Ueber den Stand der Herausgabe von Gauss' Werken.*)

Von

FELIX KLEIN in Göttingen.

Zu den Verpflichtungen, welche unsere Gesellschaft seit langer Zeit übernommen hat, gehört die Herausgabe von Gauss' gesammelten Werken, insbesondere die Bearbeitung seines Nachlasses. Das Unternehmen ging anfangs ziemlich rasch von statten und es ist bereits über 20 Jahre her, dass Ernst Schering, der mit der Herausgabe betraut war, die sechs ersten Bände der Oeffentlichkeit übergeben konnte; dieselben sind längst überall hin verbreitet, wo irgend es mathematische Interessen giebt, und haben immer nach Inhalt und Form als mustergültig gegolten. Dann aber haben widrige Umstände die Vollendung des Unternehmens gehemmt, so dass wir heute, wo Schering nicht mehr unter uns weilt, nach aussen hin nicht weiter vorwärts gekommen sind, als damals. Es ist dies um so mehr zu bedauern, als mit dem Hinscheiden von Schering der Faden der persönlichen Tradition abgerissen ist, der uns mit Gauss verband, auch nie wieder ein Mathematiker dazu kommen wird, sich mit solcher Ausschliesslichkeit und Vielseitigkeit in den Gauss'schen Nachlass einzuarbeiten, wie Schering dies gethan hatte. Die hierdurch gegebene Unterbrechung der Continuität wird nur dadurch gemildert, dass Frau Schering nicht gezögert hat, uns die zahlreichen Aufzeichnungen und Vorarbeiten ihres Mannes zu unbeschränkter Einsichtnahme zur Verfügung zu stellen; ich meine im Namen der Gesellschaft zu handeln, wenn ich ihr hierfür bei der heutigen Gelegenheit den besten Dank öffentlich ausspreche. Im Uebrigen ist klar, dass wir jetzt, nach so langer Zeit, die Erledigung der Aufgabe in neue Wege leiten mussten, nämlich so, dass wir nicht einen einzelnen Gelehrten mit der Durch-

*) Abgedruckt aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Geschäftliche Mittheilungen, 1898, Heft I. (Oeffentliche Sitzung vom 30. April 1898.)

führung derselben betrauten, sondern für die verschiedenen Gebiete, auf denen Gauss gearbeitet, verschiedene, von Haus aus besonders vorbereitete Kräfte zu gewinnen suchten. Ich darf vorweg bemerken, dass dies in erfreulicher Weise gelungen ist, dass die Arbeit von allen Seiten begonnen hat und, getragen von der Hingabe und der Sachkenntniss der einzelnen Herren, gedeihlich fortschreitet, so dass wir hoffen dürfen, soweit dies unter den jetzt veränderten Verhältnissen überhaupt noch möglich ist, in absehbarer Zeit zu einem befriedigenden Abschluss zu kommen.

Hier die Namen unserer Mitarbeiter mit einigen Bemerkungen über die von ihnen übernommenen Gebiete.

Ich habe zunächst unseren neu berufenen theoretischen Astronomen, Prof. Brendel zu nennen. Auf ihn fällt selbstverständlich die Herausgabe der noch restingenden astronomischen Stücke, also der seit langer Zeit geplante endgültige Abdruck von Gauss' *Theoria motus*, sowie aus dem Nachlass die Bearbeitung der weitausgedehnten und nur erst mangelhaft bekannten Untersuchungen zur Störungsrechnung. Leider ist nicht sehr wahrscheinlich, dass das vorhandene Material gestatten wird, die dringenden Fragen, welche in dieser Hinsicht seit dem Bekanntwerden des Briefwechsels von Gauss und Bessel erhoben worden sind, endgültig zu beantworten. Immerhin aber hoffen wir dies zu erreichen, dass wir klar sehen, wie Gauss die Störungen der kleinen Planeten, zumal der durch die Neigung und Excentricität ihrer Bahn besonders interessanten Pallas, numerisch gerechnet hat. Daneben übernimmt Prof. Brendel die centralen Redaktionsgeschäfte, also die Verwaltung des Nachlasses, den regelmässigen Verkehr mit den Mitarbeitern, weiterhin die Gesamtaufsicht über den Druck etc. Ich darf mit besonderem Danke anfügen, dass uns für diese Arbeiten seitens der Universitätsverwaltung ein besonderes Zimmer im Erdgeschosse des Curatorialgebäudes zur Verfügung gestellt worden ist.

Hierüber hinaus haben wir nun noch *fünf* weitere Mitarbeiter gewonnen, die ich hier in der Reihenfolge aufführen will, welche der bei den bisher erschienenen Bänden festgehaltenen Aufeinanderfolge der Disciplin entspricht.

Prof. Fricke in Braunschweig hat *Zahlentheorie* und *Analysis* übernommen. Diesen Gebieten sind von den bis jetzt edirten Bänden nicht weniger als drei zugewiesen; es kann sich dementsprechend bei ihnen nur mehr um wenig umfangreiche Ergänzungen handeln. Um Einzelnes zu nennen, so finden sich im Nachlasse ziemlich weitgehende Untersuchungen über cubische Reste, insbesondere aber noch interessante Einzelheiten zu Gauss' Theorie der elliptischen Functionen. Ich habe im vorigen Jahre gelegentlich als eine überraschende Thatsache erwähnt, dass Riemann nach einem uns damals zugekommenen Collegien-

hefte bereits 1857 die volle Kreisbogenfigur der elliptischen Modulfunctionen gekannt hat (Nachrichten der math.-phys. Classe 1897, p. 190). Jetzt erfahren wir aus dem Nachlasse, dass Gauss schon Decennien vorher bis zu demselben Resultate vorgedrungen war. Einen Ansatz hierzu konnte man bereits in einer Figur erkennen, welche auf p. 477 von Band III abgedruckt ist und die, richtig aufgefasst, ein erstes Dreieckspaar der Modultheilung vorstellt. Diese Figur aber bezeichnet nur den Anfang der betreffenden Untersuchungen; Gauss hat in der That auch die Anordnung der weiteren Dreieckspaare gekannt.

Es folgen die Untersuchungen über *Geometrie*, für welche Prof. Stäckel in Kiel gewonnen ist. Hier wendet sich das Interesse der heutigen Mathematiker in erster Linie den tiefeindringenden Speculationen von Gauss über die Fundamente der Geometrie zu, über welche lange Jahre hindurch der Schleier des Geheimnisses gebreitet war. Eine erste wichtige Aufklärung hierüber hat bereits die Publication der einschlägigen Stellen aus der Correspondenz von Gauss und W. Bolyai gebracht, welche Prof. Stäckel im vorigen Jahre in den Nachrichten unserer math.-phys. Classe (pag. 1 ff.) gegeben hat *). Bei der vorläufigen Durchsicht des Nachlasses hat sich hierzu vielleicht nichts besonders Ueberraschendes mehr ergeben, aber doch eine Reihe werthvoller Anhaltspunkte, durch welche man die Entwicklung von Gauss' Ideen sehr viel genauer festlegen kann, als bisher möglich war. Auch über die Entstehung der in den *Disquisitiones circa superficies curvas* auftretenden fundamentalen Conceptionen giebt der Nachlass werthvolle Aufschlüsse. Durchaus neu aber sind einige Einzelheiten, die sich auf die Geometrie der Kugel beziehen. Gauss hat bereits genau so, wie später Riemann, eine complexe Variable $z = x + iy$ auf der Kugel gedeutet und hat gewusst, dass sich die Drehungen der Kugel um ihren Mittelpunkt durch lineare Substitutionen dieses z von bestimmter einfacher Bauart darstellen! Und, was noch überraschender scheinen kann, er hat die „Mutationen des Raumes“ (wie er sagt), d. h. die Drehungen des Raumes um den Coordinatenanfangspunkt, verbunden mit einer beliebigen von letzterem auslaufenden Aehnlichkeitstransformation, bereits 1819 durch dieselben vier Parameter dargestellt, welche die spätere Quaternionentheorie benutzt; er bezeichnet den Inbegriff dieser vier Parameter als *Mutationsscala* und giebt die expliciten Formeln für die Zusammensetzung zweier Scalen (also die Multiplication zweier Quaternionen), wobei er die symbolische Schreibweise $(abcd) \cdot (\alpha\beta\gamma\delta) = (ABCD)$ benutzt und ausdrücklich

*) Vergl. auch den ausführlicheren Artikel von Stäckel und Engel in Bd. 49 der mathematischen Annalen (p. 149—206 daselbst).

bemerkt, dass es sich dabei um einen nicht commutativen Process handelt! —

Mit den theoretischen Untersuchungen über Geometrie ist bei Gauss die practische Handhabung, *die ausführende Geodäsie*, untrennbar verbunden gewesen. Es giebt kein anderes Unternehmen, dem Gauss so viele Jahre consequenter Arbeit gewidmet hätte, als die *Landesvermessung des Königreichs Hannover*. Nicht die Zahlenresultate dieser Messungen (bei denen Gauss vielfach mit ungenügenden Mitteln arbeitete), wohl aber die allgemeinen Methoden und Gesichtspunkte, die er bei Gelegenheit derselben entwickelte, sind für den Fortschritt der Geodäsie grundlegend geworden. Indem uns die Herren Proff. Börsch und Krüger vom geodätischen Centralinstitut in Potsdam für die hiermit zusammenhängenden Theile des Gauss'schen Nachlasses ihre Mitwirkung zusicherten, dürfen wir erwarten noch manches Interessante zu erfahren. Um eine Einzelheit anzuführen: es war bekannt, dass die Mecklenburger Landesvermessung die ihr eigenthümliche conforme Kegelprojection entsprechend der Ausdehnung des Landes von Ost nach West auf Anrathen von Gauss eingeführt hatte. Jetzt finden sich im Nachlasse von Gauss die vollständigen hierbei in Betracht kommenden Formeln. Ebenso bemerkt man bestimmte Hinweisungen auf die conforme Doppelprojection, welche seit 25 Jahren in der K. preussischen Landesaufnahme benutzt wird.

Es handelt sich endlich um Gauss' Untersuchungen über *mathematische Physik*. Die Sorge hierfür hat Prof. Wiechert dahier übernommen, der, wie Sie wissen, zum Director von Gauss' erdmagnetischem Observatorium ernannt wurde. Gauss' Arbeiten auf dem Gebiete des Erdmagnetismus sind bereits 1887 von Schering zum Gegenstande einer besonderen Festschrift gemacht worden; der Inhalt derselben wird jetzt in der einen oder anderen Form in die gesammelten Werke einzuarbeiten sein. Die bezüglichen Arbeiten gipfeln, wie bekannt, in der durch Humboldt's Unterstützung ermöglichten Gründung eines die ganze Erde umspannenden *magnetischen Vereines*. Wir mögen diese That gewissermassen als vorbildlich betrachten für die Bestrebungen, welche unsere Gesellschaft neuerdings innerhalb des Academieencartells verfolgt. Hier und überall gehört Gauss' Thätigkeit, trotzdem sie ein halbes Jahrhundert zurückliegt, nicht einer vergangenen Periode der Wissenschaft an, sondern steht in unmittelbarer Beziehung zu den Aufgaben der Gegenwart. —

Nun noch ein paar Worte über die äussere Form, in der wir den Abschluss der Gauss-Ausgabe zu bewerkstelligen hoffen. Es wird sich voraussichtlich noch um drei Bände und einen Supplementband handeln. Indem ich mit der Nummerirung der Bände an die sechs bereits publicirten anknüpfe, ergibt sich folgendes Schema:

Bd. 7 wird ausschliesslich *Astronomie* enthalten und, kurz gesagt, alle diejenigen Astronomica bringen, welche in Bd. 6 noch keinen Platz gefunden haben.

Bd. 8 wird die *wissenschaftlichen Nachträge* zu den früheren Bänden enthalten, insbesondere der Reihe nach solche, die sich auf Zahlen-theorie, Analysis, Geometrie und Geodäsie, endlich mathematische Physik beziehen.

Bd. 9 soll für das *biographische Material* bestimmt sein. Hier werden auch Mittheilungen allgemeiner Art aus Gauss' weit ausgedehnter wissenschaftlicher Correspondenz ihre Stelle finden können. Zugleich wird eine genaue Schilderung des geordneten Nachlasses zu geben sein, der nach vollendeter Bearbeitung, wie hier ausdrücklich mitgetheilt sei, zu allgemeiner Benutzung auf der Universitätsbibliothek deponirt werden soll.

Der *Supplementband* endlich wird ausführliche Register enthalten. — Kommt keine unvorhergesehene Störung dazwischen, so dürften wir in drei Jahren etwa mit der ganzen Arbeit zu Ende sein. Mittlerweile hoffen wir den Vertrieb der bisher erschienenen sechs Bände dadurch neu zu beleben, dass wir denselben einer leistungsfähigen Buchhandlung übertragen*).

Ich kann diesen Bericht nicht schliessen, ohne an alle Diejenigen, welche es angeht, eine Bitte zu richten. Es ist keineswegs so, dass in unserer Sammlung des Gauss'schen Nachlasses, so reichhaltig und überaus werthvoll dieselbe bereits ist, das *gesammte*, auf Gauss zurückgehende oder mit ihm zusammenhängende unter wissenschaftlichen Gesichtspunkten interessante Material bereits vereinigt wäre. Es ist uns durch die Bemühungen von Prof. Stäckel gelungen, letzthin einige wichtige Stücke neu zu erwerben oder zur Einsicht zu erhalten, so z. B. die Originalbriefe von Gauss an Schumacher (die in der bekannten Ausgabe nicht ganz vollständig abgedruckt sind), dann die Briefe von Gerling an Gauss (welche sich im Besitz der Gerling'schen Familie befinden, während die Briefe von Gauss an Gerling seit lange unserer Sammlung angehören). Mit besonderem Danke haben wir zu erwähnen, dass uns Herr Stäckel einen wichtigen Brief von Gauss an Taurinus, Excellenz Struve in Carlsruhe mehrere Briefe von Gauss an seinen Vater geschenkt hat. Es giebt aber ohne Zweifel noch eine Menge werthvollen, uns bisher nicht zugänglichen Materials. *Wir bitten alle Diejenigen, die im Besitz irgendwelcher auf Gauss zurückgehender oder für seine Thätigkeit wichtiger Manuscripte sein mögen,*

*) Die Verhandlungen haben inzwischen zu einem Abschluss mit der Teubner'schen Buchhandlung geführt. Danach werden die sechs ersten Bände unserer Gesamtausgabe nicht mehr wie bisher von der Göttinger Universitätskasse sondern nur noch von der Teubner'schen Buchhandlung bezogen werden können.

Private oder Gesellschaften, uns hiervon benachrichtigen und uns die Kenntnissnahme der Belege ermöglichen zu wollen).*

*) Ich möchte diese Gelegenheit benutzen und die gleiche Bitte um Vervollständigung betreffs des auf der hiesigen Universitätsbibliothek deponirten Nachlasses von Riemann aussprechen. Wir haben im Jahre 1897 verschiedenes wichtige auf Riemann bezügliche Material neu erworben, wie auf pag. 189/190 der Nachrichten unserer math.-phys. Classe vom vorigen Jahre genauer verzeichnet ist. Hierzu treten jetzt eine Reihe Stücke aus Schering's Hinterlassenschaft, insbesondere die Nachschrift, welche Schering 1855—56 von den damals gehaltenen ersten Vorlesungen Riemann's über Abel'sche Functionen und über die P -Function angefertigt hat; diese Nachschrift ist, wie Schering öfter erzählte, von Riemann selbst bei der endgültigen Redaction seiner bez. Abhandlungen zu Grunde gelegt worden. Es wäre sehr erwünscht und sollte zu erreichen sein, dass wir Nachschriften oder Ausarbeitungen von sämmtlichen von Riemann gehaltenen Vorlesungen auf unserer Bibliothek vereinigten. Wir richten also an Diejenigen, welche solche Nachschriften besitzen, die besondere Bitte, uns hiervon freundlichst in Kenntniss zu setzen.

F. Kl.