und nun wieder $x'' = t$,

so bekommt man $f(t) = c \log t + E_0$

Nimmt man gebräuchliche Logarithmen, und setzt

$$\frac{c}{\log x} = D_0$$

so erhält man das für die beschriebenen Objective gültige Durchmessergesetz:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
$D_0 \log x =$	+ 37	+ 29	+ 20	+ 11	+ 33	+ 25	+ 5
$E_0 =$	— 80	+ 261	— 59	+ 345	— 60	— 20	+ 74

Mit diesen Werthen erhält man aus der Formel (2) für die vorangeschriebenen Expositionszeiten die folgenden Durchmesser. Jede Zahl an einer Stelle der folgenden Tabelle sollte also gleich der an der entsprechenden Stelle stehenden Zahl der oben gegebenen Tabelle der beobachteten Durchmesser sein:

t	I	II	III	IV	V	VI	VII
2^5	—	290	—	—	—	—	79
4	—	319	—	—	—	—	84
8	31	348	—	—	—	55	89
16	—	377	—	389	72	—	94
32	105	406	41	400	105	105	99
64	142	435	61	411	138	130	104
90	—	—	—	—	—	—	106
128	—	464	81	422	171	—	109
180	197	—	—	—	—	167	111
256	—	493	101	433	204	—	114
360	—	—	—	—	—	—	116
512	—	522	121	444	237	—	119
720	—	—	—	—	—	—	121
1024	—	551	—	—	—	—	—

$$(2) \quad D = D_0 \log t + E_0.$$

Im Folgenden berechne ich nun mit dieser Formel, um ihre Uebereinstimmung mit der Beobachtung zu zeigen, für die Zeiten der oben gegebenen Tabelle die zugehörigen Durchmesser. Hierzu werden aus den beobachteten Durchmessern der Tabelle zuerst die Constanten D_0 und E_0 für die einzelnen Verticalreihen gebildet, wobei $x = 2$ zu setzen ist.

Die Abweichungen der entsprechenden Zahlen liegen unter der Grenze der Einstellungsfehler. Es stellt also die benutzte Function in der That die Durchmesser genügend gut dar; wenigstens für meine zwei Objective. Wie sie für andere Objective wird, hoffe ich nächstens untersuchen zu können.

$$\text{Bilden wir} \quad f'(t) = 0$$

so erhalten wir aus unserer Formel die Gleichung

$$c \frac{1}{t} = 0;$$

das Maximum tritt also ein für unendlich lange Belichtung. Ferner ist:

$$dD = c \frac{1}{t} dt$$

oder mit Worten: bei längerer Belichtung nimmt der Durchmesser immer langsamer zu. Dies scheint für die Vorstellung ganz plausibel und stimmt mit der Beobachtung überein.

Heidelberg 1890 September.

M. Wolf.

Zur Theorie des Doppelbild-Mikrometers.

Von V. Wellmann.

Bei den mit dem neuen Doppelbild-Mikrometer an hiesiger Sternwarte angestellten Beobachtungen von Doppelsternen stellten sich alsbald systematische Unterschiede zwischen den in verschiedenen Quadranten gemessenen Distanzen heraus, so zwar, dass die aus zwei gegenüberliegenden Quadranten abgeleiteten Resultate mit einander übereinstimmten, diejenigen aus neben einander liegenden jedoch nicht unerheblich unter einander differirten. Die Ursache dieser Erscheinung wurde von Herrn Dr. Knorre darin gefunden, dass der unvermeidliche Fehler der Coincidenz-Bestimmung in die Distanzmessungen eingeht, zugleich wurde aber auch nachgewiesen, dass der begangene Fehler sich im Mittel aus zwei in neben einander liegenden Quadranten gemachten Beobachtungen aufhebe (vgl. A. N. 3003).

Es fragt sich nun, ob und welche Fehler durch die optischen Eigenschaften des doppelbrechenden (Rochon'schen

oder Wollaston'schen) Prismas erzeugt werden können. In den folgenden Zeilen will ich diese Frage in aller Kürze nur soweit erörtern, als ich die bei Herstellung des Prismas bezüglich der Lage der optischen Hauptaxe und Schliff-Ebenen begangenen Fehler vernachlässige; dieses Verfahren findet seine Rechtfertigung darin, dass die aus den erwähnten Schliff-Fehlern entstehenden Fehler der Beobachtung von der Ordnung des Products dieser Schliff-Fehler und den in Nachfolgendem dargestellten Correctionsgliedern sind und mithin, da die letzteren an der Grenze der Mercklichkeit stehen, ausser Acht gelassen werden können. Für eine ausführliche, alle Details möglichst berücksichtigende Theorie des Instruments wird das Vorliegen eines grösseren, als bisher zur Verfügung stehenden, Beobachtungs-Materials abgewartet werden müssen.

Das Rochon'sche Prisma ist aus 2 Prismen aus

Bergkrystall, ABC und DCB , (Fig. 1) von gleichem brechenden Winkel α zusammengesetzt; die optische Hauptaxe steht in dem Prisma ABC senkrecht zur vorderen — in unserem Falle dem Objectiv zugewandten — Fläche AB , im Prisma DCB liegt sie parallel der Fläche CD und BD . Wir nehmen an, dass diese Bedingungen genau erfüllt seien, und dass ferner die Flächen AB und CD einander genau parallel geschliffen seien.

Fig. 1.

Der in $\mathcal{F}^*$) einfallende Strahl wird nun in den ordinären und extraordinären zerlegt, welche indess beide bis K denselben Weg, aber mit verschiedener Geschwindigkeit, einschlagen; von K aus geht der ordinäre Strahl ungebrochen nach $\mathcal{F}'$, wo er, seiner Einfallsrichtung parallel, austritt. Für den extraordinären Strahl wird jedoch in dem zweiten Prisma der Brechungs-Coefficient ein anderer, nämlich $n = \frac{v}{v'}$, wo $v = 1.5471$ derjenige des ordinären, $v' = 1.5563$ der des extraordinären Strahles ist. Man erhält demnach die Ablenkung δ dieses Strahles, analog wie bei einem Glasprisma, durch die Formeln:

$$\begin{aligned}\delta &= i + i' - \alpha \\ \sin i' &= v' \sin(\alpha - \gamma) \\ \sin \gamma &= n \sin i.\end{aligned}$$

In unserem Falle ist $i = \alpha (= 45^\circ)$, also $\delta = 0^\circ 31' 31''$, oder allgemein $\delta = b i$, wo b sowohl mit i als mit α variiert.

Der scheinbare Abstand des ordentlichen und ausserordentlichen Bildes — die Maximal-Elongation — ist nun

$$\mu = \frac{\delta}{v}$$

wo v die angewandte Vergrößerung des Fernrohres bedeutet; mithin ändert sich μ mit i , und man hat:

$$d\mu = \frac{\beta}{v} di \quad (1)$$

$$\text{wo} \quad \beta = 1 - n v' \frac{\cos i \cos(\alpha - \gamma)}{\cos i' \cos \gamma}.$$

Hierbei ist jedoch vorausgesetzt, dass der unter dem Winkel $i + di$ einfallende Strahl aus der Einfallsebene des vorher betrachteten Strahles nicht heraustritt; findet diese Bedingung nicht statt, so treten zu β einige kleinere Glieder hinzu, welche wir hier aber vernachlässigen können, da sie unmerklich bleiben.

*) Die Bezeichnungen $\mathcal{F}$ und $\mathcal{F}'$ fehlen in der Figur. Kr.

Fig. 2.

Bezeichnet nun O (Fig. 2) denjenigen Punkt des Himmels, auf welchen die Axe des Objectivs gerichtet ist, o und L dasselbe für die Axe, um welche das Ocular gedreht wird, und für das Loth auf die Prismenfläche BC , so ist:

$$\cos i = \cos n \cos p + \sin n \sin p \cos(\psi - \psi_0).$$

Betrachtet man hier das constante Glied, $\cos n \cos p$, als den »Normalwerth« von $\cos i_0$, so kann man schreiben:

$$d \cos i = \sin n \sin p \cos(\psi - \psi_0)$$

$$di = - \frac{\sin n \sin p}{\sin i} \cos(\psi - \psi_0).$$

Mithin wird nach Gleichung 1)

$$d\mu = - \frac{\beta}{v} \frac{\sin n \sin p}{\sin i} \cos(\psi - \psi_0)$$

oder, mit Vernachlässigung höherer Glieder:

$$d\mu = - \frac{\beta}{v} \sin n \cos(\psi - \psi_0) \quad (2)$$

Die Polargleichung der Curve, welche das extraordinäre Bild um das ordinäre beschreibt, hat demnach die Form

$$r = a - C \cos \psi$$

d. h. sie ist die Fusspunktcurve eines Kreises, dessen Radius

$a = \frac{b}{v} \arccos[\cos n \cos p]$ ist, während der Abstand des Pols vom Mittelpunkt $C = \frac{\beta}{v} \sin n$ ist.

Indem man bei verschiedenen Drehungs-Phasen des Prismas, d. h. für verschiedene Werthe von $\psi - \psi_0$ Polstern-Durchgänge beobachtet, erhält man verschiedene Werthe für μ und daraus die Constanten a , C , ψ_0 .

Statt der genäherten Formel für eine gemessene Doppelstern-Distanz $\Delta = \mu \sin \varphi$ ist demnach zu setzen:

$$\Delta = \mu_0 \sin \varphi - C \cos(\psi - \psi_0) \sin \varphi$$

wobei noch bemerkt werden mag, dass man $\psi_0 \mp \varphi$ für $\psi - \psi_0$ schreiben kann, je nachdem φ zwischen dem Winkel φ_0 der Coincidenz und ψ_0 liegt, oder ausserhalb des Intervalls $\psi_0 - \varphi_0$.

Diese Formel zeigt, dass Messungen in gegenüberliegenden Quadranten denselben Werth für Δ ergeben müssen, und dass die Differenz zweier in neben einander liegenden Quadranten angestellten Beobachtungen:

$$\Delta_{II} - \Delta_I = 2C \sin \psi_0 \sin^2 \varphi$$

ist.

Da μ sich mit dem Einfallswinkel ändert, werden ferner das ordentliche und ausserordentliche Fadenbild einander nicht parallel erscheinen, sondern mit einander einen mit φ variirenden Winkel, ω , bilden.

Fig. 3.

Seien C und B (Fig. 3) die beiden Componenten eines auf den Faden MN eingestellten Doppelsternpaares, $C'B'$ sowie $M'N'$ die entsprechenden extraordinären Bilder, so ist:

$$B'P = d\mu \sin \varphi; \quad C'P = \Delta + d\mu \cos \varphi$$

also
$$\operatorname{tg} \omega = \frac{d\mu \sin \varphi}{\Delta + d\mu \cos \varphi}.$$

Nun ist in diesem Falle der Winkel, um welchen der von B aus auf das Prisma fallende Strahl von dem entsprechenden, von C ausgehenden, abweicht, $d\bar{\epsilon} = v\Delta$. Mithin:

$$d\mu = \beta \Delta \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \omega = \frac{\beta \sin \varphi}{1 + \beta \cos \varphi}.$$

Durch diesen Nicht-Parallelismus kann nun unter Umständen ein neuer Fehler entstehen.

Wie man weiss, erhält man nämlich den Abstand Δ durch den Ausdruck $\mu \sin \varphi$, wenn das Prisma um einen solchen Winkel φ gedreht ist, dass drei Sternbilder einen rechten Winkel bilden. Wenn man nun bei dieser Winkelseinstellung das ausserordentliche Fadenbild zur Richtschnur nimmt, wird man den Winkel φ um ω zu gross resp. zu klein einstellen. Der dadurch entstehende Fehler ist, unter Vernachlässigung von ω^2 und β^2 :

$$f = \pm \frac{1}{2} \beta \mu \sin 2\varphi$$

wo das $+$ Zeichen für den I. und IV., das $-$ Zeichen für den II. und III. Quadranten gilt. — Man hat also schliessliche Formel zur Bestimmung der Distanz:

$$\Delta = \mu_0 \sin \varphi - \frac{\beta \sin \pi}{v} \cos(\varphi_0 \mp \varphi) \sin \varphi \mp \frac{1}{2} \beta \mu \sin 2\varphi \quad (3)$$

wo das letzte Glied aber nur dann anzubringen ist, wenn zur Einstellung das ausserordentliche Fadenbild benutzt wurde.

Das Wollaston'sche Prisma unterscheidet sich von dem Rochon'schen dadurch, dass in dem vorderen Prisma ABC die optische Hauptaxe parallel der Fläche AB und senkrecht zur Prismenkante B steht.

Bis K (Fig. 1) geht der Strahl im Wollaston'schen Prisma ebenso wie im Rochon'schen; von dort aus verfolgt der extraordinäre Strahl gleichfalls denselben Weg, KL . Dagegen wird der ordinäre Strahl nach L' abgelenkt. Diese Ablenkung von der Normalen $K\mathcal{F}'$ findet man analog dem früheren durch die Gleichungen

$$\bar{\delta} = i + \bar{i}' - \alpha$$

$$\sin \bar{i}' = v \sin(\bar{\gamma} - \alpha)$$

$$\sin \bar{\gamma} = \bar{n} \sin i$$

wo $\bar{n} = \frac{1}{n} = 1.0059$ ist. Man erhält demnach, für $\alpha = 45^\circ$, $\bar{\delta} = 26' 0''$ und den Winkel zwischen den beiden austretenden Strahlen:

$$\delta_1 = \delta + \bar{\delta} = 57' 31''.$$

Bei der Drehung des Prismas beschreiben hier beide Bilder um einen, nahe in ihrer Mitte liegenden Punkt Kreise mit den Radien:

$$\mu \frac{\delta}{v} \quad \text{und} \quad \bar{\mu} = \frac{\bar{\delta}}{v}.$$

Setzen wir $\mu_1 = \mu + \bar{\mu}$, so können wir wieder schreiben

$$d\mu_1 = \frac{\beta}{v} di$$

und die im Vorstehenden entwickelten Formeln gelten auch für das Wollaston'sche Prisma. Hier ist

$$\beta = n v' \frac{\cos i \cos(\alpha - \gamma)}{\cos i \cos \gamma} - \bar{n} v \frac{\cos \bar{i} \cos(\bar{\gamma} - \alpha)}{\cos \bar{i}' \cos \bar{\gamma}} = 0.009$$

(für $\alpha = 45^\circ$).

Damit wird für $\varphi = 90^\circ$, $\omega = 31' 2''$; in der That hat Herr Dr. Brendel durch Bestimmungen des Parallels mittelst des ordentlichen und ausserordentlichen Fadenbildes $\omega = 31'$ gefunden.

Bei der angewandten Vergrösserung $v = 344$ ergibt sich ferner $\mu = 9' 97''$; die Beobachtung ergab $\mu = 10' 11''$. Die geringe Differenz stammt wohl daher, dass α nicht genau 45° ist. Betreffs der Grösse der an $\Delta = \mu \sin \varphi$ anzubringenden beiden Correctionsglieder ersehen wir Folgendes. Das Glied $\frac{\beta}{v} \sin \pi \cos(\varphi_0 \mp \varphi) \sin \varphi$ wird bei

guter Centrirung des Fernrohrs nicht merklich werden können; am Berliner Refractor ist der Maximal-Werth, den π überhaupt erreichen könnte, nämlich bei einer Neigung der Ocularaxe gegen die Objectivaxe, bei welcher überhaupt noch die äussersten der das Objectiv passirenden Strahlen das Ocular treffen, $1^\circ 40'$ — ein Werth, den π in Wirklichkeit auch nicht annähernd haben wird — und hierfür wird $\frac{\beta}{v} \sin \pi = 0' 15''$. Ebenso verschwindet das Glied

$\frac{1}{2} \beta \mu \sin 2\varphi$, das im Maximum $0' 05''$ betragen kann, und sich überdies im Mittel aus den 4 Quadranten aufhebt; wie oben bemerkt, wird es auch ganz vermieden, wenn man darauf achtet, sich stets nur nach den ordentlichen Fadenbildern zu richten. Uebrigens ist aus der Relation $d\mu = \beta \Delta$ zu ersehen, dass man stets an derselben Stelle des Gesichtsfeldes zu messen hat, was, da man die Sterne doch auf den Kreuzungspunkt der Fäden einstellt, durchaus keine Schwierigkeit macht. Beobachtet man an einer vom Mittelpunkt des Gesichtsfeldes um D entfernten Stelle, so wird der daraus resultirende Fehler $d\Delta = \beta D \sin \varphi$. An unserem Apparat ist zu beiden Seiten des Mittelfadens noch je ein

Faden im Abstand von 15" aufgezogen; selbst wenn man bei der Einstellung des Doppelsterns einen dieser Fäden statt des Mittelfadens benützte, würde daher $d\Delta < 0.15 \sin \varphi$ sein. — In Obigem wurde $d\lambda = \sin \alpha \cos(\psi - \psi_0)$ gesetzt; genau genommen ist dies insofern zu modificiren, als ein von $S\gamma$ (Fig. 1) abweichender Strahl bereits an der Fläche AB dem Lothe $S\gamma$ zu gebrochen wird, und also die für $d\lambda$ angenommenen numerischen Werthe, und damit auch die beiden Correctionsglieder durch 1.55 zu dividiren sind. Man ersieht hieraus um so mehr, dass diese aus dem optischen

Verhalten des Wollaston'schen Prismas entspringenden Correctionsglieder nur ein theoretisches Interesse beanspruchen können.

Es sei zum Schlusse noch erwähnt, dass bei schiefer Incidenz des Lichtstrahls auf AB eigentlich 4 Bilder eines Punktes entstehen, von denen aber in Folge der zu einander nahezu senkrechten Stellung der optischen Hauptaxen in den beiden Prismen 2 nach dem bekannten Cosinus-quadrat-Gesetz ausgelöscht werden.

Berlin 1890 Sept. 13.

V. Wellmann.

Observations de la Comete 1889 IV

faites à l'Equatorial de 14 pouces de l'Observatoire de Bordeaux.

1889	T. m. Bord.	Δ AR.	Δ DP.	Cp.	Obs.	AR. app.	$\log p \Delta$	DP. app.	$\log p \Delta$	Red. ad l. app.	*
Août	3	9 ^h 0 ^m 28.3	— 1 ^m 16.87	+ 0' 38.9	10 GR	14 ^h 33 ^m 58.54	9.505	92° 23' 2.2	0.807 _n	+ 0.85 — 1.32	1
	12	9 9 47.6	— 2 46.68	+ 7 52.7	10 GR	15 20 2.62	9.512	77 51 58.7	0.719 _n	+ 0.91 — 7.54	2
	13	8 54 5.3	+ 0 25.00	+ 10 27.0	10 C	15 24 20.48	9.487	76 45 22.0	0.704 _n	+ 0.89 — 7.95	3
	16	10 14 33.9	— 0 24.62	+ 4 49.9	10 C	15 35 28.79	9.602	73 41 40.3	0.721 _n	+ 0.89 — 9.20	4
	26	10 41 25.9	+ 2 51.74	+ 2 32.7	10 GR	16 4 38.66	9.645	66 51 39.4	0.706 _n	+ 0.81 — 11.87	5
	27	8 49 18.1	+ 1 11.26	— 2 55.1	10 C	16 6 56.50	9.526	66 24 14.6	0.604 _n	+ 0.81 — 12.08	6
	28	8 59 37.4	— 4 38.02	— 0 5.8	10 GR	16 9 23.52	9.545	65 55 20.6	0.597 _n	+ 0.83 — 12.44	7
	29	9 22 7.4	+ 2 6.03	— 6 14.3	10 C	16 11 47.53	9.584	65 28 12.0	0.624 _n	+ 0.79 — 12.40	8
	31	8 39 7.0	— 3 12.58	+ 8 9.8	10 GR	16 16 23.09	9.525	64 39 13.8	0.575 _n	+ 0.79 — 12.96	9
	Sept. 2	9 6 51.9	— 2 27.03	+ 7 32.8	10 GR	16 20 54.41	9.572	63 53 30.8	0.599 _n	+ 0.77 — 13.24	10
	4	8 39 57.4	— 1 49.58	— 6 45.5	10 GR	16 25 11.72	9.544	63 12 2.6	0.564 _n	+ 0.74 — 13.43	11
	5	8 50 53.6	— 4 33.50	— 8 31.7	10 GR	16 27 20.44	9.567	62 52 48.8	0.574 _n	+ 0.75 — 13.64	12
	6	8 33 24.2	— 3 55.59	— 9 13.7	10 C	16 29 23.99	9.542	62 34 29.3	0.552 _n	+ 0.73 — 13.74	13
	11	8 49 29.4	— 2 58.44	— 7 44.8	10 C	16 39 35.10	9.588	61 12 40.2	0.560 _n	+ 0.67 — 14.25	14
	13	8 0 52.4	— 2 39.91	— 7 57.6	10 C	16 43 28.11	9.516	60 48 42.0	0.502 _n	+ 0.64 — 14.40	15
	14	9 43 25.0	— 1 18.14	+ 16 44.9	10 C	16 46 48.43	9.645	60 30 47.0	0.633 _n	+ 0.62 — 14.59	16
	15	8 17 34.7	+ 0 31.17	+ 4 22.9	10 C	16 48 37.72	9.551	60 18 25.0	0.518 _n	+ 0.60 — 14.55	17
	Oct. 2	8 44 11.4	— 0 49.62	— 6 0.6	10 C	17 19 42.47	9.648	57 30 37.8	0.573 _n	+ 0.37 — 15.38	18
	23	9 19 55.3	— 3 0.32	— 3 42.6	10 C	18 0 13.18	9.705	55 7 20.9	0.666 _n	+ 0.13 — 15.82	19
	27	10 10 15.5	+ 1 44.54	— 8 34.0	10 C	18 8 15.03	9.709	54 42 12.7	0.757 _n	+ 0.06 — 15.48	20

Les initiales désignent: GR = M. G. Rayet, C = M. Courty.

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1889.0.

*	AR. 1889.0	DP. 1889.0	Autorité	*	AR. 1889.0	DP. 1889.0	Autorité
1	14 ^h 35 ^m 14.56	92° 22' 24.6	W ₁ 14 ^h 6.11	11	16 ^h 27 ^m 0.56	63° 19' 1.5	W ₂ 16 ^h 7.63-64-65
2	15 22 48.39	77 45 13.5	W ₁ 15.392	12	16 31 53.19	63 1 34.1	W ₂ 16.940
3	15 23 54.59	76 35 3.0	W ₁ 15.415	13	16 33 18.85	62 43 56.7	W ₂ 16.991
4	15 35 52.52	73 36 59.9	W ₂ 15.823-26	14	16 42 32.87	61 20 39.2	W ₂ 16.1296
5	16 1 46.11	66 49 18.6	W ₂ 15.1548	15	16 46 16.38	60 56 54.0	W ₂ 16.1395-96
6	16 5 44.43	66 27 21.7	DM. + 23° 29.08. Rapp. à W ₂ 16 ^h 15.5	16	16 48 5.95	60 14 16.7	W ₂ 16.1421
7	16 14 0.71	65 55 38.9	W ₂ 16 ^h 37.7	17	16 48 5.95	60 14 16.7	W ₂ 16.1421
8	16 9 40.71	65 34 38.7	BB.VI + 24° 29.83	18	17 20 31.72	57 36 53.8	W ₂ 17.553
9	16 19 34.88	64 31 17.0	BB.VI + 25.3076	19	18 3 13.37	55 11 19.3	W ₂ 18.34-35
10	16 23 20.67	63 46 11.2	W ₂ 16 ^h 63.2	20	18 6 30.43	54 51 2.1	W ₂ 18.151-52

Bordeaux 1890 Oct. 21.

G. Rayet.