Kontraständerungen flächenhafter Himmelsobjekte infolge der Lichtzerstreuung in der Erdatmosphäre. Von *F. W. P. Götz*.

Die Erhellung der Atmosphäre in der Nachbarschaft von Gestirnen wurde von Herrn *Rosenberg* zur Erklärung der fokalen photographischen Sternscheibchen herangezogen¹⁾ 2). Meine »Photographische Photometrie der Mondoberfläche«³⁾ ließ mich darauf hinweisen, wie bei ausgedehnten Objekten vor allem auch ihre Oberfläche selbst überstrahlt wird. Als Kriterium für die wechselnde lichtzerstreuende Kraft der Atmosphäre diene mir eben der Helligkeitsabfall von der Scheibe zum unmittelbar benachbarten Himmel, wie es dann auch Herr *Dorno*, gestützt auf sein großzügiges Beobachtungsmaterial⁴⁾, empfohlen hat⁵⁾, da so die geringsten Schwankungen des Reinheitsgrades der Atmosphäre scharf zum Ausdruck kommen. Es ist nicht zu übersehen, daß die Lichtzerstreuung in allernächster Nähe, wie sie im folgenden maßgebend ist, der Extinktionsgröße nicht streng proportional gehen wird, da der auf unmittelbare Nachbarschaft entfallende Anteil des gesamten extinguierten Lichts je nach Schichtung der Atmosphäre u. s. w. ein anderer sein wird. *Abbot*, *Fowle* und *Aldrich*⁶⁾ bringen wechselnde Helligkeitsverteilung über die Sonnenscheibe in Beziehung zur Solarkonstante: Die Kontrastschwankungen (zwischen Mitte und Rand $r = 0.95$ der Scheibe vom Halbmesser 1) von Jahr zu Jahr, bei denen Zunahme des Kontrastes und der Solarkonstante parallel gehen sollen, überschreiten kaum 0.01 Größenklassen; bei der Zusammenstellung von Beobachtungen aus Washington (1907) und dem 1700 m hohen Mt. Wilson (ab 1913) dürfte dieses Ergebnis doch recht unsicher sein. Die Änderungen von Tag zu Tag, bei denen dann mit höherer Solarkonstante geringere Kontraste parallel gehen (1913–1914, also noch in die Katmaistörung fallend), können sich über ein Intervall bis zu 0.04 erstrecken. Kürzeren Wellenlängen entsprechen größere Änderungen. Da *Abbot*, *Fowle* und *Aldrich* die Kontraste als unabhängig von atmosphärischen Einflüssen erachten, führen die Schwankungen sie zu weitgehenden Schlüssen über die Konstitution der Sonne (Strahlungsänderungen der Sonne reell solar und weniger die Folge der Durchbrechung einzelner Stellen der Sonnenumhüllung als einer die ganze Sonnenkugel betreffenden Änderung). Vielleicht könnte die wechselnde Lichtzerstreuung zu einer zwangloseren Erklärung dieser Kontrastschwankungen beitragen. Auch hinsichtlich sonstiger Fragen scheint es bei der gesteigerten Meßgenauigkeit neuerer photometrischer Methoden erwünscht, die Größenordnung des Effekts einmal zu überschlagen.

Nicht eingegangen sei auf die von der atmosphärischen

Zerstreuung bewirkten absoluten Helligkeitsänderungen (jedes Flächenelement dF der kosmischen Lichtquelle F verliert und empfängt ja Licht), sondern nur auf die Kontraständerung (in Größenklassen Δm) relativ zu einer bestimmten Stelle der Scheibe. Die Bezeichnung Helligkeitsabfall beziehe sich stets auf die Überstrahlung einer extraterrestrisch völlig dunklen Stelle und nie etwa auf die Helligkeitsverhältnisse ψ auf der leuchtenden Scheibe selbst. Welcher Zusammenhang besteht nun zwischen Kontraständerung und Helligkeitsabfall?

»Bei flächenhaften Objekten haben wir es offenbar in der Kurve des Helligkeitsabfalles mit einer Art von Integralkurve zu tun, die durch Überlagerung einer ganzen Anzahl primärer Kurven entstanden gedacht werden muß, deren Ausgangspunkte das ganze Gebiet der leuchtenden Fläche erfüllen«²⁾. Ausgangspunkt einer primären Kurve ist das Flächenelement dF mit extraterrestrischer Leuchtkraft proportional der Funktion ψ ; die primäre Kurve sei $\psi f(\varrho)$, dann ist die in P im Abstand ϱ von dF induzierte Helligkeit

$$dh = \psi f(\varrho) \cdot dF \quad (1)$$

und die Gesamthelligkeit in P

$$h = \iint_F \psi f(\varrho) \cdot dF. \quad (2)$$

$f(\varrho)$ selbst wäre streng nun etwa aus der Bedingung abzuleiten, daß der Verlauf von h außerhalb der Scheibe die Messungen des Helligkeitsabfalls darstellt. Für vorliegenden Überslag dürfte es genügen, eine einfache Interpolationsformel zugrunde zu legen; als geeignet erweist sich

$$\psi f(\varrho) = \psi / (\varrho^2 + \epsilon) \quad (3)$$

wobei sich im folgenden ϵ als derart kleine positive Zahl ergibt, daß als bequeme Rechengröße $\log(1/\epsilon)$ die Rolle des Parameters übernimmt. Wenn man sich von vornherein auf ein Integrationsgebiet $\varrho > 0$ beschränken würde, wäre $\epsilon = 0$. (Zur Festsetzung einer Abnahme mit dem Quadrat von ϱ ist noch zu sagen, daß im vorliegenden nur kleine Abstände ϱ interessieren; $1/(\varrho^2 + \epsilon)$ wäre als erstes, insbesondere wohl Brechung und spiegelnde Reflexion wiedergebendes Glied einer Reihe aufzufassen, deren weitere Glieder vernachlässigt sind; diese weiteren Glieder würden dann der Beugung und molekularen Zerstreuung entsprechen, welche letztere, wie schon die blaue Himmelsfarbe anzeigt, erst bei größerem ϱ wirksam hervortritt.)

ψ sei im folgenden als $\psi(r)$ nur eine Funktion des Abstandes r vom Mittelpunkt O . Die Integration werde durchgeführt:

¹⁾ Jahresbericht der Sternwarte Österberg für 1913. Vierteljahrsschrift der A. G. 49, 2. Heft, 1914.

²⁾ Sirius 53.26–37.

³⁾ Veröffentl. der Sternwarte Österberg-Tübingen I, 2, 1919, S. 24, 32.

⁴⁾ Himmelselligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos (1911–1918). Abh. d. Preuß. Met. Inst. Bd. 6, 1919.

⁵⁾ Astr. Nachr. 209.101.

⁶⁾ Smithsonian Misc. Collect. Vol. 66 Washington 1917 Nr. 5: On the distribution of radiation over the sun's disk and new evidences of the solar variability. Referat Met. Zeitschrift 1916, S. 49, 332.

1. Für eine extraterrestrisch gleichmäßig leuchtende Kreisscheibe; $\psi(r) = i$.
2. Für eine Funktion ψ , welche annähernd die Helligkeitsverteilung längs des Radius der Sonnenscheibe wiederzugeben vermag; $\psi(r) = i(1 - ar^2 - br^4)$.
3. Für eine Scheibe wie Fall 1, jedoch mit kreisförmiger dunkler Stelle im Zentrum, also für einen Kreisring.

Mit Einführung von $\overline{OP} = x$ und Polarkoordinaten r und φ , bezogen auf O als Pol — für den äußeren Rand der Scheibe sei $r = x = 1$ — wird dann die Helligkeit im Abstand x von O :

$$h_x = \int_0^F \int_0^{2\pi} \psi(r) / (r^2 - 2xr \cos \varphi + x^2 + \varepsilon) \cdot dF \quad (4)$$

$$= \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \psi(r) / (r^2 - 2xr \cos \varphi + x^2 + \varepsilon) \cdot r d\varphi dr \quad (5)$$

$$1. \quad \psi(r) = i \quad r_0 = 0 \quad (6)$$

$$h_x / i\pi = \log \text{nat} \left(\{1 - x^2 + \varepsilon + V[1 + 2(\varepsilon - x^2) + (x^2 + \varepsilon)^2]\} / 2\varepsilon \right) \quad (7)$$

oder, bezogen auf die Helligkeit h_0 im Mittelpunkt der Scheibe ($x = 0$):

$$h_x / h_0 = 1 / \log(1/\varepsilon + 1) \times \log \left(\{1 - x^2 + \varepsilon + V[1 + 2(\varepsilon - x^2) + (x^2 + \varepsilon)^2]\} / 2\varepsilon \right) \quad (8)$$

$$h_x / i\pi = [(1 - ax^2 - bx^4) + \varepsilon(a + 4bx^2 - \varepsilon^2 b) \cdot \log \text{nat} \left(\{1 - x^2 + \varepsilon + V[1 + 2(\varepsilon - x^2) + (x^2 + \varepsilon)^2]\} / 2\varepsilon \right) - (a + 1/2 b + 3/2 b x^2 - 3/2 b \varepsilon) V[1 + 2(\varepsilon - x^2) + (x^2 + \varepsilon)^2] + (ax^2 + 3/2 b x^4 + \varepsilon a - 3/2 b \varepsilon^2)] \quad (10)$$

woraus (M ist der Modul der gemeinen Logarithmen $\log$) die Näherungsformeln folgen:

$$\text{Für } x > 1: h_x / h_0 = \{1 / [\log(1/\varepsilon) - M(a + 1/2 b)]\} \cdot \{(1 - ax^2 - bx^4) \log[x^2 / (x^2 - 1)] + (a + 1/2 b) M + b M x^2\} \quad (10a)$$

$$x < 1: h_x / [h_0 (1 - ax^2 - bx^4)] = \{1 / [\log(1/\varepsilon) - M(a + 1/2 b)]\} \times \{[\log(1/\varepsilon) + \log(1 - x^2)] - [(a + 1/2 b) M - (2a - b) M x^2 - 3b M x^4] / (1 - ax^2 - bx^4)\} \quad (10b)$$

Bei Objekten mit stärkerer Abnahme der Leuchtkraft gegen den Rand zu wird die Kontraständerung negativ; die Kontraste werden ausgeglichen, und zwar nimmt der Effekt sehr stark zu mit zunehmender Differentiierung der Scheibe, nach den später mitgeteilten Zahlenwerten etwa quadratisch, wenn man vom positiven Wert des Falles 1 ($a = b = 0$) als Nullpunkt aus rechnet. Für negative Werte von a und b läge der Fall einer Scheibe vor, deren mittlere Partien am dunkelsten wären; auch hier tritt bei weitergehender Differentiierung wieder eine starke Milderung der Kontraste ein.

$$3. \quad \psi(r) = i \quad r_0 = x_0 \quad (11)$$

$$h_x = \ln \frac{1 - x^2 + \varepsilon \pm V[1 + 2(\varepsilon - x^2) + (x^2 + \varepsilon)^2]}{x_0^2 - x^2 + \varepsilon \pm V[x_0^4 + 2x_0^2(\varepsilon - x^2) + (x^2 + \varepsilon)^2]} = \ln \frac{\varepsilon - (x^2 - 1) \pm (x^2 - 1) V\{[1 + \varepsilon/(x+1)^2][1 + \varepsilon/(x-1)^2]\}}{\varepsilon - (x^2 - x_0^2) \pm (x^2 - x_0^2) V\{[1 + \varepsilon/(x+x_0)^2][1 + \varepsilon/(x-x_0)^2]\}} \quad (12)$$

Oberes bzw. unteres Vorzeichen: Im Zähler für $x \geq 1$, im Nenner für $x \geq x_0$. Bezeichnen wir hier mit H die Helligkeit, die das Zentrum für den Fall $r_0 = 0$ hätte (annähernde Helligkeit der Ringfläche), so ergibt sich für h im Mittelpunkt des inneren Kreises vom Radius x_0 , also für $x = 0$:

$$h/H = 1 / \log(1/\varepsilon) \cdot \log[(1 + \varepsilon)/(x_0^2 + \varepsilon)] \quad (13)$$

mit der Näherungsformel für $x_0 > 0$:

$$h/H = 1 / \log(1/\varepsilon) \cdot \log(1/x_0^2) \quad (13a)$$

(13a) ergänzt (8a). Große Kontraste, ganz besonders Übergänge zu absolutem Dunkel werden stark ausgeglichen.

Die Linien gleicher Helligkeit sind in Fall 1, 2 und 3 natürlich konzentrische Kreise; auf eine Diskussion der Isophotenscharen für beliebige Phase, die u. a. für Untersuchungen des aschfarbenen Lichts und des Hörnerproblems von Interesse wären, sei an dieser Stelle nicht eingegangen.

Bei der außerordentlichen Kleinheit von ε ergeben sich folgende Näherungsformeln:

$$\text{Für } x > 1: h_x / h_0 = 1 / \log(1/\varepsilon) \cdot \log\{x^2 / (x^2 - 1)\} \quad (8a)$$

$$x < 1: h_x / h_0 = 1 + \log(1 - x^2) / \log(1/\varepsilon) \quad (8b)$$

$$x = 1: h_1 / h_0 = 1/2 \quad (8c)$$

Nach (8a) ergibt sich $\log(1/\varepsilon)$ dem Helligkeitsabfall proportional und damit seine Bedeutung als Parameter. Rechnen wir die Kontraständerung in Größenklassen Δm , so folgt aus (8b), da hier mit roher Annäherung

$\Delta m = -2.5 \log(h_x / h_0) = 1 - h_x / h_0 = -\log(1 - x^2) / \log(1/\varepsilon)$ ist, ungefähr umgekehrte Proportionalität von Helligkeitsabfall und Kontraständerung. Bei einer im leeren Raum gleichmäßig hellen Scheibe treten infolge der atmosphärischen Zerstreuung Kontraste auf, die Kontraständerung ist positiv. Die Randpartien werden relativ zu den zentralen Partien geschwächt, was ohne weiteres einleuchtet, da sich ihnen von der einen Seite her weniger Licht überlagert. Der Rand selbst erhält überhaupt nur von einer Seite her zerstreutes Licht, seine Helligkeit sinkt nach Grenzfall (8c) darum auf die Hälfte.

$$2. \quad \psi(r) = i(1 - ar^2 - br^4) \quad r_0 = 0 \quad (9)$$

Die Integration ergibt:

$$(10)$$

Zahlenwerte. Für $x = 4$, also bei einem Gestirn von 16' Radius in 0.8 Abstand vom Rand, sei der Helligkeitsabfall

$$h_4 / h_0 = K / 10000.$$

K diene als besser zu übersehendes Maß der Lichtzerstreuung, $\log(1/\varepsilon)$ ist annähernd umgekehrt proportional K . Man mag etwa $K = 1$ zugrunde legen, also einen Abfall von 10 Größenklassen in $x = 4$; dann berechnet sich der in Tabelle 1 in Größenklassen gegebene Helligkeitsabfall, und zwar deren obere Zeile nach (8a) für eine gleichmäßig helle Scheibe, die untere Zeile nach (10a) für die Sonne ($a = 0.22$, $b = 0.35$; vergl. später). d bezeichnet den Abstand vom Rande bei 16' Scheibenradius. Für andere K -Werte würden die gesamten Werte sich um $2.5 \log K$ verkleinern [für sehr große Werte von K wäre auf (8) und (10) zurückzugreifen]. Die für unseren Zweck wohl genügende Übereinstimmung der Tabelle 1 mit den durchschnittlichen Beobachtungsergebnissen¹⁾ stützt rückwirkend die Wahl von $f(q)$.

¹⁾ Sirius 53.26-37.

Tabelle 1. Helligkeitsabfall in Größenklassen (für $K=1$).

x	0	1	1.0001	1.001	1.006	1.062	1.375	2	3	4	5	8
d	—	0"	0".1	1"	6"	1'	6'	16'	32'	48'	1° 4'	1° 52'
$-2.5 \log(h_x/h_0)$ (8a)	0.00	—	4.70	5.05	5.42	6.18	7.33	8.38	9.35	10.00	10.50	11.53
berechnet nach (10a)	0.00	—	5.14	5.42	5.71	6.34	7.38	8.40	9.36	10.00	10.51	11.57

Innerhalb welcher Grenzen bewegt sich nun K ? Reichstes Material für die Erhellung des Himmels in der Nachbarschaft der Sonne liegt für Davos vor, also für eine Höhe von 1600 m über dem Meere: Der Helligkeitsabfall bleibt dort bei gleicher Sonnenhöhe, gleicher Jahreszeit und ungestörter Periode wesentlich derselbe; er zeigt sich stark abhängig vom Reinheitsgrad der Atmosphäre. Im Blauviolett¹⁾ zeigen die Mittelwerte verschiedener Epochen (von Herbst 1915 ab) Abweichungen, die für mittlere Sonnenhöhe etwa K -Werten von $\frac{2}{3}$ bis nahezu 2 entsprechen. »Der letzte große Anstieg zur Sonne erfolgt um so jäh und der Sonne um so näher, je langwelliger die Strahlung ist«. Doch sind im langwelligen Spektralteil anscheinend die Schwankungen größer, wenigstens steigert leichtester Taldunst die Erhellung relativ zur Sonne visuell um das 2- bis 3-fache gegenüber 50 % im Blauviolett. Nun die Schwankungen im Tiefland: Diercks²⁾ fand in Kiel bei Mindestwerten, die etwa $K=2$ entsprechen, an anderen völlig klaren Tagen eines Jahres von so besonderer atmo-

sphärischer Reinheit wie 1911 noch rund das 7-fache. Überlagern sich verschiedene Einflüsse, so wird man selbst für K -Werte von 3 bis 16, wie sie sich an den zwei Vollmondabenden, dem 20. Febr. 1913 und dem 10. Febr. 1914, meiner photographischen Mondphotometrie ergaben, den Grund nicht nur in der Lichtzerstreuung im Objektiv (das entsprechend wirkt wie die Atmosphäre) suchen.

Zu 1. In Tabelle XV der oben zitierten Arbeit zeigt sich in erster Linie das Intervall vom hellsten zum dunkelsten Mondpunkt am stärker lichtzerstreuenden 10. Februar 1914 ($K=16$) gegenüber dem 20. Febr. 1913 ($K=3$) um 0.28 zusammengedrängt; das Nebeneinander vielfach unvermittelter Kontraste verursacht auf der Mondoberfläche einen ausgeprägten Ausgleich. Insofern man aber diese Sprünge als regellose Abweichungen von einer mittleren gleichen Helligkeit ansehen dürfte, müßte auch ein positiver Effekt zu erwarten sein entsprechend der nach (8b) [bezw. (8c)] berechneten Tabelle 2.

Tabelle 2. Kontraständerung einer gleichmäßig hellen Scheibe.

x	0.0	0.5	0.7	0.8	0.9	0.95	(1.0)
Δm (nach 8b)	0.0000	+0.000XK	+0.001XK	+0.002XK	+0.003XK	+0.004XK	(+0.753)

Um die Divergenz beider Vollmondabende zu erhalten, ist also für K der Wert $16-3=13$ einzusetzen, und es wäre dann der in der oberen Zeile von Tabelle 3 gegebene Gang zu erwarten. Sieht man sich die Abweichungen, nachdem man den Gang mit der Helligkeit linear in Abzug gebracht hat, daraufhin an, so erweisen sich die Mondpunkte am 10. Febr. 1914 gegenüber dem 20. Febr. 1913 beträchtlich relativ um so dunkler, je näher sie dem Mondrand liegen. Bei einer durchschnittlichen Unsicherheit von 0.04 für den einzelnen der 55 Punkte ergeben beide Abende die in der unteren Zeile der Tabelle 3 mitgeteilte positive Divergenz. Mehr als Übereinstimmung im Vorzeichen mag man für beide Reihen auch kaum erwarten.

Tabelle 3. Kontrastunterschied des Vollmonds an 2 Abenden.

x	0	0.5	0.7	0.8	0.9	0.95
$\Delta m_1 - \Delta m_2$ berechnet	0.00	+0.00	+0.01	+0.03	+0.04	+0.05
gemessen	0.00	+0.00	+0.01	+0.03	+0.08	+0.11

Zu 2. In $\psi(r) = i(1-ar^2-br^4)$ sind in Tabelle 4 Werte von a und b eingesetzt, die im Hinblick auf die Helligkeitsverteilung längs des Radius der Sonnenscheibe gewählt sind. Die erste Spalte gibt nochmals den Spezialfall 1 einer gleichmäßig hellen Scheibe; in der zweiten bis vierten Spalte deckt sich $\psi(r)$ in $r=0$, $r=0.65$ und $r=0.95$ mit den von Abbot (l. c.) für die 3 verschiedenen Wellenlängen 0.699μ , 0.501μ und 0.323μ mitgeteilten Werten (0.323μ geht zurück auf Schwarzschild-Villiger); der letzten Spalte liegt endlich noch übertriebene Differentiierung, insbesondere extraterrestrische Helligkeit des Sonnenrandes gleich Null, zugrunde. Die vorletzte Zeile gibt dann in Größenklassen die extraterrestrische Helligkeit in $x=0.95$ Randnähe, die letzte Zeile die Kontraständerung Δm derselben Stelle nach (10b).

Tabelle 4. Kontraständerung der Sonnenscheibe.

	keine Differentiierung (1)	0.7 μ	0.5 μ	0.3 μ	stärkste Differentiierung
a	0	+0.14	+0.22	+0.40	+0.50
b	0	+0.30	+0.35	+0.32	+0.50
$\log 1/\epsilon$	280/ K	227/ K	217/ K	194/ K	163/ K
$-2.5 \log(1-ax^2-bx^4)$ ($x=0.95$)	0.00	0.50	0.72	1.05	2.12
Δm ($x=0.95$)	+0.00039XK	+0.0028XK	+0.0019XK	+0.0001XK	-0.0131XK

1) AN 209.101.

2) Diercks, Über die Helligkeit des Himmels in der Nähe der Sonne. Diss. Kiel 1912.

Tabelle 4 soll nichts aussagen über die Abhängigkeit des Effekts von der Wellenlänge, da es hierzu genauer Unterlagen für die Änderung von $f(\rho)$ mit der Wellenlänge bedürfte, sondern sie soll nur zeigen, daß die Helligkeitsverteilung gerade auf der Sonnenscheibe infolge der Besonderheit von $\psi(r)$ durchschnittlich noch am wenigsten atmosphärischen Einflüssen unterworfen ist. Aber selbst unter Berücksichtigung dieses Umstandes bleibt es für die Frage reell-solarer Kontrastschwankungen unerlässlich, den atmosphärischen Effekt nicht zu vernachlässigen.

Zu 3. Erheblich größere innere Sicherheit hat unser Überschlag für ein Integrationsgebiet $\rho > 0$, wie es neben (8a) für (13a) der Fall ist. Man würde übrigens für die Überstrahlung eines extraterrestrisch dunklen Flecks innerhalb der leuchtenden Scheibe nicht allzuviel vernachlässigen, wenn man einfach für die dem Radius r_0 entsprechenden Abstände d in Tabelle 1 eingeht und bedenkt, daß ein Gebilde im Innern nicht nur von einer, sondern von beiden Seiten her überstrahlt wird, also wenn man der Verdoppelung der Helligkeit entsprechend noch um weitere 0.75 Größenklassen ausgleicht. Spalte F der Tabelle 5 gibt die zu berücksichtigende Fehlergröße, wenn man also bei noch eigenem, oder vermutlich eigenem, Licht des dunklen Gebildes gezwungen ist, auf den der Messung unmittelbar zugänglichen Helligkeitsabfall außerhalb der Scheibe zum Vergleich zurückzugreifen. Für die größten Mondkrater und Sonnenflecken ist etwa $r_0 = 1'$, für

die kleinsten Kratergruben und Poren $r_0 = 1/4''$; für mittlere Gebilde, kleinere Krater und Kernschatten, Sonnenflecken von einer Größe, wie sie häufig sind, mag man $r_0 = 6''$ annehmen. Für diese Größenverhältnisse ergibt (13a) — für größere K -Werte ist auf (13) zurückzugehen — als größte überhaupt mögliche Kontraste die Werte $-2.5 \log(h/H)$ der Tabelle 5.

Tabelle 5.

Überstrahlung h/H einer dunkeln Stelle der Scheibe.

r_0	x_0	$-2.5 \log(h/H)$	F
$1'$	0.0625	$5^m 76 - 2.5 \log K$	0 ^m 27
$6''$	0.0962	$4.51 - 2.5 \log K$	0.16
$1''$	0.0010	$4.18 - 2.5 \log K$	0.12
$0.1''$	0.0001	$3.89 - 2.5 \log K$	0.06

Die Angaben über den Helligkeitsunterschied zwischen Sonnenflecken und Photosphäre schwanken zwischen $2^{1/2}$ und 5 Größenklassen, demnach dürfte bei den Flecken das nur überstrahlte Licht stark ins Gewicht fallen, was insbesondere für ihre Spektraluntersuchung wichtig ist. Es sei nur noch darauf hingewiesen, von welcher Bedeutung für die Photometrie flächenhafter Objekte kleine Werte von K sind (Hochgebirge), denn bei komplizierten Verhältnissen ψ ihrer Oberfläche wird sich im einzelnen eine Korrektur auf den leeren Raum streng kaum durchführen lassen.

Göppingen, 1920 August.

F. W. P. Götz.

Eine Abschätzung der Größenordnung der den Außenring des Saturn bildenden Körper.

Von B. Meyermann.

Meine Beobachtungen des neuen Außenringes des Saturn sind leider sehr dürftig, da ich ihn zunächst für den bekannten Ring hielt und mir der Neuheit und damit der Wichtigkeit der Erscheinung erst bewußt wurde, als es zu spät war zu eingehenderen Untersuchungen. Ich hoffe, daß andere Beobachter mit größeren Instrumenten und unter günstigeren Bedingungen die Erscheinung besser gesehen haben, vor allem, daß photographische Aufnahmen der Umgegend des Saturn bei abgeblendeten Planeten um den 22. Februar die feine Linie des Außenringes aufweisen werden. Trotzdem glaube ich schon aus meinen Beobachtungen einen Schluß ziehen zu können auf die Größenordnung der den Ring bildenden Körper, ihre Anzahl im Ringe und dessen Masse. Es kann sich natürlich nur um eine sehr rohe Abschätzung handeln, wie sie dem vorliegenden geringen Beobachtungsmaterial allerdings genügend entsprechen wird. Der Überschlagsrechnung liegen folgende Beobachtungen zu Grunde: 1. Der äußere Radius R des Außenringes ist doppelt so groß wie der äußere Radius des bekannten Ringes. 2. Die den Außenring bildenden Körper rufen zur Zeit des Durchganges der Erde durch die Ringebene in ihrer Projektion den Eindruck eines zusammenhängenden Striches hervor; die Körper scheinen dann ebenso dicht zu stehen, wie die des Hauptringes, da dieser nicht heller hervortrat. 3. Am 25. Februar war trotz sehr guter Beobachtungsbedingungen der Außenring nicht mehr zu sehen, die Körper waren in der Projektion schon so weit auseinander gerückt, daß die Lichtkonzentration nicht mehr genügte, um die Linie sichtbar zu machen. Zwischen dem 24. und 25. Febr., der Zeit des Verschwindens des Außenringes, betrug die Neigung der Ringebene gegen den

Visionsradius etwa $6'$. Mit diesen Angaben lassen sich unter sehr vereinfachenden Annahmen folgende Schlüsse ziehen. Wir betrachten nur das über den Hauptring hinausragende Segment des Außenringes. Die Körper seien ziemlich gleichmäßig im Ringe, dessen innerer Radius die Hälfte des äußeren beträgt, verteilt, und stehen in der Projektion so, daß sie erscheinen wie eine Reihe sich berührender Kugeln, und dahinter auf Lücke noch eine solche Reihe. Der nicht bedeckte Raum im Projektionsstrich beträgt so nur 4 %. In diesen beiden Reihen seien alle Körper des Segmentes enthalten. Eine geringere Anzahl von Körpern würde zwar auch genügen, um den Eindruck einer zusammenhängenden Linie hervorzurufen, dann wäre aber der Hauptring, in dessen Projektion die Körper so etwa erscheinen wie oben angegeben, durch größere Helligkeit schon am 22. Februar hervorgetreten. Bei einer Neigung von $6'$ der Ringebene gegen den Visionsradius verschwand das Bild des Ringes. Nimmt man an, daß hierzu in der Projektion die Körper so weit auseinander gerückt sind, daß man zwischen ihnen hindurch sieht und die Flächenhelligkeit der Projektion um 50 % gesunken ist, so kann man unter starken Vereinfachungen annehmen, daß dies der Fall ist, wenn die Projektion sich im Mittel auf das dreifache verbreitert hat. Daraus läßt sich der Durchmesser eines Körpers abschätzen. Er ist $x = \sin 6' \times R \times 0.6$, wo $R \times 0.6$ die halbe mittlere Tiefe des Segmentes in der Richtung der Sichtlinie ist. Der Durchmesser eines Körpers ergibt sich so zu 0.043 oder fast 300 km. In der Größenordnung stimmt dieser Wert mit dem auch sonst angenommenen für die Körper des Hauptringes überein. In dem Segment wären dann enthalten etwa 930, im ganzen Ringe 3600 Körper. Nimmt