Über die mechanische Kraftwirkung an der Conductor- oberfläche.

Von **Gottlieb. Adler** in Wien.

Bezeichnet für irgend ein Oberflächenelement eines Conductors R die Größe der daselbst herrschenden elektromotorischen Kraft, K die Dielektricitätsconstante in der ihm angrenzenden Stelle des isolierenden Mediums, dann ist die Spannung, die das bezügliche Oberflächenelement normal nach auswärts angreift, bezogen auf die Flächeneinheit

$$p = \frac{K}{8\pi} R^2. \quad (1)$$

Die Flächendichte der elektrischen Ladung ist mit eben diesen Größen verknüpft durch die Gleichung

$$\sigma = \frac{K}{4\pi} R. \quad (2)$$

Der von **Maxwell***) zuerst gegebene Beweis von Formel (1) beruht auf einer Grenzbetrachtung. Die Oberflächenladung des Conductors wird als der Grenzfall einer mit Raumdichte belegten Schichte von endlicher Dicke behandelt, die mechanische Kraftwirkung p auf diese, innerhalb welcher die elektromotorische Kraft nach der Dickendimension vom Werte Null zu R anwächst, berechnet, für die Raumdichte der sie nach der bekannten Differentialgleichung mit R verknüpfende Wert eingesetzt, und dann der Grenzübergang zu einer unendlichen dünnen Schichte durchgeführt.

Es soll nun hier ein anderer, directerer, Beweis von Formel (1) versucht werden; er gründet sich auf den bekannten Ausdruck für die elektrische Energie

$$W = \iiint \frac{K}{8\pi} R^2 d\tau, \quad (I)$$

wo die Integration über alle Raumpunkte sich erstreckt, in denen die elektromotorische Kraft R einen von Null verschiedenen Wert besitzt, also über den ganzen unendlichen Raum mit Ausschluss der Conductoren.

*) **S. Maxwell**, Lehrbuch der Elektrizität und Magnet. Bd. I, S. 91—94; den gleichen Beweis in etwas veränderter Form gibt **Mascart und Joubert**, Lehrbuch der Elektrizität und Magnetismus, S. 29.

Die mechanische Kraft, welche die einzelnen Oberflächenelemente des Conductors angreift, ist jedenfalls ebenso normal zu diesen selbst gerichtet, wie es die elektromotorische Kraft R ist. Es soll nun eine virtuelle Verschiebung der Elemente der Conductorenoberfläche vorgenommen werden, bei welchen diese, dem Zuge der ebenerwähnten Kräfte thatsächlich folgend, sich normal nach auswärts zur unendlich benachbarten Niveaulfläche dehnen. Es werden dann die nämlichen Kraftlinien in derselben Anzahl und der gleichen Anordnung sie auch in ihrer neuen Configuration durchsetzen, und somit wird R für den ganzen Raum außerhalb der Conductorfläche dieselbe Wertvertheilung beibehalten haben.

Die einzige Änderung, die für die gedachte Verschiebung der Energiewert (I) W erfährt, ist also lediglich die, dass der Bereich, über den die Integration zu erstrecken ist, ein anderer geworden ist. Es sind nämlich bei der gedachten Verschiebung der Oberflächenelemente dw um die Strecke δn nach Richtung der zugehörigen Normale, die Raumelemente $\Sigma dw \delta n$ aus dem außerhalb des Conductors gelegenen Raume in den von ihm umschlossenen, für den $R = 0$ ist, gelangt, hierdurch nimmt die Energie um jenen Betrag ab, den diese Elemente zu W beigesteuert haben; somit ist

$$\delta W = - \iint \frac{K}{8\pi} R^2 dw \delta n,$$

wo die Integration über die Oberfläche des Conductors auszu dehnen ist.

In Gemäßheit der Definition der Energie stellt δW den bei der gedachten Verschiebung gegen die elektrischen Kräfte zu leistenden Arbeitsbetrag dar.

Andererseits ist durch die zur Verschiebung in Anwendung gebrachte mechanische Zugkraft, wenn p deren auf die Flächeneinheit bezogenen Betrag bezeichnet, die Arbeit geleistet worden

$$\iint p dw \delta n.$$

Nach dem Princip der Erhaltung der Energie muss die Summe beider Arbeiten gleich Null sein, und somit ergibt sich die die Conductoroberfläche normal nach auswärts angreifende Spannung, auf die Flächeneinheit bezogen

$$p = \frac{K}{8\pi} R^2. \quad (1)$$