I. Ueber die Messung von Rotationsgeschwindigkeiten;

von Alois Schuller,

Assistent am physikal. Kabinet der Universität Heidelberg.

I. **U**nter den Bewegungen, welche einer genauen Bestimmung fähig sind, nimmt die Pendelbewegung eine hervorragende Stellung ein. Das hat seinen Grund in dem Umstande, daß man zur Vergleichung der Schwingungsdauer zweier Pendel die Methode der Coincidenz anwenden kann. Eine constante Rotation, die in vielen Gebieten Anwendung findet, läßt, falls man sie mit hinreichender Genauigkeit herstellen kann, einen ähnlichen Grad der Schärfe in ihrer Bestimmung zu, wie die Schwingungsdauer eines Pendels, weil man, mit einigen Aenderungen, die Methode der Coincidenz auch hier anwenden kann.

Um diels einzusehen, nehmen wir an, wir hätten eine constante Rotation um eine horizontale Axe. Sey mit der Axe eine kreisförmige Scheibe fest verbunden, welche zur Hälfte aus rothem, zur Hälfte aus grünem Glase besteht, und zum Theil mit schwarzem Papier bedeckt ist, so, daß ungefähr drei gleiche Theile gebildet sind, wie in der nebenstehenden Figur angedeutet ist. Sey ferner an dem Pendel einer astronomischen

Uhr, welche Secunden schlägt, ein kleiner schwarzer Schirm mit einem Spalte so angebracht, daß dieser in der Ruhelage des Pendels vertical steht und in einer Ebene liegt

mit der horizontalen Rotationsaxe. Endlich soll in der Ruhelage des Pendels ein weißer Lichtstrahl durch den Spalt parallel zur Rotationsaxe auf die farbigen Glasplatten fallen, und wenn er durchdringt, von einem Fernrohre aufgenommen werden. Wenn dann die Rotationsaxe ruht, oder in jeder Secunde eine ganze Zahl von Umdrehungen vollführt, während das Pendel seine Schwingungen macht, so sieht der Beobachter im Fernrohr in jeder Secunde einmal einen leuchtenden Punkt von derselben Farbe aufblitzen, denn das Licht fällt immer auf dieselbe Stelle der Glasplatten. Wenn hingegen die Umdrehungszahl etwa um $\frac{1}{10}$ größer ist, als eine ganze Zahl, so fällt das Licht immer auf andere Stellen der Glasplatten, es tritt nothwendig ein Farbenwechsel ein, der sich immer nach 10 Secunden wiederholt. Es macht auf den Beobachter denselben Eindruck, wie wenn sich die Axe in 10 Secunden einmal drehen würde. Man kann nun bei irgend einer Umdrehungsgeschwindigkeit die Zeit von einem Farbenwechsel zum anderen beobachten, und hat dann ein Mittel zur Berechnung der genauen Rotationsgeschwindigkeit, wenn der ungefähre Werth in ganzer Zahl schon bekannt ist. Die Aufeinanderfolge der Farben bei einem Farbenwechsel läßt keinen Zweifel über das Vorzeichen der Correction, welche an der ganzen Zahl angebracht werden muß, dasselbe ist positiv, wenn die scheinbare Bewegung im Sinne der wirklichen Bewegung vor sich geht, und negativ im anderen Falle. Ist n die in ganzer Zahl ausgedrückte annähernde Rotationsgeschwindigkeit, φ die Zahl der Secunden von einem bis zum anderen Farbenwechsel, so ist $n \pm \frac{1}{\varphi}$ die genaue Rotationsgeschwindigkeit.

Bei den zu beschreibenden Versuchen war die Rotationsachse vertikal, und die Einrichtung des Apparates die folgende. Die Rotation wurde hervorgebracht durch einen elektromagnetischen Apparat, der nach dem, von Helmholtz angegebenen, in der Abhandlung „Ueber die zu

einer Gesichtswahrnehmung nöthige Zeit“ (Bd. LVIII d. Sitzb. d. K. Akad. d. Wiss.) von Sigmund Exner veröffentlicht, construirt ist. Nur ist der Regulator von dem rotirenden Elektromagneten abgetrennt, auf einer selbstständigen Axe befestigt und mit einem etwa drei Kilo wiegenden Schwungrade versehen. Die Uebertragung der Bewegung geschieht durch einen Faden ohne Ende *F*. In der Fig. I Taf. IX ist der Regulator *RR* und das Schwungrad *S* nebst später zu erwähnenden, an seiner Axe *A* angebrachten Theilen dargestellt, während der elektromagnetische Apparat weggelassen ist. Der Strom, welcher den rotirenden Elektromagneten umfließt, wird mittelst der Quecksilberrinnen *Q* und der eintauchenden Platindrähte durch den Regulator geleitet, und erleidet hier eine Unterbrechung, so oft die Rotationsgeschwindigkeit eine gewisse GröÙe überschreitet. Durch diese Anordnung ist eine gröÙere GleichmäÙigkeit der Rotation erreicht, die sich schon darin zeigt, daÙ es nicht gelingt, das Klappern des Regulators zu hören.

An der Axe *A* sind die halbkreisförmigen, einen Kreis bildenden, farbigen Glasplatten *B* befestigt. Das Gestelle der Axe trägt einen horizontalen Schirm *C* mit einem Spalte, der, wie die Trennungslinie der Glasplatten, zur Axe senkrecht steht.

Der vertikale Spalt am Uhrpendel wird in seiner Ruhelage grell beleuchtet, dadurch, daÙ eine Linse das Bild einer schmalen Petroleumflamme auf ihm entwirft. Ein kleiner Spiegel, der unmittelbar hinter dem Pendel befestigt ist, ermöglicht dieses. Von diesem Spalte wird, wie bei einer Anordnung, die Bessel bei seinen Pendelversuchen benutzte, mit Hülfe einer Linse ein Bild auf dem Spalte des Schirmes *C* entworfen, was wieder durch einen kleinen Spiegel erreicht ist, der unmittelbar unter dem Schirme *C* angebracht ist. Nachdem das Licht diesen Spalt passiert hat, dringt es durch die farbigen Gläser (oder wird, in der Nähe der einen Trennungslinie, von dem schwarzen Papiere aufgefangen), fällt dann auf einen Spiegel *D*, und schließ-

lich in ein Fernrohr, welches auf den letztgenannten Spalt eingestellt ist. In der nebenstehenden schematischen Zeichnung ist der Gang der Lichtstrahlen vom Spalte des Uhrpendels angefangen, dargestellt.

Die Beobachtung geschieht nun hier genau so, wie sie bei der früher gedachten einfacheren Einrichtung geschehen würde. Selbstverständlich wird man sich dabei nicht mit einer einzelnen Beobachtung begnügen, sondern man wird, wie bei anderen Anwendungen der Methode der Coincidenz, eine große Zahl von Bestimmungen machen, und daraus das Mittel nehmen. Man hält sich am besten an den Vorschlag von Gaußs, indem man mit Unterbrechungen beobachtet, und die inzwischen eingetretene Zahl von Epochen berechnet, wie in der „Anleitung zur Bestimmung der Schwingungsdauer einer Magnethadel“ (Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins 1837) angegeben ist.

Die Beobachtung lehrt unmittelbar nur die Correction $\frac{1}{e}$ kennen, die Kenntniß der angenäherten Rotationsgeschwindigkeit muß auf andere Weise ermittelt werden. Man kann zu dem Ende, wie man häufig zu thun pflegt, einen langen Faden ohne Ende mit einer schwarzen Marke über eine Rolle der Rotationsaxe und eine andere Rolle leiten, und aus der Zeit eines vollen Umlaufes und den Dimensionen auf die Rotationsgeschwindigkeit schließen. Man kann aber auch ein- für allemal bestimmen, welche

Rotationsgeschwindigkeiten den verschiedenen Einstellungen der Mikrometerschraube des Centrifugalregulators entsprechen. Dabei kann man so verfahren: Man stellt die Mikrometerschraube so ein, daß in der Secunde ungefähr eine Umdrehung vollführt wird. Durch das Fernrohr sehend, kann man aus der Aufeinanderfolge der Farben beurtheilen, ob die Umdrehungsgeschwindigkeit größer oder kleiner ist als eins. Von da ab dreht man die Schraube jedesmal etwa um ein Zehntel ihres Umfanges und notirt jedesmal die Zeit von einem zum anderen Farbenwechsel und die Farbenfolge. Sobald sich diese ändert, nähert man sich einer ganzzahligen Rotationsgeschwindigkeit, hat man dann diese übersprungen, so hat sich die Farbenfolge wieder geändert. Eine so erhaltene Tabelle ist diese:

Stand der Schraube	Zwischenzeit	Farbenfolge	Rotationsgeschwindigkeit	
—0,20	7	grünroth	1	
• • •	∞	• • • • •		
—0,15	17	rothgrün		
—0,10	2	} unbestimmt	2	
—0,00	2			
+0,10	9	grünroth		
0,15	∞	• • • • •		
0,20	8	rothgrün		
0,30	2	} unbestimmt	3	
0,40	2			
0,50	2	} unbestimmt		
0,60	6			
0,70	∞	• • • • •		
0,80	5	rothgrün		
0,90	2	} unbestimmt	4	
1,00	2			
1,10	2	} unbestimmt		
1,20	4			
1,30	6	grünroth		
1,40	25	grünroth		
• • •	∞	• • • • •		
1,50	14	rothgrün		
1,60	5	rothgrün		
1,70	4	rothgrün		
1,80	2	} unbestimmt		
1,90	2			

Stand der Schraube	Zwischenzeit	Reihenfolge	Rotationsgeschwindigkeit
2,00	3	grünroth	5
2,10	4	grünroth	
2,20	6	grünroth	
2,30	11	grünroth	
2,40	∞		
2,50	10	rothgrün	

Die folgende Tabelle enthält die Resultate einer Beobachtungsreihe, die zur genauen Bestimmung einer Rotationsgeschwindigkeit angestellt wurde. Der Zeiger der Mikrometerschraube stand auf 2,43, die Farbenfolge war rothgrün, mithin war, der obigen Tabelle gemäß, die Rotationsgeschwindigkeit etwas größer als 5.

Ordnungszahl	Zeit		Mittel der Zwischenzeit
	Min.	Sec.	
0	32	33	36,0 ^s
1	33	9	
2	. .	45	
3	34	21	
4	. .	57	36,5 ^s
11	39	9	
12	. .	45	
13	40	21	
14	. .	57	36,0 ^s
15	41	35	
22	45	49	
23	46	25	
24	47	1	36,0 ^s
25	. .	37	
26	48	13	
33	52	31	
34	53	7	36,0 ^s
35	. .	43	
36	54	19	
37	. .	55	
44	59	13	36,5 ^s
45	. .	49	
46	60	25	
47	61	3	
48	. .	39	

Die mittlere Zeit von einem bis zum anderen Farbenwechsel ist

$$\frac{29^m 6^s}{48} = \frac{1746}{48} = 36^s,37,$$

also die mittlere Rotationsgeschwindigkeit

$$5 + \frac{1}{36,37} = 5,02749$$

Um ein Urtheil zu bekommen über die bei diesem Versuche stattgehabte Gleichmäßigkeit der Rotation, vergleichen wir die aus je zwei auf einander folgenden Gruppen berechneten Rotationsgeschwindigkeiten, welche in der folgenden Zusammenstellung enthalten sind.

Gruppen	Mittel der Zeit	Rotationsgeschwindigkeit
1 und 2	37 ^m 4 ^s	5,0276
2 und 3	43 41	5,0275
3 und 4	50 22	5,0274
4 und 5	57 5	5,0273

Man bemerkt eine regelmässige, wenn auch sehr geringe Aenderung der Rotationsgeschwindigkeit; man kann aber erwarten, daß die Gleichmäßigkeit noch mehr angenähert werden kann, wenn alle schädlichen Einflüsse, so weit es möglich ist, vermieden werden.

Während der Ausführung dieser Beobachtung wurde das Zimmer geheizt, und es konnten merkliche Temperaturschwankungen eintreten, die auf die Wirksamkeit des Regulators großen Einfluß haben müssen. Ferner wurde die Feder des Centrifugalregulators kurz vorher angespannt, es konnten also auch bedeutende elastische Nachwirkungen auftreten.

Um nun die Genauigkeit in der Messung der Rotationsgeschwindigkeit beurtheilen zu können, nehmen wir an, daß zu Anfang und zu Ende der Beobachtung ein Fehler von je einer Secunde in der Bestimmung der Zeit begangen wäre, so daß der gesammte Fehler zwei Secunden betrüge. Die so berechnete mittlere Zwischenzeit wäre

$$\frac{1744}{48} = 36^{\circ},33$$

und die entsprechende Rotationsgeschwindigkeit 5,02752
 während die früher gefundene ist 5,02749
 Der Unterschied beträgt 0,00003

Man kann hieraus entnehmen, welcher Genauigkeit diese Bestimmung fähig ist; insofern hier etwas ähnliches, wie die Abnahme der Amplitude bei Schwingungen nicht vorkömmt, ist sie gar keiner Beschränkung unterworfen, denn man kann hier die Beobachtungszeiten ganz beliebig ausdehnen.

II. Wenn man sich nur von der Gleichmäfsigkeit einer Rotation überzeugen will, oder das Verhältnifs von Rotationsgeschwindigkeiten, nicht ihre Gröfse selbst, bestimmen soll, so kann man sich auch der folgenden Methode bedienen.

Man läßt von der Axe bei jeder Umdrehung zwei Stromesleitungen in geeigneten Augenblicken schliessen und öffnen, von denen die eine, die primäre, ein constantes Element und eine Drahtrolle enthält, die andere aber, die secundäre, eine Drahtrolle in der Nähe der ersteren und den Multiplicator eines Galvanometers umfaßt. Ist die secundäre Leitung etwa nur geschlossen in den Augenblicken der Schließung, nicht in denen der Unterbrechung der primären Leitung, so hat der inducirte Strom in der secundären Leitung immer dieselbe Richtung, und die dadurch bewirkte Ablenkung der Galvanometernadel kann als Maafs dienen für die Rotationsgeschwindigkeit. Eine Vorrichtung, welche dieses Schliessen und Oeffnen bewirkt, ohne dabei der Rotation einen nennenswerthen Widerstand entgegen zu setzen ist in der Fig. 1 Taf. IX unter *HH* dargestellt.

Ihren Hauptbestandtheil bilden leichte Federn *KK* (aus Uhrfedern gemacht), welche durch feine Drähte *LL* angespannt werden so, daß an ihren Enden befindliche Platindrähte einige Millimeter über Quecksilber stehen. Die horizontalen Theile jener feinen Drähte werden bei jeder

Umdrehung durch an der rotirenden Axe befestigte Excenter *EE* (mit gebogenen Glasstreifen an ihren Enden) aus ihrer Ruhelage entfernt, wodurch die Federn abwärts, die Platindrähte in das Quecksilber gezogen werden; dabei wird je eine Leitung geschlossen. Durch eine richtige Stellung der beiden Excenter erreicht man, daß die eine Schließung eine halbe Schließungsdauer später hergestellt und unterbrochen wird, als die andere, durch die mit Handhaben versehenen konischen Zapfen, welche die Federn tragen *MM* und durch die drehbaren Stifte *NN*, an denen die feinen Drähte einerseits befestigt sind, kann man die Spannung der letzteren, so wie die Entfernung der Platindrähte vom Quecksilber reguliren, und durch Veränderung der Entfernung der ganzen Vorrichtung von der Drehungsaxe, kann man die Hubhöhe beliebig einstellen.

Bei 2 bis 4 Umdrehungen in der Secunde erfüllt diese Vorrichtung ihren Zweck allein, bei 5 bis 6 Umdrehungen mußte zur Verhütung der starken Funken, welche das Quecksilber sehr bald verunreinigen, in der primären Leitung eine Nebenschließung angebracht werden. Diese durfte nicht polarisirbar seyn; sie bestand aus amalgamirten Zinkstäben, die in Zinkvitriollösung tauchten, und absorbirte nur etwa 0,5 Proc. der Stromstärke. Bei dieser Anordnung konnte der Apparat Wochen lang benutzt werden, ohne daß das Quecksilber erneuert werden mußte; nur waren, wie bei jeder alternirenden Schließung rathsam ist, die Enden der Platindrähte amalgamirt.

Den constanten Strom lieferte ein Daniell'sches Element, dessen Flüssigkeiten durch gleichmäßigen Zu- und Abfluß fortwährend erneut wurden.

Eine zu beschreibende Versuchsreihe wurde in der Weise ausgeführt, daß bei den verschiedenen Einstellungen der Regulatorschraube, welche nahezu ganzzahligen Rotationsgeschwindigkeiten entsprechen, die durch den inducirten Strom hervorgebrachte Ablenkung der Galvanometernadel beobachtet und gleichzeitig die Rotationsge-

schwindigkeit gemessen wurde. Zu dem Ende mußte man nur abwechselnd durch zwei Fernrohre sehen, und jedesmal die Zeit, welche dem Farbenwechsel entsprach, und den Stand der Galvanometernadel notiren. Unmittelbar vor- und nachher wurde die Ruhelage der Galvanometernadel beobachtet.

Die Resultate einer so ausgeführten Beobachtung sind in der nachstehenden Zusammenstellung enthalten.

Rotationsapparat			Galvanometer	
Stand der Schraube	Farbenfolge	Zeit m s	Ablesung	Ruhelage
1,47	rothgrün			479,9
		16 31	788,7	
		49	.. 8,9	
		17 8	.. 8,8	
		26	.. 8,6	
		45	.. 8,8	
		18 3	.. 8,5	
		21	.. 8,7	
		39	.. 9,0	
		57	—	
				479,9

Hieraus folgt die mittlere Ablenkung $308^{\circ},9$ und die entsprechende Rotationsgeschwindigkeit, mit Zuhülfenahme der ersten Tabelle, zu 4,055.

Eine so ausgeführte Versuchsreihe lieferte die folgenden Zahlen.

Zeit m	ⁿ Rot. Geschw.	^A Ablenkung
0	6,063	458,5
9	5,054	384,2
18	4,055	308,9
25	3,075	235,1
34	2,058	157,5

Man sieht, daß die Ablenkungen ungefähr proportional sind mit den Rotationsgeschwindigkeiten; eine vollständige Proportionalität ist weder vorhanden, noch war sie zu erwarten, auch wenn der Strom wirklich constant war, denn die Ablenkungen der Galvanometernadel (bis zu 5°) waren nicht so klein, daß sie als unendlich klein hätten betrachtet werden können. Wir müssen deshalb in der Entwicklung der Ablenkung A als Funktion der Rotationsgeschwindigkeit n , zum Mindesten um ein Glied weiter gehen. Setzen wir, mit Vernachlässigung höherer Potenzen

$$A = an + bn^3,$$

wo a und b Constanten bedeuten, berechnen diese, indem wir die erste und letzte Reihe der obigen Zahlen einsetzen; und dann mit der so erhaltenen Formel die den übrigen Rotationsgeschwindigkeiten entsprechenden Ablenkungen, so erhalten wir die in der folgenden Tabelle enthaltenen Zahlen:

Rotations- geschwindig- keit	Ablenkung		Diff.
	beobachtet	berechnet	
5,054	384,2	383,8	0,4
4,055	308,9	308,9	0,0
3,075	235,1	234,9	0,2

Die hier auftretenden Differenzen lassen sich aus den Beobachtungsfehlern, den Aenderungen der Stromstärke und des Erdmagnetismus hinreichend erklären. Dabei möge bemerkt werden, daß der Strom nur während der Beobachtungen, nicht in den Zwischenzeiten geschlossen war, und erst einige Zeit nach der Aufstellung des Elementes benutzt wurde.

Diese Arbeiten wurden ausgeführt unter der Leitung und beständigen Unterstützung des Hrn. Prof. Kirchhoff, für welche ich meinen innigst gefühlten Dank auszusprechen nicht unterlassen kann.

Heidelberg, den 15. April 1872.

Fig. 2.

Fig. 6.

Fig. 5.

Fig. 1.

1/4 der nat. Grösse.

Fig. 7.