Das magnetische Feld in den Lufträumen elektrischer Maschinen¹⁾.

Von

Rudolf Richter.

(Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule in Karlsruhe.)

I. Einleitung.

Die Berechnung elektrischer Maschinen und die Beurteilung ihres Verhaltens im Betriebe stützt sich auf die Kenntnis des magnetischen Feldes in den Lufträumen der Maschine, besonders auf die Größe der aus der Oberfläche des Ankers und der Feldmagnete tretenden Induktionsflüsse und auf die Verteilung der Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang. Die genaue Berechnung dieses Feldes ist nur in ganz einfachen Fällen möglich, wie sie in der Praxis gewöhnlich nicht vorliegen. Man ist daher gezwungen, die Felder auf zeichnerischem Wege mit mehr oder weniger großer Genauigkeit zu ermitteln und aus diesen Feldbildern die für die Rechnung wichtigen Größen zu bestimmen. Man setzt dabei gewöhnlich voraus, daß das magnetische Feld in allen Ebenen senkrecht zur Maschinenachse dasselbe ist, um es in der Zeichenebene darstellen zu können. In Strenge ist das natürlich nur für eine unendlich lange Maschine richtig.

Die schätzungsweise Aufzeichnung des magnetischen Feldes wird erleichtert, wenn man außer den Induktionslinien auch die Niveaulinien zeichnet, die die Induktionslinien senkrecht schneiden müssen. Diese beiden Linienscharen unterteilen also das Feld in rechtwinklige Kurvenvierseite. Dabei empfiehlt sich nach dem Vorschlage von Rüdenberg²⁾ und Th. Lehmann³⁾, in diesen „ebenen Feldbildern“ die Abstände der Induktions- und Niveaulinien so zu wählen, daß in jedem dieser Kurvenvierseite der mittlere Abstand der Niveaulinien gleich dem mittleren Abstände der Induktionslinien wird („Lehmansches Verfahren“). Bei genügend feiner Unterteilung gehen dann die Kurvenvierseite in Quadrate über, weshalb man diese Feldbilder auch als „quadratische Bilder“ bezeichnen kann. Der Hauptwert dieser quadratischen Bilder ist darin zu erblicken, daß sie sich, wie noch gezeigt werden soll, schnell und sicher verwerten lassen. Dieser Vorteil ist von Lehmann nicht genügend betont worden, und darauf ist es wohl auch zurückzuführen, daß das Lehmannsche Verfahren keine Verbreitung gefunden hat⁴⁾. Lehmann beschränkt sich auf Felder, deren Pole und Nuten sich radial ins Unendliche erstrecken, ferner läßt er die elektrische Durchflutung außer acht, was in den meisten praktischen Fällen unzulässig ist.

¹⁾ Von dem hier behandelten Verfahren wird in den Übungen im Entwerfen elektrischer Maschinen an der Technischen Hochschule in Karlsruhe schon seit mehreren Jahren Gebrauch gemacht. Bei der Niederschrift der Arbeit war mir mein früherer Assistent Herr Dr.-Ing. K. Ott behilflich, dem ich besonders für die Aufzeichnung eines großen Teils der Feldbilder zu Dank verpflichtet bin.

²⁾ Theorie der Kommutation. Voitsche Sammlung elektrotechn. Vorträge, Bd. X. S. 454.

³⁾ Graphische Methode zur Bestimmung des Kraftlinienverlaufs in der Luft. Elektrotechn. Zeitschr. 1909, S. 995.

⁴⁾ Auch Arnold machte in den letzten Auflagen seiner Bücher (vgl. Wechselstromtechnik III vom Jahre 1912, S. 178 und Wechselstromtechnik IV vom Jahre 1913, S. 76 und 91) keinen Gebrauch davon. Dasselbe gilt von La Cour in der Bearbeitung „Die Gleichstrommaschine I“ vom Jahre 1919 (S. 132 und 150).

Das Lehmannsche Verfahren bedarf deshalb noch des Ausbaues, um es im Elektromaschinenbau zur Verbreitung zu bringen. Die Anwendung des Verfahrens soll zunächst allgemein behandelt, und dann soll an einigen wichtigen Beispielen seine Bedeutung für den Elektromaschinenbau gezeigt werden.

2. Anwendung des Lehmannschen Verfahrens im Elektromaschinenbau.

Wir denken uns zwei parallele Eisenflächen im Abstand δ , die sich nach allen Seiten ins Unendliche erstrecken mögen. Nehmen wir diese Flächen als Niveauflächen an, setzen also voraus, daß zwischen zwei beliebigen Punkten auf verschiedenen Eisenoberflächen dieselbe magnetische Spannung herrscht, so ist das magnetische Feld in dem Luftraume zwischen den Eisenflächen gleichförmig. Aus diesem Felde wollen wir ein Gebiet herauschneiden, das zwischen zwei parallelen Ebenen liegt, die senkrecht zu den Eisenoberflächen, also parallel zu den magnetischen Linien liegen und um die Länge l voneinander entfernt sind. Eine dieser beiden Ebenen möge mit der Papierebene zusammenfallen (Bild 1).

Bild 1. Einheitsröhre ($\beta = \delta$) zwischen parallelen ebenen Eisenflächen.

Bild 2. Einheitsröhren mit $n = 4$ facher Unterteilung.

Betrachten wir in diesem Gebiet eine Induktionsröhre von rechteckigem Querschnitt, deren Röhrenwände einerseits durch die im Abstande l gedachten Ebenen, andererseits durch zwei im Abstande β voneinander liegenden Ebenen (senkrecht zu jenen und den Eisenoberflächen, Bild 1) abgegrenzt werden, so ist der Querschnitt der Röhre

$$q = \beta l, \quad (1)$$

und der magnetische Widerstand der Röhre

$$r = \frac{\delta}{\beta l}. \quad (2)$$

Machen wir die Breite der Röhre gleich der Länge,

$$\beta = \delta, \quad (3)$$

so wird

$$r = \frac{1}{l}, \quad (4)$$

oder der Leitwert

$$\lambda = l. \quad (4')$$

Alle Induktionsröhren zwischen den parallelen Ebenen im Abstande l , die die Bedingung (3) erfüllen, müssen denselben Induktionsfluß, den „Einheitsfluß“

$$\varphi = \lambda V = l V, \quad (5)$$

führen, worin V die magnetische Spannung zwischen den Eisenflächen ist. Das ganze Raumgebiet zwischen den Eisenflächen können wir in solche Röhren einteilen.

Wir erhalten den Fluß Φ durch einen Teil der Eisenfläche, der von den parallelen Ebenen im gegenseitigen Abstand l und den Wänden der Endröhren senkrecht zu jenen Ebenen (z. B. bei A und B in Bild 2) geschnitten wird, indem wir die Anzahl der Röhren des quadratischen Feldbildes abzählen und mit dem Einheitsfluß einer Röhre (Gleichung 5) multiplizieren. Der Fluß durch den betrachteten Teil der Eisenfläche ist also

$$\Phi = m l V, \quad (6)$$

worin m die Anzahl der Röhren ist, durch die der Einheitsfluß (Gleichung 5) fließt, und die wir deshalb als Einheitsröhren bezeichnen können. m kann auch eine gebrochene Zahl sein. Den Bruch bestimmen wir, indem wir das Feldbild durch

weitere Niveau- und Induktionslinien derart unterteilen, daß die Spannung zwischen zwei benachbarten Niveaulinien

$$V' = \frac{V}{2}, \quad V'' = \frac{V}{4} \text{ usw.},$$

und der Fluß der entstehenden Teilröhren

$$\varphi' = \frac{\varphi}{2}, \quad \varphi'' = \frac{\varphi}{4} \text{ usw.}$$

wird. In Bild 2 sind auf diese Art die ursprünglichen Röhren sowohl der Länge (δ) als der Breite (β) nach in je 4 Teile geteilt; jede Teilröhre führt den Fluß

$$\varphi'' = \frac{\varphi}{4}.$$

Die Zahl der Einheitsröhren, die z. B. in Bild 2 zwischen den Röhrenwänden bei A und B' liegen, ist

$$m = 3 \frac{3}{4}.$$

Gewöhnlich sind die Eisenflächen nicht parallel, wie z. B. Polschuh- und Ankeroberfläche einer elektrischen Maschine (Bild 3a). Der Luftraum ist dann in rechtwinklige Kurvenvierseite einzuteilen, deren mittlere Breite β gleich der mittleren Länge δ ist, derart, daß

$$\int_{\delta_0}^{\delta_a} \frac{d\delta}{\beta'} = 1 \quad (3a)$$

wird, worin β' die veränderliche Breite längs der Röhre ist. Bei der Aufzeichnung des Feldbildes wird man die mittlere Breite β und die mittlere Länge δ abschätzen,

Bild 3a. Einheitsröhren ($\beta = \delta$) zwischen Polschuh- und Ankeroberfläche.

Bild 3b. Unterteilte Einheitsröhren (Gl. 9c).

was durch eine möglichst feine Unterteilung der Feld- und Niveaulinien (vgl. Bild 3b) erleichtert wird.

Die Gleichungen (1) bis (6) behalten auch in diesem Falle ihre Gültigkeit. Den in die Ankeroberfläche der Maschine eintretenden Fluß können wir wieder durch Abzählen der Röhren im quadratischen Bilde nach Gleichung (6) berechnen, wenn wir den Einfluß der Stirnflächen der Maschine unberücksichtigt lassen, also annehmen, daß das magnetische Feld in allen Ebenen senkrecht zur Achse dasselbe ist. Die Größe l ist dann die axiale Länge des Ankers.

Aus Gleichung (1) und (5) erhalten wir unter Berücksichtigung von Gleichung (3) die mittlere Induktion im mittleren Querschnitt einer Röhre zu

$$B = \frac{\varphi}{q} = \frac{V}{\delta}. \quad (7)$$

Unter der Mitte des Polschuhs ist bei Leerlauf die mittlere Länge der Induktionsröhre gleich dem Luftspalt δ_0 an dieser Stelle, weil die Mittellinie der Induktionsröhre mit der Mittellinie des Polschuhs zusammenfällt. Wir erhalten deshalb die magnetische Spannung V , die wir zur Berechnung des Flusses Φ in Gleichung (6) einzuführen haben, zu

$$V = B_0 \delta_0, \quad (8)$$

wenn B_0 die mittlere Induktion im Luftspalt unter der Polmitte ist. Diese weicht hier in den meisten praktischen Fällen nicht merklich von der Normalkomponente am Ankerumfang ab.

Bezeichnen wir wie früher mit B die mittlere Induktion einer Röhre über die mittlere Breite β , so ist der Mittelwert der Normalkomponente am Ankerumfang über die Breite α der Röhre (vgl. Bild 3 a)

$$B_n = B \frac{\beta}{\alpha} = B_0 \frac{\delta_0}{\alpha} \quad (9a)$$

oder, wenn wir den Mittelwert der Normalkomponente der Induktion über den Teil α_0 des Ankerumfangs unter der Polmitte

$$B_{n0} = B_0 \frac{\delta_0}{\alpha_0} \quad (10)$$

eingeführen,

$$B_n = B_{n0} \frac{\alpha_0}{\alpha}. \quad (9b)$$

Die Gleichungen (9a) und (9b) gelten auch für die Teilröhren, wenn für δ_0 , α_0 , α und β die entsprechenden Längen und Breiten der Teilröhren eingeführt werden; sie stellen aber nur Mittelwerte über die Breite α der einzelnen Röhren oder Teilröhren am Ankerumfang dar. Den wirklichen Verlauf der Feldkurve könnte man durch eine Korrektur erhalten, wie sie Rüdenberg¹⁾ für die experimentelle Aufnahme von Feldkurven mit einer schmalen Prüfspule angegeben hat, wenn nicht die Ungenauigkeit in der Bestimmung der Abschnitte α im allgemeinen größer wäre als die Abweichungen der wirklichen Induktion von den berechneten Mittelwerten. Genauer als die Abschnitte α an der Ankeroberfläche ergeben sich in der Zeichnung des Feldbildes die Längen δ_a der Röhrenwandungen zwischen der Ankeroberfläche und der benachbarten Niveaulinie (Bild 3b). Deshalb empfiehlt es sich, die Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang nach der Näherungsgleichung

$$B_n \sim B_{n0} \frac{\delta_0}{n \delta_a} \quad (9c)$$

Bild 4. Zur Definition des ideellen Polbogens.

zu berechnen, worin n die Unterteilung der magnetischen Spannung an derjenigen Stelle des Luftspaltes ist, wo δ_a entnommen wird (für den in Bild 3b eingezeichneten Abstand δ_a ist $n = 4$). Um die Feldkurve ohne Korrektur möglichst genau zu erhalten, sind die Teilröhren der Rechnung zugrunde zu legen. Es ist hierbei jedoch zu beachten, daß eine zu feine Unterteilung des

Feldbildes die Genauigkeit wiederum verringert, da die der Zeichnung zu entnehmenden Strecken dann nicht mehr genau abgemessen werden können.

Eine bequeme Rechengröße ist im Elektromaschinenbau der ideelle Polbogen. Es ist dies derjenige Bogen (b_i), der durch Multiplikation mit dem Höchstwert B_{n0} der Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang den Inhalt der Fläche bestimmt, die die Kurve der Normalkomponente der Induktion mit der Abszissenachse einschließt (Bild 4).

Dieser Polbogen läßt sich aus dem quadratischen Feldbilde ablesen, ohne die Verteilung der Induktion am Ankerumfang zu kennen, also ohne den Inhalt der Induktionswelle auszuwerten. Der in den Ankermantel eintretende Fluß ist nach Gleichung (6) und (8)

$$\Phi = m l B_0 \delta_0. \quad (11)$$

Nach der Definition des ideellen Polbogens ist dieser Fluß

$$\Phi = l b_i B_{n0}, \quad (12)$$

woraus sich unter Berücksichtigung von Gleichung (10) und (11) der ideelle Polbogen zu

¹⁾ Über die experimentelle Aufnahme von Feldkurven. Elektrotechnik und Maschinenbau 1909, S. 1031.

$$b_i = m \alpha_0 \quad (13a)$$

ergibt. α_0 weicht in allen praktischen Fällen nicht merklich von δ_0 ab (vgl. Bild 3), deshalb gilt auch die Näherungsgleichung

$$b_i \sim m \delta_0. \quad (13b)$$

Um den ideellen Polbogen zu erhalten, hat man also nur die Anzahl der in den Ankermantel eintretenden Einheitsröhren abzuzählen und mit der Luftspaltbreite unter Polmitte zu multiplizieren.

Bei genuteter Ankeroberfläche schwankt die Induktion im Luftspalt, wenn sich der Anker unter den Polschuhen vorbeibewegt. Bei derselben magnetischen Spannung zwischen Ankeroberfläche und Polschuh ist die mittlere Induktion an irgendeiner Stelle im Luftspalt immer kleiner als bei einem ungenuteten Anker mit demselben Luftspalt. Bei der Aufzeichnung des Feldbilds kann man die genutete Ankerfläche durch eine glatte, auch bei umlaufendem Anker ruhende Fläche ersetzen. In Bild 12 ist z. B. für die im Abschnitt 4 betrachtete Gleichstrommaschine eine solche Fläche durch die gestrichelte Linie, die außerhalb des Polschuhbereichs von der stärkeren voll ausgezogenen Linie überdeckt wird, angedeutet. Der Abstand dieser Ersatzfläche vom äußeren Ankerumfang ist, wie sich nachweisen läßt, in der Polücke praktisch ebenso groß wie unter dem Polschuh.

Bei genuteten Ankern ist die Ankeroberfläche aber keine Niveaufäche mehr, weil die magnetische Spannung längs der einzelnen Zähne im allgemeinen verschieden groß ist. Auch diesen Einfluß kann man durch eine entsprechende Verlängerung der einzelnen Induktionsröhren des Luftspalts berücksichtigen. Die mittlere Länge einer Induktionsröhre ist im Verhältnis der magnetischen Spannung längs Luft und Zahn zu der magnetischen Spannung längs Luft allein zu vergrößern. In Bild 12 ist für $B_{n0} = 10000$ cgs durch eine ganz ausgezogene Linie die glatte Ankeroberfläche angedeutet, die bei der Aufzeichnung des Feldbildes außer der Nutung auch der magnetischen Zahnbeanspruchung Rechnung trägt. Für andere Werte von B_{n0} ergeben sich auch andere Ersatzflächen.

Bei der Bestimmung der glatten Ersatzfläche muß zunächst die Feldverteilung so angenommen werden, wie sie sich bei Vernachlässigung der Spannung längs der Zähne ergibt. Es wird dann bei magnetisch stark beanspruchten Zähnen der Abstand der Ersatzfläche von der Polschuhoberfläche an den Stellen der kleinsten Luftspaltbreite (Polmitte) häufig größer, als an der Stelle, wo sich der Luftspalt etwas verbreitert. Bestimmt man nun für diese in erster Annäherung erhaltene glatte Ersatzfläche die Feldverteilung und legt diese der Bestimmung der Ersatzfläche zweiter Annäherung zugrunde, so erhält man wieder eine von der Polmitte nach der Polücke allmählich wachsende Luftspaltbreite. Bild 12 stellt die in erster Annäherung erhaltene glatte Ersatzfläche dar.

Gewöhnlich wird man den Einfluß der magnetischen Beanspruchung der Zähne bei der Bestimmung der Feldverteilung und des ideellen Polbogens ganz außer acht lassen; man erhält dann einen etwas zu kleinen ideellen Polbogen, rechnet also sicher (vgl. den letzten Teil des Abschnitts 4). Dasselbe gilt auch bei Vernachlässigung der Nutung.

3. Berücksichtigung der Durchflutungen.

In den Lufträumen zwischen Anker und Polschuh und zwischen den Polkernen sind bei den elektrischen Maschinen die Wicklungen untergebracht. Die Lufträume werden also zum Teil elektrisch durchflutet, so daß das magnetische Feld zwischen den Eisenoberflächen der Maschine nicht mehr wirbelfrei ist. Um die in Abschnitt 2 beschriebene Auswertung der quadratischen Feldbilder auch für die von Strom durchflossene Maschine anwenden zu können, müssen wir die Durchflutungen auf die Eisenoberflächen der Maschine zusammendrängen. In den Lufträumen, die von

den jetzt flächenhaft verteilten Durchflutungen und den freien Eisenflächen begrenzt werden, ist dann das magnetische Feld wieder wirbelfrei, so daß wir das in Abschnitt 2 beschriebene Verfahren zur Aufzeichnung und Auswertung der quadratischen Feldbilder anwenden können.

Für die Wicklung des Ankers ist der Ersatz der in Wirklichkeit räumlich verteilten Durchflutung durch eine unendlich dünne Schicht, die bei einem glatten Anker am Mantel und bei genutetem Anker an der ungenutzten Ersatzfläche (vgl. Bild 12) liegt, allgemein üblich. Man bezeichnet diese auf die Längeneinheit des Ankerumfangs bezogene Strömung als Strombelag. Auch die Durchflutung des Feldmagneten läßt sich, ohne daß sich die Feldverteilung wesentlich ändert, durch einen Strombelag ersetzen, der entweder an der inneren Fläche des Joches (Bild 5a) oder an den Flanken der Polkerne (Bild 6a) liegt; er ist in den Bildern 5a und 6a durch Punkte und Kreuze bezeichnet. Der erste Fall entspricht einer Bewicklung des Joches, wie sie z. B. bei Maschinen der Comp. de l'Industrie Electrique, Genf üblich

Bild 5a. Ersatz der räumlichen Durchflutung durch einen Strombelag. Vgl. Bild 5b.

Bild 6a. Ersatz der räumlichen Durchflutung durch einen Strombelag. Vgl. Bild 6b.

Bild 5b. Feldmagnetwicklung auf den Jochen.

Bild 6b. Feldmagnetwicklung auf den Polkernen.

ist (Bild 5b); der zweite Fall entspricht der Bewicklung der Polkerne, wie sie gewöhnlich ausgeführt wird (Bild 6b). Innerhalb des in Bild 5a und 6a schraffierten Luftraumes ist das magnetische Feld wirbelfrei, so daß wir das quadratische Feldbild nach Abschnitt 2 aufzeichnen und auswerten können.

Der vom Strombelag begrenzte Flächenrand ist jetzt aber keine Niveaulinie mehr. Die magnetischen Spannungen zwischen den Enden der einzelnen Induktionsröhren sind im allgemeinen verschieden; die Induktionsröhren führen aber im quadratischen Feldbilde alle denselben Fluß, weil die zwischen benachbarten Niveau-

Bild 7. Richtung der Feldkomponenten im Luftraum, wenn $H_t' < 4\pi A$.

linien liegenden Teilröhren alle denselben magnetischen Widerstand haben. Die Feldlinien treten an den Stellen des Strombelags auch dann nicht mehr senkrecht aus, wenn die Tangentialkomponente der Feldstärke im Eisen vernachlässigt werden darf. An den von Strombelag begrenzten Flächenrändern sind deshalb die Quadrate des Feldbilds unvollständig (vgl. z. B. Bild 10).

Die Tangentialkomponente der Feldstärke erleidet an der Stromschicht einen Sprung, der im cgs-Maß gleich dem 4π -fachen des Strombelags ist:

$$H_t' - H_t = 4\pi A, \quad (14a)$$

wenn wir mit

$$H_t' = \frac{B_t'}{\mu}$$

die Tangentialkomponente der Feldstärke im Eisen, mit $H_t = B_t$ die im Luftraum bezeichnen und den Strombelag A positiv einführen, wenn er der Feldstärke im Eisen nach der Rechtsschraube zugeordnet ist. Aus Gleichung (14a) folgt

$$H_t = H_t' - 4\pi A. \quad (14)$$

In den meisten Fällen ist der Strombelag der Feldstärke im Eisen nach der Rechtsschraube zugeordnet und es ist

$$H_t' < 4\pi A;$$

H_t hat dann nach Gleichung (14) die entgegengesetzte Richtung wie H_t' und ist dem Strombelag A dann ebenfalls nach der Rechtsschraube zugeordnet. In Bild 7 z. B., wo der Strombelag an der rechten Seite der Eisenfläche liegt und die Strömung aus der Papierebene heraustritt, ist die Tangentialkomponente der Feldstärke im Luftraum nach oben gerichtet.

Die Normalkomponente der Induktion bleibt beim Durchgang durch die Stromschicht unverändert. An der Grenzfläche ist unabhängig vom Strombelag

$$B_n' = B_n = H_n. \quad (15)$$

Unter der Annahme, daß

$$H_t' = \frac{B_t'}{\mu} < 4\pi A,$$

sind in Bild 8a und b die Richtungen der Normalkomponente B_n , der Tangentialkomponente B_t und der resultierenden Induktion an der Grenze des Strombelags im Luftraum dargestellt. Bild 8a gilt für den Feldmagneten, Bild 8b für den Anker.

Bild 8. Richtung der Feldkomponenten in den Lufträumen, wenn $H_t' < 4\pi A$.
a Feldmagnet, b Anker.

Das magnetische Potential wächst längs des Strombelags nach der Gleichung

$$\int_0^x H_t dx = V_0 - 4\pi A x + \int_0^x \frac{B_t'}{\mu} dx, \quad (16)$$

wenn die Richtung positiver x mit B_t' zusammenfällt und V_0 das magnetische Potential an der Stelle $x = 0$ ist. Bei Vernachlässigung des letzten Gliedes ($\mu = \infty$) wächst also das magnetische Potential längs der Stromschicht linear, sofern der Strombelag von x unabhängig ist. An den Eisenflächen, die keinen Strombelag tragen, ist es konstant. Die an den Strombelägen endigenden Niveaulinien mit gleichen Potentialunterschieden teilen deshalb die Stromschicht in gleiche Teile. Bei örtlich veränderlichem Strombelag teilen die Niveaulinien die Stromschicht so, daß benachbarte Niveaulinien gleiche Durchflutungen einschließen.

Die Winkel, unter denen die Niveaulinien an der Stromschicht endigen, sind im allgemeinen von 90° verschieden; sie schneiden aber auch hier die Feldlinien senkrecht. Der Verlauf der Niveaulinien im Luftraum muß in erster Annäherung geschätzt werden. Man zeichnet dann die Feldlinien in der im Abschnitt 2 beschriebenen Weise und erhält das quadratische Feldbild in erster Annäherung. Wenn man aus diesem Feldbilde die Normalkomponente der Feldstärke am Strombelag bestimmt und die Tangentialkomponente nach Gleichung (14) berechnet, so erhält man die Richtung der Feld- und Niveaulinien an der Stromschicht in zweiter Annäherung, mit der man das Feldbild zweiter Annäherung aufzeichnet. Man kann die Annäherung an das wirkliche Feldbild noch weiter fortsetzen, doch wird in den meisten Fällen die zweite Annäherung genügen; auch wird man gewöhnlich die

Tangentialkomponente der Feldstärke im Eisen H_t' vernachlässigen können. Schließlich begeht man auch keinen allzu großen Fehler, wenn man die Richtung der Feld- und Niveaulinien überhaupt nicht berechnet, sondern nur nach Schätzung aufzeichnet, wofür die Bilder 8 a und b, sowie die Feldbilder in dieser Arbeit (Abschnitt 4—7), einen ungefähren Anhalt bieten.

4. Das Feld bei Leerlauf.

Die Bilder 9 und 10 stellen die nach Abschnitt 2 und 3 entworfenen Feldbilder einer 12poligen Gleichstrommaschine (800 kW, 225 Umdr. i. d. Min., Ankerdurchmesser 150 cm, Luftspalt $\delta_0 = 1$ cm) bei erregtem Feldmagneten und stromlosem Anker dar, wenn die Permeabilität des Eisens unendlich groß angenommen wird. Die Feldbilder sind dann unabhängig von der Größe des Strombelags, weil

Bild 9. Feldbild bei Leerlauf. Wicklung auf den Jochen; glatter Anker; $\mu = \infty$.

nicht nur die Tangentialkomponente, sondern auch die Normalkomponente diesem proportional ist. Der die Durchflutung der Erregerwicklung ersetzende Strombelag ist durch Punkte angedeutet. Bild 9 entspricht einer gleichmäßigen Bewicklung des Joches (vgl. Bild 5 a und b), während Bild 10 einer gleichmäßigen Bewicklung der Polkerne (vgl. Bild 6 a und b) entspricht.

In beiden Bildern sind die Einheitsröhren unter dem Polbogen in 4, im übrigen in 8 Teilröhren unterteilt. Die Einheitsröhren werden von stärkeren Linien begrenzt; dünnere Linien teilen den Fluß und die magnetische Spannung der Einheitsröhren in 2 gleiche Teile, gestrichelte in 4 und punktierte in 8 gleiche Teile. Da im vorliegenden Falle die Induktion unter der Polmitte längs des Luftweges δ_0 (vgl. Bild 3, $\alpha_0 \sim \delta_0$) konstant angenommen werden kann, so teilen die Niveaulinien den Luftspalt δ_0 in gleiche Teile. Andererseits teilen nach Abschnitt 3 die Niveaulinien auch die Durchflutung Θ , hier also die Stromschicht am Joch oder an den Polflanken, in gleiche Teile, wenn die Permeabilität des Eisens unendlich groß ist. Die Endpunkte der Niveaulinien liegen also fest, so daß die Feldbilder in der am Schlusse des letzten Abschnitts beschriebenen Weise entworfen werden können.

Die Mittelebene durch die Pollücke hat dasselbe magnetische Potential wie die Ankeroberfläche, bei Bild 10 auch wie die Jochoberfläche. An den Stellen, wo die

Niveaulinien gebrochen sind, d. i. z. B. in Bild 10 dort, wo die Mittellinie der Polücke Anker- und Jochoberfläche schneidet, und an allen scharfen Kanten des Feldmagneten ist die Teilfläche im Feldbilde gewöhnlich ein Fünfeck, wie weit man auch die Unterteilung der Feld- und Niveaulinien fortsetzt. Beim Aufzeichnen der Feldbilder beginnt man in der Polmitte und zeichnet Feld- und Niveaulinien gleichzeitig. Dabei hat man zu beachten, daß die Niveaulinien ihren Endpunkten an der Stromschicht zustreben. Der Winkel, unter dem die Niveaulinien in Bild 10 in die Stromschicht eintreten, ist in der Nähe der Polwurzel 90° , weil hier die Normal-

Bild 10. Feldbild bei Leerlauf. Wicklung auf den Polkernen; glatter Anker; $\mu = \infty$. Unten Normalkomponente am Ankerumfang.

komponente der Induktion Null ist; er wird mit wachsender Entfernung von der Polwurzel immer spitzer, entsprechend der Zunahme der Normalkomponente der Induktion (Stärke des Streufeldes).

Wir bestimmen den ideellen Polbogen b_i , indem wir nach Gleichung (13b) die Anzahl m der in den Ankermantel eintretenden Einheitsröhren abzählen und mit dem Luftspalt δ_0 multiplizieren. In Bild 9 ergibt sich für den halben Pol

$$14 \frac{7}{8} < \frac{m}{2} < 15.$$

Wir schätzen m zu 29,9 und erhalten mit $\delta_0 = 1$ cm

$$b_i = 29,9 \text{ cm.}$$

Denselben Polbogen b_i finden wir auch für Bild 10.

Die Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang läßt sich punktweise nach Gleichung (9a, b oder c) berechnen. In Bild 10 ist sie als Funktion des Ankerumfangs aufgetragen. Dieselbe Kurve erhalten wir für das Feldbild in Bild 9.

Für den Streufluß einer Polhälfte zählen wir in Bild 9

$$\frac{m}{2} = 2,55,$$

in Bild 10

$$\frac{m}{2} = 1,67$$

Einheitsröhren, die wir noch mit 2 multiplizieren müssen, um die Zahl der Einheitsröhren des Streuflusses eines Pols zu erhalten.

Bild 11. Magnetische Spannung im Luftraum längs der Stromschicht. V bei $\mu = \infty$; V' und V'' mit Berücksichtigung der Spannung im Polkern. V' bei $B_{K \max} = 16800$, V'' bei $B_{K \max} = 17500$ cgs.

Durch Vergleich der Ergebnisse aus beiden Feldbildern finden wir, daß die Lage des Strombelags keinen merklichen Einfluß auf den in den Ankermantel eintretenden Fluß, wohl aber auf den Streufluß hat.

In Wirklichkeit ist die Permeabilität μ des Eisens nicht unendlich groß, wie es beim Entwurf der Bilder 9 und 10 angenommen wurde, sondern besitzt einen endlichen Wert, der in den verschiedenen Querschnitten des Polkerns wegen der austretenden Streulinien und der damit sich ändernden Kerninduktion verschieden groß ist. Es ist dann auch der Wert $H_t' = \frac{B_t'}{\mu}$ in Gleichung (14) und (16) von

Null verschieden. Die genauen Winkel, unter denen die Feld- und Niveaulinien aus der Stromschicht austreten, ergeben sich nach Abschnitt 3 aus der Normalkomponente und der nach Gleichung (14) zu bestimmenden Tangentialkomponente der Feldstärke am Strombelag. Die Niveaulinien teilen die Durchflutung jetzt nicht in genau gleiche Teile, da das Potential gemäß Gleichung (16) im allgemeinen nicht mehr linear anwächst.

Für das in Bild 10 dargestellte Feldbild ist in Bild 11 unter der Annahme einer Induktion von 16800 cgs an der Wurzel des Polkerns (entsprechend einer Induktion im Luftspalt $B_{n0} = 10000$ cgs bei der betrachteten Maschine) die Induktion

B_K längs des Polkerns aufgetragen; sie beträgt in der Nähe des Polschuhs 15400 cgs. Die Permeabilität im Polkern, der aus Stahlguß angenommen ist, wächst von $\mu = 184$ an der Wurzel bis zu $\mu = 535$ in unmittelbarer Nähe des Polschuhs.

Dem angenommenen magnetischen Zustand entspricht die Durchflutung des Kreises $\Theta = 25000$ Amp. Der Strombelag an der Polflanke ist dann bei einer bewickelten Polkernhöhe von 25 cm $500 \text{ A/cm} = 50$ cgs. Das magnetische Potential an der Stromschicht ist nach Gleichung (16) zu berechnen. Setzen wir es an der Wurzel des Polkerns gleich Null, so erhalten wir für die magnetische Spannung längs der Stromschicht im Luftraum bei Vernachlässigung der Polkernspannung die Gerade V in Bild 11, während die Kurven V' und V'' mit Berücksichtigung der Spannung längs des Polkerns gelten, und zwar V' für eine größte Kerninduktion von 16800 cgs, wie sie bei der betrachteten Maschine tatsächlich auftritt, und V'' für eine solche von 17500 cgs, wenn alle übrigen Verhältnisse unverändert bleiben.

Um die Stellen an der Stromschicht zu finden, wo die Niveaulinien endigen, müssen wir die Punkte an der Stromschicht bestimmen, die die magnetische Spannung zwischen Wurzel und Polschuh des Kerns auf der Seite des Luftgebiets in gleiche Teile teilen. Wir erhalten so bei achtfacher Unterteilung der Spannung die

Bild 12. Glatte Ersatzflächen eines genuteten Ankers. ----- bei $\mu = \infty$; — mit Berücksichtigung der Permeabilität in den Zähnen.

Punkte 1, 1', 1'' bis 7, 7', 7'', die den Kurven V, V' und V'' entsprechen. Für die Kurve V' ist die Bestimmung dieser Punkte in Bild 11 angedeutet. Bei Berücksichtigung der Polkernspannung verschieben sich die Punkte, in denen die Niveaulinien an der Stromschicht endigen, nur in geringem Maße. Ebenso findet man, daß die Winkel, unter denen die Feldlinien austreten, nur sehr wenig von denen abweichen, die sich für eine unendlich große Permeabilität im Polkern (Polkernspannung gleich Null) ergeben. Das gesamte Feldbild wird deshalb durch die Polkernspannung nicht merklich beeinflusst, so daß es in allen praktischen Fällen völlig ausreichend ist, die Bilder für $\mu = \infty$ im Feldmagneten zu entwerfen.

Die Nutung des Ankers und die Spannung längs der Zähne können wir nach Abschnitt 2 durch eine Verbreiterung des Luftspalts berücksichtigen. Die hier behandelte Maschine hat offene Nuten mit den Verhältnissen Nutbreite zu Zahnkopfbreite gleich $\frac{1,20}{1,71} = 0,702$ und Nutbreite zu Luftspaltbreite gleich $\frac{1,20}{1,00} = 1,20 = 0$ unter dem Polbogen konstanter Luftspaltbreite. Die glatte Fläche, durch die die genutete Ankeroberfläche bei der Aufzeichnung des Feldbilds zu ersetzen ist, ist in Bild 12 gestrichelt gezeichnet. Unter dem Polbogen konstanter Luftspaltbreite ist sie 8 v. H. größer als beim ungenuteten Anker (Carterscher Faktor gleich 1,08); ihr Abstand vom äußeren Ankerumfang ist längs des Ankerumfangs praktisch derselbe.

Bei einer mittleren Luftspaltinduktion von 10000 cgs unter dem Polbogen konstanter Luftspaltbreite und einer Nuttiefe von 4,25 cm wird die maximale (wirkliche) Zahninduktion (an der Zahnwurzel) 21500 cgs. Für diese Verhältnisse stellt die in Bild 12 voll ausgezogene starke Linie die in erster Annäherung (vgl. S. 87) gefundene glatte Ersatzfläche des Ankers dar, die sowohl der Nutung als auch der Zahnsättigung Rechnung trägt.

Bild 13 zeigt das für diese Ersatzfläche und unter Berücksichtigung der Polkernspannung entworfene Feldbild. Seine Auswertung ergibt einen um 3,3 v. H. größeren ideellen Polbogen als das Feldbild in Bild 10, das für einen ungenutzten Anker und für eine unendlich große Permeabilität im Eisen gilt. Bei Vernachlässigung der Nutung und der Eisensättigung rechnet man mit einer gewissen Sicherheit, weil sich der Polfluß etwas zu klein ergibt.

Bild 13. Feldbild bei Leerlauf mit Berücksichtigung der Nutung und der Permeabilität in Zähnen und Polkernen.

5. Das Feld der Ankerdurchflutung.

Bild 14 und 15 stellen die Feldbilder für die im letzten Abschnitt behandelte Gleichstrommaschine dar, wenn bei glattem Anker und unendlich großer Permeabilität im Eisen der Feldmagnet unerregt ist und bei Stellung der unendlich schmal angenommenen Bürsten in der geometrisch neutralen Zone nur der Anker von Strom durchflossen wird. Der Strombelag auf dem Anker ist in den Abbildungen wieder durch Punkte und Kreuze angedeutet, und zwar hier unterhalb der Begrenzungslinie des Ankers, damit das Feldbild im Luftspalt deutlich wird. Die Symmetrielinien des Feldbildes fallen mit den Symmetrielinien der Pole und Pollücken zusammen. Die zwischen Anker und Feldmagnet liegenden Teilröhren sind wie in Bild 9 und 10 durch verschiedene Stricharten unterschieden. Unter dem Polbogen sind die Einheitsröhren in 4, in der Pollücke in 8 Teilröhren, die letzte dieser Teilröhren (in der Nähe des Jochs) ist nochmals in zwei Teile unterteilt.

Beim Aufzeichnen des Bildes ist wieder zu beachten, daß die Niveaulinien die Stromschicht in gleiche Teile teilen. Die Abstände der Niveaulinien auf der Symmetrielinie in der Pollücke sind jedoch nicht bekannt, sie ergeben sich erst durch Aufzeichnen des Feldbildes. Das Bild kann nun entweder von der Pollücke (Bild 14) oder von der Polmitte aus (Bild 15) gezeichnet werden, d. h. man kann die erste Einheitsröhre entweder bei der Symmetrielinie der Pollücke oder der Polmitte beginnen lassen. Im vorliegenden Falle ist die zwischen Polmitte und Pollücke liegende Zahl der Einheitsröhren genau $m = 6\frac{1}{4}$, die Röhrenzahl geht hier zufällig in Viertelröhren auf, weshalb der Unterschied der beiden Bilder 14 und 15 äußerlich nur in der Strichart der Feldlinien zum Ausdruck kommt. Würde diese Zahl der Einheitsröhren zwischen Pol und Pollücke einen Bruchteil einer Teilröhre

ergeben, wie es im allgemeinen der Fall sein wird, so würden die Feldlinien in Bild 14 und 15 sich nicht decken, sondern wären etwas gegeneinander verschoben, weil die gebrochene Teilröhre das eine Mal bei der Polmitte, das andere Mal bei der Pollücke liegen würde. Gewöhnlich verdient nur der Teil des Feldbildes Beachtung, der in der Pollücke liegt; auf diesen Teil des Feldbildes hat auch die Eisensättigung keinen merklichen Einfluß.

Zeichnet man das Feldbild wie in Bild 15 von der Polmitte aus, so können die Schnittpunkte der Feldlinien mit der Ankeroberfläche berechnet werden. Wenn wir den Ankerumfang von der Stelle der Polmitte ($x=0$) aus zählen, so ist bei Vernachlässigung der magnetischen Spannung im Eisen ($\mu=\infty$) die mittlere Induktion längs einer Induktionslinie im Luftspalt, die an der Stelle x des Ankerumfanges austritt

$$B(x) = 4\pi \frac{x A}{\delta}, \quad (17a)$$

Bild 14. Feldbild bei erregtem Anker und unerregtem Feldmagneten; $\mu = \infty$. Einheitsröhren beginnen Mitte Pollücke.

worin A den Strombelag und δ die von x abhängige Länge der Induktionslinie ist. Dort, wo der Strombelag sein Vorzeichen wechselt, also an der Stelle $x = \frac{\tau}{2}$, wenn wir mit τ die Polteilung bezeichnen, entspringt die Induktionslinie, zwischen deren Enden die volle magnetische Spannung $V = 4\pi \frac{\tau}{2} A$ herrscht. Der Fluß der Einheitsröhre ist also [vgl. Gleichung (5)] für $l = 1$ cm Ankerlänge

$$\varphi = 2\pi \tau A \quad (17b)$$

und der Fluß einer Teilröhre bei n -facher Unterteilung der magnetischen Spannung

$$\frac{\varphi}{n} = 2\pi \tau \frac{A}{n}. \quad (17)$$

Aus den Gleichungen (17a) und (17) lassen sich die Schnittpunkte der Feldlinien mit der Ankeroberfläche berechnen. Für den Teil des Ankerumfangs, wo der Luftspalt

$$\delta = \delta_0 = \text{const.}$$

ist, ergeben sich einfache Gleichungen für jene Schnittpunkte. Bezeichnen wir die Stellen am Ankerumfang, wo die Induktionslinien austreten, mit

O, x_1, x_2, x_3, x_4 usw.
und die entsprechenden Werte der Induktion mit
 o, B_1, B_2, B_3, B_4 usw.,
so ist, da nach Gleichung (17a) bei konstantem Luftspalt die Induktion linear ansteigt, der Fluß der ersten Teilröhre

$$\frac{\varphi}{n} = \frac{B_1 x_1}{2} = \frac{2 \pi x_1^2 A}{\delta_0}, \quad (18'a)$$

woraus unter Berücksichtigung von Gleichung (17)

$$x_1 = \sqrt{\frac{\tau \delta_0}{n}} \quad (18')$$

wird. Für den Punkt x_2 finden wir

Bild 15. Feldbild bei erregtem Anker und unerregtem Feldmagneten; $\mu = \infty$. Einheitsröhren beginnen bei Polmitte. Unten Normalkomponente am Ankerumfang.

$$2 \frac{\varphi}{n} = \frac{B_2 x_2}{2} = \frac{2 \pi x_2^2 A}{\delta_0}, \quad (18''a)$$

$$x_2 = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\tau \delta_0}{n}} \quad (18'')$$

und für den Punkt x_k

$$x_k = \sqrt{k} \sqrt{\frac{\tau \delta_0}{n}}. \quad (18)$$

Die Abstände der Feldlinien von der Polmitte verhalten sich unter dem Teil des Polschuhs, wo der Luftspalt konstant ist, wie die Quadratwurzeln der Ordnungszahlen, also wie

$$1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} \text{ usw.} \quad (19)$$

Dieses Verhältnis gilt bei beliebiger Unterteilung n der gesamten magnetischen Spannung; die absoluten Werte können nach Gleichung (18) berechnet werden. In Bild 15 ist in dem Teil unter dem Polschuh $n = 4$. Mit Hilfe der Gleichung (18) wurden in Bild 15 die Abstände der Feldlinien der ersten 14 Teilröhren berechnet.

Die Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang ist bei genügend feiner Unterteilung des Feldbildes umgekehrt proportional den Strecken α (vgl. Bild 16), die die Begrenzungslinien der Teilröhren gleichen magnetischen Flusses am Ankerumfang abschneiden. Der Mittelwert der Normalkomponente über die Strecke α des Ankerumfangs kann nach der Gleichung

$$B_n = B_w \frac{\delta_w}{\alpha} \quad (20a)$$

berechnet werden, die sich aus Gleichung (9a) ergibt, wenn wir den Index o durch w ersetzen, um damit zum Ausdruck zu bringen, daß die entsprechenden Größen hier für die Stellen des Ankerumfangs gelten, wo der Strombelag sein Vorzeichen wechselt, d. h. in der Wendezone. Die mittlere Induktion B_w der in der Wendezone endigenden Teilröhre ist nach Gleichung (17)

$$B_w = \frac{1}{\delta_w} \frac{\varphi}{n} = \frac{2\pi\tau A}{n\delta_w}, \quad (20b)$$

Bild 16. Erläuterungen zu Gleichungen (20a) und b.

wenn n die Unterteilung der magnetischen Spannung $2\pi\tau A$ in der Wendezone angibt (in Bild 15 ist $n = 8$) und δ_w der Abstand der ersten Niveaulinie (im Luftraum) vom Ankerumfang in der Wendezone ist (vgl. Bild 16). Aus Gleichung (20a) und (20b) erhalten wir

$$B_n = \frac{1}{\alpha} \frac{2\pi\tau A}{n}. \quad (20)$$

In den meisten praktischen Fällen kommt es nur darauf an, die Größe der Normalkomponente der Induktion B_{nw} in der Wendezone zu bestimmen. Diese Komponente nähert sich um so mehr der mittleren Induktion B_w in der Teilröhre zwischen Ankeroberfläche und erster Niveaulinie, je größer die Zahl der Niveaulinien ist, und kann dann nach Gleichung (20b) berechnet werden. Eine zu weitgehende Unterteilung der magnetischen Spannung $2\pi\tau A$ zwischen Ankeroberfläche und Feldmagnet ist jedoch nicht zu empfehlen, weil dann die Größe δ_w (vgl. Bild 16) nicht mehr mit genügender Genauigkeit dem Feldbilde entnommen werden kann. Bei der Bestimmung von δ_w empfiehlt es sich in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Abstände benachbarter Niveaulinien in der Pollücke als Funktion des Potentials der Niveaulinien aufzutragen und die Zeichenfehler graphisch auszugleichen.

Bild 17. Erläuterungen zu Gleichung (22).

Genauere Werte für die Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang erhält man auf folgende Weise. Wir bilden das Linienintegral der magnetischen Feldstärke über den Weg $xPQx$ in Bild 17 und erhalten, wenn B die mittlere Induktion längs xP ist,

$$B \cdot \overline{xP} = 4\pi A \cdot \overline{Qx}$$

oder

$$B = 4\pi A \frac{\overline{Qx}}{\overline{xP}}. \quad (21)$$

Wir betrachten nun die Teilröhre, deren magnetische Mittellinie xP ist. Sie hat die mittlere Breite β und am Ankerumfang die Breite α . Es ist also der Mittelwert der Normalkomponente der Induktion über die Strecke α

$$B_n = B \frac{\beta}{\alpha}$$

oder mit Gleichung (21)

$$B_n = 4 \pi A \frac{\overline{Qx}}{xP} \frac{\beta}{\alpha}. \quad (22)$$

Man könnte bei der Berechnung von B_n das Linienintegral auch über den Weg $xP'Q'x$ (Bild 17) bilden. Man wählt den Weg des Linienintegrals so, daß einerseits die für die Rechnung nötigen Strecken im Feldbilde gut abgemessen werden können, und daß andererseits die vorkommenden Mittelwerte der Induktion sich auf nicht zu große Strecken beziehen. Rechnet man nach Gleichung (22) für verschiedene Punkte des Ankerumfangs B_n aus und trägt diese Werte als Funktion des Ankerumfangs auf, so erhält man die Ankerfeldkurve genauer als nach dem zuerst beschriebenen Verfahren Gleichung (20). Der Grund für diese größere Genauigkeit liegt darin, daß sich die Abstände α in Gleichung (20) weniger genau bestimmen lassen als die Strecke xP und das Verhältnis $\frac{\beta}{\alpha}$ in Gleichung (22).

In Bild 15 ist die auf diese Weise erhaltene Ankerfeldkurve für einen Strombelag $A = 348 \text{ A/cm} = 34,8 \text{ cgs}$ dargestellt.

6. Das Feld der Wendepole.

Wird die in den Abschnitten 4 und 5 behandelte wendepollose Maschine mit Wendepolen ausgerüstet und soll dabei der Streufluß der Hauptpole unverändert bleiben, so müssen wir den Polschuhbogen um die Breite des Wendepols verschmälern, die Form der Polschuhenden aber beibehalten. Es ergibt sich dann der in den Bildern 18 und 19 dargestellte Querschnitt der Wendepolmaschine.

Wenn die Wendepole allein erregt werden, erhalten wir bei unendlich großer Permeabilität im Eisen und gleichmäßiger Verteilung des Strombelags über den bewickelten Teil der Wendepolflanken das in Bild 18 oben dargestellte Feld des Wendepols und die darunter gezeichnete Verteilung der Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang. Der eingezeichnete Maßstab für die Normalkomponente setzt voraus, daß die Wendepoldurchflutung das 1,25 fache der in Bild 15 angenommenen Ankerdurchflutung beträgt, $\Theta_W = 1,25 \tau A$. Die gestrichelte Kurve mit $\frac{1}{5}$ der Ordinatenlänge der ausgezogenen Kurve entspricht dem Überschuß $\Theta_W - \tau A = 0,25 \tau A$ der Wendepoldurchflutung über die Ankerdurchflutung.

In Wirklichkeit wird aber das Feld in der Wendezone von der Resultierenden der Durchflutungen der Wendepole und des Ankers erregt. Um hierfür das Feldbild zu zeichnen, bestimmen wir den Punkt an der Wendepolflanke, bis zu dem von der Wurzel des Wendepols aus gerechnet, die Durchflutung gleich der Ankerdurchflutung eines halben Kreises $\frac{\tau}{2} A$ ist (vgl. Bild 19). Dieser Punkt (-4) am Wendepol hat dann dasselbe Potential wie der ebenso bezeichnete Punkt am Ankerumfang unter Wendepolmitte. Die aus dem Teil 0 bis -4 des Wendepols entspringenden Niveaulinien endigen an entsprechenden Punkten am Ankerumfang, so daß je zwei Niveaulinien gleich große Durchflutungen, aber von entgegengesetztem Vorzeichen am Wendepolkern und am Ankerumfang abgrenzen. Die aus dem Teil -4 bis -5 entspringenden Niveaulinien endigen auf der andern Seite des Wendepols. Setzen wir die magnetische Spannung einer Einheitsröhre gleich der Potentialdifferenz

Bild 18. Feldbild der Wendepolwicklung; $\mu = \infty$. Unten Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang; — bei voller Durchflutung, - - - bei einer Durchflutung gleich dem Überschuss über die Ankerdurchflutung.

Bild 19. Resultierendes Feldbild der Wendepol- und Ankerwicklung; $\mu = \infty$. Unten Normalkomponente am Ankerumfang.

zwischen Wendepol- und Ankeroberfläche in der Mittelebene durch die Wendepole

$$V_W = 2\pi(\Theta_W - \tau A), \quad (23)$$

so erhalten wir die in Bild 19 durch stärkere Linien abgegrenzten Einheitsröhren, die durch dünnere Linien in je zwei Teilröhren unterteilt sind. Da wir den Strombelag nicht nur am Ankerumfang, sondern auch an den Flanken des Wendepols gleichmäßig verteilt angenommen haben, so sind im Feldbild die Abstände benachbarter Niveaulinien auch an den Wendepolflanken gleich groß.

In Bild 19 ist ebenso wie in Bild 18 angenommen, daß die Wendepoldurchflutung 1,25 mal so groß ist wie die Ankerdurchflutung ($\Theta_W = 1,25 \tau A$). Die Differenz $\Theta_W - \tau A$ von Wendepoldurchflutung und Ankerdurchflutung ist also in der Ankerdurchflutung τA ganz (nämlich viermal) enthalten und wir haben deshalb auch eine ganze Zahl von Einheitsröhren. Wenn das Verhältnis $\frac{\tau A}{\Theta_W - \tau A}$ dagegen gebrochen ist, erhalten wir auch eine gebrochene Zahl von Einheitsröhren. Die magnetische Spannung zwischen der letzten Niveaulinie und dem Joch, dem Hauptpol und der Mittellinie des Hauptpols im Luftspalt beträgt dann einen Bruchteil der magnetischen Spannung $\Theta_W - \tau A$.

Bild 20. Ein Teil von Bild 19 in größerem Maßstabe.

Besondere Beachtung verdient der Teil unter dem Wendepol, der in Bild 20 in vergrößertem Maßstabe mit vierfacher Unterteilung der Einheitsröhren herausgezeichnet ist.

Die Normalkomponente der Induktion am Ankerumfang bestimmen wir nach Gleichung (20), indem wir $\Theta_W - \tau A$ an Stelle von τA setzen, zu

$$B_n = \frac{1}{\alpha} \frac{2\pi(\Theta_W - \tau A)}{n} \quad (24)$$

(in Bild 19 ist $n = 2$, in Bild 20 $n = 4$), oder genauer nach Gleichung (22) (vgl. Bild 17). Wir erhalten die in Bild 19 und 20 unten gezeichneten Feldkurven, die wesentlich von der gestrichelten Kurve in Bild 18 abweichen, welche die Verteilung der Gegen durchflutung des Ankers unberücksichtigt läßt.

7. Das resultierende Feld bei Belastung.

Sucht man zu zwei Feldern, etwa dem Hauptfeld (Bild 9 und 10) und dem Ankerfeld (Bild 14 und 15), das resultierende Feld, so erhält man dieses durch Superposition der Einzelfelder, wenn die Permeabilität im Eisen als konstant angenommen werden darf. Diese Annahme ist für das außerhalb des Polschubbogens

liegende Gebiet im allgemeinen zulässig. Bei der Superposition ergibt sich das resultierende Feld durch die Diagonallinien der Einzelbilder, wenn diese in demselben

Bild 21. Resultierendes Feldbild einer Maschine ohne Wendepole; $\mu = \infty$.
—— Feldlinien, ---- Niveaulinien.

Bild 22. Das Sechseck links von dem rechten Polschuh mit sehr feiner Unterteilung der Feld- und Niveaulinien.

magnetischen Maßstabe gezeichnet sind, d. h. wenn die Röhren gleiche Flüsse führen oder die zugehörigen Niveaulinien gleiche Spannungsunterschiede aufweisen.

Bild 23. Resultierendes Feldbild einer vierpoligen Gleichstrommaschine mit Wendepolen; $\mu = \infty$.
—— Feldlinien, ---- Niveaulinien.

Die Feldbilder des resultierenden Feldes bei Belastung kann man auch aufzeichnen, ohne die Einzelfelder zu kennen. Hierbei hat man ebenso wie bei Bild 19 vorzugehen, d. h. man hat die Niveaulinien so zu zeichnen, daß sie Punkte gleichen magnetischen Potentials der Begrenzungslinien des Feldbildes miteinander verbinden. Unter der Annahme, daß die Feldmagnetdurchflutung Θ gleich $\frac{4}{3}$ der Ankerdurchflutung τA ist, ist in Bild 21 die Verteilung des magnetischen Potentials an den Begrenzungslinien angeschrieben und das resultierende Feldbild bei Belastung der Maschine ohne Wendepole entworfen. Der Anschaulichkeit wegen sind die Feldlinien ausgezogen und die Niveaulinien gestrichelt gezeichnet. Das Sechseck in der Nähe der Polschuhspitze des rechten Pols ist in Bild 22 in vergrößertem Maßstabe mit sehr feiner Unterteilung der Feld- und Niveaulinien herausgezeichnet. Dort, wo sich die (gestrichelt gezeichneten) Niveaulinien kreuzen, ist das Feld Null.

Auf ähnliche Weise kann man das resultierende Feldbild der Maschine mit Wendepolen zeichnen. Für eine vierpolige Maschine der Siemens-Schuckertwerke ist in Bild 23 ein solches Feldbild dargestellt, wobei wieder die Feldlinien durch ausgezogene, die Niveaulinien durch gestrichelte Linien gekennzeichnet sind. Die Durchflutung der Hauptpole und Wendepole ist entsprechend der räumlichen Verteilung der Wicklungsquerschnitte teilweise auch auf die Jochränder verlegt. Feldmagnetdurchflutung, Wendepoldurchflutung und Ankerdurchflutung verhalten sich wie $\Theta : \Theta_w : \tau A = 4 : 3,17 : 2,84$.

8. Einfluß der Stirnflächen und die Berechnung des Streufaktors.

Bisher wurde vorausgesetzt, daß das magnetische Feld in allen Ebenen senkrecht zur Ankerwelle dasselbe sei. In Strenge ist das für eine Maschine mit endlicher Länge nicht richtig, da die Induktionslinien an den Stirnflächen und in deren Nähe nicht mehr in Ebenen senkrecht zur Ankerwelle verlaufen, sondern sich in Richtung der Welle ausbreiten.

Wir berücksichtigen diesen Einfluß der Stirnflächen bei der Berechnung des in den Ankermantel eintretenden Induktionsflusses, indem wir an Stelle der wirklichen Ankerlänge l in den Gleichungen des Abschnitts 2 eine „ideelle Ankerlänge“ l_i einführen, wobei gewöhnlich $l_i > l$ ist¹⁾. Die ideelle Ankerlänge l_i erhält man, ähnlich wie den ideellen Polbogen b_i , aus Feldbildern, die hier aber für solche Ebenen entworfen werden, die durch die Ankerwelle gelegt sind (Längsschnitt der Maschine). Eigentlich setzt dies voraus, daß der Polbogen unendlich breit ist; da es sich hier aber nur um eine Korrektur handelt, kann der Einfluß der Polschuhenden vernachlässigt werden. In Bild 24 ist ein solches Feld mit achtfacher Unterteilung der Einheitsröhren im Längsschnitt einer Maschine mit Lagerschilden aufgezeichnet, wobei der Anschaulichkeit wegen der Luftspalt übertrieben groß angenommen ist. Bezeichnen wir mit m_i die Gesamtzahl der an der Ankeroberfläche endigenden Einheitsröhren, so ist

$$l_i = m_i \delta \quad (25)$$

(vgl. Gleichung 13b). In Bild 24 ist z. B. $3\frac{7}{8} < \frac{m_i}{2} < 4$, $m_i \sim 7,8$. Bei Vernachlässigung der Ausbreitung der Induktionslinien an den Stirnflächen wäre die Zahl der Einheitsröhren $m = \frac{1}{\delta}$, hier also 6,75.

Die ideelle Ankerlänge ist eine Funktion des Abstandes der Ankeroberfläche von der Polschuhoberfläche, und zwar wächst sie mit diesem Abstand. Da dieser nicht über die ganze Polteilung konstant ist, ist auch die ideelle Ankerlänge für die einzelnen Punkte des Ankerumfangs im allgemeinen verschieden. Kennt man nun die Verteilung der Normalkomponente der Induktion bei unendlich langem

¹⁾ Arnold-Ia Cour, Die Gleichstrommaschine I, 3. Aufl. S. 133.

Anker (Bild 4), so ist der in den Mantel des Ankers von endlicher Länge eintretende Fluß

$$\Phi = \int_0^{\tau} B_n l_i' dx, \quad (26)$$

worin l_i' die mit der Stelle x des Ankerumfangs veränderliche ideelle Ankerlänge ist und $x=0$ die neutrale Zone am Ankerumfang bezeichnet. Schreiben wir in Übereinstimmung mit Gleichung (12)

$$\Phi = l_i b_i B_{n0}, \quad (26a)$$

so ist l_i die mittlere ideelle Ankerlänge, die aus den Gleichungen (26 und 26a) berechnet werden kann. Da nun der Luftspalt gewöhnlich über einen großen Teil des Polbogens konstant ist und B_n an den Stellen, wo er sich erweitert, schnell sinkt, so genügt es im allgemeinen, l_i für die Stelle des Ankerumfangs zu bestimmen, wo

Bild 24. Feldbild bei Leerlauf im Längsschnitt einer Maschine mit Lagerschilden.

der Luftspalt am kleinsten ist und diesen Wert als konstant über den ganzen Ankerumfang anzunehmen. Die Berechnung enthält dann eine gewisse Sicherheit.

Bei der Berücksichtigung des Stirnstreufusses haben wir die Nähe der etwa vorhandenen Lagerschilde oder Schutzkappen zu beachten.

Liegen diese so nahe am Pol, daß die aus den Stirnflächen austretenden Streulinien im wesentlichen von den Lagerschilden aufgenommen werden, was etwa der Fall sein wird, wenn der Abstand der Lagerschilde von den Stirnflächen der Pole kleiner ist als die halbe Polteilung, so können wir den Streufluß der Stirnflächen aus dem Feldbild im Längsschnitt der Maschine (Bild 24) getrennt bestimmen. Ist m_{st} die Zahl der Einheitsröhren und b_k die Breite des Polkerns, so ist nach Gleichung (6) der Stirnstreufuß

$$\Phi_{st} = m_{st} b_k V \quad (27a)$$

(in Bild 24 ist $\frac{m_{st}}{2} \sim \frac{6}{8}$). Für den Streufluß der Polflanken schreiben wir

$$\Phi_{F1} = m_{F1} l V, \quad (27b)$$

worin m_{F1} die Zahl der Einheitsröhren des Streuflusses im Querschnitt der Maschine und l die Länge der Pole in Richtung der Ankerwelle ist. V ist die magnetische Spannung an den Enden der Einheitsröhre [Gleichung (8)].

Der gesamte Streufluß ist dann annähernd

$$\Phi_S = \Phi_{St} + \Phi_{F1}, \quad (27)$$

und zwar etwas zu klein, da wir die Ausbreitung der Induktionslinien an den Rändern des Pols vernachlässigt haben. Wir könnten auch diesen Einfluß aus einem Feldbilde senkrecht zur Polachse (vgl. Bild 25 a bis d) annähernd berücksichtigen, doch soll hierauf nicht weiter eingegangen werden. Der Streufaktor ist annähernd

$$\sigma = \frac{\Phi + \Phi_S}{\Phi} = \frac{m l_i + m_{F1} l + m_{St} b_K}{m l_i}, \quad (28)$$

wenn Φ der in den Ankermantel eintretende Fluß, m die Zahl der Einheitsröhren (im Feldbilde des Querschnitts der Maschine) und l_i die ideelle Länge des Ankers ist.

Bild 25. Feldbilder im Schnitt durch die Polachse bei $\frac{\tau}{b} = 1,2, 1,8, 2,4$ und $3,0$.

Wenn der Abstand der Lagerschilde oder Schutzkappen von den Stirnflächen sehr groß ist (mindestens gleich der halben Polteilung), oder jene ganz fehlen, so können wir annehmen, daß die aus der Stirnfläche des Polschuhs austretenden Induktionslinien zum Anker, die übrigen aber entweder zum Joch oder zum andern Pol übertreten. Den Einfluß der Stirnflächen auf den Streufluß können wir dann durch Einführung einer ideellen Länge l_{iK} des Polkerns berücksichtigen.

Für die von Pol zu Joch verlaufenden Streuröhren werden sich die Stirnflächen im wesentlichen ebenso verhalten wie die Polflanken (vgl. die Bilder 10 und 24); deshalb können wir hier die ideelle Länge

$$l_{iK} = \frac{U_K}{2}. \quad (29)$$

setzen, worin U_K der Umfang des Polkernquerschnitts ist.

Für die Streuröhren, die von Pol zu Pol laufen, können wir l_{iK} annähernd bestimmen, indem wir durch die Mitte des Polkerns einen mit dem Ankerumfang konzentrischen Zylindermantel legen, diesen in der Papierebene abrollen und dann ein ebenes Feldbild entwerfen (vgl. Bild 25 a bis d). Die auf diese Weise bestimmte ideelle Länge l_{iK} weicht gewöhnlich nicht wesentlich von dem halben Querschnittsumfang ab. Um den Fehler abzuschätzen, den man begeht, wenn auch für die von Pol zu Pol laufenden Stirnstreuröhren die ideelle Länge l_{iK} nach Gleichung (29) eingesetzt wird, wurden in Bild 25 a bis d für rechteckige Polquerschnitte

(Seitenverhältnis $\frac{l}{b} = 2$) die ebenen Feldbilder senkrecht zu den parallel angenommenen Polachsen aufgezeichnet und daraus die ideelle Länge l_{iK} berechnet. Vergleichen wir hiermit den halben Umfang $\frac{U_K}{2} = b + l$ des Polquerschnitts, so ist der relative Fehler

$$f = \frac{U_K - 2 l_{iK}}{2 l_{iK}}. \quad (30)$$

Dieser ist in Bild 26 für die Seitenverhältnisse $\frac{l}{b} = 2$ und 1 des Polquerschnitts als Funktion von $\frac{\tau}{b}$ aufgetragen. τ ist bei Maschinen ohne Wendepole der Abstand der Mittelebenen benachbarter Pole, bei Maschinen mit Wendepolen der um die Breite des Wendepols verringerte Abstand. Für $\frac{\tau}{b} = 2$ ist der Fehler praktisch Null.

Bild 26. f nach Gleichung (30) als Funktion von $\frac{\tau}{b}$ bei rechteckigen Polkernquerschnitten.

— $l = 2b$, - - - $l = b$.

Setzen wir sowohl für die von Pol zu Joch als auch für die von Pol zu Pol laufenden Streuröhren die ideelle Länge l_{iK} nach Gleichung (29) ein, so ist der gesamte Streufluß

$$\Phi_s = (m_K l_{iK} + m_P l) V, \quad (31)$$

worin m_K die Zahl der aus dem Kern, m_P die Zahl der aus dem Polschuh im Feldbild des Querschnitts der Maschine austretenden Einheitsröhren und l die Länge des Polschuhs in Richtung der Ankerwelle ist. Der Streukoeffizient wird in diesem Falle

$$\sigma = \frac{m l_i + m_K l_{iK} + m_P l}{m l_i}. \quad (32)$$

Bei Maschinen mit Wendepolen ist die magnetische Spannung zwischen der Polschuhoberfläche des Wendepols und der dieser gegenüber liegenden Ankerfläche sehr klein im Verhältnis zu der magnetischen Spannung zwischen Wendepol und Hauptpol. Der aus der Stirnfläche der Wendepolschuhe austretende Induktionsfluß ist deshalb im wesentlichen ein Streufluß, so daß wir hier nicht nur für den Polkern, sondern auch für den Polschuh eine ideelle Wendepollänge (in Richtung der Ankerwelle) einführen müssen, die wir für beide gleich groß annehmen und mit l_{iW} bezeichnen. Für den Streufluß der Wendepole schreiben wir dann

$$\Phi_{sW} = m_W l_{iW} V_W \quad (33)$$

und für den Streufaktor

$$\nu = \frac{m l_i + m_w l_{iw}}{m l_i} \quad (34)$$

Darin ist m die Zahl der in den Anker, m_w die Zahl der in die Hauptpole und Joche eintretenden Einheitsröhren des Wendepoles, V_w die magnetische Spannung der Einheitsröhre [Gleichung (33)] und l_i die ideelle Ankerlänge. l_{iw} können wir aus einem Feldbild senkrecht zur Wendepolachse bestimmen. Wenn die Länge des Wendepols (in Richtung der Ankerwelle) etwa gleich der Ankerlänge ist, können wir l_{iw} gleich dem halben Querschnittsumfang des Wendepols setzen:

$$l_{iw} = \frac{U_w}{2} \quad (35)$$

Für die einzelnen hier behandelten Fälle sind in der Tafel die Größen der Gleichungen (32) und (34) und der ideelle Polbogen b_i zusammengestellt. Die Ankerlänge einschließlich Lüftungskanäle ist 44,5, die Längen des Polschuhs der Hauptpole und der Wendepole (die keine besonderen Polschuhe haben) sind 43,5 und der Umfang des Querschnitts der Hauptpolkerne (der oval angenommen ist) beträgt 110,8 cm. Bild 10, 11, 18 und 19 setzen einen glatten Anker mit $\delta_0 = 1$ cm voraus. Bild 13 berücksichtigt die Nutung des Ankers und die magnetische Spannung längs der Zähne und der Pole, wodurch wohl der Ankerfluß, der Streufluß aber nicht wesentlich beeinflusst wird. Zum Vergleich sind auch die Streufaktoren

$$\nu' = \frac{m + m_K + m_P}{m} \quad \text{und} \quad \nu' = \frac{m + m_w}{m} \quad (36)$$

eingeschrieben, die sich bei Vernachlässigung des Einflusses der Stirnflächen ($l_i = l_{iK} = l_{iw} = 1$) ergeben. Um die in der Tafel angegebenen Größen zu bestimmen, braucht das Feldbild nicht mit besonderer Sorgfalt entworfen zu werden. Feld- und Niveaulinien können zwischen den Polen aus freier Hand nach Augenmaß gezeichnet werden.

Übersichtstafel.

Bild	9	10	13	18	19
m	29,90	29,90	22,88	7,65	8,40
l_i	41,0	41,0	41,0	41,0	41,0
m_K	4,12	2,12	2,12	—	—
l_{iK}	55,4	55,4	55,4	—	—
m_P	0,98	1,22	1,20	—	—
l	43,5	43,5	43,5	—	—
m_w	—	—	—	2,85	16,60
l	—	—	—	48,5	48,5
ν	1,220	1,140	1,180	1,440	3,34
ν'	1,170	1,112	1,145	1,373	2,98
b_i	29,9	29,9	30,9	7,65	8,40