LORD RAYLEIGH et ARTHUR SCHUSTER. — On the determination of the ohm in absolute measure (Détermination de l'ohm en valeur absolue); *Proceedings of the royal Society*, avril 1881.

Avant d'exposer les travaux de ces auteurs, il nous a paru utile de rappeler la méthode de Sir W. Thomson employée par la Commission de l'Association britannique pour déterminer la valeur absolue de l'ohm (1861).

Sur un cadre circulaire pouvant tourner rapidement autour de son diamètre vertical est enroulé un fil métallique à spires isolées. Au centre du cadre se trouve un très petit aimant ayant la forme d'une sphère; celle-ci étant régulièrement aimantée équivaut à un aimant infiniment petit placé à son centre. Elle est suspendue par un fil et porte un miroir pour observer les déviations.

Quand le circuit est fermé, et qu'il est animé d'un mouvement de rotation, il se développe, sous l'influence du magnétisme terrestre, des courants induits qui, à chaque demi-révolution, changent de sens par rapport au cadre, mais qui, conservant le même sens par rapport à l'aimant, le dévient du plan méridien magnétique dans le sens de la rotation.

Soient H la composante horizontale du champ magnétique terrestre, i l'intensité du courant au temps t , G l'aire totale du circuit (somme des aires de chaque tour de fil), ω la vitesse angu-

laire de rotation, ωt l'angle que fait au temps t le plan du circuit avec le méridien magnétique. En négligeant le champ magnétique très faible, produit par l'aimant dans le voisinage du cadre, le travail des forces électromagnétiques pendant le temps dt a, comme on le sait, pour valeur

$$\frac{d(\text{HG} \sin \omega t)}{dt} i dt = \omega \text{HG} \cos \omega t i dt,$$

il est égal au travail $R i^2 dt$ qu'effectue le courant en surmontant la résistance R du circuit, augmenté du travail $L \frac{di}{dt} i dt$, effectué en surmontant la force électromotrice d'induction du circuit sur lui-même, L représentant le coefficient de *self-induction*; d'où l'équation

$$(1) \quad L \frac{di}{dt} i dt + R i^2 dt = \omega \text{HG} \cos \omega t i dt,$$

et, en divisant par $i dt$,

$$(2) \quad L \frac{di}{dt} + R i = \omega \text{HG} \cos \omega t.$$

L'intégrale générale de cette expression est

$$(3) \quad i = A e^{-\frac{R}{L} t} + \frac{\omega \text{GH}}{R^2 + L^2 \omega^2} (R \cos \omega t + L \omega \sin \omega t),$$

A étant la constante arbitraire. Dès que le régime périodique est établi (ce qui théoriquement exigerait $t = \infty$, mais pratiquement à lieu après quelques tours), l'intégrale se réduit à

$$(4) \quad i = \frac{\omega \text{GH}}{R^2 + L^2 \omega^2} (R \cos \omega t + L \omega \sin \omega t).$$

D'un autre côté, la somme des moments par rapport à l'axe de suspension des forces qui agissent sur l'aimant est, au temps t ,

$$(5) \quad M H \sin \alpha - M k i \cos(\omega t - \alpha),$$

α étant l'angle de la ligne des pôles avec le méridien magnétique, M le moment magnétique de l'aiguille, k le champ magnétique

produit au centre par le circuit traversé par l'unité de courant (1). Cette expression (5) est donc égale au produit du moment d'inertie de l'aiguille par la dérivée par rapport au temps de sa vitesse angulaire. Il en résulte que, quand la déviation de l'aimant est devenue fixe, l'intégrale, pendant une période complète T , de l'expression (5) multipliée par dt , doit être nulle, d'où

$$(6) \quad TMH \sin \alpha - Mk \int_0^T i \cos(\omega t - \alpha) dt = 0;$$

remplaçant i par sa valeur (4) et effectuant l'intégration, il vient

$$(7) \quad TMH \sin \alpha - TMH k \frac{\omega G}{2(R^2 + L^2 \omega^2)} (R \cos \alpha + L \omega \sin \alpha) = 0.$$

On voit que les fonctions T , M , H disparaissent, et R est donné en valeur absolue par l'équation du second degré

$$(8) \quad R^2 - \frac{1}{2} G k \omega \cot \alpha R + L \omega^2 \left(L - \frac{1}{2} G k \right) = 0,$$

pourvu qu'on ait mesuré : 1° la déviation α de l'aimant ; 2° la vitesse angulaire ω ; 3° les constantes géométriques du cadre pour calculer Gk et L . Ni ce moment magnétique M , ni la valeur de la composante horizontale H du champ magnétique terrestre n'ont besoin d'être connus, si l'on néglige la valeur très faible du champ magnétique produit par l'aimant dans le voisinage du cadre tournant. Si l'on en tient compte, et si l'on tient compte aussi de la torsion du fil de suspension, l'équation (8) corrigée devient

$$(9) \quad R^2 - \frac{1}{2} \frac{G k \omega \cot \alpha}{1 + \tau} \left(1 + \frac{M k}{G H \cos \alpha} \right) R + L \omega^2 \left(L - \frac{1}{2} \frac{G k}{1 + \tau} \right) = 0,$$

(1) Si toutes les spires du fil enroulé sur le cadre avaient le même rayon r , on aurait

$$k = \frac{l}{r^2},$$

l étant la longueur du fil ; mais, comme chaque couche de fil a un rayon un peu différent de celle qu'elle recouvre, k est la somme d'expressions du genre $\frac{l}{r^2}$; c'est une quantité qui, comme G , ne dépend que des constantes géométriques de l'appareil.

où $MH\tau$ représente le couple de torsion du fil par unité d'angle d'écart.

La connaissance du moment magnétique M de l'aimant et de la composante horizontale H n'est nécessaire que pour avoir la valeur de termes correctifs presque négligeables; c'est ce qui rend la méthode élégante.

La valeur absolue R de la résistance du circuit étant connue, l'Association britannique a construit, d'après cette donnée, des étalons représentant l'ohm, qui, par définition, vaut 10^9 unités absolues (C. G. S.).

Des doutes ne tardèrent pas à s'élever sur l'exactitude des résultats trouvés par la Commission. D'après M. Kohlrausch ⁽¹⁾, l'étalon représentant l'ohm serait de 2 pour 100 trop fort; d'après M. Rowland ⁽²⁾ de 1 pour 100 trop faible; d'après M. H. Weber ⁽³⁾, à peu près exact.

MM. Rayleigh et Arthur Schuster ont repris la détermination de l'ohm en employant les appareils mêmes qui avaient servi à la Commission de l'Association britannique.

Quelques modifications de détail furent d'abord faites à ces appareils, pour mieux soustraire l'aimant aux trépidations et aux courants d'air. Au lieu d'un moteur à main et d'un régulateur de vitesse pour faire tourner le cadre, ils se servirent d'un moteur à eau : la vitesse était réglée par le robinet d'admission, et ce réglage était complété par le frôlement des doigts de l'expérimentateur sur la corde de transmission du mouvement. La modification la plus importante porta sur la manière de mesurer la vitesse de rotation du cadre.

La Commission s'était servie d'un compteur du nombre de tours et d'un chronomètre; MM. Rayleigh et Schuster ont employé une méthode stroboscopique. Sur l'axe de rotation fut placé un disque divisé en secteurs égaux alternativement blancs et noirs. On observait ce disque tournant à l'aide d'une lunette. Entre l'œil et l'oculaire était placé un dispositif destiné à ne permettre la vue du disque

⁽¹⁾ *Pogg. Annalen*, Ergänzungsband, VI, S. 1, traduit dans le *Phil. Magazine*, 4^e série, t. XVIII, p. 294; 1874.

⁽²⁾ *American Journal of Sciences and Arts*, 1878.

⁽³⁾ Mémoire communiqué par l'auteur au *Phil. Magazine*, traduit dans le t. V de la 5^e série, p. 30; 1878. M. H. Weber a employé plusieurs méthodes différentes.

que pendant un temps très court, à des intervalles égaux. Il se composait d'un diapason, entretenu électriquement, dont chaque branche portait une plaque percée d'une fente dans le sens de la branche; ces deux plaques se recouvraient mutuellement. La coïncidence des deux fentes permettait la vue du disque, et elle se produisait une fois par vibration simple. Si donc, pendant la durée de celle-ci, le disque avait tourné juste de l'angle de deux secteurs noirs voisins, il paraissait immobile; vu à travers le dispositif, il paraissait, au contraire, tourner lentement, soit dans le sens de la rotation, soit dans le sens inverse, suivant que l'angle parcouru était plus grand ou moins grand. On réglait la vitesse de façon à faire paraître le disque immobile; n étant le nombre des secteurs noirs, le disque faisait alors $\frac{1}{n}$ de tours dans la durée d'une vibration simple du diapason, c'est-à-dire en $\frac{1}{N}$ de seconde, si N était le nombre de vibrations par seconde; la rotation complète de l'axe s'effectuait donc en $\frac{n}{N}$ de secondes.

Comme le disque portait cinq anneaux concentriques divisés respectivement en 60, 32, 24, 20 et 16 secteurs, on pouvait, avec le même diapason, régler cinq vitesses différentes.

Enfin comme la déclinaison pouvait varier pendant l'expérience, on observait une boussole de variations placée à une distance convenable des appareils.

Voici quels furent les résultats des expériences préliminaires faites par lord Rayleigh :

1° La valeur du coefficient de self-induction L employé par la Commission (430165^{cm}) est trop faible; celle-ci est voisine de 450000^{cm} (1).

(1) Entre autres moyens employés pour déterminer la valeur du coefficient de self-induction, les auteurs ont fait une mesure expérimentale d'après une méthode imaginée par Maxwell. Nous ne croyons pas sans intérêt de l'exposer ici. Le circuit à étudier est intercalé dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone; les résistances des autres branches sont réglées de façon qu'aucun courant ne traverse le pont, en employant la méthode ordinaire, dans laquelle le pont n'est fermé qu'après le circuit principal pour éviter l'effet des extra-courants sur l'aiguille du galvanomètre. Ce réglage effectué, le circuit principal est fermé de nouveau, mais cette fois après avoir fermé le pont auparavant. L'extra-courant de fermeture, produit dans le circuit, donne une impulsion à l'aiguille du galvanomètre; soit α l'arc

2° Quelques erreurs se sont probablement introduites dans la mesure des constantes géométriques du circuit.

3° Les courants induits dans le cadre même qui sert de support aux fils ont une influence négligeable (ils diminuent la déviation de l'aiguille de $\frac{1}{8000}$ de sa valeur).

4° La quantité de chaleur développée par les courants dans le circuit ne peut élever la température au point de faire varier d'une quantité appréciable sa résistance.

5° Une variation de magnétisme de l'aiguille a un effet insignifiant.

En résumé, les auteurs pensent que les plus graves causes d'erreurs de cette méthode sont celles dues aux mesures des constantes géométriques du circuit. Il est aisé de le comprendre du reste : la valeur de R est sensiblement proportionnelle au produit Gk ; en outre, les erreurs de ce genre ne peuvent s'éliminer par les moyennes comme les erreurs commises sur α ou ω . Il y aurait tout avantage à employer un cadre de plus grand diamètre (¹).

Dans les expériences définitives faites par M. Schuster, l'aimant

d'impulsion. Si alors on substituait au circuit une force électromotrice E de même résistance, elle donnerait une déviation permanente θ à l'aiguille du galvanomètre. Le calcul conduit à la relation

$$L = \frac{E}{i} \frac{T}{\pi} \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\tan \theta},$$

dans laquelle i représente l'intensité du courant permanent qui traverse la branche dans le premier cas, et T la durée d'oscillation de l'aiguille.

Mais, au lieu d'introduire cette force électromotrice E , il est plus simple d'augmenter la résistance R de la branche où est le circuit d'une très petite quantité r . Cela revient à intercaler dans cette branche une force électromotrice ri ; on a donc, en remplaçant E par ri ,

$$L = r \frac{T}{\pi} \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\tan \theta}.$$

Comme il faut se servir d'un galvanomètre à oscillations non amorties, il est plus commode d'observer l'arc d'impulsion β , produit en ouvrant la résistance r ; la formule devient alors

$$L = r \frac{T}{\pi} \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\tan \frac{1}{2} \beta}.$$

(¹) Le cadre employé par la Commission avait environ 0^m,32 de diamètre.

sphérique fut remplacé par un système de quatre aiguilles aimantées de 5^{mm} de longueur, placées suivant les arêtes parallèles et horizontales d'un très petit cube en liège. Si la longueur des aiguilles est 2,3 fois celle des arêtes du cube, ce système équivaut à un aimant infiniment petit, placé au centre du cube. Il est encore moins pesant, pour un même moment magnétique, que la sphère.

La moyenne des résultats très concordants montra que l'étalon donné par l'Association britannique comme valant un ohm vaut $0,9893 \times 10^9$ unités absolues (C. G. S.), résultat assez voisin de celui obtenu par M. Rowland ($0,9911 \times 10^9$). H. PELLAT.