Radiusvectors r , mit S die Richtung, die auf dieser senkrecht steht in der Bahnebene, und mit W die Richtung der Axe der Bahnebene, so hat man (*Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1837* pag. 305).

$$\left. \begin{aligned} \cos RX &= \cos(\Omega - N) \cos u - \sin(\Omega - N) \sin u \cos i \\ \cos RY &= \sin(\Omega - N) \cos u + \cos(\Omega - N) \sin u \cos i \\ \cos RZ &= \sin u \sin i \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos SX &= -\cos(\Omega - N) \sin u - \sin(\Omega - N) \cos u \cos i \\ \cos SY &= -\sin(\Omega - N) \sin u + \cos(\Omega - N) \cos u \cos i \\ \cos SZ &= \cos u \sin i \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos WX &= \sin(\Omega - N) \sin i \\ \cos WY &= -\cos(\Omega - N) \sin i \\ \cos WZ &= \cos i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} dx &= \cos RX \cdot dr + r \cos SX \cdot du + r \sin u \cdot \cos WX \cdot di + r(\cos SX \cos i - \cos WX \cos u \sin i) \cdot d\Omega \\ dy &= \cos RY \cdot dr + r \cos SY \cdot du + r \sin u \cdot \cos WY \cdot di + r(\cos SY \cos i - \cos WY \cos u \sin i) \cdot d\Omega \\ dz &= \cos RZ \cdot dr + r \cos SZ \cdot du + r \sin u \cdot \cos WZ \cdot di + r(\cos SZ \cos i - \cos WZ \cos u \sin i) \cdot d\Omega \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Wir wollen nun untersuchen, ob die Ausdrücke (5) ihre Form ändern, wenn wir das alte Coordinaten-Axen-System X, Y, Z , in ein anderes X', Y', Z' , übergehen lassen, dessen Axen X', Y' , senkrecht auf einander stehen in einer neuen Ebene (II), deren Axe die Richtung Z' hat, gelegen sind; die Lage der Ebene (II), werde dadurch bestimmt, daß sie die Ecliptic in der Richtung X durchschneide, und mit ihr den Winkel ε bildet, der von der Ecliptic rechts herum gezählt werde. Lassen wir ferner die neue Axe X' , mit der Durchschnittsline beider Ebenen zusammenfallen, so erhalten wir, wenn x', y', z' , die neuen Coordinaten bedeuten, durch Transformation:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y \cos \varepsilon - z \sin \varepsilon \\ z' &= y \sin \varepsilon + z \cos \varepsilon \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} dx' &= \cos RX' \cdot dr + r \cos SX' \cdot du + r \sin u \cdot \cos WX' \cdot di + r(\cos SX' \cos i - \cos WX' \cos u \sin i) \cdot d\Omega \\ dy' &= \cos RY' \cdot dr + r \cos SY' \cdot du + r \sin u \cdot \cos WY' \cdot di + r(\cos SY' \cos i - \cos WY' \cos u \sin i) \cdot d\Omega \\ dz' &= \cos RZ' \cdot dr + r \cos SZ' \cdot du + r \sin u \cdot \cos WZ' \cdot di + r(\cos SZ' \cos i - \cos WZ' \cos u \sin i) \cdot d\Omega \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

Diese Ausdrücke beweisen, daß sich die Form der Relationen (5) nicht geändert hat; und daher für jede Lage der Ebene (II) gegen die Ecliptic unveränderlich ist.

Es seien nun x, β, γ die heliocentrischen Coordinaten der Erde zur Zeit t , auf die Ebene (II) bezogen, und x'', y'', z'' , die geocentrischen Coordinaten des Himmelskörpers für dasselbe Moment und auf dieselbe Ebene bezogen, so ist nach bekannten Sätzen:

$$\left. \begin{aligned} x'' - x &= x'' \\ y'' - \beta &= y'' \\ z'' - \gamma &= z'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

Da nun α, β, γ von den Elementen der Erdbahn, in Verbindung mit den Werthen N und ε abhängen, so sind sie in Bezug auf x', y', z' , constant, und daher:

$$\left. \begin{aligned} dx'' &= dx' \\ dy'' &= dy' \\ dz'' &= dz' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

Um x'', y'', z'' , näher zu bestimmen, sei Δ die Entfernung des Himmelskörpers von der Erde, l seine geocentrische Länge auf der Ebene (II) gezählt, und zwar von einer Richtung V' ab, deren Abstand von $X' = -N'$, so daß also $V'X' = N'$,

Mit Hilfe der Werthe (2), (3), (4), erhält man nun aus (1) nach einigen leichten Reductionen:

Es folgt ferner:

$$\left. \begin{aligned} \cos RX' &= \cos RX \\ \cos RY' &= \cos RY \cos \varepsilon - \cos RZ \sin \varepsilon \\ \cos RZ' &= \cos RZ \sin \varepsilon + \cos RZ \cos \varepsilon \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos SX' &= \cos SX \\ \cos SY' &= \cos SY \cos \varepsilon - \cos SZ \sin \varepsilon \\ \cos SZ' &= \cos SY \sin \varepsilon + \cos SZ \cos \varepsilon \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos WX' &= \cos WX \\ \cos WY' &= \cos WY \cos \varepsilon - \cos WZ \sin \varepsilon \\ \cos WZ' &= \cos WY \sin \varepsilon + \cos WZ \cos \varepsilon \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Aus (6) erhält man durch Differenziation:

$$\left. \begin{aligned} dx' &= dx \\ dy' &= dy \cos \varepsilon - dz \sin \varepsilon \\ dz' &= dy \sin \varepsilon + dz \cos \varepsilon \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

und substituirt man nun für dx, dy, dz , ihre Werthe aus (5), so erhält man mit Berücksichtigung von (7), (8), (9), die folgenden Relationen:

und endlich sei b , seine geocentrische Breite ebenfalls auf (II) bezogen, dann hat man

$$\left. \begin{aligned} x'' &= \Delta \cos(l - N') \cos b \\ y'' &= \Delta \sin(l - N') \cos b \\ z'' &= \Delta \sin b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

Bezeichnet man nun durch F die Richtung von Δ , durch E die Richtung, die senkrecht auf F' steht, und in einer Ebene liegt, die senkrecht auf (II), in der Länge l steht; und endlich die auf beiden Richtungen, senkrechte Richtung, durch D , so hat man sehr einfach:

$$\left. \begin{aligned} \cos DX' &= -\sin(l - N') \\ \cos DY' &= +\cos(l - N') \\ \cos DZ' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos EX' &= -\cos(l - N') \sin b \\ \cos EY' &= -\sin(l - N') \sin b \\ \cos EZ' &= \cos b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos FX' &= \cos(l - N') \cos b \\ \cos FY' &= \sin(l - N') \cos b \\ \cos FZ' &= \sin b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

Aus (14) ergibt sich durch Differenziation, mit Hülfe von (15), (16), (17) und unter Zuziehung von (13), sogleich:

$$\left. \begin{aligned} dx' &= \Delta \cos b \cdot \cos DX' \cdot dl + \Delta \cos EX' \cdot db + \cos FX' \cdot d\Delta \\ dy' &= \Delta \cos b \cdot \cos DY' \cdot dl + \Delta \cos EY' \cdot db + \cos FY' \cdot d\Delta \\ dz' &= \Delta \cos b \cdot \cos DZ' \cdot dl + \Delta \cos EZ' \cdot db + \cos FZ' \cdot d\Delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

Diese Gleichungen lassen sich mit Hülfe einer häufig anwendbaren Formel: (Berliner Astron. Jahrbuch für 1837 pag. 306.)

$$\cos AB = \cos AX \cdot \cos BX + \cos AY \cdot \cos BY + \cos AZ \cdot \cos BZ \dots \dots \dots (\psi)$$

leicht umwandeln, in nachstehende Ausdrücke; wo $\Delta' = \Delta \cos b$ bezeichnet:

$$\left. \begin{aligned} \Delta' dl &= \cos DX' \cdot dx' + \cos DY' \cdot dy' + \cos DZ' \cdot dz' \\ \Delta db &= \cos EX' \cdot dx' + \cos EY' \cdot dy' + \cos EZ' \cdot dz' \\ d\Delta &= \cos FX' \cdot dx' + \cos FY' \cdot dy' + \cos FZ' \cdot dz' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

und substituirt man nun in diese Relationen die Werthe von dx' , dy' , dz' , aus (11), so erhält man endlich mit Hülfe der Formel (ψ):

$$\left. \begin{aligned} \Delta' dl &= \cos RD \cdot dr + r \cos SD \cdot du + r \sin u \cos WD \cdot di + r (\cos SD \cos i - \cos WD \cos u \sin i) d\Omega \\ \Delta db &= \cos RE \cdot dr + r \cos SE \cdot du + r \sin u \cos WE \cdot di + r (\cos SE \cos i - \cos WE \cos u \sin i) d\Omega \\ d\Delta &= \cos RF \cdot dr + r \cos SF \cdot du + r \sin u \cos WF \cdot di + r (\cos SF \cos i - \cos WF \cos u \sin i) d\Omega \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

Es sei nun T die Richtung der Tangente an die Bahnebene im Moment t , so hat man (Berliner Astron. Jahrbuch 1837):

$$\left. \begin{aligned} c \cos TR &= \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} e \sin \nu \\ c \cos TS &= \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} (1+e \cos \nu) = \frac{k\sqrt{p}\sqrt{1+\mu}}{r} \\ c \cos TH &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

wobei k eine Constante, deren Logbrigg. = 8,2355814, μ die Masse des Himmelskörpers im Verhältnifs zur Sonnenmasse, p den Parameter der Bahn und c die Tangentialgeschwindigkeit im Moment t , bedeutet.

Der Werth von c ist:

$$\frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \sqrt{1+e^2+2e \cos \nu} = k\sqrt{1+\mu} \sqrt{\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} \dots \dots \dots (22)$$

wo a die erste Axe der Bahn bedeutet.

Nun ist aber nach (ψ)

$$\cos TD = \cos TR \cdot \cos DR + \cos TS \cdot \cos DS + \cos TW \cdot \cos DW$$

folglich, da $\cos TW = 0$:

$$c \cos TD = c \cos TR \cdot \cos DR + c \cos TS \cdot \cos DS \dots \dots \dots (23)$$

und daher nach (21):

$$c \cos TD = \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} (\cos SD + e (\cos RD \sin \nu + \cos SD \cos \nu))$$

Bezeichnet man nun die Richtung der zweiten Axe der Bahn durch B , so hat man nach (ψ):

$$\cos BD = \cos BR \cdot \cos RD + \cos BS \cdot \cos SD + \cos BW \cdot \cos WD.$$

Es ist aber $BR = \frac{\pi}{2} - \nu$, $BS = \nu$ und $BW = \frac{\pi}{2}$, daher:

$$\cos BD = \cos RD \sin \nu + \cos SD \cdot \cos \nu \text{ und folglich:}$$

$$\left. \begin{aligned} c \cos TD &= c \cos TR \cdot \cos RD + c \cos TS \cdot \cos SD = \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} (\cos SD + e \cos BD) \\ c \cos TE &= c \cos TR \cdot \cos RE + c \cos TS \cdot \cos SE = \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} (\cos SE + e \cos BE) \\ c \cos TF &= c \cos TR \cdot \cos RF + c \cos TS \cdot \cos SF = \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} (\cos SF + e \cos BF) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

Die Differenzialquotienten des Arguments der Breite und des Radiusvectors nach den Elementen, werden nach *Bessel* (Abhandlung über den Cometen von 1807, p. 72), durch folgende Werthe ausgedrückt, wo δ für $(1-e)$ gesetzt ist:

$$\begin{aligned}
 r \left(\frac{du}{dT} \right) &= - \frac{k\sqrt{p}\sqrt{1+\mu}}{r} \\
 r \left(\frac{du}{dq} \right) &= - \frac{3}{2} \cdot \frac{k\sqrt{p}\sqrt{1+\mu}}{r} \cdot \frac{(t-T)}{q} \\
 r \left(\frac{du}{d\delta} \right) &= \frac{3}{2} \cdot \frac{k\sqrt{p}\sqrt{1+\mu}}{r} \cdot \frac{(t-T)}{\delta} \\
 &\quad - a \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin \nu \\
 r \left(\frac{du}{d\omega} \right) &= r \\
 \left(\frac{dr}{dT} \right) &= - \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot e \sin \nu \\
 \left(\frac{dr}{dq} \right) &= \frac{r}{q} - \frac{3}{2} \cdot \frac{k\sqrt{1+\mu}}{\sqrt{p}} \cdot e \sin \nu \cdot \frac{t-T}{q} \\
 \left(\frac{dr}{d\delta} \right) &= - \frac{2r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \nu}{p(1+e)} + \frac{r^2}{p} e \sin \nu \cdot \left(\frac{du}{d\delta} \right) \\
 \left(\frac{dr}{d\omega} \right) &= 0
 \end{aligned} \quad (25)$$

Daher hat man mit Hülfe von (21):

$$\begin{aligned}
 r \left(\frac{du}{dT} \right) &= - c \cos TS \\
 r \left(\frac{du}{dq} \right) &= - \frac{3}{2} \cdot \frac{t-T}{q} \cdot c \cos TS \\
 r \left(\frac{du}{d\delta} \right) &= \frac{3}{2} \cdot \frac{t-T}{\delta} \cdot c \cos TS - a \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin \nu \\
 r \left(\frac{du}{d\omega} \right) &= r \\
 \left(\frac{dr}{dT} \right) &= - c \cos TR \\
 \left(\frac{dr}{dq} \right) &= \frac{r}{q} - \frac{3}{2} \cdot \frac{t-T}{q} \cdot c \cos TR \\
 \left(\frac{dr}{d\delta} \right) &= - \frac{2r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \nu}{p(1+e)} + \frac{r^2}{p} e \sin \nu \left(\frac{du}{d\delta} \right) \\
 \left(\frac{dr}{d\omega} \right) &= 0
 \end{aligned} \quad (26)$$

Setzt man diese Werthe in (20) ein, so erhält man mit Berücksichtigung von (24), sogleich:

$$\left(\frac{dl}{dT} \right) = - \frac{c}{\Delta} \cos TD \dots \dots \dots (a)$$

$$\left(\frac{dl}{dq} \right) = \frac{r}{\Delta q} \cos RD - \frac{3}{2} \cdot \frac{t-T}{\Delta q} \cdot c \cos TD \dots \dots \dots (b)$$

$$\left(\frac{dl}{d\delta} \right) = - \frac{2r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \nu}{\Delta p(1+e)} \cos RD + \frac{r^2}{\Delta \sqrt{p}} \cdot \frac{c \cos TD}{k\sqrt{1+\mu}} \cdot \left(\frac{du}{d\delta} \right) \dots \dots \dots (c)$$

$$\left(\frac{dl}{d\omega} \right) = \frac{r}{\Delta} \cos SD \dots \dots \dots (d)$$

$$\left(\frac{dl}{d\Omega} \right) = \frac{r}{\Delta} (\cos SD \cos i - \cos IFD \cos u \sin i) \dots \dots \dots (e)$$

$$\left(\frac{dl}{di} \right) = \frac{r}{\Delta} \sin u \cos WD \dots \dots \dots (f)$$

ferner:

$$\left(\frac{db}{dT} \right) = - \frac{c}{\Delta} \cos TE \dots \dots \dots (a')$$

$$\left(\frac{db}{dq} \right) = \frac{r}{\Delta q} \cos RE - \frac{3}{2} \cdot \frac{t-T}{\Delta q} \cdot c \cos TE \dots \dots \dots (b')$$

$$\left(\frac{db}{d\delta} \right) = - \frac{2r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \nu}{\Delta p(1+e)} \cos RE + \frac{r^2}{\Delta \sqrt{p}} \cdot \frac{c \cos TE}{k\sqrt{1+\mu}} \cdot \left(\frac{du}{d\delta} \right) \dots \dots \dots (c')$$

$$\left(\frac{db}{d\omega} \right) = \frac{r}{\Delta} \cos SE \dots \dots \dots (d')$$

$$\left(\frac{db}{d\Omega} \right) = \frac{r}{\Delta} (\cos SE \cos i - \cos IFE \cos u \sin i) \dots \dots \dots (e')$$

$$\left(\frac{db}{di} \right) = \frac{r}{\Delta} \sin u \cos WE \dots \dots \dots (f')$$

und endlich:

$$\left(\frac{d\Delta}{dT} \right) = - c \cos TF \dots \dots \dots (a'')$$

$$\left(\frac{d\Delta}{dq} \right) = \frac{r}{q} \cos RF - \frac{3}{2} \cdot \frac{t-T}{q} \cdot c \cos TF \dots \dots \dots (b'')$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\Delta}{d\delta}\right) &= -\frac{2r^2 \sin^2 \frac{1}{2}\nu}{p(1+e)} \cos RP + \frac{r^2}{\sqrt{p}} \cdot \frac{c \cos TF}{k\sqrt{(1+\mu)}} \cdot \left(\frac{du}{d\delta}\right) \dots\dots\dots (c'') \\ \left(\frac{d\Delta}{d\omega}\right) &= r \cos SF \dots\dots\dots (d'') \\ \left(\frac{d\Delta}{d\Omega}\right) &= p (\cos SF \cos i - \cos WF \cos u \sin i) \dots\dots\dots (e'') \\ \left(\frac{d\Delta}{di}\right) &= p \sin u \cos WI' \dots\dots\dots (f'')\end{aligned}$$

Der Werth $\left(\frac{du}{d\delta}\right)$, wird sich aus dem gegebenen Ausdruck (26), nur sehr ungenau berechnen lassen, wenn e sich der Grenze 1 nähert, denn in diesem Falle nähert sich δ der Grenze 0, und α der Grenze ∞ , für $e = 1$ selbst, wird $\left(\frac{du}{d\delta}\right)$ nach obigem Ausdruck sogar völlig unbestimmt; man kann sich aber dann der Methode bedienen, die *Bessel* (Abhandlung über den Cometen von 1807 pag. 72) angegeben hat, und $\left(\frac{du}{d\delta}\right) = \nu + 2\nu'\delta + 3\nu''\delta^2 + \dots$ setzen, wo ν, ν', ν'' ..... Coefficienten sind, deren Werthe *Bessel* in der Monatlichen Corresp. Band XII. pag. 203 berechnet hat.

Will man anstatt ω , lieber die sogenannte Länge des Perihels π einführen, so hat man $\omega = \pi - \Omega$, und daher $d\omega = d\pi - d\Omega$; man findet folglich:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dl}{d\pi}\right) &= \frac{r}{\Delta} \cos SD \dots\dots\dots (d)^* \\ \left(\frac{db}{d\pi}\right) &= \frac{r}{\Delta} \cos SE \dots\dots\dots (d')^* \\ \left(\frac{d\Delta}{d\pi}\right) &= r \cos SF' \dots\dots\dots (d'')^*\end{aligned}$$

alsdann aber auch:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dl}{d\Omega}\right) &= -\frac{2r \sin \frac{1}{2}i}{\Delta'} (\cos SD \sin \frac{1}{2}i + \cos WD \cos u \cos \frac{1}{2}i) \dots\dots\dots (e)^* \\ \left(\frac{db}{d\Omega}\right) &= -\frac{2r \sin \frac{1}{2}i}{\Delta} (\cos SE \sin \frac{1}{2}i + \cos WE \cos u \cos \frac{1}{2}i) \dots\dots\dots (e')^* \\ \left(\frac{d\Delta}{d\Omega}\right) &= -2r \sin \frac{1}{2}i (\cos SF' \sin \frac{1}{2}i + \cos WF \cos u \cos \frac{1}{2}i) \dots\dots\dots (e'')^*\end{aligned}$$

Eben so einfach würde man auch anstatt der Elemente T, q, e , drei andere Bahnconstanten einführen können, die beliebige Functionen von T, q, e wären, man hätte dazu nur

nöthig sich die Werthe (26), in Beziehung auf diese neuen Constanten zu formiren, diese in (20), zu substituiren, und überhaupt wie vorher zu verfahren.

(Beschluss folgt).

Eintritt des Mercur in die Sonnenscheibe am 8^{ten} November.

1) Altona.

Die Beobachtung des Eintrittes, die ich in meinem Hause machte, erlitt durch häufiges Fahren auf der Strafe, von dem das Fernrohr gerade in den entscheidenden Momenten erschüttert ward, Störungen. Auch undulirte der Sonneurand etwas, so daß ich aus beiden Ursachen keine besonders zuverlässige Beobachtungen geben kann.

Den ersten Eindruck des Mercur in den Sonnenrand sah ich um 23^h45'23" m. Zt., vielleicht mehr als 20" zu spät. Mercur war schon zu merklich in die Sonnenscheibe eingetreten.

Die innere Berührung beobachtete ich um
23^h46'34" M. Zt.

Gleich nachher schien aber Mercur noch nicht getrennt und

blieb so bis 23^h46'52", wo ich wieder völlige und bleibende Trennung erkannte.

Mercur ging nachher mitten zwischen 2 kleinen Sonnenflecken hindurch, die nur wenig mehr als sein Durchmesser von einander entfernt waren, und bedeckte bald darauf einen 3^{ten} kleinen Flecken, im Fernrohre unmittelbar über einem größeren Flecken; indessen verschwand der blasse kleine Fleck als Mercur ihm nahe kam, so oft, daß eine auch nur erträgliche genäherte Zeitangabe unmöglich war.

Herr Dr. *Petersen* beobachtete die innere Berührung im Fernrohre des Meridiankreises während der Culmination bedeutend früher als alle andern 8 Beobachter hier und in Hamburg,

Innere Berührung 23^h46'9" m. Zt.