IV. *Ueber den Ausfluss der tropfbaren Flüssigkeiten durch kleine Oeffnungen im Boden der Gefässe; von Parrot, Vater.*

Herr Dr. O. v. Feilitzsch hat die alte Frage von der Erklärung des Fundamental-Phänomens der Hydrodynamik in den Annalen der Physik und Chemie 1844, No. 9 und 10, wieder zur Sprache gebracht und, nach Anführung der Haupt-Arbeiten über dieses wichtige Thema, eine neue Theorie davon zu liefern versucht.

Wie alle seine Vorgänger betrachtet Hr. v. Feilitzsch die tropfbaren Flüssigkeiten als blofs flüssige Massen ohne Elasticität, indem er zwar ihnen die Elasticität nicht ganz abspricht, aber sie als unbedeutend und als auf das Phänomen des Ausflusses gar nicht einwirkend ansieht. In diesem Punkte stimmt derselbe mit allen den von ihm angeführten Vorgängern ein. Meine Arbeit (im 1sten Bande meiner theoret. Physik, 1809, §. 527—542) war Hrn. v. F. wohl nicht bekannt ¹⁾.

Es ist mein Zweck nicht, diese etwas dunkle Stelle in der Abhandlung des Hrn. v. F. besonders zu commentiren, auch nicht die Theorie des Verfassers besonders zu beleuchten, sondern die Unrichtigkeit aller bisherigen Theorien, von Newton's Cataracte an, darzuthun, indem sie sämmtlich mit dem Fundamental-Fehler behaftet sind, die tropfbaren Flüssigkeiten als blofs schwere und flüssige, und als unelastische Massen, zu betrachten. Dafs

1) Diefs ist leicht erklärlich, da diese Arbeit in einem Grundrisse für Vorlesungen vorkommt, der vor 36 Jahren erschien. Ich hatte die paradoxe Idee, dafs die Compendien wohl Neues von dem Verfasser selbst enthalten dürften, dadurch mehr Werth erhalten, und so für länger als ein Paar Jahre diesen Werth behalten könnten. Dieser Fehler findet sich sehr oft in demselben Werke.

jeder dieser Autoren durch mehr oder minder richtige Rechnungen auf das Resultat der Experimente kommt, mehr oder minder genau, beweiset nur wie leicht der Mißbrauch der edlen Rechnung in solchen Fällen ist, was ich namentlich an La Place's Theorie der Capillarität (s. Ueber Capillarität, eine Kritik der Theorie des Grafen La Place etc., von G. F. Parrot, Dorpat bei Fr. Meinshausen, 1819) streng nachgewiesen habe. Ich will jetzt beweisen 1) dafs die tropfbaren Flüssigkeiten, als blofs schwere und flüssige Massen, den Torricelli'schen Satz nicht erklären können. 2) Dafs die tropfbaren Flüssigkeiten die Eigenschaft der Elasticität, und zwar in einem sehr hohen Grade, besitzen. 3) Dafs diese Eigenschaft, mit der Schwere und Flüssigkeit verbunden, alle Phänomene des Ausflusses vollkommen erklärt.

I. Die Schwere allein, bei vorausgesetzter Flüssigkeit, kann die Phänomene des Ausflusses tropfbarer Flüssigkeiten nicht erklären.

Sogar der Grundsatz der Statik der Flüssigkeiten, dafs der Druck auf der Grundfläche eines Gefäßes durch das Product der Basis in die Höhe und das specifische Gewicht der Flüssigkeit ausgedrückt wird, läßt sich nicht aus der bloßen Schwere erklären. Denn:

Es seyn *A*, *B*, *C* (Fig. 8 Taf. I) drei oben offene, unten verschlossene, mit Wasser gefüllte Gefäße. Es sey *A* ein Cylinder, die beiden andern Kegel. Für den Fall des cylindrischen Gefäßes ist der Satz in beiden Hypothesen richtig und klar; denn der Druck auf der Grundfläche läßt sich vollkommen aus dem Gewichte dieser Wassersäule, so wie auch aus ihrer Elasticität darstellen. Mit dem Gefäße *B* hat es aber eine andere Bewandniß. Denn denken wir uns den Cylinder *abba* von gleicher Grundfläche als der Boden, so leistet er schon allein durch sein Gewicht den ganzen Druck auf die Grund-

fläche, und es bleibt eine flüssige, conische, zoneartige Masse, welche durch die Dreiecke acb und acb angedeutet wird, und es fragt sich, welche Rolle sie in dem Phänomen des gleichen Drucks als der des Cylinders A spielt. Diese Masse ist schwer, wie die übrige; sie liegt auf schiefen Flächen und übt also eine verticale Kraft aus, die sich verhält zu ihrer ganzen Schwere wie $ab : ac$, da der senkrechte Druck auf der schiefen Fläche durch bc ausgedrückt wird. Was wird aus diesem verticalen Drucke ba ? Er wird nicht durch die schiefe Ebene zerstört. Er soll aber auch nicht auf die Bodenfläche wirken. Ferner kann er, als unelastische Masse, keinen Seitendruck ausüben, um so weniger, da er durch die Wand des Gefäßes vernichtet würde. Wollte man endlich diese Masse als ein Aggregat von Keilen wie acb ansehen, welche längs den Wänden des Gefäßes zu fallen trachten, so müßte die Flüssigkeit $abba$ über ihr ursprüngliches Niveau steigen und folglich einen erhöhten Druck auf die Grundfläche ausüben, abgerechnet, daß eine solche partielle Erhöhung gegen den Begriff von Flüssigkeit streitet. Betrachten wir endlich das conische Gefäß C , so haben wir im Vergleich mit dem Cylinder A einen Mangel an schwerer Masse, und dennoch einen eben so starken Bodendruck als in A und B . — Was wird hier aus dem Grundsatz, dem höchsten Axiom der Mechanik, daß die Wirkungen den Ursachen proportional sind?

Wenn aber der Satz des gleichen Drucks bei gleicher Grundfläche und Höhe, und bei jeder Figur der Gefäße, sich aus der Schwere allein nicht erklären läßt, wie wird es mit der Lehre des Ausflusses stehen? Wir wollen diese Frage lösen.

Wenn bloß schwere Massen, welche sich wechselseitig berühren, und die Eine A eine Bewegung in der Richtung beider Schwerpunkte erhält, so wird die Andere B keine größere und keine kleinere Geschwindig-

keit erhalten können als die Masse A . Und wenn sie sich vor der Ertheilung der Bewegung an die Masse A nicht berührten, so wird die Masse B , sie sey größer oder kleiner als A , keine größere Geschwindigkeit erhalten, als die Masse A nach dem Stofse behält, sondern beide werden sich nach dem Stofse fortan berühren und mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit bewegen, die durch $v \cdot \frac{A}{A+B}$ ausgedrückt wird, wenn v die Geschwindigkeit ist, welche A ursprünglich erhalten hatte. Sind aber die Massen elastisch, so entstehen die bekannten Phänomene nach den Gesetzen des Stofses elastischer Massen. Diese Sätze sind durch Versuche bestätigt und von allen Dynamikern anerkannt. Es kann also weder durch den Druck, noch durch den Stofs unelastischer Massen eine Acceleration erzeugt werden.

Aber schon Newton wufste durch directe Versuche, dafs in einem vollen Gefäfse, mit einer verhältnifsmäfsig kleinen Oeffnung im Boden, das Wasser mit der beiläufigen Geschwindigkeit $v=0,7\sqrt{2gh}$ ausfließt, dafs aber der Wasserspiegel nur mit der Geschwindigkeit $v \cdot \frac{d^2}{D^2}$ sinkt. Wir haben also hier eine Acceleration in der Bewegung. Woher aber kommt der Ueberschufs der Geschwindigkeit v über die Geschwindigkeit $v \cdot \frac{d^2}{D^2}$, wenn alle Bewegung von der Schwere herrühren soll? Gewifs nicht von der Flüssigkeit, da die Flüssigkeit keine Kraft ist; noch weniger von der Flächenanziehung, welche überall die Bewegung vermindert. Die Gase fliessen schneller als die tropfbaren Flüssigkeiten, und unter diesen der Syrup langsamer als Wasser. Weder die Zerlegung der Kräfte, noch die Rechnung kann diese Schwierigkeit lösen. Nur Newton's Cataract könnte es, wenn die Versuche sich ihrer Annahme nicht widersetzen, weil in dieser Hypothese die Flüssigkeit nicht durch ihren Druck,

sondern durch den freien Fall zum Ausfliessen gebracht und unterhalten wird.

II. Die Elasticität kommt den tropfbaren Flüssigkeiten in hohem Grade zu.

Die Dynamiker, indem sie die Elasticität aus den Phänomenen des Drucks und der Bewegung der Flüssigkeiten ausschlossen, scheinen diese Eigenschaft nicht gehörig gekannt zu haben. Früher läugnete man sie in den tropfbaren Flüssigkeiten, zugleich als man sie in den Gasen anerkannte. Heute erklärt man sie in jenen für unbedeutend und mit eben so großem Unrechte.

Da es hier nicht gilt eine Theorie der Elasticität überhaupt zu liefern, welche von mehreren Physikern mit großem Erfolge bearbeitet worden und noch bearbeitet wird, so beschränke ich mich auf folgende sehr einfache Betrachtung:

Wenn man eine Portion atmosphärischer Luft einem Drucke von 812 Atmosphären aussetzte, so würde sie nahezu die Dichtigkeit des Wassers haben, vorausgesetzt, daß das Mariotte'sche Gesetz sich bis dahin bestätigte¹⁾. Würde man aber die Elasticität dieser Luftportion deshalb läugnen, oder für unbedeutend halten, weil eine sehr bedeutende Zulage an Druck nur eine sehr geringe Volumenverminderung bewirken würde? Man muß vielmehr diesen Elasticitätsgrad für sehr hoch halten, im Vergleich der andern Elasticitätsgrade, die wir kennen. Möge man diesen Widerstand des Wassers gleichviel welcher Ursache zuschreiben, so ist er da, und wir nennen ihn *Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten*; und er muß

1) Die Pariser Academie hat es bis zum 27sten atmosphärischen Drucke bewährt gefunden. In meinen Versuchen wurde sie bis 70 solcher Drucke vollkommen bestätigt und mit einiger Ungewißheit bis 100. S. in den *Mémoires de l'Académie de St. Petersbourg*, 6. Série, T. II, *Sciences mathém. et phys.* 1832, meine *Experiences de forte compression*, p. 615.

sich thätig zeigen, so oft wir ihn durch Vermehrung des Drucks oder durch Verminderung dazu auffordern.

Die Phänomene der Elasticität der starren Körper zeigen uns ganz analoge Resultate. Wie klein ist nicht die Abplattung im Contacte bei dem Stosse zweier elfenbeinernen Kugeln, oder bei dem Fall einer solchen Kugel auf eine sehr harte Fläche! Es sey z. B. eine solche Kugel von zwei Par. Zoll Durchmesser auf eine gehärtete Stahlplatte von einer Höhe von $1\frac{1}{2}$ Fufs gefallen, so zeigt sich ein Fleck, dessen Durchmesser etwa 1 Linie ausmacht, und es zeigt die Rechnung, dafs der Zurücktretungsraum 0,00036 oder etwa $\frac{1}{2777}$ Linie tief war. Und diese kleine Gröfse erscheint noch zu grofs; denn, da man den Durchmesser des Oelfleckens zum Maafse genommen hat, mufs man die Dicke der Oelschicht, die man aufgestrichen hat, noch in Betrachtung ziehen, welche den wahren Durchmesser des Abplattungskreises gröfser erscheinen läfst, indem das Oel durch den Stofs nach allen Richtungen auszutreten gezwungen wurde. Nach den Begriffen, wonach man die Elasticität des Wassers für ganz unbedeutend hält, würde die der elfenbeinernen Kugel auch höchst klein erscheinen, da man sie doch, nach den Versuchen auf der Percussionsmaschine, für bedeutend hält. Ich könnte mehrere Betrachtungen dieser Art anstellen. Allein es ist an diesen genug, um zu zeigen, dafs die Gröfse des Zurückdrängungsraums nicht zum Maafsstabe für die Gröfse der Elasticität, weder in den festen, noch in den flüssigen Körpern genommen werden kann, sondern *die Kraft, mit welcher der Körper in seinen vorigen Zustand zurückzutreten trachtet, verglichen mit derjenigen, welche angewandt werden mufste, um seinen natürlichen Zustand zu verändern.* Es sey also diese Kraft $= p$ und jene $= q$, so ist die Gröfse der Elasticität $= \frac{q}{p}$. Ist $q=p$, so ist die Elasticität vollkommen, das heifst im Maximo. Nach unsern

bisherigen Versuchen haben wir Ursache anzunehmen, daß die Elasticität aller Flüssigkeiten in diesem Falle sey, mithin im höchsten Grade bedeutend, in den festen Körpern aber meist unvollkommen.

Vergleichen wir die Gase mit den tropfbaren Flüssigkeiten, so finden wir zwischen diesen zwei Gattungen von Substanzen zwei charakteristische Unterschiede. Der Eine uns in die Augen fallende ist, daß die tropfbaren Flüssigkeiten eine viel größere Adhäsion ihrer Theile unter einander haben, die Gase aber eine sehr geringe ¹⁾, welches mit Ursache ist, daß ihr Ausfluß mit bedeutend größerer Leichtigkeit stattfindet. Der zweite Unterschied ist, daß die Gase, wie wir sie unter dem mittleren Druck der Erd-Atmosphäre besitzen, durch kleine Drucke eine sehr große Volumverminderung erleiden, die tropfbaren Flüssigkeiten hingegen durch sehr große Drucke nur sehr kleine. Wir werden weiterhin sehen, wie, ungeachtet dieser dem Volum nach sehr kleinen Veränderung, die Elasticität dieser Flüssigkeiten dennoch die Phänomene des Ausflusses nach den bekannten Gesetzen entstehen läßt.

Wenn man eine Sand-Uhr in ihrer Thätigkeit betrachtet, so zeigt sich bei dem ersten Blicke an der Oberfläche der Sandmasse, in der verticalen Richtung des Abflusses des Sandes, eine Vertiefung, die anfangs beinahe unmerklich ist, sich aber nach und nach zu einem Trich-

1) Diese Eigenschaft der Gase war lange unbekannt und sogar gelüget. Man dachte sogar das Gegentheil der Adhäsion annehmen zu müssen, weil eine comprimirt Gasportion sich augenblicklich wieder ausdehnt, sobald die Compression aufhört. Mein Sohn (Friedrich), Professor in Dorpat, war der Erste, der, noch in seinen Studenten-Jahren, durch Versuche sie darstellte, indem er, mittelst des von ihm damals erfundenen Gasometers, Gase durch enge Mündungen unter beständig gleichem Drucke ausfließen ließ. Young hat, bald nachher, diese Eigenschaft der atmosphärischen Luft als die Gränze der Höhe der Erd-Atmosphäre anzeigend oder vielmehr bestimmend aufgestellt.

ter erweitert, völlig wie Newton seine Cataracte für den Ausfluß des Wassers sich dachte, aber in der That nicht ist. Dieser Ausfluß aber würde bald aufhören, wenn die Luft im untern Gefäße (die durch die Sandmasse immer dichter werden müßte und elastischer), in-
 defß die Luft im obern Gefäße, immer verdünnt und minder elastisch, sich nicht zwischen den feinen Sandkörnern durcharbeiten könnte. Bedenkt man, daß z. B. eine Stunde Zeit erfordert wird, um die kleine Sandmasse aus dem obern Glase in das untere fallen zu lassen, und daß, vermöge dieser langen Zeit, der Widerstand, den die aus dem untern Glase in das obere dringende Luft dem Fallen des Sandes einen äußerst kleinen Widerstand entgegenstellt, so muß man sich über diese lange Zeit wundern. Denkt man sich hingegen, daß Wasser an Stelle des Sandes im obern Glase wäre, so würde es nicht eine Minute zum Abfließen brauchen, vorausgesetzt, daß man im obern Boden des obern Glases und am Halse des untern ein kleines Loch angebracht hätte, um die äußere Luft in's obere einzulassen und in dem untern auszulassen.

Aus dieser Vergleichung folgt, daß der Sand nicht durch den Druck der obern Schichten ausgetrieben wird, wie es mit dem Wasser stattfindet, sondern dadurch herauskommt, daß, wenn die erste Schicht in der Oeffnung frei herabgefallen ist, die nächste ihr, eben auch durch den freien Fall, folgt, indem sie die Stelle der ersten annimmt, und also alle diese Schichten nur mit einer Anfangsgeschwindigkeit herausfallen. Diese Ansicht wird durch folgende sehr auffallende Versuche bestätigt ¹⁾.

Eine Röhre von verzinnem Blech, 20 Par. Fufs lang

1) Ich stellte sie im Jahre 1820 oder 1821 zum ersten Male an, um einem Freunde die Unhaltbarkeit der *Théorie de la poussée des terres* des ehrwürdigen Veterans Prony zu beweisen, und habe sie nachher in meinen Vorlesungen zum Behufe meiner Theorie des Ausflusses der Flüssigkeiten wiederholt.

und 4 Zoll Durchmesser, hatte an ihrem obern Ende einen Trichter von etwa 6 Zoll Höhe, 18 Zoll im obern Durchmesser und 4 Zoll im untern, wodurch er an der langen Röhre angelöthet wurde, um Sand in die Röhre zu füllen. Am untern Ende der Röhre war ein Knie von gleichem Durchmesser aufgeschoben, so daß der horizontale Theil des Knies um 6 Zoll seitwärts hervorragte. Die lange Röhre war vertical aufgestellt und wurde nun, anfangs sehr langsam, dann schneller gefüllt. Der Sand war fein und Tags vorher in einem Backofen stark getrocknet. Am Tage des Versuches zeigte er nicht die allermindeste Feuchtigkeit. Als die Röhre mit sammt dem Trichter gefüllt war, fand es sich, daß er nicht nur nicht aus der Seitenröhre ausgeflossen war, sondern sich schräge gelegt hatte, ungefähr wie derselbe Sand, frei in Kegelform auf dem freien Boden sanft geschüttet, sich legt. Als ich das geradlinige Knie durch ein krummliniges ersetzte, fand derselbe Erfolg statt.

Ich nahm das Knie ab und liefs nahe über der untern Mündung der langen Röhre drei Füße wie *a* und *c* von Gardinendraht, welche unten spitzig waren, anlöthen, theils um die Mündung der Röhre etwa 1 Fuß hoch über dem Fußboden zu halten, theils damit sie sich aus ihrer Stellung nicht verrücken lasse. Nach der gehörigen Stellung der Röhre schüttete ich unter ihrer Mündung einen Haufen Sand, bis zu etwa $2\frac{1}{4}$ Zoll über dieselbe, und rund herum, bis der Sand seine natürliche Böschung bildete, welche ungefähr 35° beträgt. Nun wurde die Röhre immer sachte gefüllt. Diese hohe Sandsäule, von welcher man hätte erwarten sollen, daß sie sich mit ihrem ganzen Gewichte senken und den unten liegenden Sandkegel auseinanderjagen würde, blieb in der Röhre hängen und trieb die Spitze des Kegels nur sehr wenig in die Breite.

Endlich legte ich an die Mündung der verticalen Röhre (Fig. 1, Taf. I) eine Zugklappe wie *X*, welche

sich in einem viereckigen Falze in horizontaler Richtung hin und her schieben liefs, um die Röhre zu schliessen oder zu öffnen. Nun wurde bei geschlossener Röhre wieder Sand auf den Boden bis zur Berührung der Klappe und etwas darüber geschüttet. Dann liefs ich die Röhre füllen, und gleich darauf zog ich die Klappe heraus. Die äufserc Sandoberfläche verflachte sich sehr wenig, so dafs diese kleine Wirkung sehr gut nur dem natürlichen Falle der ganzen Sandsäule in den leer gewordenen Raum der Klappe zuzuschreiben ist.

Diese drei Versuche, welche gewifs zu den auffallendsten in der Dynamik gehören, beweisen, dafs der Lateral-Widerstand einer Sandschicht von 2 bis 3 Zoll Dicke fähig ist den Fall einer Säule gleichen Sandes von $20\frac{1}{2}$ Fufs Höhe, die über 220 Pfd. russ. wog, zu verhindern, und also diese Säule trägt. Sie beweisen, dafs der Sand keinen Seitendruck äufsert, und dafs also nur solche Körper einen Ausflufs bewirken können, die durch ihr Gewicht die Elasticität (welche nach allen Richtungen wirkt) in Thätigkeit setzen ¹⁾.

Man kann nicht einwenden, dafs die Erfolge der obigen Versuche der Reibung der Sandkörner zuzuschreiben sey. Denn es ist keinem Zweifel unterworfen, dafs, wenn ich an der verticalen Röhre einen Boden mit einem Loche angebracht und einen freien Raum unterhalb gelassen hätte, und dieses Loch nur 2 oder 3 Linien im Durchmesser gehabt hätte, der Sand aus dieser Oeffnung

1) Ich kann nicht umhin hier wieder zu erinnern, dafs die Mathematiker, welche ihre Wissenschaft mit so grossem Aufwande von Scharfsinn auf die Naturlehre anwenden, vor Allem die Vorsicht haben sollten, die nöthigen Versuche anzustellen, um ihre Grundformeln zu construiren. Hätte Prony die eben erwähnten oder ähnliche Experimente angestellt, so würde der berühmte Analytiker seine durchaus nicht haltbare *Théorie de la poussée des terres* nicht aufgestellt und den falschen Begriff von *fluides imparfaits* in die Wissenschaft eingeführt haben. Sand, Erden, Humus sind gar keine Flüssigkeiten, weder vollkommene, noch unvollkommene.

gefallen wäre, wie es in der Sand-Uhr geschieht, und zwar mit keiner größern Geschwindigkeit. Woraus wir den Schlufs ziehen müssen, dafs, um den Ausflufs mit der Geschwindigkeit $v = n \cdot \sqrt{2gh}$ zu bewirken, der von der Höhe abhängige Druck der Flüssigkeit einen Seitendruck erzeugen mufs. Dafs aber die tropfbaren Flüssigkeiten, so gut als die Gase, eines Drucks nach allen Richtungen fähig sind, das beweisen alle Versuche mit Seitenausflüssen und die Springbrunnen. Dafs aber kein Aggregat von harten Körnern fähig sey, in einer verticalen Säule nach unten drückend, ein Aufsteigen in einer andern, gleichfalls verticalen oder nur horizontalen, communicirenden Röhre zu bewirken, bedarf nach den obigen Versuchen kaum einer Erwähnung.

III. Erklärung der Phänomene und Gesetze des Ausflusses der tropfbaren Flüssigkeiten.

1) Schon Bossut hatte beobachtet, dafs, wenn ein Gefäfs mit einer verhältnismäfsig kleinen Oeffnung am Boden mit Wasser gefüllt worden, und man dann durch diese Oeffnung das Wasser ausfliessen läfst, die Oberfläche des Wassers bis zu einer kleinen Entfernung vom Boden beständig eben bleibt, jedoch nur unter der Bedingung, dafs das Wasser vorher völlig ruhig geworden war.

2) Wenn aber das Wasser im Gefäße nicht völlig ruhig ist, so bildet sich bald in der Mitte der Oberfläche eine Vertiefung, desto gröfser, je gröfser die Bewegung ist. Erzeugt man absichtlich eine gyratorische Bewegung in der Wassermasse, so bildet sich förmlich ein hohler Trichter, in welchen die Luft einsiefst. Ist diese Bewegung stark, so reicht die Spitze dieses Trichters bis unterhalb der Ausflufsöffnung, und die Wasserader bildet unter dem Boden des Gefäßes eine Blase, die sich nach unten schraubenförmig zuspitzt, und dann herum versprüht wird.

3) Wenn das Wasser im Gefäße völlig ruhig war, zeigte es sich in meinen Versuchen:

a) daß das Wasser zu Fließen aufhörte, wenn nur noch eine 1 Linie dicke Schicht auf dem Boden zurückblieb.

b) Während des Ausflusses blieb die Oberfläche des Wassers eben. Erst wenn der Spiegel sich so weit genähert hatte als $\frac{1}{4}$ des Durchmessers der Ausflußöffnung $\div$ die eben erwähnte Höhe a , fängt die Vertiefung des Spiegels an merklich zu werden.

4) Wir haben wieder unser Gefäß mit der Bodenöffnung (Fig. 2, Taf. I) mit Wasser gefüllt, und hängen in dasselbe kleine Kugeln, die specifisch etwas schwerer sind als dieses Wasser, und zwar in verschiedenen Höhen nicht weit vom Boden und in verschiedenen Entfernungen von der Axe der Oeffnung. Sobald der Ausfluß anfängt, werden diese Pendel sich dieser Axe mehr oder weniger nähern, nachdem sie näher am Boden und an dieser Axe oder weiter davon entfernt aufgehängt wurden. Sind z. B. die Pendel ad und ch in gleicher Entfernung von der Axe, aber ad tiefer als ch , so wird die Kugel d sich der Axe bedeutend mehr nähern, als die Kugel h . Hängt man nun mehrere solche Pendel auf einem Radius eb , und hebt jedes derselben, bis es sich eben nicht mehr gegen die Axe der Bodenöffnung nähert, so sieht man, daß die Strömungen die Gestalt annehmen, welche die Fig. 2 zeigt. Der höchste Punkt der krummen Linie steht um 4 Durchmesser der Oeffnung über dem Boden. Es versteht sich von selbst, daß dieser Versuch mehrere Proben erforderte. Die Pendelkugeln waren von Wachs, von gleichem Durchmesser und mit etwas eingedrücktem Blei gleichmäfsig schwerer gemacht.

Wenn ich ein Pendel so aufhing, daß es die Axe der Oeffnung erreichte, so blieb es daselbst in beständigem Zittern, so lange der Wasserdruck hinreichend dazu war. Denn, so wie die Höhe des Niveau's, und also der
Druck,

Druck, abnahm, waren die Strömungen schwächer und die ganze Gränze der Strömungen senkte sich allmählig.

5) Ich füllte das Gefäß mit zwei Flüssigkeiten von verschiedener Farbe (auch mit dreien), deren specifisches Gewicht nur um etwa $\frac{1}{1000}$ verschieden war. Die Gränzen zwischen denselben waren scharf bezeichnet¹⁾. Als Alles in Ruhe war liefs ich den Abflufs erfolgen und es zeigte sich, dafs jede Gränze zwischen je zwei Flüssigkeiten völlig horizontal und eben blieb, bis sie in einer

- 1) Das Instrument, womit ich solche Füllungen mit bedeutender Genauigkeit ohne Verwischung der Gränzen zu Stande bringe, besteht aus einem Trichter mit hinlänglich langer conischer Spitze, deren unteres Ende etwa 4" Durchmesser hat. Zu dieser Spitze verfertige ich einen Korkstöpsel mit 4 schmalen Längeneinschnitten, welche eben so viele kleine Kanäle bilden. Die untere Fläche des Korks ist etwas gewölbt, damit die Flüssigkeit auf allen vier Seiten ihren Ausflufs erhalten könne. Für den oberen Theil dieser Spitze, am Uebergange aus dem Trichter in dieselbe, ist ein anderer sehr weicher Korkstöpsel mit einem eingekitteten Stiele von starkem Drahte, mit welchem man den Abflufs der Flüssigkeit des Trichters willkürlich zulassen oder hemmen kann. Will man den Abflufs beginnen lassen, so dreht man den Stöpsel langsam herum, um ihn auf diese Art nur um ein sehr Weniges zu lüften. Allmählig läfst man diese Lüftung wachsen, und wenn die eingeflossene Flüssigkeit etwa 2" Höhe erreicht hat, kann man den Stöpsel ganz aus dem Halse des Trichters ziehen. Die Füllung selbst geschieht auf folgende Art: Man giefst zuerst die leichtere Flüssigkeit, so viel man ihrer haben will, in's Gefäß und läfst sie zur Ruhe kommen. Dann wird die Spitze des Trichters mit derselben gefüllt und mit dem Stöpsel gesperrt. Die Flüssigkeit wird in der Trichterspitze schweben. Nun wird der eigentliche Trichter getrocknet, die schwere Flüssigkeit hineingegossen und in senkrechter Richtung das Ganze auf die Mitte der noch verschlossenen Bodenöffnung gesenkt. Endlich lüftet man den Stöpsel wie eben gesagt worden, wodurch die zweite Flüssigkeit gehörig gefüllt wird. Soll eine dritte nachfolgen, so wird der Stöpsel wieder zgedrückt, der Trichter trocken gemacht und die neue Flüssigkeit hineingegossen, die nun ihre angewiesene Stelle am Boden des Gefäßes allmählig einnimmt. So auch eine vierte und fünfte, wenn man es wünscht. Endlich schließt man den obern Stöpsel ganz und zieht den ganzen Apparat sehr langsam und in senkrechter Richtung ganz heraus. Es entsteht dadurch keine merkliche Störung in den Schichten.

gewissen Entfernung vom Boden gesunken war, welche Entfernung weiterhin bestimmt werden wird. Daraus folgt, daß die Behauptung gewisser Hydrodynamiker irrig ist, daß das Wasser *von oben herab* in hyperbolischen Krümmungen nach der Ausflußöffnung sich bewegt. Es ist also wahr, daß das Wasser so ausfließt wie Fig. 2, Taf. I zeigt ¹⁾).

6) Setzt man auf die Ausflußöffnung eine Röhre *abba*, Fig. 3, von gleichem Durchmesser, und deren Höhe = 4 Durchmesser der Oeffnung, und senkt zwei der obigen Pendel in die Flüssigkeit, so daß das eine in *d*, das andere in *e* hänge, und daß die Kugel des erstern in der Höhe der Mündung *bb*, die andere nur um einen oder zwei Durchmesser der Röhre von ihr abstehe, so wird das Pendel in *d* die Lage *dν* annehmen, das andere aber seine verticale Lage *eu* behaupten, wenn die Ausflußmündung geöffnet wird, obgleich das letztere Pendel näher an der Röhre hängt.

7) Nach dem gänzlichen Abflusse der Flüssigkeit aus dem Gefäße lasse man die Pendel an den frühern Punkten *d* und *e* hängen und fülle das Gefäß mit zwei Flüssigkeiten von verschiedener Farbe, deren Gränze etwa in *PP* sey. Sobald diese Gränze durch den Abfluß sich der Oeffnung *bb* genähert, fangen die zwei Farben an sich über *bb* zu vermischen und zusammen auszufließen; bald aber hört diese Vermischung auf, sobald *PP* die Tiefe *bb* erreicht hat, und die Gränze erhält die Figur *fbbf*, ohne mehr von der untern Flüssigkeit mitzunehmen. Schließt man unter diesen Umständen plötzlich

1) In dieser Figur stellen die dunklern Tinten die größern Geschwindigkeiten vor. Man begreift leicht, daß diese Figur nicht in allen Fällen die nämliche ist. Sie variirt nach dem Verhältnisse der Breite zur Höhe des Gefäßes und vorzüglich nach dem Verhältnisse des Durchmessers der Ausflußöffnung zu dem des Gefäßes in *fg*. Eine Gleichung für die Krümmung *fk g* wird auch die scharfsinnigste Analysis schwerlich finden, so nützlich es auch seyn möchte wenigstens den Scheitel derselben anders als durch Versuche bestimmen zu können

die Mündung aa , so wird die Oberfläche der untern Flüssigkeit, und also die Gränze, wieder eben wie ox unterhalb der Oeffnung bb ; öffnet man die untere Mündung aa wieder, so krümmt sich die Gränze wieder wie $fbbf$.

Läßt man die ganze Flüssigkeit bis bb abfließen, so bleibt die Gränze in ox unverwischt zurück.

Wiederholt man denselben Versuch mit drei Flüssigkeiten, so bleiben am Ende des Abflusses eine dünne Schicht der mittleren und eine dickere der obersten in der Höhe bb zurück.

Diese letzten Versuche lehren uns mit Bestimmtheit etwas das man schon aus den Versuchen mit den Pendeln vermuthen konnte, nämlich daß die Flächenanziehung der Theilchen der Flüssigkeit unter sich an der Bestimmung der krummen Linien, welche das Wasser in der Nähe der Oeffnung während des Ausflusses beschreibt, einen sehr thätigen Antheil nimmt. Denn, wenn wir den Durchschnitt der Oeffnung πr^2 nennen und x die Höhe der horizontalen Wasserschicht, welche mit der zukommenden Geschwindigkeit einen hinreichenden Zufluß am Rande der Oeffnung erzeugen soll, so haben wir $\pi r^2 = 2\pi r x$ und $x = \frac{1}{2}r$. Wir sehen aber durch die ersten Pendel-Versuche, daß diese Höhe mit immer abnehmender Geschwindigkeit bis zur Höhe $8r$ sich erstreckt, welches sich nicht wohl anders als mit Zuziehung der Thätigkeit der Adhäsion erklären läßt. Was wir aber hier nur schliessen, das zeigt der sechste Versuch klar dem Auge. Denn das Wasser innerhalb $f b m$ ist über sein Niveau nach bb geschleppt worden, welches weder der Druck noch die Elasticität vermögen. Das Phänomen, daß, bei Anwendung von drei Flüssigkeiten, zuletzt eine dünne Schicht von jeder der zwei obern zurückbleibt, ist eine Wiederholung des Versuches mit zwei Flüssigkeiten unter immer verminderter Druckhöhe.

Aus dem bisher Vorgetragenen ziehen wir den Schluß,

dafs, wenn man eine Flüssigkeit durch eine Seitenöffnung io (Fig. 4, Taf. I) aus einem Gefäfse A ausfließen läfst, der Raum, in welchem alle Strömungen sich befinden werden, durch Linien wie fgo begrenzt wird, und dafs man, um die Reibung am Boden zu vermeiden, dafür sorgen mufs, dafs der Punkt g höchstens den Boden erreiche. Der Verlust, den man durch Erhöhung der Seitenöffnung über den Boden erleidet, kann man durch eine geneigte Ansatzröhre vollkommen ersetzen. So fließt das Wasser in Fig. 3 nicht minder schnell, wenn gleich die obere Mündung bb der Röhre um $8r$ über der Ausflufsöffnung aa steht.

Nach diesen Prämissen der Erfahrung, welche alle Schwierigkeiten aus dem Wege räumen, können wir nun den *Torricellischen Satz* aufstellen.

Ich nenne elastisch alle Flüssigkeiten, die, wenn sie durch eine äufere Kraft comprimirt werden, eine Kraft nach aufsen *in allen Richtungen* äufsern, und, nach aufgehobenem äufsern Drucke, sich mehr oder minder vollkommen in ihren vorigen Stand von selbst wieder setzen. *Diese Wiederherstellung ist eine Bewegung*, welche also als eine Kraft wirken mufs gegen jeden Körper der ihr im Wege steht, und ihm Bewegung ertheilen wird. Da aber diese Wege in allen Richtungen stattfinden, so mufs jeder Körper, der in irgend einer dieser Richtungen sich befindet, selbst in Bewegung versetzt werden, wenn sein Widerstand nicht überwiegend ist.

Es sey also ein Gefäfs mit einer tropfbaren Flüssigkeit angefüllt. Diese Flüssigkeit, als eine elastische, mufs angesehen werden als aus physisch unendlich dünnen horizontalen Schichten bestehend, welche nach allen Richtungen einen Druck äufsern. Da nun ihre Elasticität durch den Druck, den jede von den obern erleidet, bedingt und diesem Drucke proportional ist, so wächst die Elasticität einer jeden von oben nach unten im Verhältnifs der Anzahl der darüber befindlichen Schichten. Den-

ken wir uns, daß plötzlich ein Loch im Boden entstehe, so wird die Flüssigkeit ausfließen vermöge aller Kräfte und also aller Geschwindigkeiten, die jede Einzelne für sich äußern kann, welche von der Null an arithmetisch wachsen. Da nun der freie Fall der Körper auch nur durch Summirung von arithmetisch zunehmenden Geschwindigkeiten stattfindet, so muß auch der Ausfluß der Flüssigkeiten aus einer Oeffnung im Boden nach dem Gesetze des Falls der Körper stattfinden, — *welches der Torricellische Satz ist.*

Nun bleibt uns noch übrig zu zeigen, wie andere Phänomene des Ausflusses tropfbarer Flüssigkeiten sich nach der obigen Theorie erklären lassen, welches eine neue Bestätigung dieser Theorie abgeben wird, da eine andere Erklärung derselben unmöglich ist.

Wir nehmen wieder das Gefäß A (Fig. 4, Taf. I), aber ohne die Seitenöffnung io und die dazu gehörigen Linien, und versetzen die Ausflußöffnung d in die Mitte des Bodens. An dieser Oeffnung wird die communicirende krumme Röhre den , deren horizontale Mündung n in derselben horizontalen Linie als d sich befindet, angebracht.

Ist die Mündung n verschlossen, so ist der Druck des Wassers A auf den Deckel in n so groß als in d . Denn, wenn man die Flüssigkeit in der krummen Röhre in ihrem tiefsten Durchschnitt be getheilt denkt, so hebt der Druck der einen Hälfte den Druck der andern auf. So muß denn auch die Elasticität in d und n wechselseitig gleich seyn, nämlich die dem ganzen Drucke in A zukommende. Wenn man nun die Mündung n öffnete und einen Stab nm von gleichem Durchmesser n , von gleicher Höhe als fd (der Höhe des Wassers über d), und von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser in A , senkrecht aufstellte, so würde dieser Stab dem Drucke des Wassercylinders df das Gleichgewicht halten und seine Lage behaupten.

Nun setzen wir voraus, daß, wenn der Stab nm abgenommen wird, weder die Reibung in der Mündung n und in der Röhre dn , noch der Widerstand der Luft sich der Ausströmung aus n entgegenstelle, und wir behaupten, daß der Ausfluß aus n vollkommen so stark seyn werde, als in d mit weggenommener Röhre den , weil die beiden Elasticitäten in d und n gleich sind. Nun denken wir uns in der Mündung n zwei unendlich dünne Schichten der Flüssigkeit a und c über einander. Da die Schicht c keine Bewegung nach unten erzeugen kann, weil ein gleicher Gegendruck entgegenwirkt, so äußert sich die ganze Elasticitäts-Wirkung auf die Schicht a . Sobald aber diese aus der Röhre getreten ist, tritt die Schicht c an ihre Stelle und wird eben so wie a ausgetrieben. So müssen denn (wenn das Gefäß A immer gleich voll erhalten wird) die herausgetriebenen Schichten bald einen Wasserstab bilden, dessen Druck dem Drucke des Wassers in d das Gleichgewicht halten wird, das heißt die Höhe nm haben muß. Da nun dieses Aufsteigen der Schichten eine Bewegung, sogar in entgegengesetzter Wirkung der Schwere, ist, so kann nur die Elasticität der Flüssigkeit dieses Aufsteigen bewirken. Ist nun die Höhe $nm = df$ erreicht, so kann sie nicht mehr überschritten werden, und die Flüssigkeit muß als schwere Masse von allen Seiten abfließen.

Es verhält sich aber im Versuche die Sache etwas anders; die Höhe nm wird nie erreicht, aus folgenden Ursachen: 1) Das Wasser fließt nicht in die Mündung d in geraden verticalen Richtungen, sondern in unzähligen krummen Linien wie Fig. 2, Taf. I zeigt, wodurch eine Entgegensetzung und also ein Verlust an Kräften und Bewegungen entsteht. 2) Die Reibung in der ganzen Röhre den erzeugt eine neue Retardation. 3) Der Widerstand der Luft außerhalb der Mündung stellt sich dem Aufsteigen des Wasserstrahls entgegen. Der erste dieser Verluste ist so groß, daß man behaupten

ten kann, daß, wenn man das Wasser aus einer Seitenöffnung in eine Röhre von bedeutendem Durchmesser, und daraus wieder durch eine eben so kleine Oeffnung, als die im Gefäße in eine andere gleich große fließen liefse, und so fort durch mehrere solche Abwechslungen, der Ausfluß sehr unbedeutend werden müßte. Nimmt man z. B. an, daß der Ausfluß aus dem Gefäße, in so fern er nur durch die Entgegnung der Kräfte vermindert wird, 70 pCt. ausmache, so würde der wirkliche Ausfluß aus der sechsten Röhre nicht ganz $\frac{1}{5}$ betragen. Der Widerstand der Luft zeigt sich im Springbrunnen dem bloßen Auge dar. Bis zu einer gewissen Höhe (die von der Höhe des Niveau's abhängt) ist der Strahl voll und durchsichtig. Ueber derselben aber erweitert sich der Strahl und erscheint milchig durch Vermischung mit der Luft, je höher, desto mehr, bis endlich er sich förmlich in Tropfen vertheilt, welche die schöne Garbe bilden, die das Auge so angenehm ergötzt ¹⁾.

Wir wenden jetzt unsere Betrachtungen auf die Phänomene der hydraulischen Sprungcylinder und Sprungkegel. Ich werde nur die Haupt-Versuche beschreiben.

1) Wenn man eine cylindrische Röhre *A* von glattem verzinnnten Bleche nimmt, von 12 Zoll Höhe und $2\frac{1}{2}$ Durchmesser, mit einem Boden, in dessen Mitte ein Loch von 6 Linien Durchmesser (Fig. 5, Taf. I), das man mit dem Daumen schließt, sich befindet, und den Cylinder in senkrechter Richtung in einen mit Wasser gefüllten Eimer langsam taucht, bis dessen Boden ganz nahe dem Niveau des Wassers im Eimer ist — und nun den Daumen schnell wegnimmt, so steigt das Wasser in den Cylinder, indem es die Luft durch die nun freie Oeffnung schnell austreibt. Ist nun das Wasser bis an

1) Das bekannte Gebläse, mittelst welchem man durch einen Wasserfall in einer Röhre Luft herunterzieht und in einem Kasten condensirt, um als Gebläse in eine Esse zu fahren, ist ein ähnliches Phänomen in entgegengesetzter Richtung.

den Boden gekommen, so erhält dieser einen Stofs und es stürzt ein verticaler, aber momentaner Strahl von etwas mehr als 9 Fufs Höhe senkrecht heraus. Für andere Dimensionen ist natürlich die Sprunghöhe verschieden.

2) Wenn man einen abgekürzten Kegel *B* (Fig. 6, Taf. I) von 12 Zoll Höhe, $2\frac{1}{2}$ unterem Durchmesser und von 6 Linien oberem Durchmesser, und den Versuch ganz so anstellt wie den vorigen, so erreicht der Strahl auch etwas mehr als 9 Fufs, also die Höhe wie im vorigen Versuche.

3) Wenn man einen Kegel *C* (Fig. 7) von $11\frac{1}{2}$ Zoll Höhe, $2\frac{1}{2}$ unterem und 1 Zoll $4\frac{1}{2}$ Linien oberem Durchmesser nimmt, auf welchem man einen andern Kegel *aa* auflöthet, dessen oberer Durchmesser 6 Linien groß ist, und dessen Durchschnitt die Figur *P* hat, und man den Versuch damit wie die vorhergehenden anstellt, so steigt der Strahl bis ungefähr 15 Fufs hoch.

Ich habe einen ähnlichen Versuch (auf einem gefrorenen kleinen Teiche) angestellt mit einer Röhre von 3 Fufs Höhe, $7\frac{1}{2}$ Zoll unterm Durchmesser und 1 Zoll oberstem Durchmesser. Die Sprunghöhe betrug ungefähr 30 Fufs.

Diese drei und alle ähnliche Versuche lassen sich nur aus der Elasticitäts-Theorie erklären, denn es ist schon unmöglich, daß eine nicht elastische Flüssigkeit (wenn es eine gäbe) in eine dieser Röhren aufsteige, und noch weniger, daß sie eine beschleunigte Geschwindigkeit erhalte, welche einen Theil derselben mehrere Fufs hoch über die Mündung zu steigen zwingt. Aber mit der Annahme der Elasticität erklären sich diese Versuche sehr leicht, wie folgt:

Das *in dem Cylinder* mit der einer Höhe von einem Fufs zukommenden Geschwindigkeit ¹⁾ steigende Wasser stößt

1) Man möchte vielleicht einwenden, daß, da das Wasser (um $4\frac{1}{2}$ Linien) in dem Cylinder steigt, diese Schicht dem 12zölligen Drucke

an den Deckel, wodurch die Elasticität eine Rückwirkung erzeugt, welcher die ganze unterhalb befindliche Wassermasse durch ihre Beharrlichkeit widersteht. So muß sie sich denn auf eine gewisse Portion des Wassers nahe an der Oeffnung äufsern. So haben wir denn eine grofse elastische Masse, die ihre Wirkung auf eine viel kleinere äufsert, und ihr also eine weit gröfsere Geschwindigkeit mittheilen muß, als sie selbst hat, wie es der Fall ist, wenn an einer Percussionsmaschine eine grofse elastische Kugel eine kleinere stößt.

Im zweiten Versuche wird der accelerirte Strahl auf eine andere Art erzeugt, nämlich durch die Kegelform. Da nämlich jede aufsteigende Wasserschicht in einen immer kleinern Kreis kommt, so muß sie inner an Höhe gewinnen, und zwar dadurch, daß die unteren Schichten, die selbst im Steigen begriffen sind, den Rücktritt der obern nicht nur hindern, sondern auch als kleinere Massen ihre Steiggeschwindigkeit erhöhen, und zwar nach Verhältnifs des Quadrats der Durchmesser. Nach den angestellten Versuchen scheinen die Accelerationen in beiden Versuchen gleich zu seyn, — eine Gleichheit, die zu interessanten Berechnungen Anlaß geben könnte, welche aber nicht Gegenstand dieser Abhandlung seyn können.

Im dritten Versuche sind beide Wirkungsarten vereint und folgen auf einander. Die des zweiten Versuches mußte eine Sprunghöhe erzeugen, die zwar viel kleiner

entzogen ist, wenigstens um diese $4\frac{1}{2}$ Linien, aber mit Unrecht. Denn diese Schicht ist durch die erhöhte Elasticität der eingeschlossenen Luft comprimirt und besitzt also einen Zusatz zu ihrer natürlichen Elasticität unter dem gewöhnlichen atmosphärischen Drucke, der dem Ueberschusse der Elasticität der eingeschlossenen Luft entspricht. Sobald also die Luft durch die Ausflufsmündung entweicht, wird der Ueberschufs der Elasticität dieser Wasserschicht thätig, deren Wirkung darin besteht, ihr die zukommende Steiggeschwindigkeit zu ertheilen, wie es bei Gelegenheit der Bildung des Strahls in Fig. 4, Taf. I gezeigt worden.

wäre als die dieses dritten Versuches, aber eine in demselben Verhältniß (nahe zu 1:7) größere Masse ausstoßen würde, wenn der Kegel den Ansatz *P* nicht hätte. Es stößt aber diese Masse gegen die viel schiefen und zur Erzeugung eines geraden zusammenhängenden Strahls sehr vortheilhaften Wände des Ansatzes, wodurch der Strahl so weit verengt wird als in den frühern Versuchen, und also vermöge des Anstoßes zuletzt eine größere Strahlhöhe entstehen muß.

Um mich zu versichern, daß beide Wirkungsarten hier wirklich stattfinden, habe ich denselben Kegel *C* (Fig. 7, Taf. I) *mit offener Mündung aa*, mit einer mäßigen Geschwindigkeit in's Wasser gesenkt und sah zwei auf einander folgende Strahlen entstehen ¹⁾.

Diese sämtlichen Versuche, wie noch mehrere, die man, zum Beispiel mit Ansatzröhren, anstellen könnte, liefern neue unwiderlegbare Beweise unserer Theorie. Ja, sie können an und für sich als strenge Experimental-Beweise für die Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten gelten und machen die übrigen, als die von Canton, Abich und Andern, die ohnehin so schwer mit hinlänglicher Schärfe anzustellen sind, entbehrlich.

Hr. Prof. Munk e hat im neubearbeiteten Gehler'schen physikalischen Wörterbuche, Bd. 8, der hydraulischen Sprungkegel ausführlich erwähnt, dabei aber, gleich zu Anfange, S. 979, geäußert, daß zur Erklärung dieser Phänomene es nicht nöthig sey, die Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten zum Grunde zu legen. Diefes ist ganz richtig, wenn man, wie dieser gelehrte Physiker thut, die Massen als mit den ihnen zukommenden Quantitäten der Bewegung begabt voraussetzt; welches aber nicht geschehen darf, ehe man den Torricellischen Satz erwiesen hat. Meine Absicht aber ist, dessen strengen Beweis zu liefern, den man nie früher geliefert hatte, den ich aber

1) Eine zu rasche Senkung vereinigt beide Strahlen in Einen, eine zu langsame läßt nur den zweiten zu.

jetzt in strengerer Form als in meiner *theoretischen Physik*, 1809, durchgeführt zu haben glaube. Sollten aber die Sprungcylinder und Sprungkegel dazu beitragen, indem sie sich nur mittelst der Elasticität erklären lassen, so mußte ich *ab ovo* ausgehen und dieses beweisen. Sollten wir einst unelastische Flüssigkeiten entdecken, so wäre der Sprungkegel, diese so einfache Vorrichtung, geeignet, um sie zu entdecken. Dahin aber gehören nicht diejenigen, als Syrupe, Theer etc., welche zu deren Wasser oder Oelen viele nur mechanisch beigemischte concrete Substanzen enthalten, oder wirkliche Auflösungen von vielem Zucker, Gummi, deren Zähigkeit die Bewegungen überhaupt erschwert.

Nachdem wir die Wege kennen gelernt haben, welche das Wasser durchläuft, um zu der Ausflusmündung zu gelangen, so wie auch die durch den Druck entstehende Elasticität, die Acceleration erzeugt, unterliegt das Phänomen der *zusammengezogenen Wasserader* keiner Schwierigkeit. Alle Hydrodynamiker seit Newton haben sie (die Reibung und den Widerstand der Luft abgerechnet) von den schiefen Richtungen und Entgegensetzungen abgeleitet, unter welchen das Wasser sich der Mündung nähert, diese von ihnen angenommenen krummlinigen Bewegungen mögen die wahren oder nur eingebildete seyn. Vorzüglich hat Bossut sich bemüht, durch seine Versuche, mit und ohne Ansatzröhren, die Gröfse des durch jene Entgegensetzungen entstehenden Verlustes auszumitteln. Es sind auch seine Resultate bis jetzt, so viel mir bekannt ist, als richtig angesehen worden. Daher ich das oft Gesagte nicht wiederholen will. Dasselbe gilt von dem Ausflusse aus den Seitenöffnungen.

Es ist oben bewiesen worden, dafs in den Gefäfsen, wie *A, B, C* (Fig. 8, Taf. I), mit gleichen Grundflächen und Höhen, aber verschiedenen Vertical-Durchschnitten, der Satz der Gleichheit des Drucks auf der Grundfläche nicht aus dem blofsen Princip der Schwere zu erklären

sey. Es ist aber unsere Pflicht zu zeigen, daß dieser höchst wichtige Satz sich aus der *Schwere und Elasticität* streng beweisen läßt.

Es sey A (Fig. 9, Taf. I) ein cylindrisches, ganz geschlossenes Gefäß, auf welches eine Röhre B mit dem Gefäße A communicirend aufgesetzt ist, so wird die bis aa eingefüllte Flüssigkeit auf der Grundfläche bc des Gefäßes einen eben so großen Druck hervorbringen, als wenn die Röhre $d a d$ einen eben so großen Durchmesser als das Gefäß A hätte.

Beweis. Da der Druck einer schweren und elastischen Flüssigkeit nicht nur in der Richtung der Schwere, sondern in allen Richtungen gleich stark drückt (dies ist die Definition einer elastischen Flüssigkeit), so wird irgend eine Schicht xx derselben im Gefäße A eine Elasticität erhalten, die der Höhe ax entspricht. Folglich wird ihre Elasticität in den Richtungen xy und xy drücken und die ganze Schicht yxy die der Höhe ax zukommende Elasticität erhalten, die also dem verticalen Drucke der Säule ax gleich ist. Dasselbe wird in allen horizontalen Schichten wie $y'x'x'y'$ stattfinden. Da aber alle diese Elasticitäten auch nach unten mit gleicher Kraft drücken, so muß der Boden bc des Gefäßes in allen seinen Punkten mit derselben Kraft gedrückt werden als die dem Durchschnitt der Röhre B gleiche Grundfläche mn .

Kehrt man den Apparat um, setzt in aa einen Boden und nimmt den Boden BC weg, so beweiset eine ähnliche Schlußfolge, daß das Wasser in A nicht mehr und nicht weniger als auf den Boden aa drückt als die Säule $maan$ allein drücken würde.

In meinem *Grundrisse der Physik der Erde und Geologie*, S. 385, habe ich die hohen Fluthen, welche an Untiefen, engen Buchten, Insel-Gruppen etc. stattfinden, aus der Theorie der Sprungkegel und Sprungcylinder erklärt, und die Beispiele der canarischen Inseln, der

Meerenge von Gibraltar, der Häfen von Cherbourg und St. Malo und der Mündung der Saverne in dieser Hinsicht genannt. Namentlich ist das Beispiel der Saverne sehr auffallend, da die Fluth daselbst um 54 Fufs steigt. Dafür aber hat die Natur einen colossalen Apparat dazu construirt. Das Gefäß ist das atlantische Meer; der erste Theil des Kegels ist der Canal von Bristol, dessen Basis zwischen dem Cap St. Gowers und dem Cap Hartland 45 englische Meilen breit und von da bis zur Insel Seilly 70 M. lang, wo er sich bis 10 M. Breite verengt, und dann den spitzigen Kegel bis zum Ausflufs der Saverne, mit der Basis 10 und der Länge 35 Meilen bildet. Hätte diese grofse Bucht nicht einen Nebenausflufs durch den Georges-Canal in das irländische Meer, und von da durch den Nord-Canal wieder in das atlantische Meer, so würde die Fluth in der Saverne ungleich höher seyn.

An jedem Ufer, welches eine sprungkegelartige Configuration hat, erzeugen Winde, die in der Richtung der Axe blasen, ähnliche Hebungen des Wassers. Hr. Prof. Munk e führt im physikalischen Wörterbuche eine solche (wahrscheinlich das gröfste Phänomen dieser Art) an, welche bis an die Laterne des Leuchthurms *Sumbury head*, 300 Fufs hoch, steigt. Wir müssen übrigens solche Sprunghöhen überhaupt nicht allein der horizontalen Verengung der Buchten zuschreiben, sondern es liefert die allmälige Erhöhung des Grundes einen guten Theil des Phänomens.

Diesem Gesetze des Sprungkegels verdankt, leider! Petersburg jährlich eine oder mehrere Ueberschwemmungen der niedrigsten Theile der Stadt, und namentlich auch die grofse Ueberschwemmung von 1825, welche so Vieles zerstörte und mehr als tausend Menschen das Leben kostete. Wie viel unheilbringender wäre sie gewesen, wenn nicht der finnische Meerbusen sich von Helsingfors an bis zum Ausflusse der Narowa erweiterte, sondern in seiner ganzen Länge seine Kegelgestalt behauptete!

Diese Theorie des Ausflusses der Flüssigkeit aus Bodenöffnungen, und vorzüglich der Satz, daß das Maximum der horizontalen Geschwindigkeiten sehr nahe am Boden stattfindet, habe ich in meiner Geologie mit Vortheil dazu angewandt, um den von allen andern Geologen (so viel ich weiß) nur postulirten Strömungen im Ur-Ocean den Ursprung anzuweisen, den Strömungen, welche durch ihre Gewalt so viele Thäler ausgewaschen, so viele Felsenkämme durchgebrochen, und ihre Trümmer, nebst denjenigen, welche durch gewaltige vulcanische Erschütterungen entstanden sind, als erratische Blöcke weit und breit verschleppt haben — ein Geschäft, welches man sonst und noch heut zu Tage den im Angesichte solcher Verheerungen zwergartig erscheinenden heutigen Flüssen aufbürden will.

V. *Ueber das Verhältniß der elektrischen Polarität zu Licht und Wärme;*
vom Dr. Neeff in Frankfurt a. M.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

1. **E**s giebt für alle Verhältnisse der Elektrizität zu andern Naturkräften *ursprüngliche Thatfachen*, welche, wie in einer Knospe, einen ganzen Organismus enthalten. Von ihrer genauen Beobachtung ausgehend, entwickelt sich durch die Reihe der Einzelheiten die Erkenntniß des Ganzen. Eine solche z. B. war für die Lehre vom Elektrochemismus die Wasserzersetzung, als man an dem positiven Pol den Sauerstoff, am negativen den Wasserstoff auftreten sah. Ein solches Factum war es für den Elektromagnetismus, als Oersted die That- sache wahrnahm, daß der Magnet sich senkrecht auf den elektrischen Strom lagert, indem seine Polarität zu der

10. Angaben von Riets Barometrographen.