**PRIMO SAGGIO DI RICERCHE SPERIMENTALI SULLA MISURA DELLA DENSITÀ DEI LIQUIDI
E SULL'EFFETTO CAPILLARE CON UN NUOVO AREOMETRO DI PRECISIONE,**

del Dott. ALESSANDRO SANDRUCCI.

Gli ordinari areometri e densimetri non sono adatti a fornire la densità dei liquidi con sufficiente precisione, come dimostrano i lavori di Langberg ¹⁾, Roster ²⁾, Duclaux ³⁾, Wan der Mensbrugge ⁴⁾ e Marangoni. Le azioni capillari, mutabili naturalmente da liquido a liquido, lo sono anche nel medesimo liquido per le variazioni dell'imbrattamento della superficie ⁵⁾ della cosiddetta « costante di capillarità » ⁶⁾ e dell'angolo di raccordamento fra la superficie solida bagnata ed il liquido bagnante ⁷⁾; e per i cambiamenti nella tensione superficiale, dipendenti dalle variazioni di area della superficie liquida ⁸⁾. Questa mutabilità dell'effetto capillare può produrre sui galleggianti azioni perturbatrici tali, che il Duclaux trova essere con certi areometri illusoria la 3^a cifra decimale nella misura delle densità e con certi densimetri falsa perfino la 2^a: tanto che crede giusto concludere, la determinazione dei pesi specifici dei liquidi con l'areometro essere « una impossibilità fisica ». — Il metodo del doppio volumetro, immaginato dal Prof. Marangoni ⁹⁾, eliminando completamente l'azione nociva

1) Ueber den Einfluss der Capillar-attraction auf Aräometer-Messungen. (Poggendorff's Annalen, 1859, t. 106, pag. 299).

2) Nuovi fatti che dimostrano la inesattezza degli areometri per misurare la densità dei liquidi. (Lo Sperimentale, anno 22^o, pag. 265-269, 1870).

3) Sur l'influence de la tension superficielle des liquides sur les mesures aréométriques. (Journal de Physique, pag. 169-204; 1872).

4) Sur les moyens d'évaluer et de combattre l'influence de la capillarité dans la densimétrie. (Bulletin de l'Académie R. de Belgique; t. 16, 1888). — Sur la tension superficielle des liquides. (Mem. de l'Acad. de Belgique, 1869).

5) Prof. Marangoni Carlo. Errori prodotti dalla capillarità nelle misure cogli areometri (Rivista Scientifico Industriale. Firenze, 1880).

6) Idem. La Staderina dei coseni e le variazioni della costante di capillarità. (Rendiconti dell'Accad. dei Lincei. Seduta del 6 Gennaio 1889).

7) G. Quincke. Ueber die Bestimmung der Capillarcostanten von Flüssigkeiten. (Wiedemann's Annalen; Bd. 27^o, 1886).

8) Marangoni. Variazione della tensione al variare dell'area delle superficie liquide. (Rend. Accad. dei Lincei. Seduta del 6 Gennaio 1889).

9) Il doppio volumetro per la determinazione del peso specifico dei liquidi. (Nuovo Cimento, Settembre e Ottobre 1886).

della capillarità, cerca porre riparo a simili inconvenienti; però sembra si incontrino difficoltà nella costruzione opportuna delle scale sui due volumetri e l'autore ancora non ci ha fatto conoscere il relativo metodo pratico nè i risultati numerici degli esperimenti.

Espongo da parte mia adesso un metodo teorico ed una conseguente disposizione sperimentale che, impiegando un solo areometro, elimina le scale empiriche, rendendo precisa la lettura del punto di affioramento, e cerca ridurre trascurabile l'effetto capillare in modo da ottenere sicura anche la 3^a cifra decimale nel valore della densità; ed unisco le tavole coi primi risultati ottenuti, i quali, benchè certo non perfetti, credo lascino adito a sperare da perfezionamenti ulteriori nel metodo e nell'apparecchio, risultati ben più soddisfacenti.

Si immagini un ordinario areometro (tipo Fahrenheit) a cannello piuttosto lungo e rigorosamente cilindrico, galleggiante sopra un liquido di densità Δ , capace di bagnarlo. Sia p il peso dell'istrumento, r il raggio del cannello, α il coefficiente di capillarità, ω l'angolo di raccordamento del menisco concavo col cannello, v il volume della parte dell'istrumento immersa nel liquido, u il volume della parte immersa invece nell'aria, la cui densità rapporto a l'acqua sia indicata da d . La componente verticale della tensione superficiale agente sul cannello sarà $2\pi r \alpha \cos \omega$ e la spinta verticale subita dall'areometro $v \Delta + u d$. La condizione di equilibrio del galleggiante sarà dunque:

$$(1) \quad p + 2\pi r \alpha \cos \omega = v \Delta + u d.$$

Si supponga di poter dare al peso dell'areometro un accrescimento P . L'areometro si immergerà di più nel liquido, la cui densità potremo supporre rimanere invariata nel tempo: una certa parte del cannello, di volume β , che prima trovavasi nell'aria, ora sarà totalmente immersa nella massa fluida: α ed ω saranno divenuti α_1 ed ω_1 , perchè l'affondarsi dello strumento sarà stato bastante a modificare le condizioni della superficie del liquido; ed avremo quindi la nuova condizione di equilibrio espressa da

$$(2) \quad (P + p) + 2\pi r \alpha_1 \cos \omega_1 = (v + \beta) \Delta + (u - \beta) d.$$

Sottraendo dalla (2) la (1) si otterrà:

$$(3) \quad P = 2 \pi r^2 (x_1 \cos \omega_1 - \alpha \cos \omega) = \beta (\Delta - d)$$

da cui:

$$(4) \quad \Delta = \frac{P}{\beta} + \frac{2\pi r^2}{\beta} (x_1 \cos \omega_1 - \alpha \cos \omega) + d.$$

La differenza contenuta nella parentesi rimarrà incognita, perchè non sarà possibile determinare con sufficiente precisione i valori di α , x_1 ; ω , ω_1 . Potrà però cercarsi di rendere più piccolo che sia possibile l'intero termine $\frac{2\pi r^2 (x_1 \cos \omega_1 - \alpha \cos \omega)}{\beta}$

che scriverò per semplicità $\frac{2\pi r^2 A}{\beta}$, tanto da poterlo trascurare senza sensibile errore nella misura di Δ , specialmente se in questa ci si contenterà di raggiungere l'esattezza fino alla 3^a cifra decimale. Ora:

1.^o A potrà ridursi assai piccola procurando con un artificio sperimentale di compensare la variazione prodotta nella tensione superficiale dall'affondarsi dell'areometro.

2.^o Il fattore $\frac{2\pi r^2}{\beta}$ che potrà scriversi $\frac{2}{r \cdot h}$ quando si chiami h la lunghezza della porzione di cannello cilindrico che si immergerà nel liquido per effetto dell'aumento di peso P , potrà ridursi piccolo, procurando di rendere grandi i valori di r e di h , col fare ben grosso il cannello e considerevole P .

Non parrà dunque impossibile raggiungere la trascurabilità del 2.^o termine nel 2.^o membro della (4) e quindi nemmeno impossibile che la densità del liquido venga, col grado d'esattezza richiesto, data dalla formula:

$$\Delta = \frac{P}{\pi r^2 \cdot h} + d$$

ossia, ponendo $\frac{1}{\pi r^2} = \text{cost} = C$:

$$(5) \quad \Delta = C \frac{P}{h} + d.$$

La quantità d relativa all'aria, cioè la densità, benchè piccola non potrà affatto venir trascurata. Infatti, p. e. a $+30^\circ$

e 720 mm. di pressione (assumendo valori della temperatura e della pressione tali che possano dare per d uno dei valori sperimentali più piccoli) si ha ¹⁾: $d = 0,001104$ quantità che ha influenza anche sulla 3^a cifra decimale del valore di Δ .

Nell'apparecchio da me immaginato ²⁾ (Tav. I, fig. 1) l'areometro è un galleggiante in vetro, composto d'un corpo sferoidico del diametro di 4 centimetri e di un cannello cilindrico di quasi un centimetro di diametro e della lunghezza di circa sei centimetri. La regolarità di un tal cilindro è stata rilevata dal costruttore ben grande, poichè in ventitrè misure eseguite con calibro esatto sopra l'intero cannello, la differenza massima riscontrata nei diametri è stata inferiore a mm. 0,03. Tutto l'areometro è attraversato nella sua lunghezza da un filo di platino che, a tenuta di liquido, esce fuori dall'estremo inferiore sotto forma di anellino e si unisce in alto alla ghiera di alluminio che chiude il cannello. Mediante questa ghiera l'areometro è fortemente fissato con vite ad un telaio di grosso filo d'alluminio, di forma rettangolare, destinato a star verticale sul liquido insieme all'areometro, ed il cui lato inferiore, piegato ad angolo nel mezzo, porta un piattello piano e circolare di ottone, dal cui centro discende in basso una asticina conica d'avorio, lavorata all'estremo con cura in punta assai fina. Quest'asta, fissata a vite al piattello, può venir sostituita da un'asticella simile in acciaio, di identico peso. La costruzione è curata in modo che l'asse dell'areometro sia posto nel piano del telaio e passi pel centro del piattello e per l'estremo della punta d'avorio.

La vaschetta di cristallo che deve contenere il liquido, è cilindrica e posa sopra una mensola in legno di forma circolare, la quale con una appendice laterale può fissarsi orizzontalmente per mezzo di vite robusta alla cima di una grossa colonna di ferro; questa sorge perpendicolarmente da un piano di legno di forma trapezoidale che serve di base a tutto l'apparecchio e che mediante 3 viti di livello in ottone, può mettersi ben parallelo all'orizzonte.

1) V. Gabba, Manuale del Chimico e dell'Industriale. Hoepli 1889, pag. 66.

2) Costruito con cura dalla Ditta Dall'Eco (Ing. Giorgio Santarelli successore) di Firenze.

Dalla mensola e a poca distanza dal luogo dove va posata la vaschetta, si innalza verticalmente un'asta cilindrica di ottone, che, un po' prima della metà porta un piccolo serrafile e dopo questo è graduata fino alla cima in centimetri e millimetri, dal basso all'alto; la graduazione estendesi per cm. 10. Lungo quest'asta può scorrere ed essere fissato con vite di pressione un piccolo cursore con un braccio orizzontale in ottone e all'estremità di questo è fissato con ghiera un tubo di vetro ben cilindrico, di diametro eguale a quello del cannello dell'areometro. Questo tubo lungo cm. 11 ed attraversato da un filo di platino nella stessa maniera che il galleggiante in vetro, è destinato a stare in parte immerso nel liquido presso la parete ed a scendere o salire parallelamente all'asta d'ottone, cioè in direzione verticale.

Per misurare con precisione le immersioni verticali dell'areometro, v'ha un apparecchio micrometrico solidamente fissato al piano trapezoidale, sotto la mensola in legno. Consta di una vite micrometrica, lunga cm. 8 e del passo di 1 mm., girevole intorno al proprio asse perpendicolare al piano dell'apparecchio. La rotazione può effettuarsi mediante un tamburo inferiore la cui superficie cilindrica è divisa in 100 parti eguali: una punta di ottone serve a fare le relative letture. La vite, girando, fa sollevare od abbassare una madre vite di ottone che porta nel suo moto una mensola orizzontale con un piattello, ambedue in metallo: il piattello circolare ha il centro sensibilmente sull'asse della vaschetta contenente il liquido e sostiene una vaschettina cilindrica di cristallo, larga quanto lui e contenente tanto mercurio da presentare una superficie speculare completa. Una piastrina di acciaio verticale, connessa colla madre vite mobile, porta inciso un tratto nel suo mezzo e può scorrere lungo una graduazione in centimetri e millimetri, scolpita sopra una laminetta di acciaio ben parallela all'asse della vite. Tale graduazione ha il suo zero in basso e si estende per centimetri sette. Sopra una piccola appendice del piattello-mensola, trovasi un serrafile con due viti: una delle quali stringe un filo di rame che, curvandosi, va a pescare nel mercurio della vaschetta.

Per sperimentare, messo a galleggiare l'areometro (col

cannello quasi del tutto emerso) sul liquido di cui intendo misurare la densità, riempiendo la vaschetta fino a circa un centimetro dall'orlo, convenientemente livellato il piano dell'apparecchio e messo a posto il cursore di ottone col tubo « correttore », determino :

- 1.^o La pressione barometrica b .
- 2.^o La temperatura t_a dell'aria nelle vicinanze dell'apparecchio.
- 3.^o La temperatura t_l del liquido.

Fatto ciò, con l'estremo di una bacchettina di vetro tocco, girando intorno alla vaschetta, il menisco che fa il liquido bagnando il vetro, per fare in modo che in ogni punto il vetro sia ben bagnato e leggermente lo sia anche un po' al di sopra del menisco stesso.

Quindi, procurato che l'areometro stia sensibilmente nel mezzo della vaschetta, girando il tamburo della vite, sollevo la vaschetta col mercurio fino a produrre il contatto colla punta del piattello. Se il liquido è cattivo conduttore della corrente elettrica, determino l'affioramento col metodo ottico applicato nel barometro di Fortin, adoperando una forte lente d'ingrandimento per meglio cogliere l'istante in cui la punta coincida con la propria immagine. Ma se il liquido è conduttore, adopero il metodo elettrico, ponendo in luogo dell'astice di avorio quella di acciaio. Nel circuito di una pila di debole energia (un elemento Leclanché è ottimo per questo scopo) inserisco un reostato, un galvanometro assai sensibile ed un reotomo: unisco gli estremi di un tale circuito rispettivamente col serrafili dell'asta che porta il tubo correttore e con quello che si trova sulla mensoletta mobile. Badando alla disposizione dei fili di platino e delle parti dell'apparecchio, vedesi immediatamente che il circuito della pila verrà chiuso ogniquale volta la punta d'acciaio tocchi la superficie del mercurio, di maniera che, girando con precauzione e con molta lentezza il tamburo della vite micrometrica, non appena vedasi deviare l'ago del galvanometro, si potrà esser sicuri dell'avvenuto contatto della punta col mercurio.

Ottenuto l'affioramento, prendo nota del numero di centimetri e frazioni segnati dal tratto inciso sulla piastrina

mobile: sia questo N . Girando la vite micrometrica faccio discendere convenientemente la vaschetta col mercurio: quindi pongo sul piattello del telaio il massimo peso compatibile colla densità del liquido, le dimensioni del cannello e quelle verticali della grande vaschetta. Lasciando discendere con lentezza l'areometro, allorquando esso è fermo, sollevo di nuovo la superficie del mercurio fino a riprodurre l'affioramento colla punta. Sia N_1 il numero di centimetri segnati sulla scala dal segno della piastrina. La differenza $N - N_1$ potrà dare una idea dell'abbassamento subito dall'areometro, ma non potrà misurare ancora con precisione il valore h da introdursi nella (5), occorrendo due correzioni facilissime a prevedersi:

1^a L'immersione del cannello avrà fatto innalzare il livello del liquido nel recipiente che lo contiene e con esso l'infierio galleggiante. Date le dimensioni relative della vaschetta e del cannello, tale innalzamento potrà raggiungere fin millimetri 0,4. Converrà dunque correggere l'abbassamento $N - N_1$ e la correzione dovrà essere additiva.

2^a L'aggiunta del peso P sul piattello di ottone avrà prodotta una deformazione elastica del telaio, avente per effetto di fare abbassare la punta un po' più di quanto è dovuto al puro effetto idrostatico. Questa correzione da apportarsi ad $N - N_1$ sarà diminutiva.

Dunque, chiamate c e c_1 tali correzioni si avrà

$$(6) \quad h = (N - N_1) + c - c_1.$$

La correzione prima la eseguisco sperimentalmente senza bisogno di conoscerne il valore. Trovato il 2° affioramento e la differenza $N - N_1$, innalzo il tubo correttore di quanto è il valore di tale differenza. Certo la correzione ottenuta in tal modo non è matematicamente esatta e potrebbe anche parer grossolana, non potendosi tener conto esatto delle più piccole frazioni di millimetro. Ma fisicamente i risultati saranno soddisfacenti. Infatti la sezione della vaschetta cilindrica è cm. quadri 95,0334 e quella del tubo correttore (supposto 1 cm. il diametro, il che è assai vicino alla verità) cm. quadri 0,7854.

Immaginando di commettere nell'emersione del tubo correttore l'errore lineare veramente straordinario di $\frac{1}{2}$ millimetro, si avrebbe per l'errore x sulla correzione c :

$$x = \frac{0^{\text{ca}},7854 \times 0^{\text{ca}},05}{0^{\text{ca}},0334} = 0^{\text{ca}},0004$$

cioè una quantità non apprezzabile con sicurezza sull'apparato micrometrico, quindi rientrante nel gruppo degli inevitabili errori sperimentali.

Non appena sollevato il tubo correttore innalzo la vaschetta col mercurio e trovo un terzo affioramento della punta. Sia N_1 il numero dei centimetri segnato dalla piastrina mobile, si avrà:

$$N - N_1 = (N - N_1) + c$$

quindi

$$(7) \quad h = N - N_1 - c_1.$$

Subito dopo eseguita la lettura di N_1 determino:

- 1.^o La nuova pressione barometrica b' .
- 2.^o La temperatura t'_a dell'aria.
- 3.^o La temperatura t'_l del liquido.

e mi servo nei calcoli voluti dalla formula (5) e dai necessari confronti, dei valori medii fra questi e gli analoghi precedenti.

La seconda correzione c_1 l'ho determinata preventivamente una volta per sempre. Con una disposizione che parmi inutile descrivere, ma che assicurava la verticalità dell'asse dell'areometro, ho fissato stabilmente questo nello spazio per la ghiera, immediatamente al di sopra della vaschetta col mercurio. Trovato un affioramento della punta senza peso addizionale, ho determinato colla vite micrometrica gli abbassamenti subiti dalla punta sotto l'azione di pesi sempre crescenti messi nel piattello. Ecco i risultati.

TABELLA I.

Pesi addizionali (gr.)	Grado della scala senza peso addizionale (mm.)	Grado della scala dopo peso addizionale (mm.)	c_1 (mm.)
0,5	37,31	37,295	0,015
1	»	37,28	0,03
1,5	»	37,265	0,045
2	»	37,24	0,07
2,5	»	37,22	0,09
3	»	37,20	0,11
5	»	37,13	0,18

Per ognuno dei pesi ho ripetuto due volte la prova, cercando sempre in ognuno dei 14 esperimenti eseguiti l'affioramento della punta a piattello vuoto. Ho trovato sempre identici risultati.

Il tubo correttore permette all'apparecchio di compensare a sufficienza la variazione nella tensione superficiale prodotta dall'immergersi del galleggiante. Tale variazione proviene principalmente da due cause:

1^a L'imbrattamento maggiore del liquido pel fatto che esso si solleva lambendo la parete della vaschetta.

2^a L'inevitabile variazione di area nella superficie liquida durante questa ascensione.

Ora, sollevando il tubo correttore di quanto si è abbassato il cannello, si riduce con molta approssimazione l'imbrattamento a quello che era prima, e si produce una variazione di area in senso inverso alla precedente e capace di neutralizzarne subito gli effetti. Del resto le variazioni di area sono transitorie; e basterà lasciar passare anche solo una trentina di secondi per poter essere sicuri che la tensione superficiale abbia ripreso il suo primitivo valore. Sicchè mentre si ricercherà il 3° affioramento, gli effetti dell'imperfetto compenso di variazione di area, se ve ne saranno, si elimineranno di per sè.

Durante l'esperimento la tensione superficiale può mutare anche per il depositarsi del pulviscolo aereo sulla superficie del liquido e quindi per variazione d'imbrattamento indipendente dalle manipolazioni dell'apparecchio. Ho cercato di diminuire gli effetti di tal causa perturbatrice:

1.^o Riducendo, compatibilmente colla precisione, a minimi termini la durata di ogni esperimento.

2.^o Lavorando in una stanza, dirò così, ad aria ben pulita ¹⁾.

L'apparecchio potrebbe presentare dei difetti fra cui i principali potrebbero essere:

1.^o Mancanza di precisione nell'apparato micrometrico.

1) Per diminuire il pulviscolo nell'aria ho procurato di fare le esperienze in giorni senza vento, tenendo chiusi con molta cura gli spiragli e sperimentando solo dopo aver lasciato nel laboratorio tranquilla l'aria per parecchie ore.

2.^o Imperfetta determinazione della sezione del cannello areometrico e quindi della costante c .

Difetto 1.^o — La vite micrometrica è stata costruita sopra un tornio parallelo su cui venne costruita già una vite per macchina da dividere, riuscita quasi perfetta. La perpendicolarità dal suo asse al piano dell'apparecchio l'ho riscontrata fisicamente giusta. Tuttavia mi è nato il dubbio che tutte le cure usate non siano bastate ad impedire il beccheggio della mensola sostenente la vaschetta col mercurio. Questo potrebbe venir singolarmente favorito dal peso non trascurabile del liquido, e, se assai rilevante, potrebbe apportare gravi imprecisioni nei risultati.

Per rintracciarne l'esistenza e la grandezza, ho immaginato la seguente prova sperimentale. Tolté dall'apparecchio la mensola in legno e la colonna di ferro, ho messo a posto la vaschetta con l'ordinaria quantità di mercurio. Sul bordo della vaschetta, che è passato alla ruota e per ciò ben situato in un piano con tutti i suoi punti, ho collocato una tavoletta di legno assai regolare e su questa uno specchietto piano a forma di circolo. Portato il tutto in una camera oscura, ho fatto cadere sullo specchio un fascetto di raggi luminosi che, riflettendosi, andava a colpire una parete della stanza. Quindi, badando che il fascetto di raggi si trovasse nel piano passante pel centro dello specchietto (ossia del piattello che regge la vaschetta) e per l'asse della vite e girando questa sempre nel medesimo senso, ho notato ad ogni giro lo spostamento verticale del raggio riflesso sulla parete. Per una sessantina di giri, lo spostamento ad ogni giro non ha mai superato *due* centimetri, sia durante l'innalzarsi che l'abbassarsi della vite. Confermando poi l'esperienza che il beccheggio per una metà del giro della vite porta la mensola e lo specchietto a fare un angolo al di sopra e per l'altra metà al di sotto del piano orizzontale, si potrà supporre che questi angoli siano uguali e che lo spostamento del raggio riflesso, per un angolo massimo di beccheggio al di sopra e al di sotto dell'orizzontale, sia, sulla parete, di un centimetro.

Rappresenti ora (fig. 2) f s il piano orizzontale dello specchietto. In m cada il fascetto am coll'angolo d'incidenza i e,

riflettendosi, colpisca la parete verticale pp_1 nel punto q . Sia $A f' A'$ l'asse della vite micrometrica. Se $f' s'$ sarà la posizione presa dal piano dello specchietto ad un certo giro della vite, facendo, per esempio, in basso l'angolo massimo di beccheggio x , trascurando lo spostamento verticale perchè al massimo di mm. $\frac{1}{2}$, il raggio incidente colpirà lo specchietto in d , formando un nuovo angolo di incidenza i_1 e, riflettendosi, andrà a colpire la parete in q_1 . La lunghezza $q q_1$ sarà, secondo l'esperienza, di un centimetro. Sia g il punto d'incontro dei prolungamenti dei due raggi riflessi nelle due posizioni dello specchietto ed ω l'angolo da essi formato. Intorno a tal punto sarà come se avvenisse la rotazione del raggio mobile riflesso, durante lo spostamento in basso dello specchietto. Si ha, badando alla figura: $\omega = 2x$ e conoscendo la lunghezza $g q = \rho$ si potrà determinare x . Ma ρ è composto di due parti, cioè $m q$ ed $m g$, di cui la seconda non può misurarsi sperimentalmente. La parte $m q$ potrà però determinarsi col teorema di Pitagora, quando si conoscano i cateti del triangolo rettangolo di cui essa è ipotenusa e che sono: 1.^o la distanza verticale $g t$ dal punto in cui il raggio mobile incontra la parete, al piano orizzontale dello specchietto. 2.^o La distanza $m t$ che corre dal centro dello specchietto alla parete. Nella esperienza fatta ho trovato con misura diretta: $g t = m. 1,945$; $m t = m. 3,40$; da cui si ricava $m q = m. 3,92$. Resta a calcolarsi $m g$. Dalla figura si ottiene facilmente:

$$\frac{m d}{m f} = \frac{\text{sen } (m f d)}{\text{sen } (m d f)} \quad \frac{m d}{m g} = \frac{\text{sen } (m g d)}{\text{sen } (m d g)}$$

quindi:

$$m g = m f \frac{\text{sen } (m f d) \text{ sen } (m d g)}{\text{sen } (m d f) \text{ sen } (m g d)}$$

cioè

$$(8) \quad m g = m f \frac{\text{sen } x \cdot \text{sen } 2 i_1}{\cos i_1 \cdot \text{sen } 2 x} = m f \frac{\text{sen } i_1}{\cos x}$$

e finalmente

$$(9) \quad m g = m f \frac{\text{sen } (i + x)}{\cos x} = m f \{ \text{sen } i + \cos i \tan x \} .$$

Potrà quindi scriversi, ponendo $mg = \rho_0$ e badando che l'angolo i è complementare dell'angolo α :

$$\rho = \rho_0 + mf \{ \cos \alpha + \sin \alpha \tan x \}.$$

Ora dal triangolo gq_1 ricavasi:

$$\frac{q q_1}{\rho} = \frac{\sin \omega}{\sin \beta} = \frac{\sin 2x}{\sin \beta}.$$

Ma è evidente che:

$\sin \beta = \cos \delta = \cos (\alpha - \omega) = \cos \alpha \cos 2x + \sin \alpha \sin 2x$;
quindi:

$$(10) \quad \frac{q q_1}{\rho_0 + mf \{ \cos \alpha + \sin \alpha \tan x \}} = \frac{\sin 2x}{\cos \alpha \cos 2x + \sin \alpha \sin 2x}.$$

Avendosi poi:

$$\begin{aligned} \frac{\sin 2x}{\cos \alpha \cos 2x + \sin \alpha \sin 2x} &= \frac{\tan 2x}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan 2x} \\ &= \frac{2 \tan x}{\cos \alpha (1 - \tan^2 x) + 2 \sin \alpha \tan x} \end{aligned}$$

la (10) diviene, posto anche $q q_1 = 1$:

$$(11) \quad (2mf \sin \alpha + \cos \alpha) \tan^2 x + 2(\rho_0 + mf \cos \alpha - \sin \alpha) \tan x - \cos \alpha = 0$$

da cui:

$$(12) \quad \tan x = - \frac{\rho_0 + mf \cos \alpha - \sin \alpha}{2mf \sin \alpha + \cos \alpha} \pm \sqrt{\left(\frac{\rho_0 + mf \cos \alpha - \sin \alpha}{2mf \sin \alpha + \cos \alpha} \right)^2 + \frac{\cos \alpha}{2mf \sin \alpha + \cos \alpha}}.$$

Le funzioni trigonometriche dell'angolo α possono ricavarsi anch'esse dai dati dell'esperimento; infatti si ha $\sin \alpha = \frac{qt}{\rho_0} = \frac{194,5}{392} = 0,4961734$; $\cos \alpha = \frac{mt}{\rho_0} = \frac{340}{392} = 0,8673469$. Il valore di mf si può misurare su l'apparecchio come distanza dal centro dello specchietto all'asse della vite, risulta $mf = \text{cm. } 5,3$. Sostituendo nella (12) i valori numerici (ρ_0 ed mf espressi in centimetri come già è stato espresso $q q_1$) si trova, prendendo naturalmente positivo il radicale:

$$\begin{aligned} \tan x &= 0,0010935 \\ x &= 0^\circ, 3', 46''. \end{aligned}$$

Per calcolare l'errore nella misura micrometrica d'affioramento si può osservare che :

1.^o Lo spostamento completo della vaschetta potrà decomporci in un abbassamento del suo fondo mantenentesi orizzontale ed una successiva rotazione di $0^{\circ}, 3', 46''$ intorno ad un asse orizzontale passante pel suo centro e perpendicolare al piano di beccheggio.

2.^o Si potrà supporre che questa rotazione non muti il livello del mercurio nella vaschetta.

Dato questo, l'errore sarà eguale allo spostamento verticale subito dal centro della vaschetta, che ruota con raggio mf , cioè eguale ad $m f \sin \alpha$: e sostituendo i numeri si otterrà per l'errore ϵ :

$$\epsilon = \text{mm. } 0,058.$$

Questo errore mostrerebbe in realtà l'apparato micrometrico alquanto deficiente, perchè la precisione nella misura di h sarebbe desiderata fino ad $\frac{1}{100}$ di millimetro. Tuttavia si potrebbe, mi sembra, osservare: 1.^o che il valore di esso è un massimo e nulla ci dice debba l'errore frequentemente avverarsi negli esperimenti con questo valore così alto; 2.^o non essere impossibile che durante gli esperimenti, nei 3 affioramenti necessari, nascano dei compensi in modo da rendere in definitiva nulla l'influenza dell'errore stesso.

In particolare poi, quando si tratterà di determinare con due successivi affioramenti una distanza fra due posizioni successive della punta che sia una frazione del millimetro, l'errore pel beccheggio sarà da parte sua una frazione assai piccola dell'errore rinvenuto, quindi assolutamente trascurabile. Laonde, i valori della correzione c_1 (tab. I) potranno seguitare ad essere usati senza sospetto d'imprecisione a causa del beccheggio.

Difetto 2.^o — Mancandomi i mezzi per determinare con precisione sul cannello il valor medio del diametro (valore non fornitomi dal costruttore) ho ricorso all'esperimento per ottenere una specie di autocalibrazione del cannello stesso; e non potendo servirmi della formula (5) senza supporre a priori $A = 0$ o trascurabile, mentre l'apparecchio è stato costruito allo scopo di rintracciare se una tale trascurabilità possa venir

raggiunta o no, ho posta una ipotesi che mi sembra razionale, cioè:

« Per un medesimo liquido i valori di A si mantengono « costanti o differenti di quantità trascurabili, qualunque sia « il peso addizionale P messo sul piattello ». Tale ipotesi può avvalorarsi mediante le seguenti considerazioni:

1^a Essa non implica nulla circa la grandezza assoluta che voglia attribuirsi alla differenza $\alpha_1 \cos \omega_1 - \alpha \cos \omega$.

2^a È compatibile colle diversità nei valori della tensione superficiale al principio di ogni esperimento (dipendenti dalla temperatura, dal grado d'imbrattamento, ecc.), coll'imperfezione del compenso arrecato dal tubo correttore, e resa probabile dal fatto che a partire da un valore speciale dell'effetto capillare ad ogni singolo caso di galleggiamento senza peso addizionale P , i valori dell'effetto capillare finale verranno determinati, qualunque sia P , da operazioni simili (innalzamento del tubo correttore eguale *in ogni caso* all'abbassamento del cannello).

Suppostala giusta, siccome dalla (4) si avrà:

$$(13) \quad A = \frac{h (\Delta - d) \pi r^2 - P}{2 \pi r}$$

potremo scrivere per due esperimenti con pesi addizionali P_1 e P'_1 :

$$(14) \quad \frac{h_1 (\Delta_1 - d_1) \pi r^2 - P_1}{2 \pi r} = \frac{h'_1 (\Delta'_1 - d'_1) \pi r^2 - P'_1}{2 \pi r}$$

da cui:

$$(15) \quad \pi r^2 = \frac{P_1 - P'_1}{h_1 (\Delta_1 - d_1) - h'_1 (\Delta'_1 - d'_1)}.$$

Coi dati di varie coppie di esperimenti fatti con diversi valori del peso addizionale si potrà avere un certo numero di valori per πr^2 e, se non saranno identici, prenderne la media per trovare con approssimazione il valore della costante c che compare nella (5).

A raggiungere lo scopo, scelta l'acqua distillata per cui si conoscono i valori di Δ mediante le tavole del Rossetti, ho

eseguito in prima 6 esperimenti prendendo il peso addizionale P successivamente eguale a grammi 0,5 — 1 — 1,5 — 2 — 2,5 — 3; quindi, mutata l'acqua approfittando di un accrescimento nella temperatura, altri 3 con pesi addizionali di grammi 1 — 2 — 3.

Le tavole del Rossetti pei valori di Δ , che ho adoperato, sono quelle riportate nel manuale del chimico del Gabba (pagina 65), e quelle pei valori di d trovansi nello stesso manuale a pag. 66. Le une e le altre sono state da me convenientemente interpolate.

La tabella II presenta dettagliatamente i dati delle esperienze e non ha bisogno di spiegazione, perchè le varie colonne rappresentano i risultati del processo sperimentale nell'ordine con cui vengono realmente ottenuti e che ho già ampiamente descritto.

TABELLA II.

Numero d'ordine	Temperatura del liquido t_l Celsius	Temperatura dell'aria t_a Celsius	Pressione barometrica b (mm.)	Peso addizionale P (gr.)	Grado della scala con semplice ZAVOIRA N (mm.)	Grado della scala dopo correz. sperimentale N' (mm.)	Immersione definitiva h $N - N' - c$ (cent.)	Densità dell'aria a t_a d	Densità dell'acqua a t_l Δ (Rossetti)
1	21 ⁰	21,3	756	0,5	51,745	45,55	0,618	0,0011934	0,998047
2	21,1	21,4	»	1	51,70	38,98	1,269	» 930	0,9980249
3	21,15	21,4	»	1,5	51,655	32,56	1,905	» 930	0,9980138
4	21,3	21,45	»	2	51,57	26,20	2,530	» 928	0,9979807
5	21,4	21,55	»	2,5	51,69	19,92	3,168	» 924	0,9979586
6	21,4	21,65	»	3	51,57	13,73	3,773	» 920	0,9979586
7	22,4	22,5	759	1	50,93	38,29	1,261	» 934	0,997736
8	22,4	22,45	»	2	50,84	25,56	2,521	» 936	»
9	22,4	22,4	»	3	50,77	12,94	3,772	» 938	»

Costruita la tavola, per determinare i valori di πr^2 colla (15), ho combinato due a due in tutti i modi possibili i primi sei esperimenti ottenendo per ciò quindici valori di πr^2 .

Quindi anche i tre ultimi, ottenendo per ciò in tutto diciotto valori di cui ho preso la media aritmetica. Ecco i risultati:

Combinazioni degli esperimenti	Valori di $\pi \nu^2$
(1° - 2°)	0,770506
(1° - 3°)	0,779413
(1° - 4°)	0,787063
(1° - 5°)	0,786875
(1° - 6°)	0,794977
(2° - 3°)	0,788688
(2° - 4°)	0,795612
(2° - 5°)	0,792487
(2° - 6°)	0,801339
(3° - 4°)	0,805866
(3° - 5°)	0,794400
(3° - 6°)	0,805647
(4° - 5°)	0,786311
(4° - 6°)	0,807152
(5° - 6°)	0,829125
(7° - 8°)	0,796405
(7° - 9°)	0,799259
(8° - 9°)	0,802135

Valore medio = 0,795736

La costante c della formula (5) avrà dunque il valore 1,256698 e la formula stessa diverrà.

$$(17) \quad \Delta = 1,256698 \frac{P}{h} + d.$$

Per sottoporre al controllo dell'esperienza quest'ultima formula implicante la trascurabilità del termine:

$$\frac{2}{r \cdot h} (\alpha_1 \cos \omega_1 - \alpha \cos \omega)$$

ho eseguito una prima serie di 13 esperimenti sull'acqua distillata, i cui dati ho raccolti nella tabella III. Le esperienze sono state fatte dal 3 all' 11 Ottobre, mutando due volte il liquido: la tabella è quasi simile nella sua costruzione alla II, poichè le intestazioni delle colonne hanno lo stesso significato e non vi sono in più che una colonna pei valori della densità ricavati dalla (17) ed una per le differenze tra questi e i valori dati dal Rossetti alle medesime temperature. La tabella mostra che:

TABELLA III. — Acqua distillata.

N.	t_1	t_a	b	P	N	N'	$N-N'-c_1$ (h)	d	Δ (formula)	Δ_1 (Rossetti)	$\Delta-\Delta_1$ (differenze)
1	22,1	22,25	756	3	50,56	12,60	3,785	0,0011900	0,9972519	0,997736	-0,00048
2	21,6	21,5	759	»	52,85	14,95	3,779	» 974	0,9988408	0,9979144	+0,00092
3	21,5	21,4	»	»	52,79	14,85	3,783	» 978	0,9977863	0,9979365	-0,00015
4	20,6	20,9	»	»	52,44	14,56	3,777	» 998	0,9993718	0,9981318	+0,00124
5	21,25	21,75	760	»	52,35	14,80	3,785	» 980	0,9972602	0,9979957	-0,00073
6	21,6	22,1	»	»	52,48	14,45	3,792	» 966	0,9954204	0,9979144	-0,00249
7	22,4	22,4	759	»	50,96	12,97	3,788	» 938	0,9964672	0,997736	-0,00126
8	22,4	22,4	»	»	50,81	12,90	3,780	» 938	0,9985401	0,997736	+0,00080
9	21,15	21,65	»	»	50,725	12,605	3,792	» 968	0,9954206	0,998013	-0,00259
10	21,5	21,95	»	»	50,545	12,66	3,7775	» 956	0,9992352	0,9979565	+0,00127
11	21,65	22,15	»	»	50,51	12,63	3,777	» 948	0,9993668	0,997903	+0,00146
12	22,15	22,6	»	»	50,43	12,625	3,7795	» 930	0,9987044	0,9977922	+0,00091
13	22,2	22,3	758	»	50,11	12,19	3,781	» 926	0,9983083	0,997781	+0,00052

1.^o Per 7 esperimenti su 13 la differenza col valore comunemente ritenuto esatto si innalza a meno di un millesimo del vero valore, essendo ora in più ora in meno.

2.^o In 4 esperimenti la differenza sale ad una unità nella 3^a cifra decimale.

3.^o Solo in 2 sale a *due* unità.

Prendendo poi le medie dei valori di Δ e di Δ_1 , si ha:

Densità media dell'acqua distillata	Coll' areometro	Secondo Rossetti
per 13 valori fra $+20^{\circ},6$ e $22^{\circ},4$	0,997844	0,997886

cioè coincidenza fino alla 4^a cifra decimale.

Ho fatto poi una seconda serie di esperimenti sui miscugli di acqua distillata ed alcool, tenendo conto della evaporazione continua dell'alcool per la elevata temperatura dell' ambiente, col determinarne, al principio ed alla fine di ogni esperimento, la percentuale in volume mediante un assai sensibile ed esatto alcoolometro (prendendo i medii valori e correggendo l'effetto termico mediante le note tavole del Gay-Lussac « Instructions pour l'usage de l'alcoomètre centesimal » Paris, 1824). Ho poi interpolato, pei necessari confronti delle densità, la tabella di Mendeleeff riportata dal Gabba, a pag. 106, riducendo prima in peso, la proporzione volumetrica dell'alcool data dall'alcoolometro coll'uso della tabella di Tralles della pag. 105.

Ho voluto altresì per questi miscugli determinare sperimentalmente il valore della costante c da introdursi nella (5) per confrontarlo anche coll'analogo valore trovato per l'acqua distillata; e per questo ho eseguito 6 esperienze con pesi addizionali varianti da 0,5 gr. a 3 gr. e costruita la tabella IV. Da questa, con metodo analogo a quello del caso precedente, ho ricavato 15 valori di πr^2 ¹⁾.

1) Veramente durante i *sei* esperimenti, variando un poco, come mostra la tabella, la proporzione dei due liquidi mescolati, non si può dire che "capillarmente", il liquido su cui ho sperimentato sia rimasto lo stesso, come vorrebbe la mia ipotesi sulla costanza di A per poter essere razionale ed applicabile. Però la variazione dell'effetto specifico capillare dovrà essere debolissima per così piccola variazione nella percentuale dell'alcool. Il Frankenheim (Cobäsioullhere, Breslau 1835) ha trovato che alla temperatura $+17^{\circ}$ centig si ha per l'alcool allungato coll'acqua:

Densità	0,810	0,895	0,967
Coeffic. di capillar.	2,361	2,775	3,727

TABELLA IV. — Miscugli di acqua ed alcool assoluto.

N. d'ordine	Proporzione dell'alcool in volume	Idem. in peso	t_1	t_a	b	P	N	N_1	$N-N_1-c_1$ h	d	Δ_1 (Mendeleeff)
1	49,9 0/0	42,42 0/0	20,95	21,4	754	3	58,38	17,13	4,114	0,0011898	0,9294679
2	50 »	42,52 »	21,05	21,3	»	2,5	57,195	22,79	3,4315	»	9020,9291878
3	49,8 »	42,33 »	20,92	21,2	»	2	56,66	29,11	2,748	»	9060,9296747
4	49,65 »	42,19 »	20,9	21,05	»	1,5	58,12	37,49	2,0585	»	9120,929763
5	49,65 0/0	42,19 »	21,2	21,1	756,5	1	51,125	37,395	1,370	»	9500,92975136
6	49,6 0/0	42,14 »	21,2	21,1	»	0,5	51,09	44,17	0,6905	»	9500,9298538

Combinazioni degli esperimenti

Valori di $\pi \cdot 10^3$

(1° - 2°)	0,788006
(1° - 3°)	0,788978
(1° - 4°)	0,786562
(1° - 5°)	0,785294
(1° - 6°)	0,786734
(2° - 3°)	0,789953
(2° - 4°)	0,785842
(2° - 5°)	0,784395
(2° - 6°)	0,786415
(3° - 4°)	0,781775
(3° - 5°)	0,781645
(3° - 6°)	0,785243
(4° - 5°)	0,781672
(4° - 6°)	0,786988
(5° - 6°)	0,792538

Valore medio 0,786136

A tali densità corrisponde rispettivamente circa il 97 %₀, 68 %₀ e 27 %₀ di alcool. Se una variazione del 50 %₀ porta un mutamento nel coefficiente capillare di solo 1,366, la variazione di 0,4 %₀ che si verifica nelle mie esperienze dovrà produrre un mutamento piccolissimo e quindi senza sensibile influsso sulla natura capillare del miscuglio. I risultati del resto confermano questa osservazione.

Usando di un tale valore, si ha $c = 1,272044$. Si vede che l'ipotesi della costanza di A dà risultati migliori nel caso dei miscugli di acqua ed alcool che per l'acqua, essendovi una maggiore uniformità nei valori trovati per πr^2 . Esiste poi una certa differenza tra i due valori della costante c : il che mi sembra debba attribuirsi alla maggiore variabilità della tensione superficiale per l'acqua pura, la quale ha anche un coefficiente capillare ben più forte che i miscugli studiati. La tabella V contiene i dati di 14 esperimenti fatti con miscugli variabili dal 51 % (alcool) al 40 %, i valori di Δ ricavati dalla (5) e le differenze coi corrispondenti valori ottenuti dalle tabelle del Mendeleeff. Si scorge subito come i risultati siano in questo caso ben più soddisfacenti che per l'acqua, ad onta di maggiori difficoltà di sperimentare. Io ritengo che questo debba attribuirsi, fatta la parte ad una maggior pratica nell'uso dell'apparecchio, al diminuito influsso delle perturbazioni capillari.

Le ultime misure di densità da me finora eseguite sono state sulla glicerina del Price la cui densità ad ogni temperatura, pei confronti coi risultati dell'areometro, ho calcolata partendo dal valore 1,26 generalmente ammesso a 15° centigr. ed usando del coefficiente di dilatazione (medio fra $+10^\circ$ e $+18^\circ$): 0,000765 (Landolt). Nei giorni 8 e 9 Novembre ho fatto una serie di 8 determinazioni, e nei giorni 16 e 17, dopo un notevole abbassamento della temperatura, che rendeva più sicuro l'uso del coefficiente di dilatazione del Landolt, ho eseguito due serie di 3 esperimenti ciascuna, con pesi di 1, 2, 3 grammi (vedi tab. VI). I primi 3 esperimenti sono stati eseguiti nell'ordine 3°, 2°, 1°; per questo i valori di N aumentano nella tabella dal 1° al 3°, mentre in realtà andavano diminuendo per la porzione di glicerina che rimaneva aderente all'areometro al termometro ecc. ad ogni esperimento.

TABELLA V. — Miscugli di acqua ed alcool assoluto.

N.	V _{alcohol} ^o (alcool)	P _o ^o /o (alcool)	t _l	t _a	b	P	N	N _i	N-N _i -C ₁ h	d	Δ (formula)	Δ _i (Mendeleeff)	Δ-Δ _i
1	51	43,46	20,4	20,5	757	3	59,12	17,83	4,118	0,0011982	0,9278949	0,9277596	+0,00013
2	50,5	42,99	21,2	21,5	754	»	59,21	17,955	4,1145	» 894	0,9280734	0,9281112	+0,00056
3	50	42,52	21,1	21,5	»	»	58,79	17,615	4,1065	» 894	0,9304815	0,9291501	+0,00133
4	49,9	42,12	20,95	21,4	»	»	58,38	17,13	4,114	» 898	0,9287871	0,9294679	-0,00088
5	49,52	42,07	20,75	21,15	»	»	56,445	15,30	4,1035	» 908	0,9311608	0,9303541	+0,00082
6	49,37	41,93	20,72	21,2	»	»	56,41	15,205	4,1095	» 906	0,9298034	0,9306428	-0,00083
7	49,31	41,87	»	21,25	»	»	55,99	14,865	4,1015	» 904	0,9316145	0,9307655	+0,00084
8	49,25	41,82	20,7	21,3	»	»	55,52	14,36	4,105	» 902	0,9308208	0,9308826	-0,00006
9	49	41,58	20,5	20,82	753,5	»	56,47	15,35	4,101	» 913	0,9317288	0,9315217	+0,00002
10	46,5	39,27	20,8	20,55	757,5	»	59,225	18,28	4,0835	» 988	0,9360501	0,9359978	+0,00005
11	46,3	39,08	21,85	21,75	759,5	»	57,74	16,71	4,092	» 972	0,9337782	0,9356239	-0,00184
12	46,25	39,04	21,77	21,75	»	»	57,63	16,61	4,091	» 972	0,9339092	0,9357621	-0,00185
13	46,15	38,95	21,67	21,82	»	»	57,145	16,18	4,0855	» 969	0,9352647	0,9360152	-0,00075
14	40	33,39	22,25	22,27	754,5	»	58,36	17,80	4,045	» 871	0,9446070	0,9464608	-0,00185

Ne ho ottenuto i seguenti 12 valori di $\pi \nu^2$:

Combinazioni degli esperimenti	Valori di $\pi \nu^2$
(1° - 2°)	0,774315
(1° - 3°)	0,782127
(1° - 5°)	0,777688
(1° - 6°)	0,782651
(2° - 3°)	0,790097
(2° - 4°)	0,787719
(2° - 6°)	0,791169
(3° - 4°)	0,988906
(3° - 5°)	0,786617
(4° - 5°)	0,791208
(4° - 6°)	0,789440
(5° - 6°)	0,787794

Il valore medio è 0,786626 e la costante $c = 1,271252$.

Ho dovuto correggere un tal valore esperimento per esperimento; perchè le determinazioni della tabella VI avvennero

TABELLA VI. — Glicerina.

N.	t_i	t_a	b	P	N	N_1	$N-N_1-C_1$ h	d	Δ_1 (calcolata)
1	15,7	15,05	751	1	52,945	42,77	1,0145	0,0012114	1,2593332
2	»	15,05	»	2	53,30	32,82	2,041	»	»
3	»	14,95	751,5	3	53,34	22,76	3,047	0,0012126	»
4	15,75	15,5	749	1	53,43	43,08	1,032	0,0012064	1,2592857
5	16	16	»	2	53,36	32,92	2,037	0,0012044	1,2590477
6	13,3	16	»	3	53,17	22,59	3,047	»	1,2587623

a temperatura media di 15°,93 e quelle della VII invece di 22°,38; rendendosi così non lecito trascurare (come si è fatto lecitamente nei casi precedenti) le variazioni prodotte nella sezione del cannello dai mutamenti termici nel vetro. Ponendo il coefficiente di dilatazione del vetro (lineare) eguale a 0,000008969, ho calcolato con formula semplicissima i valori di $\pi \nu^2$ alla temperatura di ciascuno degli esperimenti della

tabella VII. Ecco i risultati da cui poi ho ottenuto i valori di c pel calcolo di Δ e quindi ho potuto costruire la tabella VII:

TABELLA VII. — Glicerina.

N.	t_1	t_2	b	P	N	N'	$N-N', -c_1$ h	d	Δ	Δ_1	$\Delta - \Delta_1$
1	23,72	22,7	754	3	49,80	19,13	3,056	0,0011846	1,2489703	1,251744	0,00277
2	23,7	22,75	»	»	49,72	19,04	3,057	» 44	1,2485623	1,251763	0,00320
3	23,15	22,4	752,5	»	49,70	19,05	3,054	» 58	1,2498018	1,252280	0,00247
4	23,2	22,5	»	»	49,64	19,00	3,053	» 54	1,2502070	1,252233	0,00202
5	»	»	»	»	49,49	18,815	3,0565	» 54	1,2487765	»	0,00345
6	22,65	22,27	751,5	»	49,51	19,85	3,055	» 23	1,2494144	1,2527518	0,90333
7	»	22,3	»	»	48,97	18,295	3,0565	» 22	1,2488018	»	0,00395
8	»	»	»	»	»	18,28	3,058	» 22	1,2481899	»	0,00456

Esperimenti

Valori di $\pi \cdot 10^2$

1°

0,786734

2°

»

3°

0,786726

4°

0,786728

5°

»

6°

0,786710

7°

»

8°

»

Vedesi come l'ipotesi della costanza di A non dia per la glicerina quella uniformità di risultati che ha dato per i miscugli di acqua ed alcool e come le differenze fra i valori di Δ ricavati dalla (5) e quelli calcolati, siano abbastanza forti in generale. Questo può dipendere in parte dal valore usato pel coefficiente di dilatazione, che è dato dal Landolt come valor medio fra 10° e 18° soltanto, ma ancor più, io credo, dalla grande avidità di acqua che la glicerina possiede.

Per questa lo straterello superficiale si carica di umidità e si fa sempre più diverso dal rimanente del liquido per la debole diffusibilità della glicerina nell'acqua; la sua tensione superficiale muta per ciò notevolmente, rendendo quindi inapplicabile l'ipotesi della costanza di A per ogni esperimento.

L'apparecchio mi ha anche permesso di intraprendere una serie di osservazioni (per ora semplicemente iniziate) sopra

il senso e la grandezza delle variazioni generate nella tensione superficiale dei liquidi da azioni esterne. Mi sono fino ad oggi limitato a studiare le variazioni prodotte da 2 vapori di liquidi volatili, da un gas e dal fumo del tabacco, sopra 8 liquidi diversi per natura e valore specifico della tensione superficiale. Ho sperimentato nel modo seguente. Posto a galleggiare l'areometro sul liquido da studiarsi e determinato un primo affioramento ad N divisioni della scala (millimetri), ho soffiato il vapore sulla superficie liquida per mezzo di una piccola pera di gomma a cannello d'avorio, contenente una debole quantità di liquido volatile, badando che il getto di vapore fosse pochissimo inclinato sulla superficie del liquido e così leggero da non turbarne sensibilmente la quiete: quindi ho determinato un secondo affioramento della punta ad N_1 divisioni. La differenza $N - N_1$ coll'essere zero, positiva o negativa, mi ha indicato nessuna variazione, aumento o diminuzione nell'effetto capillare del liquido sull'areometro. Ho costruito coi dati sperimentali la tabella VIII.

Il chiaro Prof. Marangoni ha trovato che « un liquido « di minor tensione superficiale si espande sempre su di un « liquido di maggior tensione e ne fa diminuire il coefficiente « di capillarità e che un liquido di maggior tensione si raccoglie sempre in gocce sopra uno di minore, non mutando il coefficiente » e che una tal legge può estendersi anche ai vapori ed ai corpi imbrattanti, i quali scemano la tensione delle superficie liquide e tanto più quanto ne è maggiore il coefficiente capillare. I risultati da me ottenuti confermano in parte questa legge e mostrano essere più frequente qualche anomalia segnalata dallo stesso Marangoni. Infatti:

Il *vapore di alcool*, tolto il risultato sull'acqua che è troppo debole per ispirar fiducia, scema la tensione dell'acqua acidulata e della soluzione di Na_2CO_3 , confermando la legge di Marangoni; ma si stacca dalla legge pel suo contegno coll'acqua saponata e colla soluzione di glicerina acquosa, di cui aumenta la tensione riproducendo l'anomalia scoperta pel solo gas ammoniacale dal Marangoni stesso, sperimentando colla sua staderina capillare sulle lamine saponacee.

TABELLA VIII. — Variazioni dell'effetto capillare.

LIQUIDI	Vapore di alcool			Vapore di etere			Gas ammoniac			Fumo di tabacco		
	N	N _t	N-N _t	N	N _t	N-N _t	N	N _t	N-N _t	N	N _t	N-N _t
Acqua distillata. . . .	17,28	17,27	+0,01	15,20	15,27	-0,07	16,60	16,53	+0,07	18,46	18,89	-0,43
Acqua saponata. . . .	13,315	13,275	+0,04	18,535	18,535	0	17,53	17,43	+0,10	15,68	15,60	+0,08
Acqua acidul. con acido solf.	15,40	15,44	-0,04	15,13	15,11	+0,02	13,08	13,06	+0,02	17,58	18,11	-0,53
Acqua con alcool				15,26	15,20	+0,06	12,42	12,20	+0,22	15,10	15,175	-0,075
Soluz. acquosa di glicerina. (10 $\frac{v}{10}$)	13,76	13,73	+0,03	20,22	20,33	-0,11	13,57	13,465	+0,105	16,78	17,03	-0,25
Sol. acquosa di clorato potass. (1 $\frac{v}{10}$)										18,60	18,89	-0,29
Sol. acquosa di carbon. sodico (10 $\frac{v}{10}$)	21,515	21,58	-0,065	24,56	24,54	+0,02	18,63	18,54	+0,09	20,585	21,105	-0,52
Soluz. acquosa di sal marino (satura)										24,925	25,12	-0,195

Il *vapore di etere solforico* agisce regolarmente sull'acqua pura e sulla soluzione di glicerina, ma accresce invece la tensione superficiale dell'acqua acidulata, dell'alcool allungato e della soluzione di KClO_3 . Sembra contrariar poi del tutto la legge di Marangoni in riguardo all'acqua saponata, perchè, il suo coefficiente capillare essendo minore di quello della medesima (in media a 20° eguale a 1,810 secondo i dati di Wilhelmly, Brunner, Mendeleeff, Bede, mentre quello dell'acqua saponata è stato trovato dal Marangoni, colla staderina dei coseni eguale a 2,6) l'etere dovrebbe espandersi sopra, diminuendone la tensione.

Il *gas ammoniaco* aumenta la tensione di tutti i liquidi su cui ho sperimentato, confermando l'anomalia dell'acqua saponata e mostrando che questo contegno non è eccezionale per uno, ma forse generale per tutti i liquidi. Il risultato su l'acqua pura sarebbe contrario del tutto a quello già verificato dal Marangoni col suo apparecchio a trabocco. Debbo però osservare che, non avendo applicato io il metodo del trabocco per ottenere una superficie di acqua assolutamente pura, mi si potrebbe obbiettare giustamente che l'ammoniaca ha trovato la superficie dell'acqua già imbrattata, ed ha agito su di essa, per dir così « ripulendola » secondo il suo curioso modo di agire su tanti altri liquidi.

Per ultimo *il fumo del tabacco* conferma in modo splendido la legge di Marangoni sull'effetto delle materie imbrattanti, perchè, tolta l'azione anomala su l'acqua saponata, diminuisce sempre la tensione dei liquidi con cui viene a contatto.

Conclusione.

Misura della densità dei liquidi. — I risultati ottenuti, alquanto soddisfacenti, dimostrerebbero come il metodo dell'areometro possa condursi alla precisione di altri metodi ben noti; ma sono ancor lungi, secondo me, dall'aver importanza definitiva, potendo solo acquistarla dopo una serie molto più estesa di esperimenti su liquidi di svariata natura. Prima però di intraprender quella, ritengo necessari alcuni

perfezionamenti all'apparecchio ed al metodo, proponendomi per ciò in seguito di:

1.^o Misurare con la massima precisione possibile e indipendentemente dall'uso dell'areometro, la sezione media del cannello, cercando, se di bisogno, aumentarne la regolarità col farlo metallico ¹⁾).

2.^o Ridurre a minimi termini il difetto del beccheggio trasformando l'apparato micrometrico col togliere la mensola laterale e col porre la vaschetta a mercurio direttamente sulla vite.

3.^o Unire il piattello di ottone al telaio d'alluminio con una sospensione da piattello di bilancia, per ottenere, qualunque sia la posizione dei pesi sul piattello stesso, una perfetta verticalità dell'asse dell'areometro.

Variazioni dell'effetto capillare. — I miei esperimenti mostrerebbero: 1.^o Confermata in molti casi la legge di Marangoni. 2.^o Una specie di aggiunta da fare a quella legge per ciò che riguarda i vapori stabilendo il fatto, se non nuovissimo, certo più facile a prodursi di quello creduto fin'ora che i vapori possono anche aumentare la tensione superficiale dei liquidi, funzionando al rovescio delle materie imbrattanti.

Mi propongo anche per questi studi di moltiplicare il numero e la varietà delle esperienze, per raggiungere quella sicurezza di risultati che solo può dare incoraggiamento alla ricerca delle cause fattrici di simili fenomeni capillari.

Messina, Laboratorio fisico del R. Liceo

Dicembre 1896.

1) L'uso del cannello metallico potrebbe però introdurre uno svantaggio. L'angolo di raccorciamento dei liquidi coi metalli non è molto grande e può diventare anche minore dell'angolo retto, riducendosi da un manometro all'altro convesso il menisco intorno al cannello ed invertendosi quindi l'effetto della capillarità. In compenso l'effetto capillare potrebbe essere molto più piccolo che col vetro, potendo divenire anche zero. L'esperienza dovrebbe decidere fra vetro e metallo.