8. Ueber die modernen Theorien der magneto-optischen Erscheinungen am Eisen, Nickel und Kobalt; von D. A. Goldhammer.

In den letzten fünf Jahren hat man vielfach versucht, eine Theorie der genannten Erscheinungen zu geben. So mittelst der electrischen Theorien des Verfassers ¹⁾ und dieser von Drude²⁾, Wind³⁾ und Leathem⁴⁾, obgleich bis jetzt die Frage noch nicht gelöst zu sein scheint, welche dieser Theorien den Beobachtungen sich besser anpasst. So meint Leathem, dass seine Theorie mehr zu leisten vermag, als diejenige von Drude und mir ⁵⁾, so glaubt auch Drude⁶⁾ in meinen Gleichungen einige Abweichungen von den seinigen zu finden. Ich habe schon im Jahre 1892⁷⁾ behauptet, dass meine Gleichungen und Grenzbedingungen mit denen von Drude vollkommen übereinstimmen würden, falls die magnetooptische Constante b in den beiden Theorien dieselbe wäre; nun war das damals nicht der Fall, da b nach Drude reell, bei mir aber complex sein sollte. Später hat Drude seine Theorie erweitert⁸⁾, indem auch er ein complexes b eingeführt hat.

Somit sollten jetzt die beiden Theorien zu denselben Resultaten führen; in der That stimmt dem jetzt grösstentheils auch Drude bei und nur in Betreff der von Wind vorausgesagten und von Zeeman untersuchten Erscheinung meint Drude in meinen Gleichungen ein anderes Vorzeichen von b_2 zu sehen, als dies bei seiner Theorie der Fall ist.

1) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **46**. p. 71. 1892.

2) P. Drude, Wied. Ann. **46**. p. 353. 1892.

3) C. H. Wind, Versl. d. Afd. natuurk. d. Kon. Akad. te Amsterdam, 29. Sept. 1894, p. 89; Wied. Beibl. **21**. p. 253. 1897.

4) J. G. Leathem, Phil. Trans. Roy. Soc. London **190**. p. 89. 1897.

5) l. c. p. 127.

6) P. Drude, Wied. Ann. **62**. p. 691. 1897.

7) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **47**. p. 345. 1892.

8) P. Drude, Wied. Ann. **52**. p. 496. 1894.

Um diesen letzten Einwand gegen meine Theorie zu beseitigen, will ich meine Gleichungen mit denjenigen von Leathem direct vergleichen.

Wie ich, nimmt Leathem diejenigen Maxwell'schen Gleichungen, welche die Constanten des Mediums nicht enthalten, unverändert an; nur zwischen den Componenten der electromotorischen Kraft (P, Q, R) und denjenigen des Gesamtstromes (u, v, w) werden Beziehungen in einer erweiterten Form aufgestellt.

Besteht nun für ein isotropes magnetisch-inactives Medium die Beziehung $u = (1/H)P$ etc.,

$$\frac{1}{H} \equiv \sigma + \frac{K}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial t},$$

also H eine complexe Constante bedeutet, so nimmt Leathem für ein magnetisch-actives Medium

$$\frac{P}{H} = u - H\eta_3 v + H\eta_2 w,$$

$$\frac{Q}{H} = v - H\eta_1 w + H\eta_3 u,$$

$$\frac{R}{H} = w - H\eta_2 u + H\eta_1 v,$$

worin

$$(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = C_0 e^{ix}(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0),$$

C_0, x zwei reelle Constanten, $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ Componenten der Magnetisirung bedeuten.

Für periodische Schwingungen des Lichtvectors setzt Leathem in üblicher Weise

$$\frac{\partial u}{\partial t} = p i u \text{ etc.}$$

Ich schreibe nun diese Ausgangsgleichungen Leathem's in der Form

$$\frac{1}{p i H} \frac{\partial P}{\partial t} = u - \frac{H\eta_3}{p i} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{H\eta_2}{p i} \frac{\partial w}{\partial t} \text{ etc.,}$$

woraus unmittelbar folgt

$$\frac{\partial P}{\partial t} = p i H u - H^2 \eta_3 \frac{\partial v}{\partial t} + H^2 \eta_2 \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = p i H v - H^2 \eta_1 \frac{\partial w}{\partial t} + H^2 \eta_3 \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = p i H w - H^2 \eta_2 \frac{\partial u}{\partial t} + H^2 \eta_1 \frac{\partial v}{\partial t}$$

und dabei sind alle Grössen *electromagnetisch* gemessen, also auch H ; $H\eta$ ist dabei reine Zahl. Wollen wir alle Grössen *electrostatich* messen, so wird

$$\begin{aligned} C^2 \frac{\partial P}{\partial t} &= p i H u - H^2 \eta_3 \frac{\partial v}{\partial t} + H^2 \eta_2 \frac{\partial w}{\partial t}, \\ C^2 \frac{\partial Q}{\partial t} &= p i H v - H^2 \eta_1 \frac{\partial w}{\partial t} + H^2 \eta_3 \frac{\partial u}{\partial t}, \\ C^2 \frac{\partial R}{\partial t} &= p i H w - H^2 \eta_2 \frac{\partial u}{\partial t} + H^2 \eta_1 \frac{\partial v}{\partial t}. \end{aligned}$$

Nun lauten meine Gleichungen in den electrostatischen Einheiten¹⁾:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= \frac{4\pi}{D + i \frac{2T}{\kappa}} u + \mu_3 \frac{\partial v}{\partial t} - \mu_2 \frac{\partial w}{\partial t}, \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= \frac{4\pi}{D + i \frac{2T}{\kappa}} v + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial t} - \mu_3 \frac{\partial u}{\partial t}, \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= \frac{4\pi}{D + i \frac{2T}{\kappa}} w + \mu_2 \frac{\partial u}{\partial t} - \mu_1 \frac{\partial v}{\partial t}, \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= - \frac{2\pi}{T} i u \text{ etc.}, \end{aligned}$$

woraus leicht zu ersehen ist, dass die beiden Systeme vollkommen zusammenfallen, falls die Beziehungen bestehen:

$$ip = - \frac{2\pi i}{T}, \quad piH = \frac{4\pi C^2}{D + i \frac{2T}{\kappa}},$$

$$- H^2 \eta_1 = \mu_1 C^2, \quad - H^2 \eta_2 = \mu_2 C^2, \quad - H^2 \eta_3 = \mu_3 C^2,$$

oder

$$\frac{1}{H} = - \frac{iD}{2TC^2} + \frac{1}{\kappa C^2}, \quad \frac{1}{H} \equiv \frac{1}{\kappa C^2} + \frac{D}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial t}.$$

Diese letzte symbolische Gleichung stimmt offenbar mit der Leatham'schen

$$\frac{1}{H} \equiv \sigma + \frac{K}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial t}$$

überein und es folgt daraus

$$(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = - \frac{C^2}{H^2} (\mu_1, \mu_2, \mu_3).$$

1) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. 46. p. 72 u. 76. 1892.

Weiter habe ich angenommen¹⁾

$$(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = p e^{-i\delta} (\mathfrak{S}_x, \mathfrak{S}_y, \mathfrak{S}_z),$$

worin $\mathfrak{S}_x, \mathfrak{S}_y, \mathfrak{S}_z$ die Componenten der Magnetisirung bedeuten, also

$$(\mathfrak{S}_x, \mathfrak{S}_y, \mathfrak{S}_z) = (\alpha_0, \beta_0, \gamma_0),$$

sodass

$$C_0 e^{ix} = -\frac{C^2}{H^2} p e^{-i\delta}.$$

Daraus ist klar, dass die beiden Systeme sich nur durch verschiedene Bezeichnung der Constanten unterscheiden.

Was nun die Grenzbedingungen anbetrifft, so nimmt Leathem in der Grenzebene $z = 0$, die Continuität von P, Q und aller drei Componenten der magnetischen Kraft (= der Magnetisirung, magnetischen Induction, da die Magnetisirungsconstante = 1 gesetzt wird.)

Bei mir ist gesetzt

$$P = -\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{\mathfrak{S}_0^2} \frac{\partial U}{\partial t} \text{ etc.}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{\mathfrak{S}_0} \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) \text{ etc.,}$$

worin $\mathfrak{Q}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ die Componenten der magnetischen Kraft bedeuten. Als Grenzbedingungen habe ich die Continuität von f, U, V, W und aller ersten Differentialquotienten von U, V, W angenommen. Daraus folgt unmittelbar für die Ebene $z = 0$ die Continuität von $P, Q, \mathfrak{Q}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$, also ganz dieselben Bedingungen, wie bei Leathem.

Somit ist vollkommen streng bewiesen, dass die Theorie von Leathem weder in den Ausgangsgleichungen, noch in den Grenzbedingungen von der meinigen abweichend ist, mit anderen Worten müssen beide Theorien zu vollkommen identischen Resultaten führen.

Dieselbe Thatsache hat Drude für seine Theorie bewiesen; es stimmen daher alle diese drei Theorien in den „effectiven“ Ausgangsgleichungen und Grenzbedingungen vollkommen überein.

1) D. A. Goldhammer, l. c. p. 76.

Was nun die Theorie von Wind anbetrifft, so blieb mir leider bis jetzt seine letzte Abhandlung unzugänglich; aber in der ersten oben citirten Arbeit vergleicht Wind seine Formeln mit den meinigen und findet dabei eine vollkommene Uebereinstimmung.¹⁾

Daraus ist zu schliessen, dass alle vier Theorien der magnetisch-optischen Erscheinungen sich gleich gut den Beobachtungen anpassen.

Kasan, im December 1897.

1) *Anm. bei der Correctur.* Dasselbe wiederholt Wind auch in seiner letzten grossen Abhandlung in Arch. Néerl (2) 1. p. 191—182. 1897.

(Eingegangen 22. Januar 1898.)