ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 250.

Ueber die Störungen des *Halley'schen* Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15^{ten} September 1682 bis zum 13^{ten} März 1759.

Von Herrn Professor Dr. *Rosenberger* in Halle.

Seit dem Abdruck meines Aufsatzes über die Elemente des *Halley'schen* Kometen während seiner vorletzten Erscheinung (*Astr. Nachr.* Nr. 196) habe ich die Untersuchung seiner Störungen für die Periode von seiner Sonnennähe im Jahre 1682 bis zu seinem Perihelio im Jahre 1759 beendigt und dabei auf den Einfluss aller sieben alten Planeten so vollständig als möglich Rücksicht zu nehmen gesucht. Bei dem mit der herannahenden Wiederkehr des Kometen steigenden Interesse des Gegenstandes und da die von mir erhaltenen Resultate nicht unerheblich von den Ergebnissen der so mühsamen und dankenswerthen Arbeiten von *Damoiseau* und *Pontécoulant* *) über den nehmlichen Gegenstand abweichen, wird eine kurze Mittheilung über den Gang und die Ergebnisse meiner Rechnungen in diesen Blättern, wie ich wohl hoffen darf, nicht unwillkommen sein, wenn ich mir auch die Bekanntmachung des Details, welches zu einer später vielleicht nöthigen Wiederaufnahme und theilweisen Berichtigung derselben nothwendig wäre, für einen andern Ort und eine andere Zeit vorbehalten mufs.

1.

Nennt man die störenden Kräfte, welche der Planet m' in der Richtung des Radius vector des Kometen, senkrecht auf denselben in der Ebene der Bewegung und perpendicular auf die letztere wirkend hervorbringt resp. A', B', C' , sämmtlich positiv, wenn sie die Coordinaten vermindern; bezeichnet man die Neigung der Bahn des störenden Planeten m' gegen die Kometenbahn durch i' , die Länge des aufsteigenden Knotens der Planetenbahn auf der Bahn des Kometen durch n' , den Abstand des Periheliums der Kometenbahn von diesem Durchschnitt beider Bahnen durch P ; heisst die Länge des Planeten in seiner Bahn l' , die Länge des Planeten auf der Kometenbahn vom Knoten an gezählt L' , seine Breite über der Ebene der Kometenbahn λ' ; setzt man $l' - n' = u'$ und $P + \varphi = u$, wo φ die wahre

Anomalie des Kometen angiebt, nennt man endlich den Radius vector des Kometen und des Planeten m' resp. r und r' : so hat man

$$\begin{aligned} \cos \lambda' \cos L' &= \cos u' \\ \cos \lambda' \sin L' &= \sin u' \cos i' \\ \sin \lambda' &= \sin u' \sin i' \\ x' &= r' \cos \lambda' \cos (L' - u) \\ y' &= r' \cos \lambda' \sin (L' - u) \\ z' &= r' \sin \lambda' \\ R'R' &= rr + r'r' - 2rx' \\ A' &= \frac{m'r}{R'^3} + m' \left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \cdot x' \\ B' &= m' \left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \cdot y' \\ C' &= m' \left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \cdot z' \end{aligned} \quad (a)$$

wo der Buchstabe m' die Masse des störenden Planeten bezeichnet. Drückt nun t die von einem festen Anfangspunct gezählte Zeit aus, so sind die Differentialquotienten der Elemente der Kometenbahn:

$$\begin{aligned} V\mu \cdot \left(\frac{d \cdot \frac{1}{a}}{dt} \right) &= \frac{2}{h} \{ A' \cdot e \sin \varphi + B' (1 + e \cos \varphi) \} \\ V\mu \cdot \left(\frac{dv}{dt} \right) &= \frac{3av}{h} \{ A' \cdot e \sin \varphi + B' (1 + e \cos \varphi) \} \\ V\mu \cdot \left(\frac{de}{dt} \right) &= -A' \cdot h \sin \varphi - B' \cdot \frac{r}{h} (e + 2 \cos \varphi + e \cos^2 \varphi) \\ V\mu \cdot \left(\frac{d\omega'}{dt} \right) &= +A' \cdot \frac{h \cos \varphi}{e} - B' \cdot \frac{r}{he} (2 + e \cos \varphi) \sin \varphi \\ V\mu \cdot \left(\frac{di}{dt} \right) &= -\frac{rC'}{h} \cos (\omega + \varphi) \\ V\mu \cdot \left(\frac{dn}{dt} \right) &= -\frac{rC'}{h} \cdot \frac{\sin (\omega + \varphi)}{\sin i} \\ V\mu \cdot \left(\frac{d\omega}{dt} \right) &= V\mu \cdot \left(\frac{d\omega'}{dt} \right) - \cos i \cdot V\mu \cdot \left(\frac{dn}{dt} \right) \\ V\mu \cdot \left(v \cdot \frac{dT}{dt} \right) &= -V(1 - ee) \cdot \left\{ V\mu \cdot \left(\frac{d\omega'}{dt} \right) \right\} + \frac{2r}{\sqrt{a}} \cdot A' \\ &\quad - (T + t) \left\{ V\mu \cdot \left(\frac{dv}{dt} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (b)$$

*) *Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino* Tom. XXIV. pag. 36; *Connaissance des temps pour l'an 1832.* pag. 25 et C. d. t. p. 1833. pag. 104.

Hier bedeuten a, e, n, i resp. die halbe große Axe, die Excentricität, die Länge des aufsteigenden Knotens der Kometenbahn und ihre Neigung gegen die Ekliptik, ω die Länge des Periheliums vom Knoten und $(-T)$ die Zeit des Periheliums, so daß $(T+t)$ immer die Zeit ausdrückt, durch welche die wahre Anomalie bestimmt wird; μ bezeichnet die vom Mittelpunkt der Bahn auf den Kometen wirkende Masse, hh ist $= a(1-ee)$ und $a^3 \cdot \nu = \sqrt{\mu}$, so daß ν die Zunahme der mittlern Anomalie des Kometen in der Zeiteinheit angibt; unter A', B', C' endlich ist hier, wie im Folgenden, die Summe der von allen Planeten hervorgebrachten störenden Kräfte zu verstehen.

2.

Ich habe es nach dem Vorgange von *Damoiseau* vorgezogen, die Differentialquotienten der Elemente nicht für gleiche Zeitintervalle, sondern für gleich große Aenderungen der excentrischen Anomalie des Kometen zu berechnen.

Nennt man die excentrische Anomalie des gestörten Kometen ε , so wird aus der Gleichung $\nu(T+t) = \varepsilon - e \sin \varepsilon$ durch gleichzeitige Differentiation derselben in Beziehung auf die Zeit und auf die veränderlichen Elemente der Kometenbahn

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right) &= \frac{a\nu}{r} \left\{ 1 + \frac{aa}{e} (2e - \cos \varepsilon - e^2 \cos \varepsilon) \cdot A' \right. \\ &\quad \left. + \frac{aa}{e} \cdot \nu(1-ee)(2 - e \cos \varepsilon) \sin \varepsilon B' \right\} \\ &= \frac{a\nu}{r} (1+f) \end{aligned}$$

erhalten, und man findet die Differentialquotienten der Elemente in Beziehung auf die excentrische Anomalie ε des gestörten Kometen durch Multiplication der Gleichungen (b) mit

$$\left(\frac{dt}{d\varepsilon}\right) = \frac{r}{a\nu} \frac{1}{(1+f)}.$$

Hierdurch ergeben sich nachstehende Formeln:

$$\begin{aligned} \mu \cdot \left(\frac{d\nu}{d\varepsilon}\right) &= 3a^2\nu \left\{ e \sin \varepsilon \cdot A' + \nu(1-ee) \cdot B' \right\} \left(\frac{1}{1+f}\right) \\ \mu \cdot \left(\frac{de}{d\varepsilon}\right) &= a^2 \cdot \nu(1-ee) \left\{ -\nu(1-ee) \cdot \sin \varepsilon \cdot A' + (e - 2 \cos \varepsilon + e \cos \varepsilon^2) \cdot B' \right\} \left(\frac{1}{1+f}\right) \\ \mu \cdot e \left(\frac{d\omega'}{d\varepsilon}\right) &= a^2 \left\{ \nu(1-ee) \cdot (\cos \varepsilon - e) \cdot A' - \sin \varepsilon \cdot (2 - e \cos \varepsilon - ee) \cdot B' \right\} \left(\frac{1}{1+f}\right) \\ \mu \cdot \left(\frac{dg}{d\varepsilon}\right) &= -\nu(1-ee) \cdot \mu \cdot \left(\frac{d\omega'}{d\varepsilon}\right) + 2 \cdot rr \cdot A' \cdot \left(\frac{1}{1+f}\right) \\ \mu \cdot \left(\frac{dq}{d\varepsilon}\right) &= -\frac{a \cdot (\cos \varepsilon - e)}{\nu(1-ee)} \cdot r C' \cdot \left(\frac{1}{1+f}\right) \\ \mu \cdot \left(\frac{dp}{d\varepsilon}\right) &= -a \sin \varepsilon \cdot r C' \cdot \left(\frac{1}{1+f}\right) \quad (c) \\ \mu \cdot \left(\frac{di}{d\varepsilon}\right) &= \mu \cdot \left(\frac{dq}{d\varepsilon}\right) \cdot \cos \omega - \mu \cdot \left(\frac{dp}{d\varepsilon}\right) \cdot \sin \omega \\ \mu \cdot \sin i \left(\frac{dn}{d\varepsilon}\right) &= \mu \cdot \left(\frac{dq}{d\varepsilon}\right) \cdot \sin \omega + \mu \cdot \left(\frac{dp}{d\varepsilon}\right) \cdot \cos \omega \\ \mu \cdot \left(\frac{d\omega}{d\varepsilon}\right) &= \mu \cdot \left(\frac{d\omega'}{d\varepsilon}\right) - \cos i \cdot \mu \cdot \left(\frac{dn}{d\varepsilon}\right) \\ \mu \cdot \left(\nu \cdot \frac{dT}{d\varepsilon}\right) &= -(T+t) \cdot \mu \cdot \left(\frac{d\nu}{d\varepsilon}\right) + \mu \cdot \left(\frac{dg}{d\varepsilon}\right) \end{aligned}$$

Diese Formeln sind vollkommen strenge, wenn zu ihrer Berechnung diejenigen Elemente angewandt werden, welche in dem Augenblick, für welchen man rechnet, die Bahn des Kometen bestimmen. Sie gehen in die von *Damoiseau* angewandten und in die von *Pontécoulant* in seiner *Théorie analytique du système du monde* tom. II. p. 100

gegebenen Formeln über, nach welchen letzteren dieser Astronom gerechnet zu haben scheint, wenn man die Sonnenmasse als Einheit der Massen annimmt und $(1+f)$ der Einheit gleich setzt, wodurch im Allgemeinen nur Größen von der Ordnung des Quadrats der störenden Kräfte vernachlässigt werden.

3.

So lange die störenden Kräfte eine mäßige Größe behalten wird es erlaubt sein sowohl diese Vernachlässigung zu begehnen, als auch die Rechnung mit Elementen zu führen, welche nicht genau für den Zeitpunkt der Rechnung gelten, d. h. man wird die Elemente nur von Zeit zu Zeit corrigiren dürfen, wie dies von den beiden französischen Astronomen bei ihrer Berechnung der Störungen des *Halleyschen* Kometen von 1759 bis 1835 von einem Zeichen der excentrischen Anomalie zum andern geschehen ist. So oft indessen einer der störenden Planeten dem Kometen sehr nahe kommt, müssen auch die Formeln (c) in aller Strenge angewandt werden, wenn man sicher sein will genaue Resultate zu erhalten und dieser Fall tritt bei dem *Halleyschen* Kometen sowohl für die Periode von 1682 bis 1759 als auch für die Periode von 1759 bis 1835 in einem vielleicht ungewöhnlich hohen Grade ein. Ich habe diesem Uebelstande dadurch zu begegnen gesucht, daß ich z. B. vom 30^{sten} Grade der excentrischen Anomalie bis zum 46^{sten} zuerst die einzelnen Differentialquotienten mit den ungeänderten Elementen, wie dieselben für 30° exc. Anom. waren gefunden worden, und ohne Rücksicht auf die Quantität f berechnete, sodann aber für passende und im Allgemeinen etwas größere Intervalle (hier z. B. von zwei zu zwei Grad) die Unterschiede dieser Größen von denjenigen bestimmte, welche erhalten worden wären, wenn eines Theils überall die richtigen Elemente wären angewandt worden und andern Theils der Factor $\left(\frac{1}{1+f}\right)$ nicht unbeachtet geblieben wäre. Um zu zeigen, wie höchst nothwendig diese Vorsicht sich erwies, will ich nur ein Beispiel anführen. Von 46° bis 54° der exc. Anom. fand ich zuerst die ganze Aenderung, welche die mittlere tägliche Bewegung durch Jupiter, Saturn und Uranus erfährt $= +0",468727$. Der eben erwähnten beiden Correctionen wegen kommt aber zu dieser Größe noch $-0",007023$ hinzu, so daß die strenge Anwendung der Formeln $+0",461704$ gegeben haben würde. Ich glaube, daß die Abweichung meiner Resultate von den bisher bekannt gewordenen der beiden französischen Astronomen durch die vorstehende Bemerkung hinlänglich erklärt wird und kann die Besorgniß nicht bergen, es möchte auch ihre Bestimmung der Aenderungen, welche die Elemente des *Halleyschen* Kometen von 1759 bis 1835 durch die planetarischen Störungen erleiden, der eigentliche Gegenstand ihrer Arbeiten, aus demselben Grunde eine bei weitem größere Unsicherheit in sich schließen, als die von ihnen an-

gewandte Sorgfalt und die verhältnißmäßig weit getriebene Genauigkeit ihrer Zahlenangaben auf den ersten Blick erwarten lassen. Denn nach *Damoiseaux* Bestimmung hat sich unser Komet während seines gegenwärtigen Umlaufs dem Jupiter noch etwas stärker genähert, als in der Periode von 1682 bis 1759 der Fall war.

4.

Auch die Genauigkeit meiner Rechnungen wäre, zum Theil wenigstens, illusorisch geworden, oder die Mühseligkeit ihrer Ausführung ganz unerträglich geblieben, wenn es nicht nach einer für die scharfe Berechnung fast aller Kometenstörungen unschätzbaren Andeutung von *Bessel* (Untersuchungen über die Bahn des großen Kometen vom Jahre 1811 von Dr. Fr. Wilh. Aug. Argelander pag. 78 ff.) möglich wäre, auf die Wirkung der kleineren Planeten mit verhältnißmäßig geringer Mühe auf das schärfste Rücksicht zu nehmen, indem man die Bewegung des Kometen nicht auf die Sonne, sondern auf den Schwerpunkt des Sonnensystems als den Mittelpunkt seiner Bahn bezieht. Da diese wichtige Bemerkung wenigstens im Auslande nicht so allgemeine Beachtung gefunden zu haben scheint, als sie verdient (wahrscheinlich nur darum, weil die Monographie, welche sie enthält, Untersuchungen von so allgemeinem Interesse nicht erwarten läßt), so glaube ich manchem Leser dieser weitverbreiteten Zeitschrift einen Dienst zu leisten, wenn ich bei dieser Gelegenheit etwas ausführlicher, als für meinen nächsten Zweck durchaus nothwendig wäre, bei dem angeführten Gegenstand verweile.

Es mögen in Beziehung auf ein beliebiges, sich im Mittelpunkt der Sonne senkrecht durchschneidendes Axensystem x, y, z die Coordinaten des Kometen; x', y', z' die Coordinaten eines Planeten bezeichnen, dessen Masse m' ist wenn die Sonnenmasse als Einheit der Massen betrachtet wird und x'', y'', z'' ; x''', y''', z''' etc. sich in demselben Sinn auf die Planeten m'', m''' etc. beziehen. Bedeutet r den Radius vector des Kometen, r' den Radius vector des Planeten m' , p die dritte Potenz des Abstands der Planeten m' und m'' von einander, H, H' etc. den Abstand der Planeten m', m'' etc. vom Kometen; sind endlich $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ die Coordinaten des Schwerpunkts unseres Sonnensystems, so daß $\bar{X} = \frac{m'x' + m''x'' + m'''x''' \text{ etc.}}{1 + M}$ für $M = m' + m'' + m''' \text{ etc.}$, ist, so sind die Gleichungen, welche die Bewegung der Kometen und der Planeten m', m'' etc. um die Sonne be-

$$(d) \quad 0 = \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) + \frac{x}{r^3} + \frac{m' x'}{r'^3} + \frac{m' (x - x')}{R^3} + \frac{m'' x''}{r''^3} + \frac{m'' (x - x'')}{R'^3} \text{ etc.}$$

$$(d') \quad 0 = \left(\frac{d^2 x'}{dt^2} \right) + \frac{(1+m') x'}{r'^3} + \frac{m'' x''}{r''^3} + \frac{m'' (x' - x'')}{p''} + \frac{m''' x'''}{r'''^3} + \frac{m''' (x' - x''')}{p'''} \text{ etc.}$$

$$(d'') \quad 0 = \left(\frac{d^2 x''}{dt^2} \right) + \frac{(1+m'') x''}{r''^3} + \frac{m' x'}{r'^3} + \frac{m' (x'' - x')}{p'} + \frac{m''' x'''}{r'''^3} + \frac{m''' (x'' - x''')}{p'''} \text{ etc.}$$

und Gleichungen von derselben Form für $y, z; y', z';$ etc. Multiplicirt man die Gleichungen $(d'), (d'')$ etc. nach der

Reihe mit $\frac{m'}{1+M}, \frac{m''}{1+M}$ etc., so giebt ihre Summe

$$0 = \frac{d^2 \bar{X}}{dt^2} + \frac{m' x'}{r'^3} + \frac{m'' x''}{r''^3} + \frac{m''' x'''}{r'''^3} \text{ etc.}$$

und die Subtraction derselben von (d) , wenn man

$$0 = \frac{d^2 \bar{X}}{dt^2} + \frac{x}{r^3} + \frac{m' (x - x')}{R^3} + \frac{m'' (x - x'')}{R'^3} + \frac{m''' (x - x''')}{R''^3} \text{ etc.} \quad (e)$$

welche Gleichung nebst zwei ähnlichen für η und ζ die Bewegung des Kometen um den Schwerpunkt des Sonnensystems bestimmt.

Diese Gleichung ist gleichbedeutend mit

$$0 = \frac{d^2 \bar{X}}{dt^2} + \frac{\bar{X} + \xi}{\rho^3} + (\bar{X} + \xi) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) + \frac{m' (\xi - \xi')}{R^3} + \frac{m'' (\xi - \xi'')}{R'^3} \text{ etc.} \quad (f)$$

wofür endlich wegen $\bar{X} = m' \xi' + m'' \xi'' + m''' \xi'''$ etc.

$$0 = \frac{d^2 \bar{X}}{dt^2} + \frac{\bar{X} (1+M)}{\rho^3} + (\bar{X} + \xi) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) + m' (\xi' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\xi'' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) + \text{etc.} \quad (g)$$

gesetzt werden kann.

Die Bewegung des Kometen um den Schwerpunkt des Sonnensystems wird also die nehmliche sein, als wenn die-

ser Punkt der Sitz einer Centrakraft $= 1+M$ wäre und außerdem die in der Richtung der Coordinatenachsen thätigen störenden Kräfte

$$\begin{aligned} A &= (\xi + \bar{X}) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) + m' (\xi' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\xi'' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \text{ etc.} \\ B &= (\eta + \bar{Y}) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) + m' (\eta' - \eta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\eta'' - \eta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \text{ etc.} \\ C &= (\zeta + \bar{Z}) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) + m' (\zeta' - \zeta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\zeta'' - \zeta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \text{ etc.} \end{aligned} \quad (h)$$

auf den Kometen wirkten.

Ist der Abstand des Kometen von der Sonne nicht gar zu klein (und nur in diesem Fall soll überhaupt die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunkt bezogen und von den Gleichungen (g) Gebrauch gemacht werden!), so

kann $\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right)$ sehr bequem durch eine stark convergirende Reihe ausgedrückt werden, indem man $r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2 + 2P + R^2$ hat, wenn $P = \xi \bar{X} + \eta \bar{Y} + \zeta \bar{Z}$; $R^2 = \bar{X}^2 + \bar{Y}^2 + \bar{Z}^2$, also P sowohl als R von der Ordnung der störenden Massen ist. Dies giebt

$$(\xi + \bar{X}) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) = -\frac{3P\xi}{\rho^5} - \frac{3P\bar{X}}{\rho^5} + \frac{15}{2} \cdot \frac{PP\xi}{\rho^7} - \frac{3}{2} \cdot \frac{RR\xi}{\rho^5} \text{ etc.}$$

und

$$\begin{aligned}
 A &= \left[m' (\xi' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\xi'' - \xi') \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) + \text{etc.} - \frac{3 P \bar{\xi}}{\rho^5} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3 P \bar{X}}{\rho^5} + \frac{15}{2} \cdot \frac{P P \bar{\xi}}{\rho^7} - \frac{3}{2} \cdot \frac{R R \bar{\xi}}{\rho^5} \text{ etc.} \right] \\
 B &= \left[m' (\eta' - \eta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\eta'' - \eta') \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) + \text{etc.} - \frac{3 P \bar{\eta}}{\rho^5} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3 P \bar{Y}}{\rho^5} + \frac{15}{2} \cdot \frac{P P \bar{\eta}}{\rho^7} - \frac{3}{2} \cdot \frac{R R \bar{\eta}}{\rho^5} \text{ etc.} \right] \\
 C &= \left[m' (\zeta' - \zeta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' (\zeta'' - \zeta') \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) + \text{etc.} - \frac{3 P \bar{\zeta}}{\rho^5} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3 P \bar{Z}}{\rho^5} + \frac{15}{2} \cdot \frac{P P \bar{\zeta}}{\rho^7} - \frac{3}{2} \cdot \frac{R R \bar{\zeta}}{\rho^5} \text{ etc.} \right]
 \end{aligned} \tag{i}$$

wo man sehr oft mit den in Klammern [] eingeschlossenen Gliedern vollkommen ausreichen wird.

Bestimmt man nunmehr die noch ganz willkürliche Richtung der Coordinatenachsen so, daß die Ebene der ξ und η mit der Ebene der Bahn des Kometen um den Schwerpunkt für den Augenblick der Rechnung und die

Axe der ξ mit seinem jedesmaligen Radius vector zusammenfällt: so hat man $\xi = \rho$, $\eta = \zeta = 0$, $P = \rho \bar{X}$ und die Störungen der Elemente des Kometen, welche sich auf seine Bewegung um den Schwerpunkt beziehen, werden durch die Anwendung der Gleichungen (c) gefunden werden, wenn man $\mu = 1 + M$ und

$$\begin{aligned}
 A' &= m' (\xi' - \rho) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) - \frac{3 m' \xi'}{\rho^3} + m'' (\xi'' - \rho) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) - \frac{3 m'' \xi''}{\rho^3} \text{ etc.} \\
 &\quad + \frac{3}{2} (2 \bar{X}^2 - \bar{Y}^2 - \bar{Z}^2) \cdot \frac{1}{\rho^4} \\
 B' &= m' \eta' \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' \eta'' \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \text{ etc.} - \frac{3 \bar{X} \bar{Y}}{\rho^4} \\
 C' &= m' \zeta' \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R^3} \right) + m'' \zeta'' \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) \text{ etc.} - \frac{3 \bar{X} \bar{Z}}{\rho^4}
 \end{aligned} \tag{k}$$

setzt.

Der Vortheil, welchen diese Anordnung der Rechnung gewährt, besteht darin, daß die Theile der störenden Kräfte A' , B' , C' , welche von den kleinern Planeten abhängen, bald so stark abnehmen, daß man sie ohne Gefahr ganz vernachlässigen kann. Bei dem *Halley'schen* Kometen, der sich meistentheils in sehr großer Entfernung von der Sonne befindet, wird dieser Vortheil noch dadurch erhöht, daß auch die Störungen, welche er durch Jupiter, Saturn und Uranus erleidet, wenigstens für den größten Theil seiner Bahn, viel kleiner ausfallen und viel leichter zu finden sind, wenn man seine Bewegung um den Schwerpunkt des Sonnensystems untersucht, als wenn man unmit-

telbar die Aenderungen seiner Elemente in Beziehung auf die Sonne berechnen wollte.

5.

Um die Elemente, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunkt des Sonnensystems bestimmen, aus den Elementen seiner Bahn um die Sonne, oder umgekehrt diese aus jenen zu erhalten, werde ich im Folgenden die eine dieser beiden Bahnen durch B , die andere durch B' bezeichnen und annehmen, daß sich in den Mittelpunkten derselben die Massen μ und μ' befinden.

Die Gleichungen

$$\begin{aligned}
 \frac{x dy - y dx}{dt} &= \mathcal{V}(m) \cdot h \cdot \cos i \\
 \frac{x dz - z dx}{dt} &= \mathcal{V}(m) \cdot h \cdot \sin i \cos n \\
 \frac{y dz - z dy}{dt} &= \mathcal{V}(m) \cdot h \cdot \sin i \sin n \\
 \frac{dx}{dt} \cdot \frac{r dr}{dt} + x \left(\frac{m}{r} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} \right) &= -m e (\cos n \cos \omega - \sin n \sin \omega \cos i) \\
 &= \frac{dx}{dt} \cdot \delta + x \cdot F
 \end{aligned} \tag{l}$$

$$\frac{dy}{dt} \cdot \frac{r dr}{dt} + y \left(\frac{m}{r} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} \right) = -me (\sin n \cos \omega - \cos n \sin \omega \cos i)$$

$$= \frac{dy}{dt} \cdot \xi + y \cdot F$$

$$\frac{dz}{dt} \cdot \frac{r dr}{dt} + z \left(\frac{m}{r} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} \right) = -me \cdot \sin \omega \sin i$$

$$= \frac{dz}{dt} \cdot \xi + z \cdot F$$

$$\frac{2m}{r} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = \frac{m}{a} = \frac{m}{r} + F$$

drücken bekanntlich die Constanten der elliptischen Bewegung eines Himmelskörpers um den Mittelpunkt seiner Bahn durch seine Coordinaten von diesem Punct und durch seine Geschwindigkeit in der Richtung der Coordinatenachsen aus, wenn m die Summe der Massen beider Körper bezeichnet und n, ω, i in Beziehung auf das gewählte Axensystem eine Bedeutung haben, welche der bisherigen Bedeutung der nehmlichen Buchstaben für die Ekliptik entspricht. Indem man sie sowohl auf die Bahn B , als auch auf die Bahn B' anwendet, wird sich aus ihnen der Unterschied der Elemente beider Bahnen ohne Weiteres ergeben.

Legt man die Ebene der x und y der Bahn B , die Axe der x dem Radius vector des Kometen in ihr parallel; bezieht man die Zeichen a, e, n, x, r etc. in ihrer bisherigen Bedeutung auf die Bahn B , die Zeichen a', e', n', x', r' etc. in der analogen Bedeutung auf die Bahn B' ; schreibt man $\Delta a, \Delta e, \Delta \mu$ etc. für $a' - a, e' - e, \mu' - \mu$ etc.: so hat man für die Bahn B , welche als bekannt angesehen werden soll,

$$x = r, \quad y = z = 0, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{\mu \cdot e \sin \varphi}}{h};$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\sqrt{\mu \cdot h}}{r}, \quad \frac{dz}{dt} = 0.$$

Setzt man nun noch der Kürze wegen $\frac{dx}{dt} = \alpha, \frac{dy}{dt} = \beta, \frac{dz}{dt} = \gamma$, ferner

$$x' = r + X, \quad y' = Y, \quad z' = Z; \quad \frac{dx'}{dt} = \alpha' = \alpha + A,$$

$$\frac{dy'}{dt} = \beta' = \beta + B, \quad \frac{dz'}{dt} = \gamma' = \gamma + C;$$

bedeutet z die Neigung der Bahn B' gegen die Bahn B . N die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn B' auf der Bahn B vom Radius vector r des Kometen an gezählt, o' endlich den Abstand des Periheliums auf der Bahn B' von diesem Durchschnitt beider Ebenen: so finde ich

$$\left(\Delta \frac{1}{r} \right) = - \frac{2rX + (X^2 + Y^2 + Z^2)}{r r' (r + r')}$$

$$F = \frac{\mu}{r} - \alpha^2 - \beta^2$$

$$\Delta F = \frac{1}{r} \Delta \mu + \mu' \left(\Delta \frac{1}{r} \right) - 2\alpha \cdot A - 2\beta \cdot B - (A^2 + B^2 + C^2)$$

$$\xi = r \cdot \alpha$$

$$\Delta \xi = \alpha' \cdot X + \beta' \cdot Y + \gamma' \cdot Z + r \cdot A$$

$$\psi = A \cdot \xi + \alpha' \cdot \Delta \xi + F' \cdot X + r \cdot \Delta F$$

$$\psi' = B \cdot \xi + \beta' \cdot \Delta \xi + F' \cdot Y$$

$$\mu \cdot \left(\Delta \frac{1}{a} \right) = \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{a'} \right) \cdot \Delta \mu + \mu \cdot \left(\Delta \frac{1}{r} \right) + \Delta F'$$

$$(\nu' + \nu) \cdot \Delta \nu = \frac{1}{a'^3} \cdot \Delta \mu + \frac{3\mu}{a a'} \left(\Delta \frac{1}{a} \right) + \mu \cdot \left(\Delta \frac{1}{a} \right)^2$$

$$\sqrt{\mu'} \cdot h' \cdot \cos z = x' \beta' - y' \cdot \alpha' \quad (m)$$

$$\sqrt{\mu'} \cdot h' \cdot \sin f \cos N = x' \gamma' - z' \cdot \alpha'$$

$$\sqrt{\mu'} \cdot h' \cdot \sin f \sin N = y' \gamma' - z' \cdot \beta'$$

$$\sqrt{\mu'} \cdot \cos f \cdot \Delta h = \beta' \cdot X - \alpha' \cdot Y + r \cdot B - h$$

$$\left\{ \frac{\Delta \mu}{\sqrt{\mu} + \sqrt{\mu'}} - 2 \cdot \sqrt{\mu'} \cdot \sin \frac{1}{2} z^2 \right\}$$

$$(e' + e) \cdot \Delta e = -hh \cdot \left(\Delta \frac{1}{a} \right) - \frac{(h' + h)}{a'} \cdot \Delta h$$

$$\sin(\Delta i) = \sin z \cos(N + \omega + \varphi) + \cos i \cos i' \cdot 2 \sin\left(\frac{1}{2} \Delta n\right)^2$$

$$\sin(\Delta n) = \frac{\sin z \sin(N + \omega + \varphi)}{\sin i'}$$

$$\sin(n + o' + \varphi) = - \left(\frac{\psi \sin \varphi + \psi' \cos \varphi}{\mu' e'} + 2 \sin \frac{1}{2} z^2 \cdot \cos(N + \varphi) \sin o' \right)$$

$$\tan \frac{1}{2} \{ L - (N + \omega + \varphi) \} \cdot \cos \left(\frac{\Delta i}{2} \right) = - \tan \left(\frac{\Delta n}{2} \right) \cdot \cos \frac{1}{2} (i' + i)$$

$$\Delta \omega = (N + o' + \varphi) + \{ L - (N + \omega + \varphi) \}$$

$$2e' \sin \frac{1}{2} (e' + e) \sin \left(\frac{1}{2} \Delta e \right) = \Delta e \cdot \cos e + r' \cdot \left(\Delta \frac{1}{a} \right) - \frac{r r'}{a} \left(\Delta \frac{1}{r} \right) - \nu \cdot (\Delta T) = (T + t) \cdot \Delta \nu - \Delta e + 2e' \cos \frac{1}{2} (e' + e) \sin \left(\frac{1}{2} \Delta e \right) + \sin e \cdot \Delta e$$

Ist die Bahn des Kometen um die Sonne bekannt, so ergeben die vorstehenden Gleichungen die Elemente seiner Bewegung um den Schwerpunct, wenn man $\mu = 1, \mu' = 1 + M, \Delta \mu = M; X = -\bar{X}, Y = -\bar{Y}, Z = -\bar{Z}; A = -\frac{d\bar{X}}{dt}, B = -\frac{d\bar{Y}}{dt}, C = -\frac{d\bar{Z}}{dt}$

setzt; im entgegengesetzten Fall wird man $\mu = 1 + M$, $\mu' = 1$, $\Delta\mu = -M$; $X = +\bar{X}$, $Y = +\bar{Y}$, $Z = +\bar{Z}$; $A = +\frac{d\bar{X}}{dt}$, $B = +\frac{d\bar{Y}}{dt}$, $C = \frac{d\bar{Z}}{dt}$ zu setzen haben.

Es ist aber

$$(1 + M) \cdot \bar{X} = m' x' + m'' x'' + m''' x''' \text{ etc.}$$

$$(1 + M) \cdot \frac{d\bar{X}}{dt} = m' \frac{dx'}{dt} + m'' \frac{dx''}{dt} + m''' \frac{dx'''}{dt} \text{ etc.}$$

wo x', y', z' ; x'', y'', z'' etc. die nach den Formeln (a) berechneten Coordinaten der Planeten m', m'' etc. sind und

$\frac{dx''}{dt}$, $\frac{dy''}{dt}$, $\frac{dz''}{dt}$ durch die Gleichungen

$$\frac{dx''}{dt} = x'' \cdot \frac{1}{r''} \left(\frac{dr''}{dt} \right) - y'' \cdot \cos i'' \left(\frac{du''}{dt} \right) - z'' \sin i'' \cos u'' \left(\frac{du''}{dt} \right)$$

$$\frac{dy''}{dt} = x'' \cdot \cos i'' \left(\frac{du''}{dt} \right) + y'' \cdot \frac{1}{r''} \left(\frac{dr''}{dt} \right) + z'' \sin i'' \sin u'' \left(\frac{du''}{dt} \right)$$

$$\frac{dz''}{dt} = x'' \cdot \sin i'' \cos u'' \left(\frac{du''}{dt} \right) - y'' \cdot \sin i'' \sin u'' \left(\frac{du''}{dt} \right) + z'' \cdot \frac{1}{r''} \left(\frac{dr''}{dt} \right)$$

gefunden werden.

Will man die Quadrate und Producte von M, X, Y, Z, A, B, C vernachlässigen, was in vielen Fällen erlaubt sein wird, so nehmen die Gleichungen (m) folgende Gestalt an:

$$\left(\Delta \frac{1}{a} \right) = -\frac{2}{rr} \cdot X - 2\alpha \cdot A - 2\beta \cdot B + \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \cdot \Delta\mu$$

$$\Delta\nu = \frac{1}{2} \alpha \nu \cdot \left(\Delta \frac{1}{a} \right) + \frac{1}{2} \nu \cdot \Delta\mu$$

$$\Delta h = \beta \cdot X - \alpha \cdot Y + r \cdot B - \frac{h}{2} \cdot \Delta\mu$$

$$\Delta e = -\frac{hh}{2e} \left(\Delta \frac{1}{a} \right) - \frac{h}{ae} \cdot \Delta h \quad (n)$$

$$\Delta i = \left(\frac{\sin(\omega + \varphi) + e \sin \omega}{hh} \right) \cdot Z + \frac{r \cos(\omega + \varphi)}{h} \cdot C$$

$$\sin i \Delta n = -\left(\frac{\cos(\omega + \varphi) + e \cos \omega}{hh} \right) \cdot Z + \frac{r \sin(\omega + \varphi)}{h} \cdot C$$

$$\Delta\omega = \frac{\sin \varphi}{re} \cdot X - \left(\frac{e + \cos \varphi}{hhe} \right) \cdot Y - \frac{h \cos \varphi}{e} \cdot A$$

$$+ \frac{\sin \varphi (r + hh)}{he} \cdot B - \frac{\sin \varphi}{e} \cdot \Delta\mu - \cos i \cdot \Delta n$$

$$-\nu \cdot (\Delta T) = (T + t) \cdot \Delta\nu - \frac{1}{ae \sin \varepsilon}$$

$$\left\{ \frac{r}{a} \cdot X + rr \cdot \left(\Delta \frac{1}{a} \right) + r \cos \varphi \cdot \Delta e \right\}.$$

6.

Bei Anwendung der Formeln (k) tritt die Unbequemlichkeit ein, daß sie die Coordinaten der Planeten in Be-

ziehung auf den Schwerpunkt des Sonnensystems als gegeben voraussetzen, welche doch nicht unmittelbar aus unsern Planetentafeln erhalten werden; auch finden sich die Theile der störenden Kräfte, welche vom Jupiter, Saturn und Uranus abhängen, so lange die Entfernung des Kometen von der Sonne den Abstand dieser Planeten von ihr nicht bedeutend übertrifft, im Allgemeinen viel größer, wenn man die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunkt des Sonnensystems bezieht, als wenn man die Sonne als das Centrum seiner Bahn betrachtet, wodurch die Beschwerde der Rechnung noch vergrößert wird.

Dieser Schwierigkeit kann man ausweichen, wenn man sich erlauben will bei der Berechnung der Störungen, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunkt des Sonnensystems erfährt, solche Glieder zu vernachlässigen, die das Product der Masse eines der kleinern Planeten in die Masse eines der größern als Factor enthalten.

Ich bezeichne den allgemeinen Schwerpunkt des Sonnensystems durch den Buchstaben S ; den Schwerpunkt der Sonne und aller Planeten mit Ausschluss des Planeten m' , z. B. des Mercur, durch den Buchstaben S_1 ; schreibe M , für $M - m'$ und verstehe unter $X_1, Y_1, Z_1, \xi_1, \eta_1, \zeta_1, \rho_1, \xi'', \eta'', \zeta'',$ etc. die Coordinaten des Puncts S_1 in Beziehung auf die Sonne, so wie die Coordinaten und Radien vectoren des Kometen und der Planeten m'', m''' etc. in Beziehung auf den Punct S_1 .

Setzt man $0 = \frac{d^2 X_1}{dt^2} + \frac{m'' x''}{r''^3} + \frac{m''' x'''}{r'''^3}$ etc. (was hier gewiß ohne allen Schaden geschehen kann, da die fortgelassenen Glieder von der Ordnung $m' m'', m' m'''$ etc. nicht nur sämmtlich überaus klein sind, sondern auch außerdem die erheblicheren derselben sehr schnell ihren Werth und ihr Zeichen ändern) und läßt man in der Gleichung (d) die Glieder $\frac{m' x'}{r'^3} + \frac{m' (x - x')}{R'^3}$ unbeachtet, wodurch die Störungen des Kometen erhalten werden, welche er erleiden würde, wenn man die Wirkung des Planeten m' unberücksichtigt liefse: so bestimmt die Gleichung

$$0 = \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} + \frac{\xi_1 + X_1}{\rho_1^3} + (\xi_1 + X_1) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho_1^3} \right)$$

$$+ \frac{m'' \cdot (\xi_1 - \xi'')}{R''^3} + \frac{m''' \cdot (\xi_1 - \xi''')}{R'''^3} \text{ etc.}$$

oder

$$0 = \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} + \frac{(1 + M_1) \xi_1}{\rho_1^3} + A, \quad (o)$$

in welcher

$$A, = m''(\xi'' - \xi_i) \left(\frac{1}{\rho_i^3} - \frac{1}{R''^3} \right) + m'''(\xi''' - \xi_i) \left(\frac{1}{\rho_i^3} - \frac{1}{R'''^3} \right) + \text{etc.} - \frac{3P_i \xi_i}{\rho_i^5} - \frac{3P_i X_i}{\rho_i^5} + \frac{15}{2} \cdot \frac{P_i P_i \xi_i}{\rho_i^7} - \frac{3}{2} \cdot \frac{R_i R_i \xi_i}{\rho_i^5} \text{ etc.} \quad (p)$$

$$\text{und } P, = \xi, X, + \eta, Y, + \zeta, Z,$$

$$R, R, = X,^2 + Y,^2 + Z,^2$$

gesetzt ist, ebenso die Bewegung des Kometen, um den Punkt S , wie die Gleichung (f) für seine wirklich Statt findende Bewegung um den Punkt S vermöge der Wirkung aller Planeten gilt.

Der Gleichung (f) kann man auch die Form geben

$$0 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{\xi, + X,}{\rho,^3} + (\xi, + X,) \left(\frac{1}{\rho,^3} - \frac{1}{R,^3} \right) + \frac{m'(\xi - \xi')}{R,^3} + \frac{m''(\xi - \xi'')}{R'',^3} + \frac{m'''(\xi - \xi''')}{R''',^3} \text{ etc.}$$

oder

$$0 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{(1+M,) \xi,}{\rho,^3} + A, + \frac{m'(\xi - \xi,)}{R,^3}$$

oder

$$0 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{(1+M) \xi}{\rho^3} + \left\{ \frac{(1+M,) \xi,}{\rho,^3} - \frac{(1+M) \xi}{\rho^3} \right\} + A, + \frac{m'(\xi - \xi,)}{R,^3}$$

d. h. bis auf Glieder von der Ordnung $m'm'$ und $m'M,$, welche als völlig verschwindend zu betrachten sind,

$$0 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{(1+M) \xi}{\rho^3} + A, + \left\{ m'(\xi' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) - \frac{3m' \xi (\xi \xi' + \eta \eta' + \zeta \zeta')}{\rho^5} \right\} \quad (q)$$

Ich nehme an, der Komet habe eine so große Entfernung von der Sonne erreicht, daß bei dem weitem Verfolg der Rechnung die Theile

$$m'(\xi' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) - \frac{3m' \xi (\xi \xi' + \eta \eta' + \zeta \zeta')}{\rho^5},$$

$$m'(\eta' - \eta) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) - \frac{3m' \eta (\xi \xi' + \eta \eta' + \zeta \zeta')}{\rho^5} \text{ etc.}$$

der störenden Kräfte zwar noch nicht völlig unbeachtet bleiben dürfen, ihr Effect jedoch ohne Bedenken abgesondert in Rechnung gezogen werden kann, daß man also die Störungen des Kometen vollständig erhält, wenn man sie von diesem Zeitpunkt an durch die beiden Gleichungen

$$0 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{(1+M) \xi}{\rho^3} + A, \quad (r)$$

$$0 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{(1+M) \xi}{\rho^3} + m'(\xi' - \xi) \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3} \right) - \frac{3m' \xi (\xi \xi' + \eta \eta' + \zeta \zeta')}{\rho^5} \quad (s)$$

berechnet und bei Anwendung der ersteren auf die Aenderungen der Elemente nicht weiter Rücksicht nimmt, welche sich aus der zweiten ergeben. In diesem Falle wird man auch in der Gleichung (s) die Coordinaten ξ', η', ζ'

des Planeten m' mit seinen Coordinaten x', y', z' , welche sich auf die Sonne beziehen, verlauschen können.

Was nun die Störungen betrifft, welche durch die Gleichung (r) ausgedrückt sind, so sollten die störenden Kräfte A, B, C , nach der Formel (p) mit den Elementen berechnet werden, welche die Bewegung des Kometen um den Punkt S bestimmen; die Factoren dieser Kräfte hingegen, welche nach den Gleichungen (b) dazu dienen, um die Differentialquotienten der Elemente zu bilden, wären aus den Elementen des Kometen für den Punkt S abzuleiten. Die Elemente für den Punkt S , weichen jedoch nur um Größen, welche in m' multiplicirt sind, von den Elementen für den Punkt S ab, so daß man nur um Quantitäten von der Ordnung $m'm'', m'm'''$ etc. fehlen kann, wenn man der Gleichung (r) die Gleichung (o) substituirt. Anstatt diese letztere aber wirklich anzuwenden, wird man lieber die Störungen der Bewegung des Kometen um die Sonne ohne Rücksicht auf den Planeten m' berechnen und erst später, wenn der Komet eine passende Entfernung von der Sonne erreicht hat, seine auf diese Weise erhaltenen Elemente auf den Punkt S , reduciren.

Eine genauere Ansicht der Ausdrücke (n) [welche mit hier immer zureichender Genauigkeit die Unterschiede der Elemente des Kometen für den Punkt S , und für den Punkt S angeben, wenn man unter $X, Y, Z, A, B, C, \Delta \mu$ diejenigen Theile ihrer oben bestimmten Werthe versteht, welche von m' abhängen] zeigt in der That, daß bei einer nicht zu großen Entfernung des Kometen nur die Differenz der halben großen Axe und mit dieser die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung eine für die Statthafteit des angegebenen Verfahrens gefährliche Größe erreichen können. Der Zeitpunkt, in welchem man anfängt die Wirkung des Planeten m' auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunkt des Sonnensystems zu beziehen, kann indessen ganz nach Belieben gewählt werden und da es immer möglich ist ihn so zu bestimmen, daß der Werth von $\left(\Delta \frac{1}{a} \right)$ völlig verschwindet, so wird bei Beobachtung einiger Vorsicht in dieser Beziehung gegen die Anwendung der in Rede stehenden Vorschrift kaum ein gegründetes Bedenken zu erheben sein. Uebrigens bedarf es keiner Erinnerung, daß sich dasselbe Verfahren nach und nach oder auch zu gleicher Zeit auf mehr als einen Planeten ausdehnen läßt.

Drückt hiernach ε die Größe irgend eines Elements der Bewegung des Kometen um die Sonne, z. B. die Excentricität, für die Zeit t aus; heist zu der nehmlichen Zeit

dasselbe Element für den Punct S , und für den Punct S resp. $e + r$, und $e + r + r_{II}$; nennt man die Aenderung, welche e durch die Störungen aller Planeten mit Ausschluss von m' bis zur Zeit T erfährt Δe und wird für diesen Zeitpunkt die Reduction von $(e + \Delta e)$ auf den Punct S , durch R , angegeben, während Δe_{II} die Störungen bezeichnet, welche sich wegen der Wirkung des Planeten m' bis zur Zeit T aus der Formel (s) ergeben: so wird

$$e + r_{II} + \Delta e + R + \Delta e_{II}$$

die Excentricität der elliptischen Bahn des Kometen um den allgemeinen Schwerpunkt des Sonnensystems zur Zeit T ausdrücken; die Reductionen r_{II} und r , aber, welche letztere zur Erfindung von Δe_{II} gebraucht wird, werden mit aller erforderlichen Genauigkeit aus den Gleichungen (n) zu erhalten sein.

7.

Meine für den *Halley'schen* Kometen ausgeführte Arbeit zerfällt in zwei Abschnitte, von welchen der eine die Störungen während der ersten sechs Zeichen der excentrischen Anomalie umfasst und auf seine Astr. Nachr. N. 196 für 0° exc. Anom. von mir bestimmten Elemente gegründet ist; für die letzten sechs Zeichen dagegen bin ich von seinen Elementen zur Zeit des Periheliums im Jahre 1759 (Astr. Nachr. Nr. 180) ausgegangen, indem ich die Störungen von 360° bis 180° der exc. Anom. rückwärts berechnete. Für diesen Theil meiner Arbeit schien es mir auch vortheilhafter nicht die Störungen der Durchgangszeit des Kometen durch sein Perihelium im Jahre 1682, sondern die Aenderung des Augenblicks seiner perihelischen Distanz im Jahre 1759 zu bestimmen. In beiden Rechnungen habe ich bis zum 30sten Grade der exc. Anom. *) den Einfluss aller sieben Planeten auf die Bewegung des Kometen um die Sonne unmittelbar untersucht, vom 30sten Grade der exc. Anom. an aber für Mercur, Venus, Erde und Mars die von ihnen bewirkten Aenderungen seiner Bewegung um den allgemeinen Schwerpunkt des Sonnensystems bestimmt, welche bei 50 bis 60 Grad der exc. Anom. schon ganz unmerklich werden. Beide Mal danke ich es einem günstigen Zufall, dass die Elemente des Kometen für den allgemeinen Schwerpunkt des Sonnensystems von seinen Elementen für den Schwerpunkt der Sonne, des Jupiter, Saturn und Uranus ausnehmend wenig verschieden ausfielen. Ich fand diese Elemente nemlich bei $+30^\circ$ exc. Anom. des Kometen

$$\frac{1}{a} = \left. \begin{array}{l} 0,0571079.74 \\ 0,0571079.32 \end{array} \right\} \nu = \left. \begin{array}{l} 48^\circ 45' 39.61 \\ 48,453767 \end{array} \right\}^{**)} \cdot h = \left. \begin{array}{l} 1,0728408.5 \\ 1,0728278.8 \end{array} \right\}$$

*) Der Abstand des Kometen von der Sonne ist hier etwa drei Mal so groß als die Entfernung der Sonne von der Erde.

**) Hier, wie im Folgenden bedeutet ν die mittlere tägliche Bewegung des Kometen.

$$e = \left. \begin{array}{l} 0,9665761.6 \\ 0,9665769.7 \end{array} \right\} - T = \left. \begin{array}{l} \text{Sept. 14.98827} \\ \text{Sept. 14.98806} \end{array} \right\} i = \left. \begin{array}{l} 162^\circ 15' 37,99 \\ 162^\circ 15' 37,63 \end{array} \right\}$$

$$n = \left. \begin{array}{l} 51^\circ 16' 58,74 \\ 51^\circ 16' 56,25 \end{array} \right\} \omega = \left. \begin{array}{l} 109^\circ 25' 23,36 \\ 109^\circ 25' 18,29 \end{array} \right\}$$

und bei 330° exc. Anom. ergab sich eine eben so große Uebereinstimmung, während ungünstige Umstände die Differenz der beiden Werthe von ν auf das 20 und 30fache hätten erhöhen können.

Für Jupiter, Saturn und Uranus setzte ich die Berechnung der Störungen in Beziehung auf die Sonne bis zu resp. 62° und 300° exc. Anom. fort, worauf bis zum Aphelio die Bewegung des Kometen durchaus auf den Schwerpunkt des Sonnensystems bezogen wurde.

Die Elemente, welche meiner Rechnung zum Grunde liegen, sind folgende:

Für 0° excentrischer Anomalie.

$$\nu = 45'' 780506 \quad e = 0,9679436.2 \quad - T' = 1682 \text{ Spt. } 14,81418$$

$$i = 162^\circ 15' 13'' 17 \quad n = 50^\circ 57' 59'' 32 \quad \omega = 109^\circ 6' 56'' 06$$

bezogen auf das mittlere Aequinoctium des 15ten Sept. 1682

$$\text{oder}$$

$$i = 162^\circ 15' 30'' 27 \quad n = 52^\circ 3' 41'' 38 \quad \omega = 109^\circ 5' 9' 55$$

bezogen auf das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759.

Für 360° excentrischer Anomalie.

$$\nu = 46'' 141500 \quad e = 0,9676761.5 \quad - T' = 1759 \text{ Mz. } 12,57091$$

$$i = 162^\circ 21' 44'' 07 \quad n = 53^\circ 47' 59'' 80 \quad \omega = 110^\circ 37' 34'' 87$$

bezogen auf das mittl. Aequinoct. des 13ten März 1759.

Die Massen der Planeten habe ich von der in meinem Aufsatz Astron. Nachr. Nr. 180 angeführten GröÙe vorausgesetzt, nemlich für

$$\begin{array}{ll} \text{Mercur} & m' = \frac{1}{2025810} \quad \log m' = 3.69340 \\ \text{Venus} & m' = \frac{0,8875}{336632} \quad \log m' = 4.39595 \text{ (nach } \textit{Burkhardt}) \\ \text{Erde} & m' = \frac{1}{357594} \quad \log m' = 4.44661 \\ \text{Mars} & m' = \frac{1}{2546320} \quad \log m' = 3.59409 \\ \text{Jupiter} & m' = \frac{1}{1070.5} \quad \log m' = 6.97041.5 \\ \text{Saturn} & m' = \frac{1}{3512} \quad \log m' = 6.45445 \\ \text{Uranus} & m' = \frac{1}{17918} \quad \log m' = 5.74671 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Mercur} \\ \text{Venus} \\ \text{Erde} \\ \text{Mars} \\ \text{Jupiter} \\ \text{Saturn} \\ \text{Uranus} \end{array}} \right\} \text{ nach } \textit{Bouvard}.$$

Nach beendiger Rechnung wurde jedoch derselben noch eine Correction hinzugefügt, um aus den mit der *Bouwardschen* Jupitermasse berechneten Störungen so nahe, als es nach dem Schluss der Arbeit möglich war, diejenigen zu erhalten, welche mit der von *Nicolai* bestimmten Masse des Jupiter $= \frac{1}{1053,924}$ wären gefunden worden. Mit Rücksicht auf diese

Correction finde ich aus den für 0° exc. Anom. vorausgesetzten Elementen die Elemente der Bewegung des Kometen um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems bei 180° seiner exc. Anomalie

$$\nu = 46''360233 \quad e = 0,9677325,7 \quad -T = 1682 \text{ Spt. } 15,67345 \\ i = 162^\circ 20' 57''33 \quad n = 52^\circ 36' 50''64 \quad \omega = 110^\circ 40' 47''84$$

bez. auf das mittl. Aeq. des 15^{ten} Septbr. 1682, woraus sich der Augenblick, in welchem der Komet diesen Elementen zufolge seinen Umlauf vollenden würde

$$-T' = 1759 \text{ April } 1,66669 \text{ und} \\ i = 162^\circ 21' 14''97 \quad n = 53^\circ 42' 34''92 \quad \omega = 110^\circ 38' 59''05$$

bezogen auf das mittl. Aeq. des 13^{ten} März 1759 ergibt.

Aus diesen Datis erhalte ich durch den zweiten Theil meiner Rechnung die Elemente des Kometen in Beziehung auf die Sonne bei 360° seiner exc. Anom.

$$\nu = 46''093557 \quad e = 0,9677077,8 \quad -T' = 1759 \text{ Apr. } 0,93233 \\ i = 162^\circ 23' 6''53 \quad n = 53^\circ 37' 8''59 \quad \omega = 110^\circ 27' 36''17$$

bezogen auf das mittl. Aeq. des 13^{ten} März 1759.

Die Aenderungen der auf das mittlere Aequinoctium vom 13^{ten} März 1759 bezogenen Elemente des Kometen durch die planetarischen Störungen während seines Umlaufs um die

Sonne vom 15^{ten} Septbr. 1682 bis zum 13^{ten} März 1759 ergeben sich hiernach

$$\Delta\nu = +0''313051 \quad \Delta e = -2358,34 \quad \text{Einheit d. 7^{ten} Stelle} \\ \Delta i = +456''26 \quad \Delta n = +5607''21 \quad \Delta\omega = +4946''62$$

und zwar sind die Störungen, welche der Komet durch die Wirkung der einzelnen Planeten erfahren hat, von folgender Gröfse

	$\Delta\nu$	Δe	Δi	Δn	$\Delta\omega$
Jupiter.....	+0''2761	-1667	+424''	+4453''	+3961''
Saturn.....	+0,0254	-300	+41	+1104	+957
Uranus.....	+0,0141	-405	-8	+43	+30
Kleinplaneten	-0,0025	+13	0	+4	+1

Grofse Genauigkeit wird man von diesen Angaben aus dem Grunde nicht erwarten dürfen, weil die oben erwähnten Correctionen wegen der Wandelbarkeit der Elemente und wegen des Factors $\frac{1}{(1+f)}$ nur im Ganzen genommen, nicht für jeden Planeten besonders berechnet sind.

Nachstehende Tafel giebt von den einzelnen Theilen, aus welchen sich die Störungen der Elemente des Kometen vom Perihelio 1682 bis zum Perihelio 1759 zusammensetzen, eine etwas ausführlichere Rechenschaft:

Quantitäten, welche zu den Elementen des Kometen, die bei 0° exc. Anom. seine Bewegung um die Sonne bestimmen, hinzukommen müssen, um aus denselben seine Elemente in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems für den Augenblick seiner grössten Distanz von ihm zu erhalten.

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
1) 0° bis 30°	-0,002270	-48,42	-0,00345	+5,69	+28,37	+48,25
2) 30° bis 62°	+0,607966	-2477,00	-0,48350	+361,17	+4355,54	+3996,59
3) $r'' + \Delta e''$	+0,000369	-8,84	+0,00020	+0,37	+2,61	+5,12
4) R_i	-0,001634	+85,52	+1,40313	-12,39	+1071,82	+1154,51
5)	-0,033089	+372,99	-0,06500	-15,81	+401,19	+358,67
I.....	+0''571342	-2075,75	+0,85138	+339''03	+5859''53	+5563''14

Das Aequinoctium, worauf sich dieser Theil meiner Rechnung bezieht, ist das mittlere Aequinoctium des 15^{ten} Sept. 1682.

Reduction der auf das mittlere Aequinoctium vom 15^{ten} Septbr. 1682 bezogenen Elemente des Kometen für den Schwerpunct des Sonnensystems und für den Zeitpunkt seiner grössten Distanz von ihm auf das mittlere Aequinoctium des 13^{ten} März 1759:

$$\text{II} \dots \dots \dots + 17,64 \quad + 3944,28 \quad - 108,79$$

Quantitäten, welche zu den Elementen des Kometen, die bei 360° exc. Anom. seine Bewegung um die Sonne bestimmen, hinzukommen müssen, um aus denselben seine Elemente in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems für den Augenblick seiner grössten Distanz von ihm zu erhalten.

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T'$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
1) 360° bis 330°	-0,054079	+235,77	-0,00206	+2,08	-3,98	-16,95
2) 330° bis 300°	-0,214002	+1891,10	-0,27189	-6,15	+31,76	+146,23
3) $r'' + \Delta e''$	+0,000550	-2,76	-0,00051	+0,49	-0,45	-0,89
4) R_i	+0,501587	-1684,23	+0,59950	-158,74	+541,63	+779,79
5)	+0,028509	-183,27	+0,40199	+52,20	-245,46	-232,62
III.....	+0''262565	+256,61	+0,72703	-110''12	+323''50	+675''56

Das Aequinoctium, worauf sich dieser Theil meiner Rechnung bezieht, ist das mittlere Aequinoctium des 13^{ten} März 1759.

Die Zahlen dieser Tafel sind diejenigen, welche mir meine mit der *Bouvard'schen* Jupitermasse geführte Rechnung unmittelbar ergeben hat. Die Zeilen 1) und 2) ent-

halten die Störungen durch alle sieben Planeten für die ersten 30 Grad exc. Anom. und den Betrag der Störungen, welche durch Jupiter, Saturn und Uranus vom 30^{sten} Grad

exc. Anom. bis zu dem Augenblick hervorgebracht sind, von welchem an meine Rechnung sich durchaus auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunkt des Sonnensystems bezieht. Die Zeilen 3) und 4) geben die oben mit R , und r , bezeichneten Reductionen nebst den wenig bedeutenden Gliedern, welche noch außerdem durch die Wirkung der kleineren Planeten erzeugt werden. Die Zeile 5) endlich enthält den ganzen Betrag der Störungen des Kometen in Beziehung auf seine Bewegung um den Schwerpunkt, von dem Zeitpunkt, für welchen die Reduction R , gilt, bis zur grössten Distanz des Kometen.

Werden die Elemente des Kometen immer auf das mittlere Aequinoctium für den Augenblick ihrer Gültigkeit bezogen, so wird man aus den Elementen für das Perihelium 1682 diejenigen Elemente für das Perihelium 1759 erhalten, welche den berechneten Störungen entsprechen, wenn man den erstern die Summe der Zeilen (I+II—III) hinzufügt. Dafs die Störungen der Epoche sich zuerst auf den Anfang, dann aber auf das Ende der hier untersuchten Periode beziehen, ist schon vorhin bemerkt worden.

8.

Die im Vorstehenden aufgeführten Resultate meiner Rechnung können zunächst dazu benutzt werden, die Werthe der mittleren täglichen Bewegung des Kometen für 0° und 360° exc. Anom. auszumitteln, welche sich mit dem 1682 und 1759 beobachteten Zeitpunkt seiner Sonnennähe vereinigen lassen. Ich finde dieselben

für 0° exc. Anomalie.....45,810976

und für 360° exc. Anomalie....46,124027

Hieraus und aus den Aenderungen, welche die von mir in Nr. 180 und Nr. 196 der Astr. Nachr. gegebenen Elemente des Kometen erfahren müssen, wenn die grofse Axe, für welche sie berechnet sind, einen andern Werth erhält, ergeben sich die Elemente, welche den Beobachtungen im Jahr 1682 entsprechen

$\nu=45''810976$ $e=0,9679294.1$ $-T=1682\text{Sept.}14,81439$
 $i=162^\circ 15' 13''45$ $n=50^\circ 57' 58''74$ $\omega=109^\circ 6' 56''98$ } A.
 bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 15^{ten} Sept. 1682.)

und die Elemente, welche den Beobachtungen vom Jahr 1759 entsprechen:

$\nu=46''124027$ $e=0,9676842.6$ $-T=1759\text{März}12,57111$
 $i=162^\circ 21' 43''88$ $n=53^\circ 47' 59''59$ $\omega=110^\circ 37' 35''96$ } B.
 bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 13^{ten} März 1759.)

Beide Systeme von Elementen gelten für den Augenblick des Periheliums. Bezieht man die unter A aufgeführten Elemente auf das mittl. Aequinoctium des 13^{ten} März 1759 und bringt sie durch Hinzufügung der oben angegebenen Stö-

rungen auf den Zeitpunkt des Periheliums im Jahre 1759, so erhält man

$\nu=46''124027$ $e=0,9676935.8$ $-T=1759\text{März}12,57111$
 $i=162^\circ 23' 6''81$ $n=53^\circ 37' 8''01$ $\omega=110^\circ 27' 37''09$
 bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 13^{ten} März 1759.

und die Aenderungen, welche die Elemente den Beobachtungen zufolge von einem Perihelio bis zum andern wirklich erfahren haben, sind hiernach von den Aenderungen, die aus der Berechnung der Störungen hervorgehen, um folgende Quantitäten verschieden:

$\Delta e=-93,2$ $\Delta i=-82''93$ $\Delta n=+651''58$ $\Delta \omega=+598''87.$

Die Bedingungsgleichungen, welche ich zur Bestimmung der Elemente des *Halley'schen* Kometen aus den Beobachtungen von 1682 und 1759 angewandt und Astr. Nachr. Nr. 182. p. 244 und Nr. 196. p. 68. bekannt gemacht habe, können indessen nunmehr auch dazu benutzt werden, um dasjenige System von Elementen zu finden, welches unter der Voraussetzung, dafs die berechneten Störungen, die wirklich erfolgte Aenderung der Elemente von einem Perihelio bis zum andern richtig bestimmen, sowohl den Beobachtungen von 1682 als den Beobachtungen des Kometen bei seiner letzten Erscheinung so nahe als möglich Genüge thut. Aus der Combination dieser Bedingungsgleichungen, welche mit gehöriger Rücksicht auf die Präcision der Beobachtungen in der angeführten Absicht vorgenommen wurde, finde ich folgende Elemente für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1682

$\nu=45''810976$ $e=0,9679210.0$ $-T=1682\text{Sept.}14,81699$
 $i=162^\circ 15' 17''18$ $n=51^\circ 11' 9''57$ $\omega=109^\circ 18' 54''56$
 bezogen auf das mittl. Aequ. des 15^{ten} Sept. 1682.

und folgende Elemente für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1759

$\nu=46''124027$ $e=0,9676851.7$ $-T=1759\text{März}12,57371$
 $i=162^\circ 23' 10''54$ $n=53^\circ 50' 18''84$ $\omega=110^\circ 39' 34''67$
 bezogen auf das mittl. Aequ. des 13^{ten} März 1759.

Der mittlere Fehler einer von *Messier* im Aequator beobachteten Rectascension, welchen die Beobachtungen von 1759 = $32'',23$ ergaben, wird durch die Rücksicht auf die Beobachtungen von 1682 auf $36'',27$ erhöht und die mittleren Fehler der vorstehenden Elemente ergeben sich daraus

$\Delta e = \pm 15,3$; $\Delta T = \pm 0,00196$; $\Delta i = \pm 16'',42$;
 $\Delta n = \pm 26,70$; $\Delta \omega = \pm 28'',21.$

Zuletzt habe ich noch untersucht, welche Aenderung das Endresultat meiner Arbeit erfahren hätte, wenn ich auf den Widerstand hätte Rücksicht nehmen wollen, den die Bewegung des Kometen möglicher Weise durch eine im Weltraum verbreitete sehr dünne Flüssigkeit erleiden dürfte. Unter Annahme der von *Encke* Astr. Nachr. Nr. 210. p. 332

gemachten Voraussetzungen und indem ich die Werthe der Constante $U = \frac{1}{890,853}$ setzte, fand ich mit dem arithmetischen Mittel der für den Anfang und für das Ende der Periode Statt findenden Elemente folgende Aenderungen derselben, welche durch den Widerstand des flüssigen Mittels vom Perihelio bis zum Aphelio bewirkt werden:

$$\Delta n = +0''006398 \quad \Delta e = -29,62 \quad -\Delta T = +0,00356 \\ \Delta \omega = -0'',326.$$

Hieraus ergibt sich die mittlere tägliche Bewegung des Kometen für den Zeitpunkt des Periheliums im Jahre 1682 und 1759

$$\text{resp.} = 45'',804578 \text{ und } 46'',130425$$

und die Elemente, welche den Beobachtungen beider Jahre so genau als möglich Genüge leisten, während sie gerade um den Betrag der berechneten Störungen (mit Einschluss der so eben angeführten, welche der Widerstand eines flüssigen Mittels hervorbringt) von einander verschieden sind, werden:

für 0° exc. Anomalie

$$\nu = 45'',804578 \quad e = 0,9679239.6 \quad -T = 1682 \text{ Sept. } 14,81694 \\ i = 162^\circ 15' 17''24 \quad n = 51^\circ 11' 9''65 \quad \omega = 109^\circ 18' 54''13 \\ \text{bezogen auf das mittl. Aeq. des 15ten Sept. 1682.}$$

und für 360° exc. Anomalie

$$\nu = 46'',130425 \quad e = 0,9676822.0 \quad -T = 1759 \text{ März } 12,57363 \\ i = 162^\circ 23' 10''59 \quad n = 53^\circ 50' 18''91 \quad \omega = 110^\circ 39' 34''25 \\ \text{bezogen auf das mittl. Aeq. des 13ten März 1759.}$$

Damoiseau und *Pontécoulant* haben ihrer Berechnung der Störungen bis zur nächsten Wiederkehr des Kometen zu seiner Sonnennähe, welche sie resp. auf 1835 Nov. 4,3 und Nov. 7,2 festsetzen, den Werth der mittlern täglichen Bewegung für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1759 = 46'',14142 und 46'',13832 zum Grunde gelegt. Wären die von ihnen gefundenen Aenderungen der Elemente während des gegenwärtigen Umlaufs des Kometen vollkommen zuverlässig, so würde also nach meiner genaueren Bestimmung von ν für denselben Zeitpunkt seine nächste Sonnennähe ungefähr 5 bis 10 Tage später, zwischen dem 11ten und 16ten November zu erwarten sein. Glücklicherweise fällt in der gegenwärtigen Periode unseres Kometen seine große Annäherung gegen den Jupiter, welche nach *Damoiseau* den gegenseitigen Abstand beider Gestirne bis auf $R' = 1,3$ vermindert, in das elfte Zeichen der exc. Anom., so dass der Zeitpunkt des nächsten Periheliums durch die von *Damoiseau* und *Pontécoulant* aufser Acht gelassenen Glieder nicht bedeutend verändert werden kann. Zu einer einigermaßen scharfen Vorausbestimmung der Veränderungen jedoch, welche die Elemente des *Halley'schen* Kometen von seinem letzten Perihelio bis zu seiner nächsten Sonnennähe durch die planetarischen Störungen erfahren, scheint mir eine Wiederholung oder vielmehr eine Revision der äußerst schätzbaren Arbeiten dieser Astronomen ganz unerlässlich zu seyn.

Halle, den 14ten Juli 1833.

O. A. Rosenberger.

Schreiben des Herrn Staatsraths v. *Fufs*, Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften an den Herausgeber.

Petersburg 1833. Nov. 13.

Als interessante Nachricht für das astronomische Publikum, beile ich mich Ihnen zu melden,

Dass Se. Majestät der Kaiser von Rußland den Bau einer neuen Sternwarte in St. Petersburg und die Ausrüstung derselben mit den vorzüglichsten Instrumenten Allerhöchst zu bestätigen geruhet haben. Die Bestellung der Instrumente soll sofort eingeleitet werden; der Bau der Sternwarte selbst aber, zu dessen Beginn 100,000 Rubel bereits

angewiesen sind, wird nach einem durch die Akademiker *Parrot*, *Struve* und *Wisniewsky* entworfenen Plane, im Frühling des nächsten Jahres beginnen. Die Wahl eines passenden Lokales in einer der nächsten Umgebungen der Residenz ist der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften überlassen.

Mein Bruder ist Professor adjunctus für Astronomie bei der hiesigen Universität geworden.

P. H. v. *Fufs*.

Inhalt.

Ueber die Störungen des Halley'schen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 14ten März 1759 von Herrn Prof. Dr. *Rosenberger* in Halle. p. 157.

Schreiben des Herrn Staatsraths v. *Fufs* Secret. der Kaiserl. Acad. der Wissenschaften an den Herausgeber. p. 179.

Altona 1833. December 17.