ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 3030.

Ueber die Bewegung des Mercurperihels.

Von Paul Harzer.

Da wir so wenig von der Beschaffenheit des Sonneninneren wissen, könnte es als möglich erscheinen, dass man, ohne in Widerspruch mit den beobachteten Erscheinungen zu treten, für die Massenvertheilung im Sonneninnern eine Annahme machen könnte, aus der sich die anomale rechtläufige Bewegung des Mercurperihels ergäbe. Könnte man nämlich der Sonne ein merkbar grösseres Hauptträgheitsmoment in Bezug auf ihre Rotationsaxe zuschreiben, als in Bezug auf die Richtungen im Aequator, so würde erklärbar, dass eine wesentliche anomale Knotenbewegung bei Mercur nicht vorhanden ist, da sie theoretisch dann nur etwa $\frac{1}{9}$ der anomalen Perihelbewegung betragen könnte und rückläufig sein müsste. Ferner nehmen aber auch die aus einem Unterschiede der Hauptträgheitsmomente der Sonne hervorgehenden Bewegungen der Perihelie und der Knoten, abgesehen von der bei der letzteren Bewegung vorhandenen Abhängigkeit von der Lage der Bahn, mit wachsender mittlerer Entfernung des Planeten stark ab und es würde hierdurch weiter erklärbar, dass schon bei der Venus keine anomale Bewegung des Perihels und der Knoten aufgefallen sind. Beide müssten theoretisch rechtläufig sein und etwa $\frac{1}{9}$ der anomalen Perihelbewegung der Mercurbahn betragen.

Unter den Erscheinungen, durch die die Annahmen über die Beschaffenheit des Sonneninneren beschränkt werden, ist besonders wichtig die in Nr. 3026–27 behandelte Rotation der Sonnenoberfläche, da der Coefficient der Zeit in der aus dem Unterschiede der Hauptträgheitsmomente der Sonne entstehenden Bewegung des Mercurperihels auch in dem Werthe für das Quadrat der Rotationsgeschwindigkeit vorkommt und deshalb, aus der ersten Bewegung abgeleitet, in die zweite substituiert, nichts Unmögliches ergeben darf.

Die nachstehenden Betrachtungen werden zeigen, dass es nicht möglich ist unter Zugrundelegung der im 2. und 3. Paragraphen des Aufsatzes in Nr. 3026–27 behandelten Annahme, der Sonne einen genügend grossen Unterschied der Hauptträgheitsmomente zuzuschreiben, um mehr als einen unbedeutlichen Theil der anomalen Bewegung des Mercurperihels zu erklären.

Bei dieser Untersuchung habe ich auch die von einer Verschiedenheit der Hauptträgheitsmomente des Mercur herrührenden Glieder angesetzt, um eine präzise Vorstellung von der Grössenordnung der aus ihnen entstehenden Bewegungen zu erhalten, obschon es wegen der geringen Di-

mensionen des Mercur von vorn herein ganz unwahrscheinlich war, dass aus dieser Verschiedenheit ein irgendwie merkbarer Beitrag zur Bewegung des Mercurperihels entstehen könnte. Ich habe es dabei im Hinblick auf Herrn Schiaparelli's Untersuchungen über die Rotationsbewegung des Mercur als unbedenklich angesehen, für Mercur — und eventuell auch für Venus — dieselben Formeln zu adoptiren, die für die Bewegung des Mondes um die Erde gelten.

Es seien A_1 , B_1 und C_1 die Hauptträgheitsmomente der Sonne, letzteres in Bezug auf die Rotationsaxe, ferner A , B und C die Hauptträgheitsmomente des Mercur, ersteres in Bezug auf die im Mittel nach der Sonne gerichtete Axe, letzteres in Bezug auf die Rotationsaxe des Mercur, also z. B.

$$C_1 = \int (x^2 + y^2) dm.$$

Ferner sei, indem die Sonnenmasse gleich der Einheit angenommen, die Mercurmasse gleich m gesetzt und die mittlere Entfernung des Mercur vom Schwerpunkt mit $[a]$ bezeichnet wird:

$$\frac{3(C_1 - A_1)}{2[a]^2} = \beta_1, \quad \frac{3(2C - B - A)}{4m[a]^2} = \beta, \quad \frac{3(B - A)}{4m[a]^2} = \gamma.$$

Den Radius r der Mercurbahn bringen wir in bekannter Weise in die Form

$$r = \frac{[a](1 - \eta^2)}{1 + [\rho]}, \quad [\rho] = \eta \cos(v - \varpi),$$

nennen $[\zeta] = \frac{\delta}{r}$ den Sinus der Breite, v die wahre Länge, $v - \varpi$ das Argument der Breite für Mercur, i die Neigung der Mercurbahn gegen die feste Ekliptik, ε die Neigung des Sonnenäquators gegen dieselbe Ebene, ψ den Winkel von dem niedersteigenden Knoten des Sonnenäquators bis zu dem aufsteigenden Knoten der Mercurbahn auf der festen Ekliptik, $\mathcal{F}$ den Winkel zwischen der Rotationsaxe des Mercur und dem Pole der Ekliptik, so sind für die Ermittlung der Bewegungen des Perihels und der Knoten der Mercurbahn die folgenden Glieder der Derivirten der Störungsfunction $\mathcal{Q}$ die wesentlichsten:

$$P = r^2 \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial r} = -2(\beta_1 + \beta + 3\gamma)[\rho]; \quad Q = \frac{r^2}{[a](1 - \eta^2)} \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial v} = +8\gamma \frac{d[\rho]}{dv}.$$

$$R = \frac{r^2}{[a](1 - \eta^2)} \left(r \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial i} - i \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial r} \right) = -2 \left(\beta_1 \frac{\sin i + \sin \varepsilon \cos \psi}{\sin i} + (\beta + \gamma) \frac{\sin \mathcal{F}}{\sin i} \right) [\zeta] - 2\beta_1 \frac{\sin \varepsilon \sin \psi}{\sin i} \frac{d[\zeta]}{dv}.$$

Zu den Gleichungen für $[\rho]$ und $[\zeta]$ geben diese Glieder die folgenden Beiträge:

$$\frac{d^2[\rho]}{dv^2} + [\rho] = -P - 2 \int Q dv; \quad \frac{d^2[\zeta]}{dv^2} + [\zeta] = R.$$

Da also mit ausreichender Näherung

$$[\rho] = h \cos((1 - \beta_1 - (\beta - 5\gamma))v - \Gamma)$$

$$[\zeta] = k e^{-\beta_1 \int \frac{\sin \varepsilon \sin \psi}{\sin i} dv} \sin\left(v + \beta_1 \int \frac{\sin i + \sin \varepsilon \cos \psi}{\sin i} dv + (\beta + \gamma) \int \frac{\sin \mathcal{F}}{\sin i} dv - \Delta\right)$$

wird, indem h , Γ , k und Δ die Integrationsconstanten bedeuten, so wird, wenn man mit n die mittlere Bewegung des Merkurs bezeichnet,

$$(2) \quad \begin{cases} \text{die Perihelbewegung} = +n(\beta_1 + (\beta - 5\gamma))t \\ \text{die Knotenbewegung} = -n\left(\beta_1 \int \frac{\sin i + \sin \varepsilon \cos \psi}{\sin i} dt + (\beta + \gamma) \int \frac{\sin \mathcal{F}}{\sin i} dt\right). \end{cases}$$

Diese Werthe stimmen mit den von Hansen (Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen I. 149–165) abgeleiteten Formeln überein; nur muss man dort auch auf den Theil der von der Sonne herrührenden Knotenbewegung Rücksicht nehmen, der aus dem am Schlusse von 154 angeführten elementären Gliedern hervorgeht.

Denkt man sich Mercur als homogenes dreiaxiges Ellipsoid, dessen Gleichung durch

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-e^2)} + \frac{z^2}{a^2(1-e'^2)} = 1, \quad e' > e$$

dargestellt ist, so wird

$$\beta = \frac{3}{20} \left(\frac{a}{[a]}\right)^2 (2e'^2 - e^2), \quad \gamma = \frac{3}{20} \left(\frac{a}{[a]}\right)^2 e^2$$

und die von Mercur herrührenden Bewegungen würden für ein Jahrhundert die gänzlich unmerklichen Werthe

$$+0.28(e'^2 - 3e^2) \quad \text{und} \quad -0.28e'^2 \frac{\sin \mathcal{F}}{\sin i}$$

erhalten.

Die von der Sonne herrührende Knotenbewegung kann verschwinden und zwar nicht nur, wenn die Ebene des Sonnenäquators mit der der Planetenbahn zusammenfällt, sondern auch, wenn $\varepsilon > i$ und $\cos \psi = -\frac{\sin i}{\sin \varepsilon}$ ist.

Entspricht die Constitution der Sonne der Annahme des zweiten Paragraphen des Artikels in Nr. 3026–27, so ist

$$C_1 - A_1 = -\frac{4\pi}{5} \sigma \int_0^{a'} \varrho(a) \frac{da^3 f_2^{(1)}(a)}{da} da$$

und

$$\beta_1 = -\frac{9}{10} \sigma \frac{\int_0^{a'} \varrho(a) \frac{da^3 f_2^{(1)}(a)}{da} da}{\int_0^{a'} \varrho(a) \frac{da^3}{da} da} = -\frac{6}{5} \left(\frac{a'}{[a]}\right)^2 \pi \frac{F_2'}{a'^2}.$$

Nimmt man den nicht erklärten Theil der Bewegung des Mercurperihels in einem Jahrhunderte zu $+43''^*$ an, so wird, indem man den mittleren Sonnentag als Einheit wählt,

$$n\beta_1 = -\frac{6}{5} \frac{k a'^2}{[a]^{1/2}} \pi \frac{F_2'}{a'^2} = +0.0000000571$$

$$\text{oder} \quad \pi \frac{F_2'}{a'^2} = -0.000461.$$

Hieraus und aus der letzten der Gleichungen (8) des zweiten Paragraphen des Artikels in Nr. 3026–27, die sich aus der Rotationsbewegung der Sonnenoberfläche ergab, würde folgen, dass $\sigma f_2^{(1)}(a)$ an der Oberfläche den Werth

$$\sigma f_2' = -0.000374$$

besitzt. Nimmt man dann an, dass

$$\sigma f_4' = \sigma f_6' = \dots = 0$$

sind, so würde das Verhältniss des Aequatorealhalbmessers der Sonnenoberfläche zum Polarhalbmesser gleich $1 + \frac{1}{1780}$, der Unterschied beider müsste also in Bogen 0.54 betragen; diese Grösse übersteigt mit Bestimmtheit den 10-fachen, mit Wahrscheinlichkeit sogar den 28-fachen Betrag der nach den Beobachtungen möglichen Grösse.

Man könnte nun glauben, dass durch die Coefficienten f_4, f_6 etc. der Reihe für den Radius eines Meridians der Sonnenoberfläche

$$r' = a' \left(1 + \sigma \sum_{p=0}^{\infty} f_p' Y_p(\mu)\right)$$

ein näherer Anschluss an den Kreis bewirkt werden könnte. Wollte man aber auch darüber hinwegsehen, dass keine mechanische Ursache für eine solche Annahme ersichtlich ist, so würde doch eine merkbare Verbesserung des Anschlusses an den Kreis durch geeignet gewählte Werthe der übrigen f_p' nicht zu erzielen sein, selbst wenn man eine noch so grosse Zahl der f_p' zu Hülfe zieht. Denkt man sich nämlich die zu diesem Zwecke aufzulösenden Gleichungen von der Form

*) Bauschinger, Untersuchungen über die Bewegung des Planeten Mercur.

$$a Y_2(\mu) = x_0 Y_0(\mu) + x_4 Y_4(\mu) + x_6 Y_6(\mu) + \dots$$

wobei die x die Unbekannten und a ein bekannter Coefficient ist, für unendlich viele äquidistante Werthe von μ zwischen $\mu = -1$ und $\mu = +1$ angesetzt, so sind in den Normalgleichungen, wie die Formeln

$$\int_{-1}^{+1} Y_p(\mu) Y_q(\mu) d\mu = \begin{cases} 0, & p > q \\ 2, & p = q \\ \frac{2}{2p+1}, & p < q \end{cases}$$

zeigen, sämtliche bekannte Glieder und sämtliche Coefficienten mit Ausnahme der in der Diagonale stehenden gleich Null und die wahrscheinlichsten Werthe der x sind deshalb sämtlich gleichfalls gleich Null. Der durch eine etwaige andere Anordnung der Bestimmung der x zu erreichende Vortheil kann nur ganz unbedeutend sein.

Lassen wir über das Sonneninnere die Annahme des dritten Paragraphen des Artikels in A. N. 3026-27 gelten, so wird

$$C_1 - A_1 = \frac{4\pi}{15} \int_0^{a'} \rho(a) \frac{da^3 (e^2 - \frac{1}{2}e^4)}{da} da$$

und aus dem beobachteten Ueberschuss von $43''$ im Jahrhundert in der Mercurbewegung folgt dann

$$\frac{\frac{1}{a'^2} \int_0^{a'} \rho(a) \frac{da^3 (e^2 - \frac{1}{2}e^4)}{da} da}{\int_0^{a'} \rho(a) \frac{da^3}{da} da} = +0.00184.$$

Dieser Werth steht aber im entschiedensten Widerspruche mit der ersten der Gleichungen (8) des dritten Paragraphen, die aus der Sonnenrotation folgt, denn es müsste dann für den günstigsten, nämlich den grössten möglichen Werth von e' das Verhältniss

$$\frac{\int_0^{a'} \rho(a) \frac{da^3 e^2}{da} da}{\int_0^{a'} \rho(a) \frac{da^3}{da} da}$$

den ganz unmöglichen Werth -54 annehmen.

Es muss nach dem Vorstehenden als höchst unwahrscheinlich angesehen werden, dass man über die Beschaffenheit des Sonneninnern, genauer ausgedrückt, der durch die Photosphäre der Sonne begrenzten Masse, eine Annahme machen könne, die unter Voraussetzung einer genügend nahe kugelförmigen Oberfläche der Sonne, zugleich die Rotationsbewegung der Sonne und die anomale Bewegung des Mercurperihels erkläre.

Wollte man aber die Ursache der anomalen Bewegung des Mercurperihels in den ausserhalb der Photosphäre liegenden zur Sonne zu rechnenden Theilen suchen, so würde

man wohl von dem Zodiacallichte, wenn dies wirklich die Sonne umgiebt, absehen müssen.

Nehmen wir z. B., unter der Voraussetzung, dass das Zodiacallicht überhaupt aus ponderabler Materie bestehe, an, dass die mittlere Dichtigkeit ρ' der gewiss nicht als gasförmig zu denkenden Masse, oder genauer ausgedrückt, des inneren, ziemlich scharf begrenzten Theiles des Zodiacallichtes, an allen Stellen gleich gross und dass die Oberfläche die eines Rotationsellipsoids von dem Aequatorhalbmesser A und der Excentricität E sei, dessen Aequator mit der Ekliptik zusammenfällt, so wird für Mercur, dessen Bahn allem Anscheine nach vollständig vom Zodiacallichte umschlossen wird, das Potential, unter Beibehaltung der bereits benutzten Bezeichnung:

$$\Omega = \frac{2\pi\rho'}{\lambda} A^2 \arctg \lambda - \frac{\pi\rho'}{2} r^2 (f + (g-f) [\zeta]^2)$$

$$f = 2 \frac{1+\lambda^2}{\lambda^3} \left(\arctg \lambda - \frac{\lambda}{1+\lambda^2} \right)$$

$$g = 4 \frac{1+\lambda^2}{\lambda^3} (\lambda - \arctg \lambda), \quad \lambda = \frac{E}{\sqrt{1-E^2}}$$

und hiermit

$$P = -\pi\rho' r^3 (f + (g-f) [\zeta]^2)$$

$$Q = -\pi\rho' r^3 (g-f) \frac{\partial [\zeta]}{\partial v}$$

$$R = -\pi\rho' r^3 (g-f) \frac{[\zeta] (1 - [\zeta]^2)}{1 + [\zeta]}$$

Nennt man ρ_0 die mittlere Dichtigkeit der Sonne innerhalb der Photosphäre, a' den Sonnenhalbmesser, so wird hiernach mit Beschränkung auf die wesentlichsten Glieder:

$$\text{die Perihelbewegung} = -\frac{9}{8} k f \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{V[a]^3}{a'^3} t$$

$$\text{die Knotenbewegung} = -\frac{3}{8} k (g-f) \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{V[a]^3}{a'^3} t.$$

Beide Bewegungen sind rückläufig und stehen im Verhältnisse von $1 : \frac{1}{3} \left(\frac{g}{f} - 1 \right)$, oder numerisch mit dem Näherungswerthe $\lambda = 5$ im Verhältnisse von $1 : 1.7$. Schliesst das Zodiacallicht, wie es wohl gleichfalls wahrscheinlich ist, auch die Venusbahn ein, so müssten durch seine Wirkung bei dieser noch stärkere rückläufige Bewegungen des Perihels und der Knoten hervorgerufen werden als bei Mercur und zwar stärker im Verhältnisse von etwa $2.7 : 1$. Dass es durch andere, als die hier gemachten, Annahmen über das Zodiacallicht, die nicht mit den Beobachtungen in Widerspruch stünden, gelingen möge, als einzig merkbare Bewegung eine rechtläufige Bewegung des Mercurperihels abzuleiten, scheint mir hiernach sehr unwahrscheinlich. Man wird aus derartigen Betrachtungen wohl keinen andern Schluss zu ziehen vermögen, als, dass das Verhältniss $\frac{\rho'}{\rho_0}$ unmerkbar klein sei.

Von den äusseren Bestandtheilen der Sonne kann wohl nur noch die äussere Corona in Frage kommen.

Diese hat, wie z. B. der grösste Theil der im Appendix III der Washington Observations für 1876 reproducirten Zeichnungen und Photographien übereinstimmend zeigt, eine Gestalt, die sich, wenn man bei einer regelmässigen Figur bleibt, näherungsweise scheinbar durch einen Kreiscylinder darstellen lässt, der mit den parallelen Ebenen die Sonne berührt und dessen Durchmesser etwa 4 mal so gross sein mag, als der der Sonne. Die Axe des Cylinders kann man den Zeichnungen entsprechend als mit der Rotationsaxe der Sonne zusammenfallend betrachten, um so mehr, als ein wirkliches Zusammenfallen beider aus mechanischen Gründen nicht unwahrscheinlich ist. Bezeichnet man die mittlere Dichtigkeit dieses für die folgende Ueberschlagsrechnung als homogen gedachten Körpers, in dem die ponderable Materie zum grössten Theile nicht als gasförmig anzunehmen ist, mit ρ' , so wird für diesen Körper

$$C_1 - A_1 = \frac{35^2}{3} \pi \rho' a'^3$$

wobei a' wie früher den mittleren Sonnenhalbmesser bedeutet. Ist wieder ρ_0 die mittlere Dichtigkeit der Sonne innerhalb der Photosphäre, so müsste man, um die anomale Bewegung des Mercurperihels zu erhalten,

$$n\beta_1 = 132k \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{a'^2}{[a]^{7/2}} = 0.0000000571$$

setzen, also

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = 0.0000042.$$

Eine mittlere Dichtigkeit, die 15 mal geringer ist als bei dem Wasserstoffgase, würde hiernach bei der äusseren Corona genügen, um die anomale Mercurbewegung zu erklären. Die ganze Masse der Corona wäre rund auf etwa $\frac{1}{10000}$ der Masse der Sonne innerhalb der Photosphäre zu schätzen. Wollte man sich den Raum der äusseren Corona mit Meteoreisen besetzt denken, so würde für einen Cubikmeter ein Eisenwürfel von etwa 9^{mm} Seitenlänge nöthig sein, um die ausgerechnete mittlere Dichtigkeit für die Corona zu erhalten.

Bei der Behandlung der Sonnenrotation müsste man dann auch auf die von der Anziehung der Corona herrührenden Theile des Potentials Rücksicht nehmen; eine diesbezügliche Erweiterung des Artikels in Nr. 3026–27, der bei der Annahme, dass die Flächen gleicher Dichtigkeit in der Corona geometrisch einfache seien, keine bemerkenswerthen Schwierigkeiten entgegenstehen, wäre verfrüht. Die Form der Entwicklung für das Quadrat der Rotationsgeschwindigkeit würde dieselbe bleiben, nur würden die Coefficienten $\omega_2\rho$, mit Rücksicht auf das hinzutretende Potential der Corona eine veränderte physikalische Bedeutung erhalten. Nach einer Ueberschlagsrechnung scheint es mir, dass der Theil des Quadrats der Rotationsgeschwindigkeit, der aus dem Potentiale der Corona entsteht, wenn man dieser Unterschiede der Hauptträgheitsmomente zuschreibt, die zur Erklärung der anomalen Bewegung des Mercurperihels genügen, obzwar vergleichbar mit den aus dem Potentiale der Sonne selbst hervorgehenden, doch nur Bruchtheile derselben betrage.

Unsere Kenntnisse von der nächsten Umgebung der Sonne sind wohl noch zu gering, um über Zulässigkeit oder Unzulässigkeit eines dem der vorstehenden rohen Ueberschlagsrechnung ähnlichen Resultats zu entscheiden. Der Umstand, dass eine merkbare widerstehende Kraft von der Corona auf durch sie hindurchgehende Cometen nicht ausgeübt wird, scheint es nicht unmöglich zu machen, dem gesammten Complex der Sonne mit ihrer Umgebung einen genügend grossen Unterschied der Hauptträgheitsmomente beizulegen, um die anomale Bewegung des Mercurperihels zu ergeben, selbst wenn sich ganz definitiv erweisen sollte, dass der uns jetzt bekannte Betrag dieser Bewegung eine Verminderung durch eine schärfere Bestimmung der säcularen Bewegungen der Planetenbahnen allein mit Rücksicht auf die Attraction der in den Schwerpunkten vereinigt gedachten Masse nicht erhalten kann. Betrachtet man die Annahme als zulässig, so ergibt sich neben der Bewegung des Perihels der Mercurbahn im Betrage von +43" im Jahrhundert, eine Knotenbewegung von –47" im gleichen Zeitraume. An dem letzterem Betrage brauchte wohl die Erklärung nicht zu scheitern. Die Bewegungen der Perihelien nehmen mit wachsender mittlerer Entfernung rasch ab im Verhältnisse der negativen siebenhalften Potenz der mittleren Entfernung; für die Venusbahn ergeben sich als Beiträge zur Perihel- und Knotenbewegung in einem Jahrhundert +478 und +51, beide rechtläufig. Diese Beträge können keine Bedenken erregen, da die Bewegungen des Perihels und der Knoten der Venusbahn in mindestens ebenso starkem Grade durch die Unsicherheit im Werthe der Mercurmasse afficirt werden.

Alles zusammengefasst, sehe ich keinen Grund, der es als widersinnig erscheinen liesse, bei einer etwaigen neuen Behandlung des Problems der secularen Veränderungen der Planetenbahnen, unter Benutzung eines aus den Beobachtungen zu bestimmenden constanten Coefficienten $f = [a]^2\beta_1$ den Gleichungen für $[\varphi]$ und $[\zeta]$ die Glieder

$$\frac{d^2[\varphi]}{dv^2} + [\varphi] = 2 \frac{f}{[a]^2} [\varphi]$$

$$\frac{d^2[\zeta]}{dv^2} + [\zeta] = -2 \frac{f}{[a]^2} \left(\frac{\sin i + \sin \varepsilon \cos \psi}{\sin i} [\zeta] + \frac{\sin \varepsilon \sin \psi}{\sin i} \frac{d[\zeta]}{dv} \right)$$

oder den Werthen für

$$\frac{d\eta \cos \omega}{\sin} \quad \text{und} \quad \frac{d \sin i \cos \sigma}{\sin}$$

die Ausdrücke

$$\delta \frac{d\eta \cos \omega}{dt} = - \frac{k f \eta \sin \omega}{[a]^{7/2}}$$

$$\delta \frac{d\eta \sin \omega}{dt} = + \frac{k f \eta \cos \omega}{[a]^{7/2}}$$

$$\delta \frac{d \sin i \cos \sigma}{dt} = + \frac{k f \sin i \sin \sigma}{[a]^{7/2}} + \frac{k f \sin \varepsilon \sin (\sigma - \psi)}{[a]^{7/2}}$$

$$\delta \frac{d \sin i \sin \sigma}{dt} = - \frac{k f \sin i \cos \sigma}{[a]^{7/2}} - \frac{k f \sin \varepsilon \cos (\sigma - \psi)}{[a]^{7/2}}$$

hinzuzufügen.

Gotha 1891 Jan. 10.

Paul Harzer.