6. *Über die Temperatur der Sonne; von D. A. Goldhammer.*

Erste Mitteilung.

I.

Gewöhnlich sucht man sich eine Vorstellung über die Temperatur der Sonne dadurch zu bilden, daß man auf die Sonnenstrahlung eine der drei Beziehungen anwendet, welche nur für einen absolut schwarzen Körper gelten. Diese Beziehungen sind bekanntlich

$$\begin{aligned} \varepsilon &= A T^4, \\ \varepsilon_m &= B T^5, \\ \lambda_m T &= 2940 \end{aligned}$$

und führen zu den Zahlen für T , die ziemlich untereinander übereinstimmend etwa um 6000^0 abs. schwanken und natürlich nur als eine *untere* Grenze für die wirkliche Temperatur der Sonne dienen können. Führen wir die Benennung „schwarze Temperatur“ S in einem etwas allgemeineren Sinne, als es bei Holborn und Kurlbaum¹⁾ geschehen ist, ein, und nennen *jede* Temperatur „schwarz“, wenn dieselbe aus einer *beliebigen*, aber nur für einen vollkommen schwarzen Körper geltenden Formel berechnet wird, so kann man für jede rein thermaktive Strahlung unendlich viele Werte für S ableiten, deren drei den Gleichungen

$$\begin{aligned} (1) \quad e &= A S_1^4, \\ (2) \quad e_m &= B S_2^5, \\ (3) \quad \lambda_m S_3 &= 2940 \end{aligned}$$

genügen und alle anderen aus der Planckschen Formel

$$(4) \quad e_\lambda \lambda^5 \left(e^{\frac{c}{\lambda S}} - 1 \right) = C$$

folgen und mit der Wellenlänge λ veränderlich sind.

1) L. Holborn u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 10. p. 225. 1903.
Annalen der Physik. IV. Folge. 25. 59

In allen Fällen bietet offenbar das größte Interesse nur derjenige Wert von S dar, welcher möglichst groß ausfällt, und daher möglichst nahe an die wirkliche Temperatur des strahlenden Körpers kommt. Nun können sich solche Werte von S nur aus der Formel (4) ergeben, falls e_λ auf der ganzen Länge des Spektrums bekannt ist. Aus (1) und (2) folgen immer viel kleinere Zahlen und (3) ist überhaupt nicht anzuwenden.

In der Tat, es sei S_m der maximale Wert von S , der sich aus der Gleichung (4) berechnen läßt; dann ist

$$\begin{aligned} S_m &> S, \\ e_\lambda \lambda^5 \left(e^{\frac{c}{\lambda S}} - 1 \right) &< C, \\ e &= \int_0^\infty C \lambda^{-5} \left(e^{\frac{c}{\lambda S}} - 1 \right)^{-1} d\lambda < \int_0^\infty C \lambda^{-5} \left(e^{\frac{c}{\lambda S_m}} - 1 \right)^{-1} d\lambda. \end{aligned}$$

Da aber für die schwarze Strahlung ist

$$\varepsilon = A T^4 = \int_0^\infty C \lambda^{-5} \left(e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} d\lambda,$$

so folgt auch

$$e < A S_m^4;$$

also ist

$$\underline{S_1 < S_m}.$$

Es sei ferner λ_m die Wellenlänge, welche einem Maximum der Strahlung e_m entspricht; wir haben dann nach (4)

$$e_m \lambda_m^5 \left(e^{\frac{c}{\lambda_m S_0}} - 1 \right) = C.$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{c}{\lambda_m S_0} = \sigma_0,$$

so können wir schreiben

$$e_m = S_0^5 \frac{C}{c^5} \sigma_0^5 (e^{\sigma_0} - 1)^{-1}.$$

Nun hat die Funktion

$$x^5 (e^x - 1)^{-1}$$

nur ein endliches Maximum für $x = \tau = 4,9651$, wie es aus der Theorie der schwarzen Strahlung bekannt ist, und dann haben wir

$$\frac{C}{c^5} \tau^5 (e^\tau - 1)^{-1} = B.$$

Es muß also für ein beliebiges σ_0 immer

$$\frac{C}{c^5} \sigma_0^5 (e^{\sigma_0} - 1)^{-1} < B$$

sein. Das bedeutet, daß

$$e_m < B S_0^5$$

und folglich

$$\underline{S_2 < S_0}.$$

Was nun die Gleichung (3) anbetrifft, so verfahren wir folgendermaßen. Ist a_λ das Emissionsvermögen des strahlenden Körpers, so haben wir

$$(5) \quad e_\lambda \lambda^5 \left(e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1 \right) = C a_\lambda,$$

worin T die wirkliche Temperatur bedeutet. Suchen wir die Bedingung für Maximum bzw. Minimum von e_λ , setzen also $\partial e_\lambda / \partial \lambda = 0$, so gibt das

$$\frac{T}{c} \tau_m \left(5 - \frac{\tau_m e^{\tau_m}}{e^{\tau_m} - 1} \right) = \frac{1}{a_\lambda} \frac{\partial a_\lambda}{\partial \lambda},$$

worin

$$\frac{c}{\lambda_m T} = \tau_m$$

gesetzt ist.

Je nachdem nun

$$\frac{\partial a_\lambda}{\partial \lambda} \geq 0$$

ist, wird auch

$$5 - \frac{\tau_m e^{\tau_m}}{e^{\tau_m} - 1} \geq 0$$

sein, d. h.

$$\tau_m \leq 4,9651$$

und folglich

$$(6) \quad \lambda_m T \geq 2940.$$

Diese Beziehung kann also eine untere Grenze für T , die wirkliche Temperatur oder eine obere Grenze dafür geben: alles hängt von dem Vorzeichen von $\partial a_\lambda / \partial \lambda$ ab. Leider ist der Gang des Emissionsvermögens a_λ meistens vollkommen unbekannt; dann ist natürlich auch die gewonnene Beziehung *nicht* zu gebrauchen.

Nur wenn uns der Gang von S mit λ in der Umgebung von e_m bekannt ist, bekommt (6) in gewissen Fällen einen Sinn. Dann aber ist dieselbe nutzlos.

Wir haben nämlich aus der Formel

$$(7) \quad e_\lambda = \varepsilon_\lambda a_\lambda$$

die Beziehung

$$(8) \quad e^\tau - 1 = a_\lambda (e^\sigma - 1),$$

worin

$$\tau = \frac{c}{\lambda T}, \quad \sigma = \frac{c}{\lambda S}$$

gesetzt ist.

Die Differentiation nach λ gibt

$$\frac{1}{\lambda} (\sigma e^\sigma a_\lambda - \tau e^\tau) = (e^\sigma - 1) \frac{\partial a_\lambda}{\partial \lambda} - a_\lambda \frac{\sigma}{S} \frac{\partial S}{\partial \lambda},$$

oder, wenn a_λ links mittels (8) eliminiert wird,

$$(9) \quad \frac{e^\tau - 1}{\lambda} \left(\frac{\sigma e^\sigma}{e^\sigma - 1} - \frac{\tau e^\tau}{e^\tau - 1} \right) = (e^\sigma - 1) \frac{\partial a_\lambda}{\partial \lambda} - a_\lambda \frac{\sigma}{S} e^\sigma \frac{\partial S}{\partial \lambda}.$$

Die Funktion

$$\frac{x e^x}{e^x - 1}$$

hat offenbar für $\infty > x > 0$ weder Maximum noch Minimum und wächst kontinuierlich mit wachsendem x zwischen den Grenzen 1 und ∞ . Da nun immer τ und σ positiv sind und

$$S < T, \quad \sigma > \tau$$

sein soll, so bleibt die linke Seite von (9) immer positiv.

Ist daher

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} \geq 0,$$

so muß notwendig auch

$$\frac{\partial a_\lambda}{\partial \lambda} > 0$$

sein, also auch nach (6)

$$\lambda_m T > 2940,$$

$$\lambda_m S_3 = 2940.$$

Ist aber

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} < 0,$$

so bleibt das Vorzeichen von $\partial a_\lambda / \partial \lambda$ unbestimmt und (6) wie auch (3) sind daher unbrauchbar.

Aber auch dann, wenn

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} \geq 0$$

in der Umgebung von e_m ist, folgt doch aus (3) der Wert für S kleiner als derjenige, der direkt aus (4) für $\lambda = \lambda_m$ sich ableiten läßt.

In der Tat, logarithmieren und differentiiieren wir (4) nach λ und setzen dann $\partial e_\lambda / \partial \lambda = 0$, so folgt

$$5 - \frac{\sigma_0 e^{\sigma_0}}{e^{\sigma_0} - 1} = \frac{\sigma_0 e^{\sigma_0}}{e^{\sigma_0} - 1} \frac{\lambda_m}{S_0} \frac{\partial S_0}{\partial \lambda}.$$

Im Falle

$$\frac{\partial S_0}{\partial \lambda} \geq 0$$

haben wir

$$5 - \frac{\sigma_0 e^{\sigma_0}}{e^{\sigma_0} - 1} \geq 0,$$

$$\sigma_0 \leq \tau_m.$$

also

$$\lambda_m S_0 \geq 2940,$$

$$\underline{S_0 \geq S_3}.$$

Ein Beispiel möge das Gesagte erläutern. Wir wollen dazu die von Rubens¹⁾ untersuchte, sicher thermaktive Strahlung eines Auerbrenners benutzen.

Ein schwarzer Körper von $T = 1800$ strahlt nach Rubens Angaben 33,2mal so stark als ein dichtes Auerstrumpfgewebe. Wir haben daher

$$\text{Schwarzer Körper } \varepsilon = A T^4, \quad \text{Auerstrumpf } e = A S_1^4,$$

$$T = 1800, \quad \frac{e}{\varepsilon} = 33,2.$$

Daraus folgt

$$\underline{S_1 = 750 (!)}.$$

Die Strahlung eines Auerstrumpfes hat ferner ein absolutes Maximum bei $\lambda = 1,2 \mu$ und beträgt dasselbe nach Rubens in gewissen Einheiten gemessen 34,3. In denselben Einheiten gemessen ergibt sich die Strahlung eines schwarzen Körpers für dieselbe λ und $T = 1800$ zu 2930. Sind nun λ in Mikron,

1) H. Rubens, Ann. d. Phys. 18. p. 725. 1905.

ϵ_λ in Watt pro 1 qcm Fläche gemessen, so haben bekanntlich die Konstanten der Planckschen Formel folgende Bedeutung:

$$C = 3,72 \cdot 10^8; \quad c = 2940 \cdot 4,9651 = 14597.$$

Daraus folgt

$B = 1,191 \cdot 10^{-11}$, $\epsilon_\lambda = 1,741 \cdot 10^5$ (für $T = 1800$, $\lambda = 1,2$)
und für den Auerstrumpf

$$e_m = \frac{34,3 \cdot 1,741 \cdot 10^5}{2980} = 2038.$$

Aus (2) ergibt sich somit

$$S_2 = 702 (!).$$

Diese Zahlen geben uns keine Vorstellung über die wirkliche Temperatur des Auerstrumpfes, da nach (4) Werte für S folgen, welche S_1 und S_2 um mehr als zweimal übertreffen. So finden wir aus den von Rubens in der Tab. II mitgeteilten Zahlen eine Reihe von Werten für S , deren Maximum der Wellenlänge $\lambda = 0,45$ entspricht und 1772 beträgt.

Tabelle I.

λ (μ)	Zahlen von Rubens	e_λ (Watt)	Schwarze Temp. S (abs.)
0,45	3,8	225,7	1772
0,5	11,5	688,1	1751
0,55	22,0	1307	1708
0,6	24,0	1426	1619
0,7	25,8	1532	1341
1,0	34,3	2038	1207
1,2	34,3	2038	1085
1,5	34,0	2020	981,5
2,0	25,5	1515	815,7
3,0	17,0	1010	664,3
4,0	7,6	451,4	545,2
5,0	7,0	415,9	516,0
6,0	7,9	469,2	525,0
7,0	15,0	891,0	641,3
8,0	23,9	1420	830,5
9,0	29,9	1776	1070
10,0	27,4	1628	1227
12,0	19,1	1134	1481
15,0	9,6 ¹⁾	570,2	1569
18,0	5,0	297,0	1595

1) Die von Rubens direkt gewonnene Zahl beträgt hier 8,9; dieselbe ist der Bemerkung des Verfassers gemäß (l. c. p. 733—734) korrigiert.

Wir schließen daraus, daß die Temperatur des Auerstrumpfes sicher höher als 1772 ausfällt.

Die Tab. I zeigt, daß etwa für $\lambda > 5$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} > 0$$

ist. Hier hat daher (6) ihre Anwendung. Das Maximum von e_λ fällt hier nach Rubens bei $\lambda = 9,3$. Wir haben also

$$S_3 > \frac{2940}{9,3}, \quad \underline{S_3 > 316,1 (!)},$$

indem (4) für dieselbe Wellenlänge $S_0 = 1160$ gibt.

Wenden wir die angeführten Überlegungen auf die Strahlung der Sonne an, so kommen wir zu folgendem Schluss: *1. alle schwarzen Temperaturen der Sonne, die bisher nach der Formel (3) bestimmt worden sind, haben überhaupt keinen Sinn, so lange man nicht bewiesen hat, daß in der Umgebung des Strahlungsmaximums der Sonne tatsächlich die Bedingung*

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} \geq 0$$

erfüllt ist; 2. diejenigen Werte von S , welche nach den Formeln (1) bzw. (2) gewonnen worden sind, ergeben Zahlen, die möglicherweise ebensoweit von der wirklichen Temperatur der Sonne abstehen, wie es für S_1 und S_2 bei dem Auerstrumpfe der Fall ist. Man kennt doch die optische Natur der Sonne nicht. Will man also sich irgendwelche Vorstellung über die untere Grenze der Sonnentemperatur bilden, so muß man einzig und allein von der Gleichung (4) ausgehen. Das dazu nötige Material finden wir zunächst in den Untersuchungen von Langley.

II.

Bekommt die Erde außerhalb der Erdatmosphäre von der Sonne in einer Minute normal pro 1 qcm Q g-cal. insgesamt (die sogenannte Solarkonstante) bzw. q_λ g-cal. von der Wellenlänge λ , also in einer Sekunde

$$q_\lambda \frac{4,17}{60} \text{ Watt,}$$

so ist die Energie der Sonnenstrahlung

$$e_{\lambda} = q_{\lambda} \frac{4,17}{60} \operatorname{cosec}^2 \frac{\varphi}{2},$$

worin φ die mittlere scheinbare Größe des Sonnendurchmessers von der Erde aus gesehen bedeutet, und

$$\varphi = 32' 3,6''$$

ist. Gewöhnlich gibt die Beobachtung nicht direkt q_{λ} , sondern die Ablesungen eines mit einem Energie aufnehmenden Instrument verbundenen Galvanometers f_{λ} in gewissen Skalenteilen (sc) ausgedrückt. Wird nun die Energiekurve $f_{\lambda} = f(\lambda)$ konstruiert und ihre Fläche F sc.cm gemessen, so hat man

$$\frac{q_{\lambda}}{f_{\lambda}} = \frac{Q}{F}$$

und folglich

$$e_{\lambda} = f_{\lambda} \frac{Q}{F} \frac{4,17}{60} \operatorname{cosec}^2 \frac{\varphi}{2} = U f_{\lambda}.$$

Vor einigen Jahren war die Meinung allgemein verbreitet, es sei etwa $Q=3$, oder noch mehr. Das ist eine Zahl, die von Langley auf einem ziemlich künstlichen Wege aus den Ergebnissen der *Mount Whitney*-Expedition abgeleitet wurde. Die neueren zahlreichen bolographischen Messungen, ausgeführt in der *Astrophysical Observatory* der *Smithsonian Institution* zu *Washington* zeigen, daß kein Grund vorliegt, an der Richtigkeit der sogenannten Bouguerschen Formel für die Lichtabsorption in der Erdatmosphäre zu zweifeln, wenn bei der Beobachtung der Sonnenstrahlung gewisse Vorsichtsmaßregeln Anwendung finden; dementsprechend ergab sich in *Washington* während der Zeit vom 9. Oktober 1902 bis 11. Februar 1904 eine Reihe von Zahlen für die Solarkonstante, welche so gut untereinander übereinstimmen, daß schon eine Abnahme derselben um etwa 10 Proz. zwischen 26. März 1903 und 11. Februar 1904 Langley einer besonderen Untersuchung wert schien.¹⁾ Diese Zahlen sind in der Tab. II wiedergegeben.

1) S. P. Langley, *Astrophys. Journ.* 19. p. 305. 1904.

Tabelle II.

Datum	Q	Datum	Q
9. Oktober 1902	2,19	24. August 1903	1,93
15. „	2,19	14. Oktober	1,98 1,94
22. „	2,16	29. „	1,97
19. Februar 1903	2,28 2,25	7. Dezember	1,94
25. März	2,26 2,21	24. „	1,96 2,01
26. „	2,10 1,98	27. Januar 1904	2,05 1,98
29. April	1,94 1,97	11. Februar	2,29 2,24
7. Juli	2,16 2,11		

Was nun die Genauigkeit dieser Messungen anbetrifft, so können dieselben nach Langleys Meinung nur mit einem *konstanten* Fehler von 20 Proz. oder sogar mehr behaftet sein, welcher von der „absoluten Standardisation“ des Akinometers herrührt. Alle anderen Einflüsse veränderlichen Charakters sind so gut wie ganz eliminiert.

Nun stimmen die von Langley während der *Mount Whitney*-Expedition direkt gewonnenen Zahlen für Q merkwürdig gut mit den Ergebnissen der Observatory zu *Washington*. So ergab sich¹⁾ für die untere Bergstation „*Lone-Pine*“ aus zwei Beobachtungsreihen

$$Q = 2,067 \text{ bzw. } 2,053; \text{ im Mittel also } 2,060;$$

für die obere Bergstation „*Mountain Camp*“ aus drei Beobachtungsreihen

$$Q = 2,260; 2,217; 2,183; \text{ im Mittel also } 2,220.$$

Da die Beobachtungen dieser Expedition mit sehr großer Sorgfalt angestellt wurden, so schien mir interessant, die Untersuchung der schwarzen Temperatur der Sonne gerade an diesem Material zu beginnen.

Dabei beträgt die Fläche der Energiekurve, welche dem Werte $Q = 2,183$ entspricht,

$$F = 185,7 \text{ sc. } \mu = 185,7 \cdot 10^{-4} \text{ sc. cm}^2,$$

1) S. P. Langley, *Profess. Papers of the Signal Service* Nr. XV. *Researches on solar heat* p. 148. *Washington* 1881.

2) Die Zahlen für die Flächen F bei S. P. Langley (l. c. p. 148) müssen verdoppelt werden, um dieselben mit den Zahlen für f_λ in Einklang zu bringen.

so daß daraus

$$U = 3,758 \cdot 10^5$$

folgt. Die Zahlen für f_λ sind von Langley in der Tab. 120 zusammengestellt; wir geben dieselben in den Tab. III und IV wieder.

Tabelle III.

Lone Pine, 1881.

λ (μ)	f_λ I	f_λ II	Mittel	S
0,35	64,8	—	64,8	5229
0,375	52,2	75,6	63,9	5092
0,4	86,1	100,7	93,4	5092
0,45	139,3	138,0	138,6	5225
0,5	184,0	175,9	180,0	5441
0,6	229,0	214,9	227,0	6015
0,7	202,4	207,1	204,7	6143
0,8	159,4	167,2	163,3	6142
1,0	106,3	110,6	108,4	6303
1,2	100,5	93,1	96,8	7456
1,4	76,3	71,0	73,7	8327
1,6	55,6	51,8	53,7	8988
1,8	38,6	36,0	37,3	9244
2,0	24,5	22,9	23,7	8736
2,2	13,0	13,2	13,1	7143
2,4	4,1	3,9	4,0	4207

Tabelle IV.

Mountain Camp, 1881.

λ (μ)	f_λ I	f_λ II	f_λ III	Mittel	S
0,35	100,2	77,4	24,0	67,2	5251
0,375	96,7	65,8	30,9	64,5	5098
0,4	123,3	80,3	93,1	102,2	5098
0,45	204,0	197,9	189,0	197,0	5322
0,5	258,8	257,8	246,8	254,5	5781
0,6	274,2	276,4	273,5	274,7	6340
0,7	225,8	229,4	242,0	232,4	6373
0,8	160,9	167,6	181,0	169,8	6218
1,0	106,7	107,7	111,3	108,6	6309
1,2	87,0	81,9	81,5	83,5	6945
1,4	72,4	67,1	62,3	67,3	7910
1,6	55,5	51,6	46,9	51,3	8735
1,8	40,2	37,4	34,4	37,3	9244
2,0	26,5	24,7	23,7	25,0	9062
2,2	14,5	13,7	13,1	13,8	7490
2,4	4,5	4,3	4,2	4,3	4476

Abgesehen von gewissen Unregelmäßigkeiten der zwei ersten Horizontalreihen in der Tab. IV, sind die Ergebnisse der Beobachtung auf jeder Station so gut miteinander übereinstimmend, daß es vollkommen genügt, mit den Mittelwerten die Rechnung zu führen. Wir bekommen auf diese Weise Zahlen für S , welche in den letzten vertikalen Kolumnen der Tabb. III und IV angegeben sind.

Wie wir sehen, zeigen beide voneinander vollkommen unabhängigen, an verschiedenen Orten ausgeführten Messungen eine ganz vorzügliche Übereinstimmung in den Werten der schwarzen Temperatur der Sonne. Dabei kann von einer Konstanz von S überhaupt keine Rede sein. In beiden Fällen wächst es mit wachsender Wellenlänge λ von etwa 5000 bis über 9200 und fällt dann sehr schnell ab, um bei $\lambda = 2,4$ den Wert 4200—4400 zu erreichen.

Die Gleichungen (1) und (2) ergeben nun

$$\text{Lone Pine} \begin{cases} S_1 = 5930 \\ S_2 = 5901 \end{cases} \quad \text{Mountain Camp} \begin{cases} S_1 = 6044 \\ S_2 = 6155. \end{cases}$$

Trotz guter Übereinstimmung dieser Zahlen untereinander, weichen dieselben von dem Werte von S für $\lambda = 1,8$ um mehr als 50 Proz. ab.¹⁾

Es fragt sich nun, wie weit der gefundene Gang von S den wirklichen optischen Eigenschaften der Sonne entspricht und sei derselbe vielleicht nicht durch gewisse Beobachtungsfehler verursacht.

Was zunächst das Spektralgebiet $\lambda = 0,35—0,375$ anbetrifft, so sind hier die Zahlen f_λ so starken Schwankungen unterworfen, daß man keinen besonderen Wert auf die Übereinstimmung von S für diese Wellenlängen legen kann. Der Grund aber des Abfalles von S für $\lambda > 2,0$ ist leicht anzugeben.

Die Messungen der Sonnenstrahlung während der *Mount Whitney*-Expedition wurden mittels Rowlandscher Diffraktionsgitter ausgeführt; dieselben konnten aber nur bis $\lambda = 1,2$ (inklusive) ihre Anwendung finden, da die Übereinanderlagerung der Spektren für größere λ schon zu stark ausfiel. Die Energie-

1) Auch bei dem Auerstrumpfe stimmen S_1 und S_2 ziemlich gut überein.

kurven der Expedition wurden daher für $\lambda > 1,2$ mit Hilfe der späteren Messungen zu *Allegheny* im Jahre 1882 bis $\lambda = 2,4$ ergänzt. Bei diesen letzten Beobachtungen wurde nun nicht das Diffraktionsspektrum untersucht, sondern ein prismatisches, durch ein Hilgersches Flintglasprisma geliefert. Dieses Spektrum erschien bei etwa $\lambda = 2,8$ schon vollkommen abgebrochen, indem wir jetzt wissen, daß das Sonnenspektrum sich über 10μ erstreckt. Diese starke Strahlenabsorption in den Glasteilen der Beobachtungsapparate bei $\lambda = 2,8$ und darüber hinaus mußte offenbar bewirken, daß schon für gewisse $\lambda < 2,8$ die gemessenen Energiemengen zu klein ermittelt sind. Wir schließen daraus, daß der Abfall von S für $\lambda > 2,0$ mindestens zum Teil, wenn nicht vollständig, seine Ursache nicht in der Natur der Sonnenstrahlung habe und eine Nebenerscheinung sei. Der wirkliche Gang von S für $\lambda > 2,0$ bleibt also bis auf weiteres unbestimmt.

Die Werte von f_λ , ferner, die den Wellenlängen $\lambda = 1,4$ bis $\lambda = 2,0$ entsprechen, und die, wie oben gesagt, mittels eines Prismas ermittelt worden sind, bedürfen gewisser Korrekturen.

Bedeute δ die Minimalablenkung eines Prismas, so müssen bekanntlich die Ordinaten einer prismatischen Energiekurve mit $-\partial\delta/\partial\lambda$ multipliziert werden, um die den Ordinaten eines normalen Energiespektrums proportionalen Zahlen zu erhalten. Ein solcher Faktor ist bei Langley¹⁾ mit $\operatorname{tg} \varphi$ bezeichnet und für das Hilgersche Prisma auf graphischem Wege gefunden. Es ergaben sich dabei Zahlen für $\operatorname{tg} \varphi$, die mit wachsendem λ kontinuierlich *abnehmen*. Nun entspricht ein solcher Gang von $\operatorname{tg} \varphi$ der Wirklichkeit nicht.

In den achtziger Jahren des XIX. Jahrhunderts blieb noch nicht allgemein die Tatsache erkannt, daß jede Dispersionskurve in gewissen Spektralgebieten, und zwar ziemlich entfernt vor denjenigen der beginnenden Absorption, Inflexionspunkte hat, so daß darin $-\partial\delta/\partial\lambda$ durch ein Minimum geht.

Das Flintglas des Hilgerschen Prismas muß daher etwas früher als bei $\lambda = 2,0$ einen solchen Inflexionspunkt besitzen. Leider sind die von Langley mitgeteilten Wertepaare δ, λ

1) S. P. Langley, l. c. p. 232.

zu weit voneinander abstehe, um die Lage dieses Inflexionspunktes einigermaßen genau bestimmen zu können. Doch wäre ein Versuch in dieser Richtung nicht ohne Interesse.

Wir wollen daher dazu die Berechnungen von Ketteler¹⁾ benutzen. Ketteler suchte die Dispersion des Langleyschen Flintglasprismas mittels einer Formel

$$n^2 = a^2 + \frac{D \lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2} - k \lambda^2$$

darzustellen, worin

$$D = 0,60714, \quad \lambda_m^2 = 0,029929,$$

$$a^2 = 2,44137, \quad k = 0,009076$$

sind. Setzen wir zum Abkürzen $D \lambda_m^2 = M$, so finden wir

$$-n \frac{\partial n}{\partial \lambda} = \left[\frac{M}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2} + k \right] \lambda.$$

Andererseits aus der Beziehung

$$n \sin \frac{A}{2} = \sin \left(\frac{A + \delta}{2} \right),$$

worin A den Brechungswinkel des Prismas bedeutet, folgt

$$\sin \frac{A}{2} \frac{\partial n}{\partial \lambda} = \cos \left(\frac{A + \delta}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\partial \delta}{\partial \lambda};$$

daraus leiten wir ab

$$-\frac{1}{4} \frac{\partial \delta}{\partial \lambda} = \sin^2 \frac{A}{2} \frac{\lambda}{\sin(A + \delta)} \left[\frac{M}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2} + k \right].$$

Schreibt man jetzt

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\lambda}{\sin(A + \delta)} \left[\frac{M}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2} + k \right],$$

so muß $\kappa = \operatorname{tg} \varphi' / \operatorname{tg} \varphi$ im Spektralgebiete von $\lambda = 0,4$ bis $\lambda = 1,0$ (etwa) eine konstante Zahl sein; in der Umgebung von $\lambda = 2,0$ aber muß κ ziemlich stark zunehmen. Daß es wirklich so ist, zeigt die Tab. V, worin die ersten drei Vertikalreihen aus der Tab. H²⁾ von Langley entnommen sind. $A = 62^\circ 34' 43''$.

1) E. Ketteler, Wied. Ann. 30. p. 309. 1887.

2) S. P. Langley, l. c. p. 233.

Tabelle V.

λ (μ)	δ	$\text{tg } \varphi$	$\text{tg } \varphi'$	κ
0,4	50° 27' 40"	9,820	0,4708	0,0479
0,5	48 34 00	4,226	0,2060	0,0488
0,6	47 35 20	2,380	0,1124	0,0473
0,7	03 00	1,450	0,07051	0,0486
0,8	46 41 40	1,000	0,04907	0,0491
0,9	25 40	0,720	0,03704	0,0514
1,0	14 30	0,600	0,03000	0,0500
1,1	04 30	0,550	0,02570	0,0467
1,2	45 55 30	0,520	0,02305	0,0443
1,3	46 40	0,498	0,02146	0,0431
1,4	38 00	0,480	0,02055	0,0428
1,5	29 30	0,463	0,02010	0,0434
1,6	21 00	0,448	0,02005	0,0447
1,7	13 20	0,436	0,02017	0,0463
1,8	05 40	0,429	0,02044	0,0477
1,9	44 58 10	0,423	0,02085	0,0493
2,0	50 40	0,418	0,02144	0,0513
2,1	43 20	0,414	0,02203	0,0532
2,2	36 00	0,411	0,02271	0,0553
2,3	28 40	0,409	0,02341	0,0572
2,4	21 30	0,407	0,02416	0,0594

Bis $\lambda = 1,0$ bleibt tatsächlich κ nahezu konstant, im Mittel gleich 0,0490 und die Schwankungen desselben übertreffen nicht 5 Proz. Später beginnt κ abzunehmen, erreicht ein Minimum bei $\lambda = 1,4$ und wächst von da ab ziemlich schnell an.

Wollten wir annehmen, die Kettlersche Dispersionsformel stelle die Dispersion des Hilgerschen Prismas richtig, so hätte das zur Folge, daß alle Ordinaten der Energiekurve, von $\lambda = 1,0$ ab, mit den Faktoren multipliziert werden müßten, die in der Tab. VI angeführt sind. Die Korrekturen für λ sind dabei unbedeutend.

Tabelle VI.

λ	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
	0,905	0,874	0,913	0,974	1,047	1,128	1,211
	1	0,966	1,009	1,077	1,159	1,286	1,339

Sollen nun die Energiekurve der *Mount Whitney*-Expedition und dieselbe für *Allegheny* bei $\lambda = 1,2$ aneinander angeschlossen

werden, so müssen wir die Zahlen f_λ der Tab. III und IV für $\lambda > 1,4$ mit den Faktoren multiplizieren, welche sich in der letzten Horizontalreihe der Tab. VI befinden. Dadurch wird natürlich auch die Fläche F der Kurve etwas geändert, und zwar vergrößert; diese Änderung aber kann ihrer Kleinheit wegen außer acht gelassen werden (ein paar Prozent).

Die nach den korrigierten Werten von f_λ berechneten Zahlen für S bilden den Inhalt der Tab. VII.

Tabelle VII.

λ	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
Lone Pine	8163	9038	9716	9675	8271	5067
Moun. Camp	7760	8788	9716	10040	8706	5286

Wir sehen, daß diese Korrekturen für unseren Zweck keine große Bedeutung haben; das Maximum von S ist jetzt etwas größer geworden und nach der Seite der größeren Wellenlängen verschoben; auch der Abfall von S auf dem Ende des Spektrums erscheint merklich kleiner. Im großen und ganzen bleibt doch der Gang von S trotz dieser Korrekturen unverändert.

Ich habe mir sehr viel Mühe gegeben, irgendwelche Fehlerquelle aufzusuchen, die als Ursache dieses merkwürdigen Ganges von S dienen könnte. Das ist mir nicht gelungen. Allerdings liegt die Ursache nicht in dem Werte der Solarkonstante (2,0—2,2), da z. B. Hansky auf dem *Montblanc* und Stankiewitsch auf dem *Pamir* mit Hilfe neuerer genauer Instrumente die Sonnenstrahlung über 2,0 g-cal. direkt gemessen haben. Die absolute Solarkonstante kann nicht kleiner als 2,2 ausfallen.

Es muß noch betont werden, daß die ultraroten Strahlen im Gebiete $\lambda = 1,2$ bis 2,0 und weiter durch die Erdatmosphäre nur wenig (etwa 10 Proz.) und fast in gleicher Weise absorbiert werden. In dem Anschluß der verschiedenen Energiekurven kann daher kein Grund gewisser *großer* Fehler liegen. Im Jahre 1882 betrug zu Allegheny das Maximum der Energiekurve der direkten Strahlung etwa 86,7 mm bei $\lambda = 0,6$ und bei $\lambda = 2,1$ ergab sich 9,2 mm.¹⁾

1) S. P. Langley, l. c., Platte XV, Kurve I. Wir wählen Wellenlängen $\lambda = 0,6$ und $\lambda = 2,1$, da hier keine auswählende Absorption der Strahlen in der Atmosphäre vorhanden ist.

Aus den von Langley mitgeteilten Zahlen für die Durchlässigkeit der Atmosphäre zu *Allegheny*¹⁾ berechnen wir die Energie außerhalb der Erdatmosphäre zu:

$$\begin{aligned}\lambda = 0,6 \quad \frac{86,7}{0,73} &= 118,7 \\ \lambda = 2,1 \quad \frac{9,2}{0,91} &= 10,1\end{aligned}$$

Verhältnis 11,7.

Nun wurde für $\lambda = 0,6$ zu *Lone Pine* 227,0 sc, zu *Mountain Camp* 274,7 sc gefunden (Tabb. III und IV), im Mittel also 250,8. Diese Zahl muß ziemlich genau sein, also auch für *Allegheny* außerhalb der Erdatmosphäre gelten. Dann ergibt sich daselbst für $\lambda = 2,1$ die Zahl

$$\frac{250,8}{11,7} = 21,4 \text{ sc.}$$

Das stimmt vollkommen gut mit den in den Tabb. III und IV angeführten Werten für f_λ .

Bis auf weiteres sind wir somit zu dem Schlusse geführt worden, daß der sich aus den zitierten Beobachtungen von Langley ergebende Wert von S von der Ordnung 10000 ist und daß daher die wirkliche Temperatur der Sonne nicht weniger als

$$T = 10000^\circ \text{ abs.}$$

betragen kann.²⁾

Kasan, im August 1906.

1) S. P. Langley, l. c. p. 151—152.

2) Vorgetragen in der Januar-Sitzung der Phys.-Math. Gesellsch. zu Kasan 1907.

(Eingegangen 4. März 1908.)