Über eine *Euler'sche* Methode zur Berechnung der planetarischen Störungen, von Herrn Professor Dr. *Anger* in Danzig.

§ 1.

Die Acta Petrop. für das Jahr 1779, Th. II. enthalten eine Abhandlung *Euler's*, welche den Titel führt: „Cautiones necessariae in determinatione motus planetarum observandae“, in welcher die Störungen nicht der Elemente, sondern der rechtwinkligen Coordinaten eines Planeten untersucht werden. *Euler* nimmt zwei Planeten an und untersucht deren gegenseitige Störungen, worauf er für Jupiter und Saturn ein Rechnungs-Beispiel hinzufügt. Der Zweck dieses Aufsatzes ist, die *Euler'sche* Methode darzulegen in der Weise wie sie ursprünglich gegeben wurde, sie darauf auf ihren einfachsten Ausdruck zurückzuführen und endlich diejenigen Bemerkungen folgen zu lassen, welche sich auf eine Anwendung dieser Methode zur Berechnung der speciellen Störungen beziehen. Um aber diesem Aufsätze eine nur kleine Ausdehnung zu geben, werde ich die Masse des gestörten Planeten gleich Null setzen, und die Bahn des störenden Planeten als gegeben annehmen, in welcher Form die Aufgabe auf die Berechnung der Störungen der kleinen Planeten in Anwendung tritt.

$$\begin{aligned} x &= x_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3 + \dots \\ y &= y_0 + B_1 t + B_2 t^2 + B_3 t^3 + \dots \\ z &= z_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 + \dots \end{aligned}$$

so wird

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= 2 A_2 + 6 A_3 t + \dots \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= 2 B_2 + 6 B_3 t + \dots \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= 2 C_2 + 6 C_3 t + \dots \end{aligned}$$

Wenn man diese Ausdrücke für die auf der linken Seite in (1) befindlichen Glieder, auf der rechten Seite aber, wo keine Differenzialquotienten vorkommen, die für $x, y, z; x', y', z'$ angenommenen Ausdrücke setzt, so kann man auf diese Weise die noch unbekannten Coefficienten in x, y, z bestimmen, während die in x', y', z' vorkommenden als bekannt angesehen sind. Wenn man, wie *Euler* annimmt, nicht über die dritte Potenz von t hinausgeht, so kann man da dann auf der linken Seite die Zeit t nicht zu einer höhern als zur ersten Potenz vorkommt, auch auf der rechten

§ 2.

Bezeichnet man die rechtwinkligen Coordinaten des gestörten Planeten durch x, y, z ; des störenden durch x', y', z' , und setzt man

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \\ r'^2 &= x'^2 + y'^2 + z'^2 \\ \rho^2 &= (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2; \end{aligned}$$

so werden, wenn man, wie jetzt gewöhnlich, durch k die *Gauss'sche* Constante bezeichnet, die Gleichungen von welchen *Euler* ausgeht:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{k^2} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\frac{x}{r^3} + \frac{m(x' - x)}{\rho^3} - \frac{m x'}{r'^3} \\ \frac{1}{k^2} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} &= -\frac{y}{r^3} + \frac{m(y' - y)}{\rho^3} - \frac{m y'}{r'^3} \\ \frac{1}{k^2} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\frac{z}{r^3} + \frac{m(z' - z)}{\rho^3} - \frac{m z'}{r'^3} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

wo t die Zeit, m die Masse des störenden Planeten bedeutet, und der Mittelpunkt der Sonne zum Anfangspunkte der Coordinaten angenommen ist. Setzt man nun

$$\begin{aligned} x &= x'_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots \\ y &= y'_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + \dots \\ z &= z'_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + \dots \end{aligned}$$

Seite die höhern Potenzen vernachlässigen, so dass es genügt, darin zu setzen

$$\begin{aligned} x &= x_0 + A_1 t; \quad y = y_0 + B_1 t; \quad z = z_0 + C_1 t. \\ \text{und} \quad x' &= x'_0 + a_1 t; \quad y' = y'_0 + b_1 t; \quad z' = z'_0 + c_1 t. \end{aligned}$$

§ 3.

Setzt man nun

$$\begin{aligned} r_0^2 &= x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ r_0'^2 &= x_0'^2 + y_0'^2 + z_0'^2 \\ \rho_0^2 &= (x'_0 - x_0)^2 + (y'_0 - y_0)^2 + (z'_0 - z_0)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= x_0 A_1 + y_0 B_1 + z_0 C_1 \\ g &= x'_0 a_1 + y'_0 b_1 + z'_0 c_1 \\ h &= (x'_0 - x_0)(a_1 - A_1) + (y'_0 - y_0)(b_1 - B_1) + (z'_0 - z_0)(c_1 - C_1) \end{aligned}$$

und noch, der Kürze wegen,

$$\begin{aligned} x'_0 - x_0 &= \xi; \quad y'_0 - y_0 = \eta; \quad z'_0 - z_0 = \vartheta \\ a_1 - A_1 &= \xi_1; \quad b_1 - B_1 = \eta_1; \quad c_1 - C_1 = \vartheta_1 \end{aligned}$$

wodurch $h = \xi \cdot \xi_1 + \eta \cdot \eta_1 + \mathfrak{z} \cdot \mathfrak{z}_1$

wird, so ergibt sich

$$\begin{aligned} r^2 &= r_0^2 + 2f \cdot t \\ r'^2 &= r_0'^2 + 2g \cdot t \\ \rho^2 &= \rho_0^2 + 2h \cdot t \end{aligned}$$

und, da nur die dritten Potenzen dieser Distanzen in den Nennern in (1) vorkommen, mit Übergehung der die erste Potenz von t übersteigenden,

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{r_0^3} - \frac{3f}{r_0^5} t; \quad \frac{1}{r'^3} = \frac{1}{r_0'^3} - \frac{3g}{r_0'^5} t; \quad \frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{\rho_0^3} - \frac{3h}{\rho_0^5} t$$

woraus man erhält:

$$\begin{aligned} \frac{x}{r^3} &= \frac{x_0}{r_0^3} + \left(\frac{A_1}{r_0^3} - \frac{3x_0 f}{r_0^5} \right) t \\ \frac{y}{r^3} &= \frac{y_0}{r_0^3} + \left(\frac{B_1}{r_0^3} - \frac{3y_0 f}{r_0^5} \right) t \\ \frac{z}{r^3} &= \frac{z_0}{r_0^3} + \left(\frac{C_1}{r_0^3} - \frac{3z_0 f}{r_0^5} \right) t \\ 6A_3 &= -k^2 \left(\frac{A_1}{r_0^3} - \frac{3x_0 f}{r_0^5} \right) + mk^2 \left(\frac{\xi_1}{\rho_0^3} - \frac{3\xi h}{\rho_0^5} \right) - mk^2 \left(\frac{a_1}{r_0'^3} - \frac{3x_0' g}{r_0'^5} \right) \\ 6B_3 &= -k^2 \left(\frac{B_1}{r_0^3} - \frac{3y_0 f}{r_0^5} \right) + mk^2 \left(\frac{\eta_1}{\rho_0^3} - \frac{3\eta h}{\rho_0^5} \right) - mk^2 \left(\frac{b_1}{r_0'^3} - \frac{3y_0' g}{r_0'^5} \right) \\ 6C_3 &= -k^2 \left(\frac{C_1}{r_0^3} - \frac{3z_0 f}{r_0^5} \right) + mk^2 \left(\frac{\mathfrak{z}_1}{\rho_0^3} - \frac{3\mathfrak{z} h}{\rho_0^5} \right) - mk^2 \left(\frac{c_1}{r_0'^3} - \frac{3z_0' g}{r_0'^5} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Die Werthe von A_1, B_1, C_1 , werden so angenommen wie sie aus der rein elliptischen Bahn des gestörten Planeten hervorgehen. Die Coefficienten A_2, B_2, C_2 und A_3, B_3, C_3 , welche Euler giebt, sind zu gross und müssen die drei ersten mit 2, die drei letzten mit 6 dividirt werden.

§ 5.

Nachdem ich im Vorhergehenden das Wesentliche der Euler'schen Störungs-Methode angegeben habe, bemerke ich, dass dieselbe sich durch folgende Betrachtung auf ihren einfachsten Ausdruck bringen lässt. Die Gleichungen (1) geben unmittelbar die zweiten Differenzialquotienten der gestörten Coordinaten in Beziehung auf die Zeit t . Setzt man in diese Gleichungen $t = 0$, so ergibt sich nach dem *Maclaurin'schen* Satze

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \\ B_2 &= \frac{1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} \\ C_2 &= \frac{1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned} \right\} \text{ für } t = 0.$$

Die Annahme $t = 0$ ist aber keine andere als die, dass

$$\begin{aligned} \frac{x'}{r'^3} &= \frac{x_0'}{r_0'^3} + \left(\frac{a_1}{r_0'^3} - \frac{3x_0' g}{r_0'^5} \right) t \\ \frac{y'}{r'^3} &= \frac{y_0'}{r_0'^3} + \left(\frac{b_1}{r_0'^3} - \frac{3y_0' g}{r_0'^5} \right) t \\ \frac{z'}{r'^3} &= \frac{z_0'}{r_0'^3} + \left(\frac{c_1}{r_0'^3} - \frac{3z_0' g}{r_0'^5} \right) t \\ \frac{x' - x}{\rho^3} &= \frac{\xi}{\rho_0^3} + \left(\frac{\xi_1}{\rho_0^3} - \frac{3\xi h}{\rho_0^5} \right) t \\ \frac{y' - y}{\rho^3} &= \frac{\eta}{\rho_0^3} + \left(\frac{\eta_1}{\rho_0^3} - \frac{3\eta h}{\rho_0^5} \right) t \\ \frac{z' - z}{\rho^3} &= \frac{\mathfrak{z}}{\rho_0^3} + \left(\frac{\mathfrak{z}_1}{\rho_0^3} - \frac{3\mathfrak{z} h}{\rho_0^5} \right) t. \end{aligned}$$

§ 4.

Wenn man diese Werthe in die Gleichungen (1) hineinsetzt, so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} 2A_2 &= -\frac{k^2 x_0}{r_0^3} + \frac{mk^2 \xi}{\rho_0^3} - \frac{mk^2 x_0'}{r_0'^3} \\ 2B_2 &= -\frac{k^2 y_0}{r_0^3} + \frac{mk^2 \eta}{\rho_0^3} - \frac{mk^2 y_0'}{r_0'^3} \\ 2C_2 &= -\frac{k^2 z_0}{r_0^3} + \frac{mk^2 \mathfrak{z}}{\rho_0^3} - \frac{mk^2 z_0'}{r_0'^3} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

man in Stelle von $x, y, z; x', y', z'; r, r', \rho$ die Werthe $x_0, y_0, z_0; x_0', y_0', z_0'; r_0, r_0', \rho_0$ setzt, wodurch unmittelbar ohne alle Rechnung die Gleichungen (2) entstehen. Wenn man die Gleichungen (1) in Beziehung auf t differenziert, und dann in die dadurch erhaltenen dritten Differenzialquotienten der Coordinaten $t = 0$ setzt, d. h. für die allgemeinen Werthe der rechts erscheinenden Grössen, die mit $_0$ versehenen, welche für $t = 0$ gelten, annimmt, so ergeben sich sogleich

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{d^3 x}{dt^3} \\ B_3 &= \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{d^3 y}{dt^3} \\ C_3 &= \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{d^3 z}{dt^3} \end{aligned} \right\} \text{ für } t = 0$$

und man bekommt die Gleichungen (3) u. s. w., so dass die Euler'sche Methode in nichts anderem, als in einer einfachen Anwendung des *Maclaurin'schen* Satzes besteht, indem zugleich vorausgesetzt wird, dass die Werthe von $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ in der gestörten und ungestörten Bahn, für $t = 0$

mit einander übereinstimmen. Während also bei andern Methoden eine Integration der Gleichungen (1) durch mechanische Quadraturen herbeigeführt wird, gelangt man nach der *Euler'schen* durch fortgesetzte Differenzirungen zum Ziel.

§ 6.

Es ist nicht nöthig in $A_2, B_2, C_2; A_3, B_3, C_3$, die Glieder, welche von der Masse des störenden Planeten unabhängig sind, zu berechnen, denn lässt man die von der Masse abhängigen weg, so erhält man die Coordinaten des gestörten Planeten unter Voraussetzung einer rein elliptischen Bahn; diese ergeben sich aber aus der Ephemeride, welche man sich zu Anfang berechnen wird. Die Aufgabe reducirt sich hiernach darauf: die in der Ephemeride enthaltenen Zahlen durch die von der Masse des störenden Planeten abhängigen Glieder zu verbessern. Diese Ephemeride wird zugleich dazu dienen, die Werthe von A_1, B_1, C_1 , welche auch in $\xi_1, \eta_1, \vartheta_1$ eingehen, durch Interpolation zu berechnen. Die Rechnung bestünde also darin, allen in der Ephemeride für ein bestimmtes, nicht zu grosses, Zeitintervall vorläufig berechneten Werthen der Coordinaten, welche wir durch x_t, y_t, z_t bezeichnen wollen, resp. Glieder von der Form $\lambda t^2, \lambda' t^3; \mu t^2, \mu' t^3; \nu t^2, \nu' t^3$ hinzuzufügen, wo

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{1}{2} m k^2 \left(\frac{\xi}{\rho^3_0} - \frac{x'_0}{r'^3_0} \right) \\ \lambda' &= \frac{1}{6} m k^2 \left\{ \left(\frac{\xi_1}{\rho^3_0} - \frac{3\xi h}{\rho^5_0} \right) - \left(\frac{a_1}{r'^3_0} - \frac{3x'_0 g}{r'^5_0} \right) \right\} \\ \mu &= \frac{1}{2} m k^2 \left(\frac{\eta}{\rho^3_0} - \frac{y'_0}{r'^3_0} \right) \\ \mu' &= \frac{1}{6} m k^2 \left\{ \left(\frac{\eta_1}{\rho^3_0} - \frac{3\eta h}{\rho^5_0} \right) - \left(\frac{b_1}{r'^3_0} - \frac{3y'_0 g}{r'^5_0} \right) \right\} \\ \nu &= \frac{1}{2} m k^2 \left(\frac{\vartheta}{\rho^3_0} - \frac{z'_0}{r'^3_0} \right) \\ \nu' &= \frac{1}{6} m k^2 \left\{ \left(\frac{\vartheta_1}{\rho^3_0} - \frac{3\vartheta h}{\rho^5_0} \right) - \left(\frac{c_1}{r'^3_0} - \frac{3z'_0 g}{r'^5_0} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_t &= x_0 + A_1 t - \frac{1}{1.2} k^2 \frac{x_0}{r^3_0} \cdot t^2 - \frac{1}{1.2.3} k^2 \left(\frac{A_1}{r^3_0} - \frac{3x_0 f}{r^5_0} \right) t^3 + \dots \\ y_t &= y_0 + B_1 t - \frac{1}{1.2} k^2 \frac{y_0}{r^3_0} \cdot t^2 - \frac{1}{1.2.3} k^2 \left(\frac{B_1}{r^3_0} - \frac{3y_0 f}{r^5_0} \right) t^3 + \dots \\ z_t &= z_0 + C_1 t - \frac{1}{1.2} k^2 \frac{z_0}{r^3_0} \cdot t^2 - \frac{1}{1.2.3} k^2 \left(\frac{C_1}{r^3_0} - \frac{3z_0 f}{r^5_0} \right) t^3 + \dots\end{aligned}$$

und wenn man die Werthe von x', y', z' , welche für dieselbe Zeit t gelten, durch x'_t, y'_t, z'_t bezeichnet, so muss auch

$$\begin{aligned}x'_t &= x'_0 + a_1 t - \frac{1}{1.2} k^2 \frac{x'_0}{r'^3_0} \cdot t^2 - \frac{1}{1.2.3} k^2 \left(\frac{a_1}{r'^3_0} - \frac{3x'_0 g}{r'^5_0} \right) t^3 + \dots \\ y'_t &= y'_0 + b_1 t - \frac{1}{1.2} k^2 \frac{y'_0}{r'^3_0} \cdot t^2 - \frac{1}{1.2.3} k^2 \left(\frac{b_1}{r'^3_0} - \frac{3y'_0 g}{r'^5_0} \right) t^3 + \dots \\ z'_t &= z'_0 + c_1 t - \frac{1}{1.2} k^2 \frac{z'_0}{r'^3_0} \cdot t^2 - \frac{1}{1.2.3} k^2 \left(\frac{c_1}{r'^3_0} - \frac{3z'_0 g}{r'^5_0} \right) t^3 + \dots\end{aligned}$$

Bezeichnet man die von den Störungen afficirten Coordinaten für dieselbe Zeit t durch $(x_t), (y_t), (z_t)$, so ist

$$\begin{aligned}(x_t) &= x_t + \lambda t^2 + \lambda' t^3 \\ (y_t) &= y_t + \mu t^2 + \mu' t^3 \\ (z_t) &= z_t + \nu t^2 + \nu' t^3\end{aligned}$$

und man erhält die drei Geschwindigkeiten der gestörten Coordinaten für die Zeit t :

$$\begin{aligned}\frac{d(x_t)}{dt} &= \frac{dx_t}{dt} + 2\lambda t + 3\lambda' t^2 \\ \frac{d(y_t)}{dt} &= \frac{dy_t}{dt} + 2\mu t + 3\mu' t^2 \\ \frac{d(z_t)}{dt} &= \frac{dz_t}{dt} + 2\nu t + 3\nu' t^2\end{aligned}$$

wo die Werthe der Differenzialquotienten der ungestörten Coordinaten dieselben sind, welche man schon früher aus der Ephemeride berechnet hatte.

Es wird darauf ankommen, die in den Coefficienten $\lambda, \dots, \mu, \dots, \nu, \dots$ enthaltenen Grössen ξ, η, ϑ u. s. w. von Zeit zu Zeit zu variiren, indem man mit den für die Zeit $t=0$ geltenden Werthen den Anfang macht, und neue zum Grunde legt, wenn ihre Beibehaltung bedenklich scheint; diese neuen variirt man dann nach einiger Zeit wieder u. s. w. Hierbei wird es nicht an Abkürzungen fehlen, namentlich dürfte die Berechnung einer oder mehrerer Hilfstafeln die Rechnung und deren Übersicht erleichtern.

§ 7.

Wenn wir, der gemachten Voraussetzung gemäss, die Elemente des störenden Planeten als keiner Verbesserung bedürftig ansehen, so ergiebt die Betrachtung der Gleichungen (2) und (3) eine wie es scheint sehr wesentliche Abkürzung der anzustellenden Rechnung. Setzt man nämlich $m=0$, so erhält man

sein, es ist also

$$\begin{aligned}(x_t) - x_t &= (x'_t - x'_0 - a_1 t) m + \frac{mk^2}{1.2} \cdot \frac{\xi}{\rho^3_0} t^2 + \frac{mk^2}{1.2.3} \cdot \left(\frac{\xi_1}{\rho^3_0} - \frac{3\xi h}{\rho^5_0} \right) t^3 + \dots \\(y_t) - y_t &= (y'_t - y'_0 - b_1 t) m + \frac{mk^2}{1.2} \cdot \frac{\eta}{\rho^3_0} t^2 + \frac{mk^2}{1.2.3} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\rho^3_0} - \frac{3\eta h}{\rho^5_0} \right) t^3 + \dots \\(z_t) - z_t &= (z'_t - z'_0 - c_1 t) m + \frac{mk^2}{1.2} \cdot \frac{\mathfrak{J}}{\rho^3_0} t^2 + \frac{mk^2}{1.2.3} \cdot \left(\frac{\mathfrak{J}_1}{\rho^3_0} - \frac{3\mathfrak{J} h}{\rho^5_0} \right) t^3 + \dots\end{aligned}$$

Bezeichnet man ferner durch ξ_t , η_t , $\mathfrak{J}_t$ die für die Zeit t geltenden Coordinaten eines Planeten, welcher der Anziehung des störenden allein unterworfen ist, indem man den Mittelpunkt des letztern zum Anfange der Coordinaten und die Coordinaten-Ebene mit der durch die Sonne gelegten parallel annimmt, so wird

$$\begin{aligned}(x_t) - x_t &= (x'_t - x'_0 - a_1 t) m - (\xi_t - \xi - \xi_1 t) m \\(y_t) - y_t &= (y'_t - y'_0 - b_1 t) m - (\eta_t - \eta - \eta_1 t) m \\(z_t) - z_t &= (z'_t - z'_0 - c_1 t) m - (\mathfrak{J}_t - \mathfrak{J} - \mathfrak{J}_1 t) m\end{aligned} \quad (4)$$

Da ξ , η , $\mathfrak{J}$ und deren Differenzialquotienten ξ_1 , η_1 , $\mathfrak{J}_1$ für $t=0$ bekannt sind (§ 3), so sind auch die Elemente der idealen Bahn, welche man von dem gestörten Planeten um den störenden als Centralkörper beschrieben sich denken kann, zu berechnen, und aus diesen die für eine Zeit t geltenden Coordinaten ξ_t , η_t , $\mathfrak{J}_t$. Hiernach würde die Rechnung auf die Berechnung dreier Ephemeriden zurückkommen, nämlich der für den gestörten Planeten in der elliptischen Hypothese, der für den störenden, und endlich der für den eine ideale Bahn beschreibenden Planeten, welcher sich zur

Zeit $t=0$ mit dem gestörten an demselben Orte befindet, und um den in Ruhe gedachten störenden sich elliptisch bewegt.

§ 8.

Betrachten wir die Gleichungen (4), zu denen wir auf indirectem Wege gelangt sind, so ergiebt sich leicht, dass man sie auch direkt aus den Gleichungen (1) erhalten kann. Diese lassen sich nämlich annähernd auf folgende Weise schreiben:

$$\begin{aligned}\frac{d^2(x_t)}{dt^2} &= \frac{d^2 x_t}{dt^2} + m \cdot \frac{d^2 x'_t}{dt^2} - m \frac{d^2 \xi_t}{dt^2} \\ \frac{d^2(y_t)}{dt^2} &= \frac{d^2 y_t}{dt^2} + m \cdot \frac{d^2 y'_t}{dt^2} - m \frac{d^2 \eta_t}{dt^2} \\ \frac{d^2(z_t)}{dt^2} &= \frac{d^2 z_t}{dt^2} + m \cdot \frac{d^2 z'_t}{dt^2} - m \frac{d^2 \mathfrak{J}_t}{dt^2}\end{aligned}$$

und wenn man hier auf beiden Seiten zweimal hinter einander integriert, so ergeben sich mit Einführung der erforderlichen Constanten die Gleichungen (4).

Danzig, 1855, März 19.

Anger.

Ephemeride für Euphrosyne, berechnet von Herrn Stud. Winnecke.

1855,0 ^h Berl.	α (31)	δ (31)	log Δ	1855,0 ^h Berl.	α (31)	δ (31)	log Δ
Oct. 12	143° 27' 5" 9	+39° 46' 40" 9		Nov. 1	153° 6' 36" 7	+39° 33' 52" 6	
13	143 57 50,6	45 37,5		2	153 33 27,5	33 53,3	
14	144 28 24,9	44 35,8		3	154 0 5,0	33 58,9	
15	144 58 48,6	43 35,7	0,423855	4	154 26 29,1	34 9,5	0,390536
16	145 29 1,6	42 37,6		5	154 52 39,2	34 25,5	
17	145 59 3,9	41 41,9		6	155 18 34,7	34 47,2	
18	146 28 55,3	40 48,4		7	155 44 15,6	35 14,8	
19	146 58 35,6	39 57,4	0,417479	8	156 9 41,9	35 48,1	0,383469
20	147 28 4,8	39 9,1		9	156 34 53,3	36 27,3	
21	147 57 22,8	38 23,6		10	156 59 49,7	37 12,6	
22	148 26 29,4	37 41,1		11	157 24 31,0	38 3,9	
23	148 55 24,6	37 1,7	0,410955	12	157 48 57,2	39 1,4	0,376289
24	149 24 8,2	36 25,5		13	158 13 7,0	40 5,4	
25	149 52 40,0	35 52,7		14	159 37 0,6	41 16,2	
26	150 20 59,9	35 23,4		15	159 0 37,8	42 33,9	
27	150 49 7,6	34 57,8	0,404287	16	159 23 58,7	43 58,4	0,369012
28	151 17 2,9	34 36,1		17	159 47 3,0	45 30,0	
29	151 44 45,7	34 18,6		18	160 9 50,4	47 8,9	
30	152 12 15,7	34 5,4		19	160 32 20,6	48 55,0	
31	152 39 32,7	+39 33 56,7	0,397479	20	160 54 33,4	+39 50 48,2	0,361656